Spickzettel Differentialgleichungen (Grundbegriffe)

Was ist eine DGL?

- Eine *Differentialgleichung* ist eine Bestimmungsgleichung für eine Funktion einer oder mehrerer unabhängiger Variablen.
- Eine *gewöhnliche Differentialgleichung* ist eine Bestimmungsgleichung für eine Funktion einer Variablen, z.B. $f(x)$ oder $x(t)$. Die DGL enthält einen Zusammenhang zwischen der Funktion und einer oder mehrerer der Ableitungen, ohne die Funktion oder die Ableitungen explizit anzugeben.
- Eine *partielle Differentialgleichung* ist eine Bestimmungsgleichung für eine Funktion mehrerer variablen (und damit auch für Felder). Sie beschreibt einen Zusammenhang zwischen der Funktion und den Ableitungen nach den verschiedenen Variablen, ohne die Funktion oder ihre Ableitungen explizit zu benennen.
- Die Lösung einer DGL ist dementsprechend eine Funktion. Eine Funktion ist Lösung einer DGL, wenn sie und ihre Ableitungen die DGL erfüllen.
- Darstellungsformen: implizit als $F(t, x, \dot{x}, \ddot{x}, \ldots, x^{(n)}) = 0$ oder in expliziter Form aufgelöst nach der höchsten Ableitung $x^{(n)}$: $x^{(n)} = F(t, x, \dot{x}, \ddot{x}, \ldots, x^{(n-1)})$.

Gewöhnliche DGLs – Klassifikation

Zur Klassifikation einer DGL können Sie z.B. den folgenden Fragenkatalog abarbeiten:

- handelt es sich um eine lineare DGL oder nicht? Für letzteren Fall werden Sie mit diesem Skript nicht weiter kommen, aber für lineare DGLs sollten Sie hier zumindest für den Anfang ein hinreichendes Rüstzeug finden.
- handelt es sich um eine gewöhnliche oder eine partielle DGL?
- handelt es sich um eine homogene oder um eine inhomogene DGL? In jedem Fall ist die homogene DGL zu lösen; handelt es sich um eine inhomogene DGL, so ist zusätzlich eine spezielle Lösung für den inhomogenen Teil zu finden.
- welche Ordnung hat die DGL? Diese richtet sich nach der höchsten auftretenden Ableitung.
- sind die Koeffizienten der DGL konstant oder sind es Funktionen der unabhängigen Variablen? Für konstante Koeffizienten sind die Lösungsverfahren einfach (Separation der Variablen oder Exponentialansatz).