

Algorithmen zur Satztechnik und ihre Anwendung auf die Analyse

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Erziehungs- und Kulturwissenschaften
der Universität Osnabrück

vorgelegt von
Stefan Prey
aus
Berlin

Osnabrück, 2012

Mit Genehmigung des Hauptberichterstatters wurden das Kapitel über Sequenzquodlibets und das Register hinzugefügt. Außerdem wurde einiges korrigiert und verbessert. Der Sachgehalt der Arbeit bleibt davon unberührt.

Auf S. 104 ff. und S. 519 ff. sind Computerprogramme beschrieben. Sie liegen der gebundenen Ausgabe als CD bei. Bei der Online-Ausgabe lassen sie sich als separate Software-Datei herunterladen.

Inhalt

Vorbemerkung	9
1 Einleitung	11
1.1 Historische Stationen	11
1.1.1 Von Zarlino bis Marburg	11
1.1.2 Von Koch bis de la Motte	11
1.1.3 Die russische Kanontheorie	13
1.1.4 Die neuere Kanontheorie	14
1.2 Aufgaben und Einschränkungen	14
1.3 Gliederung	17
2 Der zweistimmige Kanon	19
2.1 Die Grundlagen	19
2.1.1 Konsonanzen	19
2.1.2 Parallelen	20
2.2 Abstand 2	24
2.2.1 Grundlagen	24
2.2.2 Imperfekte Konsonanzen – ein Graph	28
2.2.3 Verdeckte Parallelen	29
2.3 Mehrfach engführbare Themen	30
2.3.1 Gleicher rhythmischer Einsatzabstand	30
2.3.2 Verschiedene rhythmische Einsatzabstände	33
2.4 Vorhalte	38
2.4.1 Grundlagen	38
2.4.2 Kanons im Abstand 2	42
2.4.3 Vorhaltsketten	46
2.4.4 Kanons im Abstand 1	51
3 Der Kanon in der russischen Musiktheorie	55
3.1 Tanejew	55
3.1.1 Die historische Position	55
3.1.2 Einfache Abhängigkeiten: Der einfache Kontrapunkt	56
3.1.3 Mehrfache Abhängigkeiten: Der bewegbare Kontrapunkt	57
3.1.4 Komplexe Abhängigkeiten	63
3.1.5 Tanejews Verfahren	66
3.1.6 Tanejew im Vergleich mit Marburg	66
3.2 Rovenko I	68

3.2.1	Melodische Gesetzmäßigkeiten im zweistimmigen Kanon	68
3.2.2	Die Anwendung auf den Tonsatz	73
4	Der Kanon zum Cantus firmus	75
4.1	Die allgemeine Lösung	75
4.2	Historische Lösungen – Zarlino, Monteverdi	79
4.3	Beliebige intervallische Einsatzabstände – Berardi	85
5	Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen	89
5.1	Der dreistimmige Kanon	89
5.1.1	Grundlagen	89
5.1.2	Graphen und Beispiele	92
5.2	Graphenkonstruktion und Programme	97
5.2.1	Der Algorithmus	97
5.2.2	Programme	104
5.3	Kriterien für ein Einsatzschema	109
5.4	Vierstimmigkeit – Das Basisschema	115
5.5	Varianten des Basisschemas	120
5.5.1	Krebs – Josquin, <i>O bone et dulcissime Jesu</i>	120
5.5.2	Verschränkungen – Josquin, <i>Missa Pange Lingua</i>	122
5.5.3	Änderung der Oktavlagen – Mozart, <i>Streichquintett D-Dur</i>	124
5.5.4	Quartparallelen – Brahms, <i>Fest- und Gedenksprüche</i>	129
5.5.5	Antiparallelen – Mozart, <i>Symphonie KV 551</i>	131
5.5.6	Sequenzierende Kanons – Bach, <i>Johannes-Passion</i> , Eingangschor	133
5.5.7	Fünfstimmigkeit – Monteverdi	151
5.5.8	Warum nicht fünfstimmig? – Mozart, <i>Streichquintett D-Dur</i>	156
5.5.9	Synkopische Einsätze – Monteverdi, <i>Laudate pueri</i>	159
5.6	Das Quartproblem	160
5.7	Der Sequenzkanon	163
5.7.1	Prinzip und Satztechnik	163
5.7.2	Ein siebenstimmiger Kanon – Brahms, <i>Fest- und Gedenksprüche</i>	169
5.7.3	Akkordbrechung – Bach, <i>Siehe zu, daß deine Gottesfurcht</i>	170
5.7.4	Vierfacher Kontrapunkt – Bach, <i>h-Moll-Messe</i> , Kyrie II	173
5.7.5	Septakkorde – Brahms, <i>Fest- und Gedenksprüche</i>	177
6	Der Umkehrungskanon	181
6.1	Zweistimmigkeit	181
6.1.1	Grundlagen	181
6.1.2	Beispiele – Händel, Bach	185
6.1.3	Dissonanzen – Brahms, <i>Klarinetten trio</i>	188
6.2	Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen	191
6.2.1	Grundlagen	191
6.2.2	Der dreistimmige Kanon nach dem Basisgraphen	202
6.2.3	Umkehrung und gerade Bewegung – Bach, <i>Kunst der Fuge</i>	205

6.2.4	Vierstimmigkeit	207
6.2.5	Bach, <i>Weihnachts-Oratorium</i> , „Lasset uns nun gehen“	212
6.2.6	Brahms, <i>Streichsextett G-Dur</i>	214
7	Der Proportionskanon	217
7.1	Grundlagen – Brahms, <i>Requiem</i> , „Freude und Wonne“	217
7.2	Durchgangsdissonanzen – Brahms, <i>Requiem</i> , „Ich will euch wiedersehen“	223
7.3	Umkehrung – Bach, <i>Kunst der Fuge</i> , Themenstruktur	224
8	Der zweistimmige Kanon	233
8.1	Das Hilfstonverfahren	233
8.1.1	Der Weg zum Hilfstonverfahren	233
8.1.2	Die Begründung des Hilfstonverfahrens	236
8.1.3	Spezialfall Kanon	242
8.1.4	Parallelenvermeidung	245
8.1.5	Bach, <i>h-Moll-Messe</i> , Credo, Exposition	247
8.1.6	Bach, <i>h-Moll-Messe</i> , Credo, die zweite Durchführung	251
8.1.7	Verminderte und übermäßige Intervalle	252
8.1.8	Intervallgetreue Engführung – Schütz, <i>Auferstehungs-Historie</i>	256
8.1.9	Sequenzierende Kanons – Brahms, <i>4. Symphonie</i>	258
8.1.10	Durchgänge – Bach, <i>Aus tiefer Not schrei ich zu dir</i>	263
8.2	Unendliche Kanons	266
8.2.1	Grundlagen	266
8.2.2	Monteverdi, <i>Marien-Vesper</i> , Kanonische Melismen I	268
9	Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen	271
9.1	Grundlagen	271
9.2	Haydn, <i>Symphonie D-Dur</i> , Hob. I:13, Mozart, <i>F-Dur-Messe</i>	279
9.3	Sequenzierende Verkettung – Mozart, <i>F-Dur-Messe</i> , <i>C-Dur-Symphonie</i>	284
9.4	Einsatzbaum – Haydn, <i>Symphonie G-Dur</i> , Hob. I:3	286
9.5	Oktavlagen	293
9.6	Chromatik – Monteverdi, « <i>Là tra'l sangue e le morti</i> »	295
9.7	Parallelführungen	299
9.8	Unendliche Kanons mit Parallelführungen	301
9.8.1	Monteverdi, <i>Marien-Vesper</i> , Kanonische Melismen II	301
9.8.2	Beethoven, <i>Streichquintett C-Dur</i>	304
9.9	Rovenko II	305
10	Das Quodlibet	309
10.1	Das Hilfstonverfahren im Quodlibet – Bauldeweyn, <i>Missa Da Pacem</i>	309
10.2	Die formale Begründung	318
10.2.1	Versetzungen	318
10.2.2	Tonsysteme	320
10.2.3	Umkehrungen	321

10.2.4	Lokale Kompositionen	323
10.2.5	Die allgemeine Lösung des Quodlibetproblems	325
10.2.6	Die Teilmengen-Relation	327
10.2.7	Die Obermengen-Relation	328
10.2.8	Die Konsonanzrelation von Mengen	330
10.2.9	Einzelöne	334
10.2.10	Die Formeln für das Quodlibet	336
10.2.11	Die allgemeine Form des Hilfstonschemas	337
10.2.12	Von Tanejews Ansatz zum Hilfstonverfahren	337
10.3	Unterschiedliche rhythmische Werte und Mehrtönigkeit	339
10.3.1	Grundlagen	339
10.3.2	Mehrtönigkeit – Schönberg, <i>1. Kammer-symphonie</i>	342
10.4	Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge	347
10.4.1	Thema I ist die Harmoniefolge	347
10.4.2	Strauss, <i>Zarathustra</i>	351
10.4.3	Thema I ist die Melodie	354
10.4.4	Wagner, <i>Götterdämmerung</i>	357
10.4.5	Gleiche Klanggestalten	362
10.4.6	Mozart, <i>Symphonie C-Dur</i> , Finale	368
10.4.7	Bach, <i>Kunst der Fuge</i> , <i>Contrapunctus VIII</i>	370
10.4.8	Schubert, <i>Es-Dur-Messe</i>	373
10.5	Exkurs	380
10.5.1	Combinatoriality – Schönberg, <i>Bläserquintett</i>	380
10.5.2	Ein rhythmischer Kanon – Berg, <i>Lulu</i>	382
10.6	Vorhalte	385
10.6.1	Grundlagen	385
10.6.2	Josquin, <i>Missa Pange Lingua</i>	390
10.6.3	Bach, <i>Klavierübung</i> , <i>Es-Dur-Fuge</i>	393
10.6.4	Synkopischer Kanon – Grundlagen	397
10.6.5	Synkopischer Kanon – Bach, <i>h-Moll-Messe</i> , Credo	401
10.7	Akkordseptimen	403
10.7.1	Grundlagen	403
10.7.2	Akkordseptimen – Mozart, <i>c-Moll-Messe</i>	409
10.7.3	Akkordseptimen und Synkopen – Bach, <i>h-Moll-Messe</i> , Credo	411
10.7.4	Verkürzung des Anfangstons	415
10.7.5	Augmentationskanon – Bach, <i>h-Moll-Messe</i> , Credo	417
10.7.6	Synkopischer und Augmentationskanon – Bach, <i>h-Moll-Messe</i>	420
11	Der Umkehrkanon	429
11.1	Grundlagen	429
11.2	Bach, <i>Kanonische Veränderungen</i>	432
12	Der Kanon zu einer Harmoniefolge	437
12.1	Grundlagen	437

