

Spickzettel Integration (Grundlagen)

Grundbegriffe

- Eine Funktion $F(x)$ heißt *Stammfunktion* zu $f(x)$, wenn gilt $F'(x) = f(x)$. Integration bedeutet das Auffinden der Stammfunktion (*Unbestimmtes Integral*).
- Ist der Grenzwert $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x=a}^b f(x) \Delta x$ vorhanden, so heißt er *bestimmtes Integral* der Funktion $f(x)$ in den Grenzen von a bis b und wird geschrieben $\int_a^b f(x) dx$:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x=a}^b f(x) \Delta x = \int_a^b f(x) dx .$$

- Anschaulich gibt das bestimmte Integral die Fläche unter dem Funktionsgraphen.

Handwerkszeug

$f(x)$	$F(x) = \int f(x) dx$	$f(x)$	$F(x) = \int f(x) dx$
a	$ax + c$	x^n mit $n \neq -1$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
e^x	$e^x + c$	e^{ax}	$\frac{1}{a} e^{ax} + c$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$	a^x	$\frac{1}{\ln a} a^x + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$	$\cos x$	$\sin x + c$
$\sinh x$	$\cosh x + c$	$\cosh x$	$\sinh x + c$

- Faktorregel (Umkehrung Faktorregel Differentiation):

$$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx .$$

- Summenregel (analog zur Differentiation):

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx .$$

- Substitutionsmethode (Umkehrung der Kettenregel):

$$\int f(g(x)) dx = \int f(u) \frac{du}{u'} \quad \text{mit } u = g(x) \quad \text{und} \quad du = u' dx \quad \text{bzw.} \quad dx = \frac{du}{u'} .$$

- partielle Integration (Produktintegration; Umkehrung der Produktregel der Differentiation):

$$\int f'(x) g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx .$$