12.1.1	Endliche Kanons	437
12.1.2	Unendliche Kanons	442
12.2	Der sekundweise aufwärts sequenzierte Quintfall	443
12.2.1	Materialkanons	443
12.2.2	Vivaldi, <i>Konzert D-Dur</i> , op. 3, Nr. 1	444
12.2.3	Corelli, <i>Concerto grosso D-Dur</i> , op. 6, Nr. 1	446
12.3	Septakkorde	450
12.3.1	Der Tonika-Dominant-Wechsel	450
12.3.2	Beethoven, <i>9. Symphonie</i>	453
12.3.3	Mozart, <i>Es-Dur-Symphonie</i>	454
12.4	Kanon und freie Imitation – Beethoven, <i>2. Symphonie</i>	456
12.5	Drei und mehr Stimmen	459
12.5.1	Beethoven, <i>2. Symphonie</i>	459
12.5.2	Eine Sequenz mit Septakkorden – Beethoven, <i>7. Symphonie</i>	462
13	Das Quodlibet mit einer Sequenz	471
13.1	Eingliedrige Sequenzen	471
13.2	Zweigliedrige Sequenzen	474
13.3	Melodische Sequenzen zu Harmoniefolgen	475
13.3.1	Grundlagen	475
13.3.2	Eingliedrige Sequenzen – Themenmelodik	476
13.3.3	Zweigliedrige Sequenzen – Themenmelodik	477
13.3.4	Romantische Harmonik – Schubert, <i>Symphonie h-Moll</i>	480
13.3.5	Ein Sequenzgeflecht – Bach, <i>Bringet dem Herrn Ehre</i>	481
14	Wissenschaftstheoretische Anmerkungen	485
14.1	Die logische Struktur	485
14.2	Das Verhältnis zur mathematischen Musiktheorie	486
14.3	Die musikalische Relevanz	487
14.4	Das Verhältnis zur Hermeneutik	489
14.4.1	Ästhetik und Satztechnik	489
14.4.2	Die Kompetenzhypothese	491
14.4.3	Die Modelltheorie	491
15	Zusammenfassung	495
A	Abkürzungen	503
B	Literaturverzeichnis	505
C	Musikalienverzeichnis	511
D	Programm zur Kombinationsermittlung	519
Register		521

Inhalt

Vorbemerkung

Ausgangspunkte

Wie schreibt man Fugen mit Engführungen? Wie findet man Themen, die sich zu Engführungen eignen? Wie findet man zu einem gegebenen Thema satztechnisch korrekte Engführungen? Diese Fragen standen am Anfang meiner Überlegungen zu Melodik und Kanon. Natürlich kann man herumprobieren. Das ist ziemlich aufwendig, führt leider nur manchmal zum Ziel und bleibt letztlich unbefriedigend. Aber es gibt einen Zusammenhang zwischen der melodischen Struktur eines Themas und der Art und Weise, wie es imitiert werden kann. Für Kanons und Engführungen heißt das: Nicht jedes Thema eignet sich zu einem Kanon oder zu einer Engführung. Vielmehr muss ein Thema eine bestimmte melodische Struktur haben, damit es enggeführt werden kann.

Der Versuch, die Probleme systematisch zu lösen und die Zusammenhänge in gesetzmäßiger Form auszudrücken, zeigte, dass es für bestimmte Engführungstypen Regelsysteme gibt und dass es Algorithmen gibt, mit denen sich diese Regelsysteme konstruieren lassen. Diese Algorithmen können als Computerprogramme implementiert werden. Nachdem ein Programm einige Regelsysteme bestimmt hatte, ließen sich Themen schreiben, die direkt für Engführungen konzipiert waren.

Auch die Frage nach der Engführbarkeit vorgegebener Themen wurde systematisch gelöst. Am Anfang stand ein methodischer Einfall zum Analyseunterricht. Zu meiner Überraschung ließ er sich zu einem Verfahren ausbauen, das allgemein anwendbar war. So kam ich auf das Hilfstonverfahren. Im Laufe der Zeit fand ich vielfältige Erweiterungen und konnte es auf viel mehr satztechnische Aufgaben anwenden, als ich je gedacht hatte.

Bei der Untersuchung von Literaturstellen zeigten sich häufig Zusammenhänge zwischen einem Thema und seiner Engführung, die den Regelsystemen oder Kombinationen entsprachen, die ich mit den neuen Verfahren gefunden hatte. Mit traditionellen Analysemethoden hätte ich sie wohl kaum entdeckt. Um solche Zusammenhänge soll es im Folgenden gehen.

Dank

Diese Arbeit wäre nicht möglich gewesen ohne die Hilfe von vielen anderen. An erster Stelle zu nennen ist meine Frau, Carola Witt. Ohne ihre Zuversicht, ihre seelische Unterstützung und ihre unendliche Geduld wäre ich nie fertig geworden. Joachim Stange-Elbe hat die Arbeit ideal betreut. Er hat mir immer und sofort bei allen fachlichen, organisatorischen und arbeitstechnischen Fragen weitergeholfen. Albert Richenhagen hat mich beharrlich ermuntert, mein Projekt durchzuführen. Außerdem half er mir beim Lateinischen und wies mich hin auf Stam, Ferand, Zarlino und Calvisius. Susanne Fontaine bestärkte mich entscheidend in meinem Vorsatz, die Arbeit zu schreiben, und gab mir viele wertvolle Tipps. Dörte Schmidt half beim Start. Mechthild Petrick hat Korrektur

gelesen und mir beim Englischen geholfen. Markus Lilge gab den Anstoß zu der Idee einer nichtlinearen Zeitstruktur, dem Ansatz für die Analyse der Proportionskanons. Volker Helbing wies mich hin auf Josquins Motette *Sic Deus dilexit mundum*. Hartmuth Kinzler fand eine begriffliche Ungenauigkeit und wies mich auf eine wichtige Variante bei Bach hin. Durch Katherina Steffen erfuhr ich von Wolffs Aufsatz über Bachs Regeln zur Fünfstimmigkeit. Hans Aerts gab mir wichtige Hinweise zu Zarlino und stellte mir sein Lusitano-Exemplar zur Verfügung und das Manuskript seines Zarlino-Aufsatzes. Martin Supper informierte mich über Cope und Hiller. Ulrich Kaiser brachte mich auf die Idee, zu untersuchen, wie man einen Kanon zu einer gegebenen Harmoniefolge schreibt. Andreas Wehrmeyer schenkte mir ein Exemplar seiner Tanejew-Ausgabe. Wilrich Hoffmann stieß mich auf das Problem der verdeckten Parallelen. Michael Polth erkannte durch einen Vortrag von Johannes Söllner,¹ dass das Hilfstonverfahren geeignet ist, Zwölftonreihen auf Combinatoriality zu untersuchen. Albrecht Gündel erklärte mir den Unterschied von Modul und Vektorraum. Simon Prey hat mich in Layoutfragen beraten, hat die Abgabeexemplare eingebunden und fand einen Fehler. Peter Zwiener gab mir Tipps zum Programmieren und wies mich auf eine sprachliche Ungeschicklichkeit hin. Felix Stephan machte mich auf einen grammatikalischen Irrtum aufmerksam. Dina Pohl hat für mich im russischen Internet recherchiert.

¹ Söllner.

1 Einleitung

1.1 Historische Stationen

1.1.1 Von Zarlino bis Marpurg

Der Zusammenhang von Melodik und Imitation war schon im 16. Jahrhundert bekannt. Erörtert wurde er von dem einflussreichsten Theoretiker des Kontrapunkts, Gioseffo Zarlino.¹ Er sah den Zusammenhang von Melodik und Imitation und fasste ihn in Regeln. Im 17. Jahrhundert wurde die Tradition fortgesetzt, z. B. von Angelo Berardi. Er veröffentlichte viele Kanons über einem Cantus firmus und stellte dafür Regelsysteme auf.² Noch Marpurg zitierte 1753 fast alle Kanons von Berardi,³ aber auf dessen Regeln ging er nicht ein. Er meinte,⁴ sie würden „mehr verwirren als unterweisen“. Berardis Regelsysteme sind sehr kompliziert und sehr speziell. Insofern ist Marpurgs Kritik verständlich. Aber der Zusammenhang zwischen Melodik und Imitation wird nicht mehr thematisiert und so erlischt das Bewusstsein dafür. Seit Marpurg wurde in der deutschen Musiktheorie die Bedeutung von Berardi wohl nicht mehr gesehen. Peter Cahn erwähnt Berardi und seine Regeln im MGG-Artikel „Kanon“,⁵ geht aber nicht darauf ein, dass hier ein Zusammenhang zwischen der Struktur einer Melodie und ihrer Imitation formuliert wird.

1.1.2 Von Koch bis de la Motte

Die melodischen Gesetzmäßigkeiten der Kanons werden auch in den Kontrapunktlehren kaum noch thematisiert. Manche Autoren legen keinen Wert auf das Kanonschreiben. Koch⁶ z. B. thematisiert in seiner Kompositionslehre noch nicht einmal die Fuge, sondern verweist auf Marpurg.⁷ Der Kanon kommt im Register gar nicht vor. Daniel⁸ analysiert einige Kanons, erwähnt jedoch keine melodischen Gesetzmäßigkeiten. Von der Fuga ad minimam als satztechnischer Übung rät er ab. Gárdonyi⁹ thematisiert das Phänomen der Engführungen hauptsächlich unter dem Gesichtspunkt der Form.

¹ Zarlino.

² Berardi, S. 86–109.

³ Marpurg, 2. Bd., S. 66 f.

⁴ Marpurg, 2. Bd., S. 120.

⁵ Cahn, Sp. 1695 f.

⁶ Koch.

⁷ Marpurg.

⁸ Daniel Kontrapunkt S. 234–237.

⁹ Gárdonyi S. 110.

1 Einleitung

Wenn überhaupt, lehren die Autoren, Kanons in Abschnitten zu schreiben, z. B. Marpurg,¹⁰ Tanejew,¹¹ Jeppesen,¹² Pepping¹³ und de la Motte.¹⁴

Wahrscheinlich gilt ihnen der Kanon im kleinen Abstand, wie er für Engführungen typisch ist, als unsinnig schwierig, und bei großen Abständen lassen sich Kanons sowie so nur in Abschnitten schreiben. Durch diesen Ansatz werden jedoch die melodischen Fortschreitungen zu sekundären Phänomenen und die werden leicht übersehen. Deshalb werden melodische Gesetzmäßigkeiten auch nicht thematisiert. Pepping erwähnt¹⁵ zwar, dass das Imitationsintervall und typische melodische Wendungen zusammenhängen, und er gibt auch ein Beispiel. Aber er deduziert die melodischen Wendungen nicht aus den Kontrapunktregeln.

Wie in den Kontrapunktlehren ist es in den Analysen. Im Zusammenhang mit Bachs *Kunst der Fuge* stellt Hans Heinrich Eggebrecht abstrakt fest,¹⁶ „daß Bach schon bei der Findung und Festlegung dieses Themas das Ganze seinen Möglichkeiten und Erfordernissen nach planerisch voraus- und in das Thema gleichsam hineingedacht hat“. Er sieht also, dass das Thema und seine Verarbeitungen zusammenhängen, aber diese Zusammenhänge interessieren ihn nicht oder er kennt keine Möglichkeit, sie in gesetzmäßiger Form auszudrücken.

Engführungen werden häufig beschrieben. Der Zusammenhang zwischen einem Thema und seiner Verarbeitung wird jedoch so gut wie nie erwähnt. Stefan Kunze¹⁷ z. B. bespricht in seiner Analyse von Mozarts „*Jupiter-Symphonie*“ ausführlich die vierstimmige Engführung im letzten Satz. Der Zusammenhang zwischen Engführung und Themenstruktur wird aber nicht erwähnt. Ähnlich ist es in Michael Mäckelmanns Analyse von Brahms' vierter Symphonie.¹⁸ Er erwähnt die kanonische Sequenz in der Coda des letzten Satzes und beschreibt auch die Kanonstruktur. Wie die Sequenz mit der Struktur des Themas zusammenhängt, wird jedoch nicht untersucht.

Auch der umgekehrte Fall kommt vor: Diether de la Motte bemerkt bei Josquin regelmäßige melodische Fortschreitungen in den einzelnen Stimmen, ignoriert jedoch die kanonische Struktur.¹⁹

Der Zusammenhang zwischen Melodik und Imitationsstruktur bei Engführungen scheint im allgemeinen Bewusstsein keine Rolle zu spielen. Es ist nicht klar, welche Gesetzmäßigkeiten hier gelten und wie sie hergeleitet werden können.

¹⁰ Marpurg, 2. Band, S. 93 ff.

¹¹ Tanejew, S. 14 ff.

¹² Jeppesen S. 184 ff.

¹³ Pepping S. 84 ff.

¹⁴ de la Motte S. 68.

¹⁵ Pepping S. 91 f.

¹⁶ Eggebrecht S. 41 f.

¹⁷ Kunze, S. 98 f., siehe unten S. 132.

¹⁸ Mäckelmann S. 68, siehe unten S. 263.

¹⁹ de la Motte S. 123, siehe unten S. 122.

1.1.3 Die russische Kanontheorie

Anders ist es in der russischen Musiktheorie: Dort wird der Zusammenhang zwischen Melodik und Imitationsstruktur erörtert. Nur ist die russische Musiktheorie außerhalb Russlands kaum bekannt. Andreas Wehrmeyer, Übersetzer und Herausgeber mehrerer Werke der russischen Musiktheorie, erklärt das damit,²⁰

daß Musiktheorie auch dort, wo sie nachdrücklich den Anspruch auf „Wissenschaft“ erhebt, bislang weitgehend an lokale bzw. nationale (Lehr-)Traditionen gebunden geblieben ist, d. h. an die Studienpläne und -bücher einzelner (historisch) wegweisender Konservatorien oder Musikhochschulen, oder daß sie an sprachliche Barrieren stößt.

Maßgeblich für den eigenen Weg der russische Musiktheorie war der Musiktheoretiker und Komponist Sergej Tanejew.²¹ Er untersuchte endliche und unendliche Kanons mit beliebig vielen Stimmen in gerader Bewegung mit beliebigen Einsatzschemata. Mit einem formalen System bestimmte er sämtliche Abhängigkeitsverhältnisse in solchen Kanons und er fand sämtliche Satztechniken, die erforderlich sind, um solche Kanons zu schreiben. Bei Tanejew selbst findet sich nichts zum Zusammenhang zwischen Kanonmelodik und Imitation.²² Aber Tanejew hat die Musiktheorie formalisiert, und das hat es der russischen Musiktheorie vermutlich entscheidend erleichtert, diesen Zusammenhang zu erkennen und systematisch zu beschreiben. Zu nennen sind hier Jewgeni Kortschinski²³, Juri Tjulin²⁴ und Alexander Rovenko.²⁵

Auffällig ist der Zusammenhang zwischen Melodik und Imitation bei einem engen rhythmischen Einsatzabstand. Um solche engen Imitationen geht es in Rovenkos *Grundlagen der Engführungskontrapunktik*.²⁶ Rovenko gibt melodische Regeln für zwei- und dreistimmige Engführungen und veranschaulicht sie durch viele selbst komponierte Beispiele und auch eine ganze Reihe von Literaturbeispielen. Er geht vom Tonsatz aus, wendet sein Konzept aber auch auf die Analyse an. Zum Beispiel beweist er, dass eine Engführung in Bachs *Magnificat* nur in der gewählten Form möglich ist²⁷ und dass das Thema der Cis-Dur-Fuge aus dem ersten Band des *Wohltemperierten Klaviers* nicht dreistimmig eingeführt werden kann.²⁸ Ein individuelles Merkmal eines Werkes – das Thema – wird also in Beziehung gesetzt zu einem anderen individuellen Merkmal des Werkes – dem Fehlen

²⁰ Rovenko S. XIV.

²¹ Rovenko S. XI.

²² Tanejew S. XVIIIff.

²³ Evgenij Korčinskij, *K voprosu o teorii kanoničeskoj imitacii* [Zur Theorie kanonischer Imitation], Leningrad 1960, bzw. Evgenij Korčinskij, *K voprosu o teorii kanoničeskoj imitacii* [Zur Theorie kanonischer Imitation], in: *Naučno-metodičeskie zapiski Ural'skoj konservatorii* [Wissenschaftlich-methodische Beiträge des Ural-Konservatoriums], Bd. 5, Sverdlovsk 1963, zitiert nach Rovenko S. 223.

²⁴ Jurij Tjulin, *Iskusstvo kontrapunkta* [Die Kunst des Kontrapunkts], Moskau 1964, zitiert nach Rovenko, S. 224.

²⁵ Rovenko.

²⁶ Rovenko.

²⁷ Rovenko S. 171–173.

²⁸ Rovenko S. 173–176.

1 Einleitung

einer dreistimmigen Engführung. Dabei wird diese Beziehung als satztechnisch bedingter Zusammenhang erkennbar. Der Zusammenhang wird nicht nur beobachtet, sondern bewiesen. Das ist auch notwendig, denn die gegenseitige Abhängigkeit von Thema und Imitation lässt sich nicht mit bloßer Beobachtung begründen.

Rovenko behandelt zweistimmige Kanons in der Prime, Quarte, Quinte und Oktave. Bei Kanons mit mehr als zwei Stimmen berücksichtigt er nur noch Prime und Oktave.

Bei Rovenko stehen die Regelsysteme im Vordergrund. Aber schon in der Dreistimmigkeit gibt es sehr viele verschiedene Möglichkeiten, und für jede gilt ein eigenes Regelsystem. Dabei besteht ein ähnliches Problem, wie es schon Marpurg an Berardi kritisiert hat:²⁹ eine Fülle von komplizierten Regelsystemen, die sich nur schwer auswendig lernen lassen und von denen jedes einzelne meist nur für wenige Fälle gilt. Rovenko sieht das Problem selbst.³⁰

1.1.4 Die neuere Kanontheorie

Aber nicht nur in Russland gibt es Arbeiten zum Verhältnis von Melodik und Engführung. Robert Gauldin³¹ leitet die Gesetzmäßigkeiten verschiedener Kanons her und analysiert auf dieser Grundlage Kanons der klassischen Vokalpolyphonie. Dabei reduziert er sie auf Gerüstsätze der Gattung „Note gegen Note“ und zeigt, dass diese Gerüste im Wesentlichen Sequenzen sind.

Kaiser behandelt in seiner *Gehörbildung*³² melodische Strukturen von Kanons. Daraus entwickelt er Anleitungen zur Kanonimprovisation.

Ich selbst habe dargestellt, wie die Struktur eines Themas und die Struktur seiner Engführungen zusammenhängen.³³

Olivier Trachier hat die historischen Regeln zum Kanon über einem Cantus firmus erforscht und gezeigt, wie man mit ihrer Hilfe vokalen Kontrapunkt improvisieren kann.³⁴

Mit dem Ansatz der modellbasierten Musiktheorie hat Folker Froebe die Satzmodelle des «*Contrapunto alla mente*» untersucht. Auch dabei wird der enge Zusammenhang zwischen Melodik und Imitation deutlich.³⁵

1.2 Aufgaben und Einschränkungen

In der vorliegenden Arbeit wird die ältere Tradition – von Zarlino bis Berardi – fortgeführt. Es wird gezeigt, wie sich satztechnisch bedingte Zusammenhänge zwischen Melodien und ihrer kontrapunktischen Verarbeitung systematisch finden lassen. Dabei werden wesentlich mehr Imitationsschemata behandelt als z. B. bei Rovenko, unter anderem die

²⁹ S. 88.

³⁰ Rovenko S. 120.

³¹ Gauldin.

³² Kaiser *Gehörbildung* S. 117–123.

³³ Prey, Thema und Engführung. Analysiert werden die a-Moll-Fuge aus dem ersten und die b-Moll-Fuge aus dem zweiten Band von Bachs *Wohltemperiertem Klavier*.

³⁴ Trachier, speziell zur Improvisation siehe S. 95.

³⁵ Froebe.

häufig verwendete Kombination von Quint- und Oktavkanons. Berücksichtigt werden auch Imitationen in der Umkehrung und in der Vergrößerung, und zwar für vorgegebene Themen und für vorgegebene Einsatzschemata. Es wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem sich kanonische Einsätze zu einem gegebenen Thema finden lassen. Dieses Verfahren wird übertragen auf Kombinationen von verschiedenen Themen, Kombinationen von Themen und Harmoniefolgen und von Kanons zu vorgegebenen Harmoniefolgen.

Im Vordergrund steht die Analyse. Fragen zum Tonsatz werden nur untersucht, soweit sie für die Analyse relevant sind. Engführungen zu schreiben, bleibt eine Tonsatzaufgabe. Deswegen werden wesentlich mehr Literaturbeispiele analysiert als bei Tanejew oder Rovenko.

Im Zeitalter des Computers ist es nicht mehr nötig, für die unzähligen Imitationsschemata jeweils eigene Regelsysteme zu entwickeln, die dann eventuell nur für ein einziges Werk gelten. Mit einem Computerprogramm lässt sich das gewünschte Regelsystem jederzeit bestimmen, auch für seltene Spezialfälle. Deswegen liegt der Schwerpunkt nicht auf den Regelsystemen selbst, sondern auf den Algorithmen, also auf den Verfahren, mit denen sich die einzelnen Regelsysteme konstruieren lassen.

Die Algorithmen tragen zum Verständnis von Musik nur bei, wenn sie sich auf die Analyse anwenden lassen. Konkret bedeutet das: Wenn sich herausfinden lässt, wie ein gegebenes Thema imitiert werden kann, wird auch klar, welche von mehreren Möglichkeiten in einer Komposition verwendet sind. Dann kann auch untersucht werden, welche Kriterien den Komponisten bei der Entscheidung für bestimmte von mehreren Möglichkeiten geleitet haben können. Deshalb werden für alle Algorithmen Literaturbeispiele angeführt und analysiert. Dabei wird nicht nur gezeigt, dass bestimmte Satztechniken existieren, sondern auch, dass sich durch den algorithmischen Ansatz analytische Ergebnisse gewinnen lassen, die über die bloße Feststellung der Imitation und die Beschreibung ihrer Struktur hinausgehen.

Da es um Analyse geht, richtet sich die Arbeit nach den neueren, historisch orientierten Satzlehren von Thomas Daniel.³⁶

Oben sind einige satztechnische Phänomene erwähnt worden, für deren Struktur die Autoren in ihren Analysen keine Gesetzmäßigkeit nennen. In der vorliegenden Arbeit werden solche Gesetzmäßigkeiten bestimmt, z. B. für das Thema der *Kunst der Fuge*³⁷ und für den vierstimmigen Kanon aus der „*Jupiter-Symphonie*“.³⁸ Zu dem Kanon aus Brahms' vierter Symphonie werden Bedingungen angegeben, unter denen er eine optimale Lösung ist.³⁹ Die auffällig regelmäßigen Melodieschritte, die de la Motte bei Josquin beobachtet, werden auf die Struktur eines vierstimmigen Kanons zurückgeführt.⁴⁰ Für Peppings typische Wendungen werden Gesetzmäßigkeiten bestimmt.⁴¹ Die kanonischen Sequenzmodelle, wie sie Froebe erörtert,⁴² werden aus den Kontrapunktregeln deduzierbar.

³⁶ Daniel Kontrapunkt und Daniel Choralatz.

³⁷ S. 205 ff., 224 ff., 370 ff.

³⁸ S. 131 ff.

³⁹ S. 258 ff.

⁴⁰ S. 122 ff.

⁴¹ S. 89 ff.

⁴² Froebe.

1 Einleitung

Zwei Algorithmen werden als Computerprogramme implementiert. Mit einem Zusatzprogramm werden Kanongerüste bestimmt, als Notentext ausgegeben und hörbar gemacht. Solche Programme erfordern eine Formalisierung der Musiktheorie. Für die Formalisierung werden Ansätze von Guerino Mazzola aus der mathematischen Musiktheorie aufgegriffen.⁴³ Die Formalisierung ist aber nicht nur für das Programmieren nötig, sondern hat darüber hinaus mehrere Vorteile:

- Die formalen Ableitungs- und Beweisverfahren der Mathematik können angewandt werden.
- Algorithmen können schematisch auf viele verschiedene Fälle angewendet werden, d. h. die Verfahren können zur Analyse von vielen verschiedenen Werken benutzt werden.
- Es können komplexere Probleme gelöst werden, als es ohne eine solche Formalisierung möglich wäre.⁴⁴

So entsteht aber auch ein Verständnisproblem. Für viele sind mathematische Beweisführungen schwer zu verstehen, und – was noch wichtiger ist – sie schaffen auch kein Vertrauen in die Gültigkeit ihrer Ergebnisse. Deshalb wird versucht, möglichst vieles so zu erklären, dass es auch ohne mathematische Vorkenntnisse verständlich wird, und deswegen erscheinen viele formale Darstellungen und Beweisführungen in einem eigenen Kapitel, dessen Lektüre für das Verständnis des Übrigen zwar hilfreich ist, aber nicht unbedingt erforderlich.

Das Formalisierungssystem ist komplexer als die entsprechenden Systeme von Tanejew und Rovenko. Da die Ansätze von Tanejew und Rovenko nicht die Hauptsache sind, scheint es sinnvoll, nur ein einziges Formalisierungssystem zu benutzen und auch die Überlegungen von Tanejew und Rovenko mit dem System der vorliegenden Arbeit zu erläutern.

Bei der Verwendung des Computers läge es nahe, dass sich Berührungspunkte mit der Computermusik ergeben,⁴⁵ also z. B. mit den Ansätzen von Lejaren Hiller⁴⁶ und David Cope⁴⁷. Hiller arbeitet mit Markov-Ketten und Cope mit Datenbanken und künstlicher Intelligenz. Diese Ansätze sind offenbar zur analytischen Beweisführung bisher nicht eingesetzt worden und für die Themenstellung weiter nicht relevant.

Nicht behandelt wird, was algorithmisch nicht erfassbar ist, historisch kaum relevant oder analytisch nicht handhabbar.

Für ein satztechnisches Problem muss eine algorithmische Lösung existieren. Damit scheidet die freie Imitation aus. Auch müssen die satztechnischen Regeln angegeben werden können. Das ist beim Kontrapunkt der klassischen Vokalpolyphonie möglich, auch noch

⁴³ Mazzola und Noll.

⁴⁴ Einige Gesetzmäßigkeiten habe ich zuerst mit dem Computer gefunden, und erst später ist mir klar geworden, dass man sie auch ohne eine formale oder algorithmische Untersuchung finden kann.

⁴⁵ Siehe hierzu Supper.

⁴⁶ Supper S. 74 f.

⁴⁷ Cope.

weitestgehend für Bach und die traditionelle Harmonielehre. Auf den Stil von Hindemith lässt sich der Ansatz nicht übertragen; denn bei ihm ist prinzipiell alles möglich, aber unterschiedlich „wertvoll“.⁴⁸

Das satztechnische Problem muss historisch relevant sein. Zum Umkehrungskanon mit Vorhalten gibt es zwar einen Algorithmus, aber ich habe keine Literaturbeispiele dazu gefunden.

Die algorithmische Lösung muss analytisch überschaubar sein. Falls zu viele Möglichkeiten existieren, lässt sich der Ansatz nicht anwenden. So ist es mir z. B. nicht gelungen, für die Analyse eines Kanons von Brahms⁴⁹ ein handhabbares Regelsystem zu finden.

Verzichtet wird auf eine strenge mathematische Ausformulierung, auf eine detaillierte Erklärung der Computerprogramme, auf die Strukturierung der Computerprogramme nach dem Modell der objektorientierten Programmierung und auf die Anbindung an eine graphische Benutzeroberfläche.

Die russische Musiktheorie wird nur berücksichtigt, soweit sie übersetzt ist.

1.3 Gliederung

In der Gliederung werden die historischen Gesichtspunkte den systematischen untergeordnet. Um z. B. Zarlinos Ausführungen zum Kanon über einem Cantus firmus zu verstehen, muss zum einen das sachliche Problem verstanden werden, also das satztechnische Problem der Aufgabe, und zum anderen Zarlinos teilweise unklarer Text. Das erste ist die Voraussetzung für das zweite. Beides gleichzeitig zu versuchen, wäre unnötig schwierig und hätte keinen Nutzen. Wenn jedoch das Sachproblem verstanden ist, dann sollte sich die Beschäftigung mit dem historischen Text auch unmittelbar anschließen. Deshalb ergibt sich die Gliederung aus den beiden Ausgangspunkten für das Kanonschreiben:

1. Gegeben ist die Imitation, gesucht ist die Melodie.
2. Gegeben ist die Melodie, gesucht ist die Imitation.

Zu diesen beiden Hauptfragen geht es im Einzelnen um

- Kanons mit zwei Stimmen
- Dissonanzen
- Kanons mit mehr als zwei Stimmen
- Umkehrungskanons
- Proportionskanons

Das zweite Problem – gegeben ist die Melodie, gesucht ist die Imitation – wird mit dem so genannten Hilfstonverfahren gelöst. Damit lassen sich auch diese satztechnischen Aufgaben lösen:

⁴⁸ Siehe hierzu Hindemith S. 130–133.

⁴⁹ Brahms, Motette *Warum ist das Licht gegeben*, op. 74, Nr. 1, zweiter Teil, „Lasset uns ...“, S. 33 f.

1 Einleitung

- Quodlibets von Melodien,
- Quodlibets von Melodien und Harmoniefolgen,
- Kanons zu einer gegebenen Harmoniefolge,
- melodische Sequenzen zu einer gegebenen Melodie,
- melodische Sequenzen zu einer gegebenen Harmoniefolge,
- harmonische Sequenzen zu einer gegebenen Melodie.

Das Hilfstonverfahren lässt sich sogar auf Werke aus dem 20. Jahrhundert anwenden. Dies wird in einem Exkurs dargestellt. Darin geht es um die Untersuchung von Zwölftonreihen auf Combinatoriality und um einen rhythmischen Kanon.

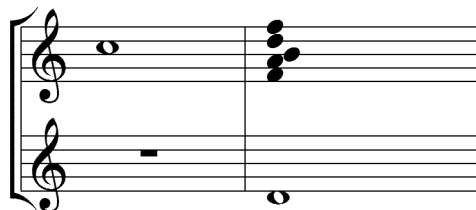
2 Der zweistimmige Kanon

2.1 Die Grundlagen

2.1.1 Konsonanzen

Um die Gesetzmäßigkeiten von Kanons zu verstehen, beginnt man am besten mit den einfachsten Voraussetzungen, mit Melodien in ganzen Noten und mit Kanons, bei denen die zweite Stimme eine Note später einsetzt als die erste.

Bei solchen Kanons sind die Fortschreitungen der Melodie und die Zusammenklänge der beiden Stimmen einander eindeutig zugeordnet. Zum Beispiel soll ein Unterseptkanon geschrieben werden, und zwar Ton für Ton.¹ Gesetzt den Fall, die Oberstimme beginnt mit dem zweigestrichenen c ,



dann setzt die Unterstimme im zweiten Takt mit dem eingestrichenen d ein. Der zweite Ton der Oberstimme muss eine Konsonanz zu d^1 sein. Deswegen sind fünf Töne möglich: f^1 , a^1 , h^1 , d^2 und f^2 . Die möglichen Töne sind als Viertel ohne Hals abgebildet.

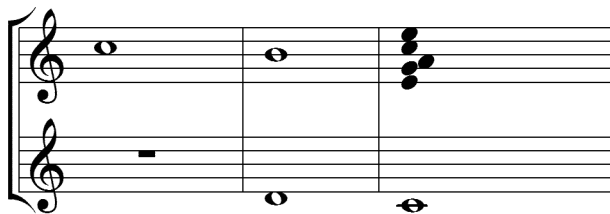
In der Oberstimme sind also diese Fortschreitungen möglich: Quinte abwärts, Terz abwärts, Sekunde abwärts, Sekunde aufwärts und Quarte aufwärts, oder in Symbolen $5\downarrow$, $3\downarrow$, $2\downarrow$, $2\uparrow$ und $4\uparrow$.²

Angenommen, von den fünf Tönen wird das h^1 ausgewählt, dann wird es natürlich mit c^1 beantwortet. Damit ergibt sich für den dritten Ton der Melodie diese Situation:

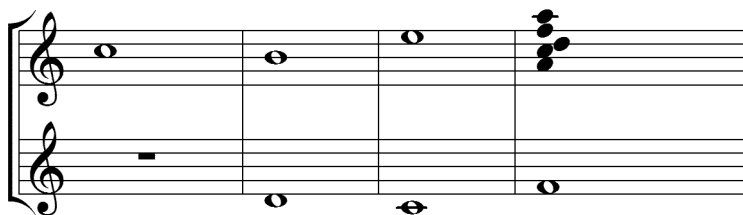
¹ Die Idee, das Verfahren zur Bestimmung der melodischen Gesetzmäßigkeiten am Unterseptkanon vorzuführen, stammt von Andreas Lisius. Die Entwicklung geschieht so ähnlich wie in Prey, Thema und Engführung, S. 518.

² Die Intervalle sind durch die Zahlen dargestellt, die dem Intervallnamen entsprechen, also Terz durch 3 usw. Ein Pfeil hinter der Zahl bezeichnet die Richtung des Intervalls. Wenn keine Richtung angegeben werden kann oder soll, steht hinter der Zahl ein Punkt: 1. steht für die Prim.

2 Der zweistimmige Kanon

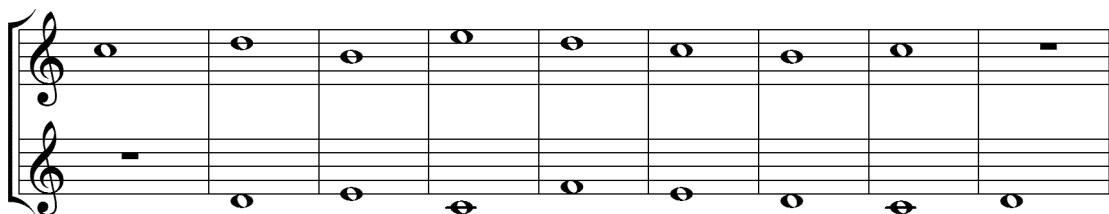


Die Traube von Viertelnotenköpfen verschiebt sich um eine Sekunde abwärts, passend zum zweiten Melodieton. Die Intervalle zwischen dem zweiten Melodieton, dem h^1 , und den möglichen Folgetönen sind dieselben wie vorher: $5\downarrow$, $3\downarrow$, $2\downarrow$, $2\uparrow$ und $4\uparrow$. Auch für den vierten Ton zeigt sich ein ähnliches Bild:



Immer sind dieselben Fortschreitungen möglich: $5\downarrow$, $3\downarrow$, $2\downarrow$, $2\uparrow$ und $4\uparrow$. Dabei ist die Zuordnung zwischen Melodiefortschreitungen und Zusammenklängen eindeutig. Jede fallende Sekunde in der Melodie führt zum Zusammenklang einer Sext, egal von welchem Ton aus. Die steigende Quart führt in eine Dezim, die steigende Sekunde in eine Oktave usw.

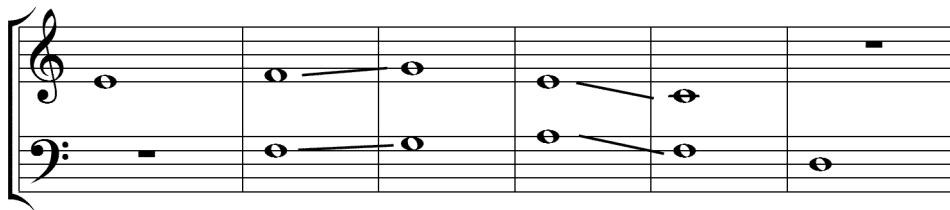
Diese Fortschreitungen können kombiniert werden und so entstehen satztechnisch korrekte Kanons, z. B. dieser:



Vielleicht scheint das Ergebnis etwas dürftig und nicht der Mühe wert. Es ist aber ein notwendiger Schritt zum Verständnis komplexerer Lösungen.

2.1.2 Parallelen

Nicht jede Melodie aus diesen Fortschreitungen ergibt einen regulären Kanon. Das zeigt dieses Beispiel:



Zweimal stehen hier fehlerhafte Parallelen, und zwar dort, wo die Melodie jeweils zum zweiten Mal eine Sekunde aufwärts und eine Terz abwärts geht. Diese Parallelen entstehen so: Weil die Sekunde aufwärts und die Terz abwärts zu vollkommenen Konsonanzen führen, ergibt die unmittelbare Wiederholung dieser Schritte regelwidrige Parallelen. Diese Schritte dürfen also jeweils nur einzeln verwendet werden, so wie im ersten Beispiel.

Um fehlerhafte Parallelen zu vermeiden, werden die Melodieschritte in unterschiedliche Klassen eingeteilt. „Perfektiv“ sind diejenigen Fortschreitungen, die in eine perfekte Konsonanz führen, „imperfektiv“ diejenigen, die in eine imperfekte Konsonanz führen. Alle übrigen heißen „dissonativ“.

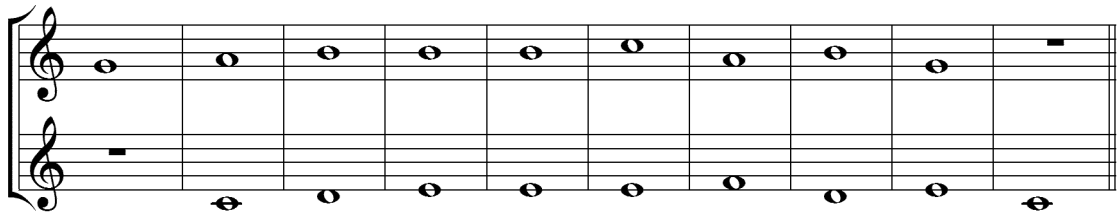
Das Parallelenverbot wird also übersetzt in ein Verbot von bestimmten melodischen Schritten, und zwar in das Verbot, perfekte Schritte zu wiederholen.

Solch eine Untersuchung kann für alle intervallischen Einsatzabstände durchgeführt werden. Die Ergebnisse stehen hier:

Einsatzabstand	Konsonanzgradklassen		
	Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv
8↑	5↑ 2↑ 2↓ 4↓	4↑ 1. 5↓	3↑ 3↓
7↑	4↑ 1. 3↓ 5↓	3↑ 2↓	5↑ 2↑ 4↓
6↑	5↑ 3↑ 2↓ 4↓	2↑ 3↓	4↑ 1. 5↓
5↑	4↑ 2↑ 3↓ 5↓	5↑ 1. 4↓	3↑ 2↓
4↑	5↑ 3↑ 1. 4↓	4↑ 2↓ 5↓	2↑ 3↓
3↑	4↑ 2↑ 2↓ 5↓	3↑ 3↓	5↑ 1. 4↓
2↑	5↑ 3↑ 1. 3↓	2↑ 4↓	4↑ 2↓ 5↓
1.	4↑ 2↑ 2↓ 4↓	5↑ 1. 5↓	3↑ 3↓
2↓	3↑ 1. 3↓ 5↓	4↑ 2↓	5↑ 2↑ 4↓
3↓	5↑ 2↑ 2↓ 4↓	3↑ 3↓	4↑ 1. 5↓
4↓	4↑ 1. 3↓ 5↓	5↑ 2↑ 4↓	3↑ 2↓
5↓	5↑ 3↑ 2↓ 4↓	4↑ 1. 5↓	2↑ 3↓
6↓	4↑ 2↑ 3↓ 5↓	3↑ 2↓	5↑ 1. 4↓
7↓	5↑ 3↑ 1. 4↓	2↑ 3↓	4↑ 2↓ 5↓
8↓	4↑ 2↑ 2↓ 5↓	5↑ 1. 4↓	3↑ 3↓

Die Regel zum Parallelenverbot hat eine triviale Ausnahme, und zwar die Prim. Wenn die Prim eine perfekte Fortschreitung ist, darf sie trotzdem wiederholt werden. Dann ergeben sich zwar zwei perfekte Konsonanzen nacheinander, aber die Stimmen bewegen sich nicht und der Satz ist korrekt, z. B.

2 Der zweistimmige Kanon



Für Kanons im Abstand 1 gilt also insgesamt:

- Die Melodiefortschreitungen müssen perfektiv oder imperfektiv sein.
- Die einzige perfekte Fortschreitung, die direkt wiederholt werden darf, ist die Prim.

Diese abstrakten Gesetzmäßigkeiten lassen sich auch in Literaturbeispielen nachvollziehen. Die Kanons der Literatur entsprechen tatsächlich den Regeln, die hier entwickelt worden sind. Ein Beispiel dafür ist der Anfang von Josquins Motette *Dominus regnavit*.³

A musical score for the beginning of Josquin's motette 'Dominus regnavit'. It consists of four staves. The top two staves are vocal parts in treble clef, and the bottom two staves are lute parts in bass clef. The key signature is one flat (B-flat) and the time signature is common time. The notation includes various rhythmic values and rests, with a '3' above the first measure of the second staff and a '8' below the first measure of the fourth staff.

³ Josquin, Motette *Dominus regnavit*. Bei Werken in Mensuralnotation wird die originale Minima hier als Halbe notiert, selbst wenn die Notation dadurch von der zitierten Ausgabe abweicht.

The image shows a musical score for a canon in G minor. It consists of four staves. The top two staves are grouped by a brace on the left and contain the 'Gerüst des Kanons' (scaffolding of the canon), which is a simple 'Note gegen Note' (note against note) canon in the interval of a fifth. The bottom two staves are also grouped by a brace and contain the 'Originalversion' (original version) of the canon, which is a more complex, ornamented version of the same material. The key signature has one flat (B-flat), and the time signature is common time (C). The score is divided into measures by vertical bar lines.

Die Originalversion steht in den unteren beiden Systemen der Akkolade. Darüber steht das Gerüst des Kanons, ein Kanon im Satz Note gegen Note. Dieses Gerüst ist so etwas wie das strukturelle Muster des Tonsatzes. Es ist ein Unterquintkanon im Abstand 1. Deshalb sind diese Fortschreitungen möglich:

- Perfektiv sind die Quarte aufwärts, die Prim und Quinte abwärts,
- Imperfektiv sind die Sekunde aufwärts und die Terz abwärts.

Die Quarte aufwärts und die Quinte abwärts dürfen also nicht wiederholt werden. Dies ist in Josquins Stil jedoch keine Einschränkung, denn die Folge von zwei Quartan oder zwei Quinten in derselben Richtung ist sowieso höchst ungewöhnlich. Die Prim ist zwar auch perfektiv, aber sie darf ja trotzdem wiederholt werden. Zu den imperfekten Konsonanzen führen die Sekunde aufwärts und die Terz abwärts, also Intervalle, die auch melodisch gut brauchbar sind.

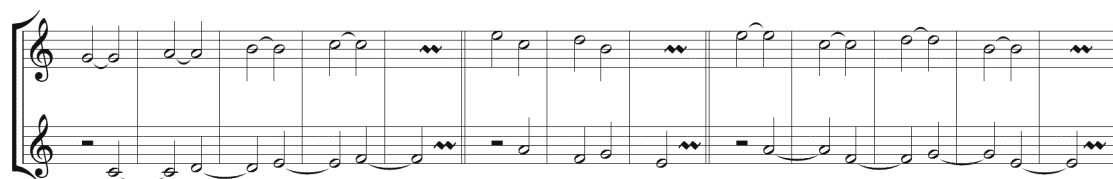
In den beiden oberen Systemen wird sichtbar, dass der Kanon den gefundenen Gesetzmäßigkeiten entspricht.

Es ist durchaus vorstellbar, dass ein solcher Kanon erst als Gerüst entworfen wurde und dass dieses Gerüst anschließend diminuiert wurde. Die Diminutionstechniken des Beispiels sind Überbindungen bei Primen, Tonwiederholungen durch Teilung einer längeren Note in mehrere kürzere, die Einfügung von Pausen, Durchgängen, Wechselnoten und Portamenten. Regeln für solche Diminutionen lassen sich natürlich auch herleiten, doch dies würde hier zu weit führen.

Die Überlegungen sind nur mit Stammtönen durchgeführt. Sie beziehen sich also auf ein fiktives Tonsystem reiner Diatonik. In diesem Tonsystem unterscheiden sich die Intervalle ausschließlich durch die Anzahl ihrer Sekundschritte. Es wird im Folgenden als „siebenstufig-geschlossen“ bezeichnet. Bei der Übertragung auf das übliche Tonsystem werden dann gelegentlich große Intervalle durch kleine beantwortet, was kein Problem ist. Wenn aber reine Intervalle durch übermäßige und verminderte beantwortet werden,

2 Der zweistimmige Kanon

entstehen gelegentlich Tonsätze, die nicht regulär sind. Sie lassen sich jedoch häufig nachträglich korrigieren durch diatonische Verschiebung oder durch zusätzliche Vorzeichen, wie, wird weiter unten erläutert.⁴ Eine bessere Annäherung an die Kontrapunktregeln scheint kaum möglich. Günstig wäre ein System, das zwar große und kleine Terzen zusammenfasst, aber zwischen reinen und verminderten Quinten unterscheidet. Dies ist jedoch ausgeschlossen, da reine und verminderte Quinten aus zwei Terzen zusammengesetzt sind. Wenn eine bestimmte Folge von Fortschreitungen einmal oder mehrmals wiederholt wird, entsteht ein so genannter „unendlicher“ Kanon, also ein Kanon, dessen Melodie aus der Wiederholung oder Sequenzierung eines Abschnitts besteht.⁵ Bei einer kurzen Intervallfolge entstehen sequenzierende kanonische Satzmodelle. Beim Unterquintkanon z. B. diese:



An solchen unendlichen Kanons wurde schon früh die kanonische Imitation gelehrt, systematisch am frühesten wohl von Hothby,⁶ am einflussreichsten wohl von Lusitano.⁷ Die Kanonmelodie war dabei eine Skala oder ein Wechsel von zwei Fortschreitungen in entgegengesetzter Richtung, die sekundweise auf- oder abwärts sequenziert wurden. Möllers verwendet dafür den Ausdruck „Zickzack“,⁸ Froebe den Ausdruck „Gegenschrittsequenz“.⁹ Das Erlernen solcher Modelle diente zur Übung in der Improvisation und im Finden von geeigneten Imitationen bei vorgegebenen Cantus firmi. Detailliert dargestellt ist das bei Froebe.¹⁰

2.2 Abstand 2

2.2.1 Grundlagen

Etwas anders sind die Regeln, wenn die zweite Stimme später einsetzt, nach zwei oder mehr Noten, etwa so wie hier:

⁴ S. 252.

⁵ Der Begriff erscheint schon bei Marpurg und Tanejew. Siehe Marpurg 2. Bd., S. 58 f. und Tanejew S. 13, 18, 21, 30 und 51.

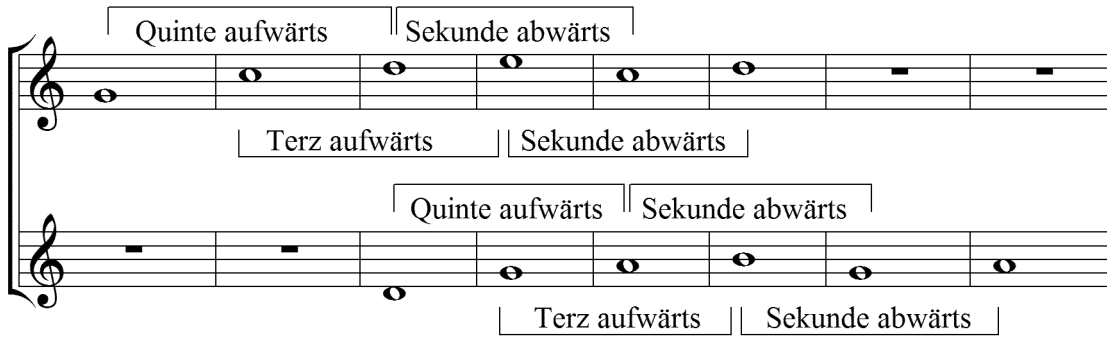
⁶ Hothby, Johannes. *Spetie tenore del contrapunto prima*, vor 1487, zitiert nach Froebe, S. 16.

⁷ Lusitano, Vincenzo. *Introduttione facilissima et novissima di canto fermo, figurato, contrapunto semplice, et in concerto*, Rom 1553, zitiert nach Froebe, S. 18–20.

⁸ Möllers Analyse S. 75 f.

⁹ Froebe S. 15 f.

¹⁰ Froebe.



Die beiden ersten Intervalle, die Quarte und die Sekunde aufwärts, ergeben zusammen eine Quinte aufwärts. Erst diese Quinte hat eine Konsequenz für den Zusammenklang: Sie führt im Unterquartkanon automatisch zum Zusammenklang einer Oktave. Bei Kanons im Abstand 2 ist also nicht die einzelne Fortschreitung maßgeblich für die Zusammenklänge, sondern die Kombination von zwei aufeinander folgenden Fortschreitungen.¹¹ Dabei ist das Gesamtintervall der beiden Fortschreitungen unabhängig von der Reihenfolge der Einzelintervalle. In der Folge *d-e-c* ergeben die steigende Sekunde und die fallende Terz insgesamt eine fallende Sekunde: *d-c*. Diese fallende Sekunde führt im Unterquartkanon automatisch zum Zusammenklang einer Terz.

Bei der Folge *e-c-d* ist es umgekehrt: Hier steht erst die fallende Terz und dann die steigende Sekunde, aber die Gesamtfortschreitung ist auch hier eine fallende Sekunde. Als Zusammenklang ergibt sich wieder eine Terz.

Die Begriffe „perfektiv“ und „imperfektiv“ werden also bei Kanons nach mehr als einer Note nicht auf Einzelintervalle angewandt, sondern auf Intervallkombinationen, d. h. auf feste Zusammenstellungen von Intervallen. Wenn jedoch nur eine ganz bestimmte Reihenfolge gemeint ist, wird der Ausdruck „Variation“ verwendet. $3 \downarrow 4 \uparrow$ und $4 \uparrow 3 \downarrow$ sind also Variationen von ein und derselben Kombination.¹²

Bei diesen Kombinationen sind auch Wiederholungen von Intervallen möglich, wie z. B. bei der Folge der beiden Sekundschrte im Beispiel.

¹¹ Siehe hierzu auch Rovenko S. 103 f.

¹² Zu „Kombination“ und „Variation“ steht in der *Kleinen Enzyklopädie Mathematik*, S. 648 f.:

Jede Zusammenstellung von k Elementen aus n Elementen heißt eine *Kombination k -ter Klasse* oder *k -ter Ordnung*. [...] Werden nur verschiedene Elemente zur Zusammenstellung ausgewählt, so liegen *Kombinationen ohne Wiederholung*, sonst *Kombinationen mit Wiederholung* vor. Werden zwei Kombinationen, die gleiche Elemente, aber in verschiedener Anordnung enthalten, als verschieden betrachtet, so werden sie *Kombinationen mit Berücksichtigung der Anordnung* oder auch *Variationen*, im anderen Fall *Kombinationen ohne Berücksichtigung der Anordnung* oder auch nur *Kombinationen* genannt. [...]

Anzahl V_n^k der Variationen ohne Wiederholung von n Elementen zur k -ten Klasse $V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ [...]

Anzahl ${}^w V_n^k$ der Variationen mit Wiederholung von n Elementen zur k -ten Klasse ${}^w V_n^k = n^k$ [...]

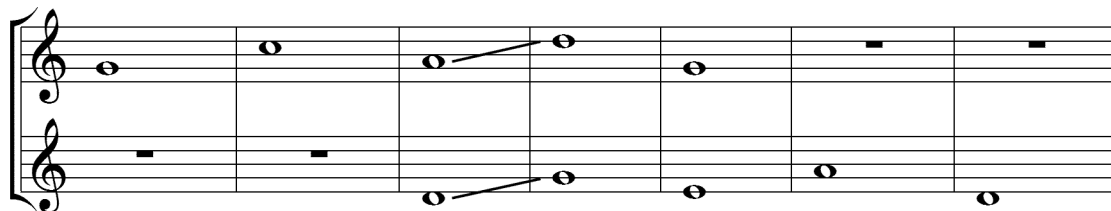
Anzahl C_n^k der Kombinationen ohne Wiederholung von n Elementen zur k -ten Klasse $C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ [...]

[Anzahl] ${}^w C_n^k$ der Kombinationen mit Wiederholung von n Elementen zur k -ten Klasse ${}^w C_n^k = \binom{n+k-1}{k}$ [...]

2 Der zweistimmige Kanon

Für Kanons, deren rhythmischer Einsatzabstand größer ist als eins, gilt deswegen: Jede Folge von Intervallen, deren Länge dem rhythmischen Einsatzabstand entspricht, muss eine perfekte oder imperfekte Kombination von Fortschreitungen sein.

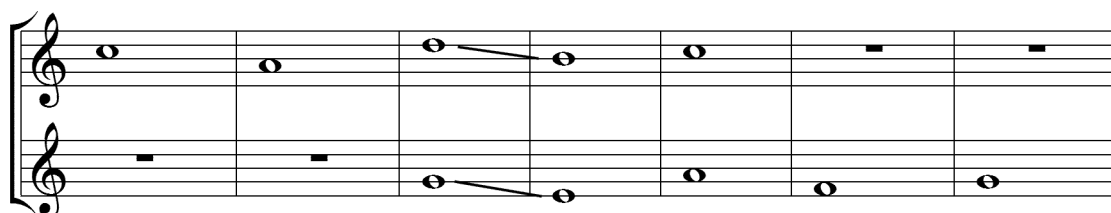
Das Parallelenverbot muss neu formuliert werden. Parallelen entstehen so:



Die Parallelen ergeben sich durch die Folge von steigender Quarte, fallender Terz und wieder steigender Quarte. Beide Stimmen springen gleichzeitig aus dem Abstand einer Quinte heraus um eine Quarte aufwärts. So kommt es zu den Quintparallelen. Dies liegt daran, dass diese Bedingungen zusammentreffen:

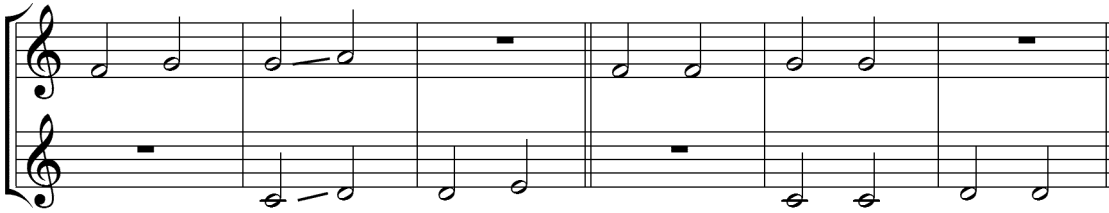
In der Melodie steht zweimal dieselbe Fortschreitung, nämlich die steigende Quarte, und zwar im rhythmischen Einsatzabstand, also im Abstand 2. Vor dem zweiten Auftreten des betreffenden Intervalls steht eine Intervallkombination, die zu einer perfekten Konsonanz führt. Das ist die Folge aus steigender Quart und fallender Terz. Deswegen ergeben sich bei der Fortschreitungsfolge $4 \uparrow 3 \downarrow 4 \uparrow$ zweimal hintereinander reine Quinten, d. h. Quintparallelen.

Weil die Folge von einer steigenden Quarte und einer fallenden Terz zu einer perfekten Konsonanz führt, gilt dasselbe natürlich auch für die umgekehrte Reihenfolge. Auch die Folge von fallender Terz und steigender Quarte führt zu einer perfekten Konsonanz. Deswegen ist auch die Folge $3 \downarrow 4 \uparrow 3 \downarrow$ nicht möglich. Hier entsteht die erste Quinte durch die Folge $3 \downarrow 4 \uparrow$ und die zweite durch die Folge $4 \uparrow 3 \downarrow$. Auch so ergeben sich fehlerhafte Parallelen:

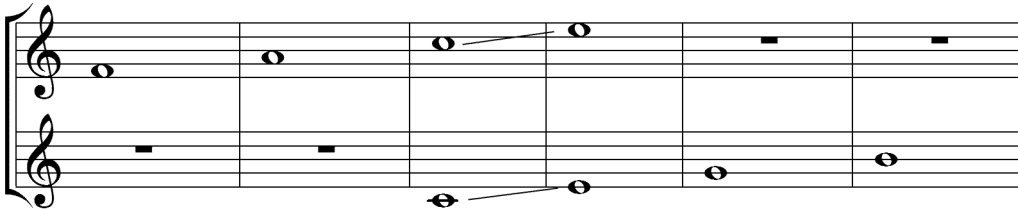


Zwei gleiche perfekte Konsonanzen folgen also genau dann aufeinander, wenn auf eine perfekte Kombination deren Anfangsintervall folgt. Wie bei den Kanons im Abstand 1 hat die Prim in diesem Zusammenhang eine Sonderrolle. Zwei perfekte Konsonanzen zwischen zwei liegenden Stimmen sind ja nicht fehlerhaft. Eine solche Folge entsteht, wenn auf eine perfekte Variation, die mit einer Prim beginnt, wieder eine Prim folgt. So führt z. B. im Oberquartkanon die Kombination von steigender Sekunde und Prime

zu einer Quinte, die Kombination ist also perfektiv. Deshalb führt die Folge $2\uparrow 1.2\uparrow$ zu Quintparallelen. Umgekehrt gilt das nicht. $1.2\uparrow 1.$ ergibt einen regulären Satz.



Selbstverständlich können auch Kombinationen mit Wiederholungen von Intervallen perfektiv sein. So ist z. B. die Kombination von zwei aufsteigenden Terzen im Unterquartkanon im Abstand zwei perfektiv. Deswegen führt die Folge von drei aufsteigenden Terzen zu falschen Parallelen.



Da es sich im Folgenden fast immer um Kombinationen und Variationen mit Wiederholungen handeln wird, wird dieser Zusatz im Allgemeinen weggelassen.

Für Kanons, deren rhythmischer Einsatzabstand größer ist als eins, gilt also:

- Jede Folge von Intervallen, deren Länge dem rhythmischen Einsatzabstand entspricht, muss eine perfektive oder imperfektive Kombination von Fortschreitungen sein.
- Nach einer perfektiven Variation darf das Anfangsintervall dieser Variation nur stehen, wenn es eine Prim ist.

Die Regeln für zweistimmige Kanons lassen sich also dadurch formulieren, dass die Konsonanzgradklassen der Fortschreitungen oder Fortschreitungskombinationen angegeben werden. Die kontrapunktischen Regeln für Zusammenklänge und die Stimmführung werden also in Regeln übersetzt, die sich auf Melodiefortschreitungen beziehen.

Das Verfahren, die entsprechenden Regeln herzuleiten, bezeichne ich deshalb als „Intervallkombinationsverfahren“.¹³

Je größer der rhythmische Einsatzabstand wird, desto mehr Kombinationen gibt es. Wenn z. B. beim Unterquartkanon Fortschreitungen bis zur Quinte berücksichtigt werden, sind

¹³ Gauldin betrachtet Kanons im Abstand 2 als Verschränkungen von zwei einfachen Kanons. (Gauldin S. 38 f.) Das funktioniert jedoch nur, wenn das Parallelenverbot ignoriert wird. An den Beispielen zu den Parallelen oben wird deutlich, dass die Verschränkung von zwei regulären Kanons zu Parallelen führen kann.

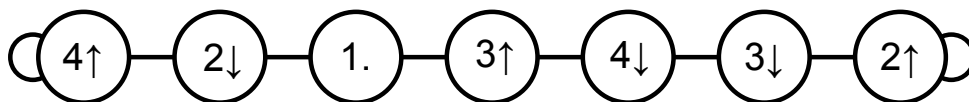
es insgesamt 45. Davon sind 21 dissonativ, 12 perfektiv und 12 imperfektiv. Das werden mit wachsendem Abstand sogar noch mehr. Dadurch werden Tabellen viel zu umfangreich, als dass sie auswendig gelernt werden könnten. Bei Kanons mit größerem rhythmischem Einsatzabstand sind die Intervallkombinationen also nicht mehr besonders hilfreich. Trotzdem sind die Überlegungen dazu wichtig. Man braucht sie nämlich für die Kanons mit mehr als zwei Stimmen. Außerdem kann ein Computer auch große Mengen von Daten sinnvoll verarbeiten.

2.2.2 Imperfekte Konsonanzen – ein Graph

Die Fortschrittsregeln lassen sich allerdings doch noch übersichtlich zusammenfassen, und zwar, wenn zwei Einschränkungen gemacht werden:

- Es werden nur imperfektive Kombinationen berücksichtigt.
- Von der Oktavlage wird abstrahiert.

Aus der zweiten Bedingung folgt, dass nicht zwischen Quartan und Quinten in der entgegengesetzten Richtung unterschieden werden muss. Unter diesen Bedingungen lassen sich die Fortschrittsregeln zum Unterquartkanon¹⁴ gut darstellen, und zwar in einer Form, die in der Mathematik „Graph“¹⁵ genannt wird. Ein Graph besteht aus Knoten und Kanten. Gute Beispiele für Graphen sind z. B. U-Bahn-Pläne. Die Knoten sind die Bahnhöfe und die Linien zwischen den Bahnhöfen zeigen an, welche Bahnhöfe benachbart sind. Beim Unterquartkanon sieht das so aus:



Die Kreise entsprechen den Knoten, die Linien zwischen den Kreisen den Kanten. Die Intervalle in den Kreisen bezeichnen Fortschreitungen. Intervalle, die in benachbarten Knoten stehen, können aufeinander folgen. Die beiden äußeren Knoten haben eine so genannte „Schleife“.¹⁶ Das heißt: Intervalle in den beiden äußeren Knoten können beliebig häufig wiederholt werden. Wie man solch einen Graphen konstruiert, wird weiter unten beschrieben.¹⁷

¹⁴ Er gilt übrigens auch für den Oberquintkanon; denn ein Satz aus lauter imperfekten Konsonanzen steht im doppelten Kontrapunkt der Oktave.

¹⁵ Jungnickel S. 18.

¹⁶ Jungnickel S. 20.

¹⁷ S. 97.

Anstelle der Quarten können jeweils auch die Quinten in die entgegengesetzte Richtung stehen. Im folgenden Thema von Beethoven¹⁸ spielen zweite Violine und Bratsche solch einen Unterquartkanon.

Die Gerüsttöne des Kanons stehen oben. Die betonten Zusammenklänge sind alle imperfekte Konsonanzen.

Die Intervallfolge der Gerüststimmen entspricht einem mehrfachen Gang vom vierten Knoten über den fünften zum sechsten und wieder zurück. Die Folge der Knoten 4, 5, 6, 5 wird also periodisch durchlaufen. Solch einem periodischen Durchlaufen entspricht ein Kanon, in dem ein bestimmter Abschnitt wiederholt oder sequenziert wird, also ein unendlicher Kanon.

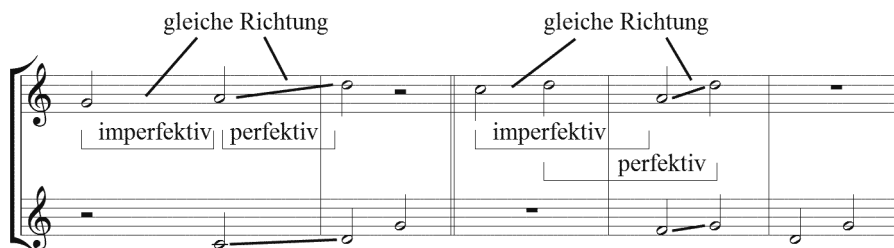
Die Verhältnisse für Kanons im Abstand 3 sind ganz analog. Die Anzahl der Intervallkombinationen wird natürlich immer größer. Deshalb wäre es viel zu aufwendig, dafür auch Tabellen oder Graphen zu bestimmen.

2.2.3 Verdeckte Parallelen

Verdeckte Parallelen entstehen so:

¹⁸ Beethoven, *Streichquartett op. 18, Nr. 5*, erster Satz, T. 43, Seitenthema in der Exposition

2 Der zweistimmige Kanon



Hier treffen zwei Fortschreitungen aufeinander, die diese Bedingungen erfüllen:

- Sie sind in der Kanonmelodie um den rhythmischen Einsatzabstand voneinander entfernt
- Sie sind verschieden groß.
- Sie haben dieselbe Richtung.
- Die zweite von beiden ist perfektiv oder sie ist die letzte Fortschreitung einer perfektiven Variation.

Daraus geht hervor, wie sich verdeckte Parallelen vermeiden lassen:

Regeln zur Vermeidung von verdeckten Parallelen	
Abstand 1	Vor einem perfektiven Sprung darf keine Fortschreitung mit derselben Bewegungsrichtung stehen.
Abstand größer als 1	Die letzte Fortschreitung einer perfektiven Variation darf nicht dieselbe Richtung haben wie diejenige Fortschreitung, die der perfektiven Variation unmittelbar vorausgeht.

Gauldin weist darauf hin, dass verdeckte und sogar offene Parallelen in Gerüstsätzen möglich sind, da sich solche Gerüstsätze so ausarbeiten lassen, dass die Parallelen verschwinden.¹⁹ Deshalb lässt er verdeckte Parallelen in Gerüstsätzen zu. Auf dieses Problem wird hier jedoch nicht weiter eingegangen.

2.3 Mehrfach engführbare Themen

2.3.1 Gleicher rhythmischer Einsatzabstand

Manchmal lassen sich von einem Thema verschiedene Engführungen bilden. Hier gibt es diese Varianten: die einfachere ist diejenige, bei der sich die Engführungen nur durch einen unterschiedlichen intervallischen Einsatzabstand unterscheiden. Im anderen Fall sind die rhythmischen Einsatzabstände verschieden, eventuell außerdem auch noch die intervallischen. Für beide Fälle gibt es algorithmische Lösungen. Die Überlegungen dazu sind ein wichtiger Schritt zu den Kanons mit mehr als zwei Stimmen.

¹⁹ Gauldin S. 37.

2 Der zweistimmige Kanon

Der rhythmische Einsatzabstand der beiden Engführungen ist derselbe, jeweils drei Achtel. Erst folgt der Sopran dem Bass eine Oktave höher. Das Intervall der beiden ersten Töne von Bass und Sopran ist zwar eine None, aber beim ersten Basseinsatz ist die Melodie geringfügig abgewandelt, und zwar wie der Comes bei einer tonalen Beantwortung. Für die Bestimmung der Intervallverhältnisse bei der Imitation muss statt des *c* am Anfang ein *d* angenommen werden. Zwei Takte später folgt umgekehrt der Bass dem Sopran, eine Duodezime tiefer. Die beiden Stimmen des Kanons stehen zueinander also im doppelten Kontrapunkt der Duodezime.²¹

Bei Kanons mit gleichem rhythmischem Einsatzabstand und verschiedenen intervallischen Einsatzabständen stehen die Kanonstimmen im doppelten Kontrapunkt zueinander. Die Konsonanzgradklassen werden so bestimmt:

- Eine Fortschreitung oder eine Kombination von Fortschreitungen wird in allen relevanten Zusammenhängen untersucht.
- Wenn dabei unterschiedliche Konsonanzgradklassen festgestellt werden, setzt sich jeweils die satztechnisch stärker einschränkende Eigenschaft durch.

Mit dem zweiten Satz ist gemeint: Eine Fortschreitung oder eine Fortschreitungskombination, die für irgendein Einsatzintervall dissonativ ist, kann überhaupt nicht verwendet werden. Sie gilt also insgesamt als dissonativ. Ähnlich ist es bei den beiden anderen

²¹ Streng genommen liegt natürlich ein doppelter Kontrapunkt in dem Intervall vor, das sich aus der Zusammensetzung von zwei Oktaven und einer Quinte ergibt. Kontrapunktisch läuft es auf dasselbe hinaus.

Konsonanzgradklassen. Was in irgendeiner Beziehung perfektiv ist, muss insgesamt so behandelt werden, d. h. es gilt auch insgesamt als perfektiv. Wenn also unterschiedliche Konsonanzgradklassen von Fortschreitungen oder Fortschreitungskombinationen festgestellt werden, setzt sich dissonativ gegen die beiden anderen Eigenschaften durch und perfektiv setzt sich gegen imperfektiv durch.

2.3.2 Verschiedene rhythmische Einsatzabstände

Nun zu den Themen, die in verschiedenen rhythmischen Einsatzabständen eingeführt werden. Um dieses Problem zu klären, werden die Strukturmerkmale für ein Thema bestimmt, das diese Bedingungen erfüllt:

- Das Thema ist im einfachen Abstand in der Oberquart und Unterquint engführbar.
- Das Thema ist im doppelten Abstand in der Oberquint und Unterquart engführbar.

Die Engführungen mit demselben rhythmischen Einsatzabstand stehen also im doppelten Kontrapunkt der Oktave.

Zuerst wird untersucht, welche Melodiefortschreitungen die erste Bedingung zulässt. Das wird genauso ermittelt wie eben. Die Ergebnisse stehen hier:

Einsatzabstand	Konsonanzgradklassen		
	Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv
4 ↑	5 ↑ 3 ↑ 1. 4 ↓	4 ↑ 2 ↓ 5 ↓	2 ↑ 3 ↓
5 ↓	5 ↑ 3 ↑ 2 ↓ 4 ↓	4 ↑ 1. 5 ↓	2 ↑ 3 ↓
4 ↑ und 5 ↓	5 ↑ 3 ↑ 1. 2 ↓ 4 ↓	4 ↑ 5 ↓	2 ↑ 3 ↓

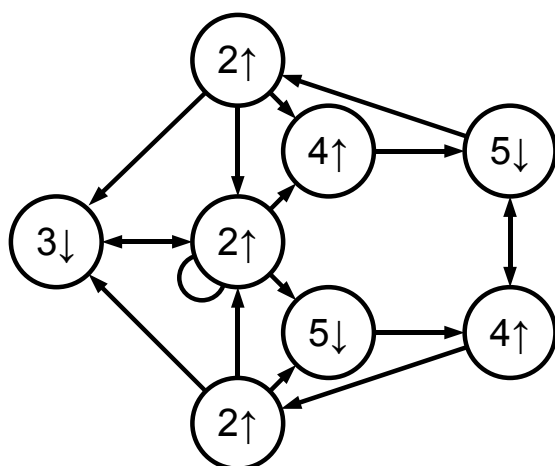
Möglich sind also 4 ↑ , 2 ↑ , 3 ↓ und 5 ↓ ; dabei dürfen 4 ↑ und 5 ↓ nicht unmittelbar wiederholt werden.

Nun werden die Gesetzmäßigkeiten für die Kanons im Abstand 2 bestimmt. Dazu müssen zehn Kombinationen untersucht werden,²² vier Intervallwiederholungen und sechs Paare von zwei verschiedenen Intervallen. Zwei Kombinationen werden ignoriert, weil sie schon wegen der Bedingungen für den Abstand 1 ausgeschlossen sind, und zwar 4 ↑ 4 ↑ und 5 ↓ 5 ↓ . Sie führen schon beim Kanon im Abstand 1 zu Parallelen. Deshalb werden sie als „irrelevant“ bezeichnet. Die Untersuchung der Kombinationen hat dieses Ergebnis:

Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant
4 ↑ 3 ↓, 3 ↓ 3 ↓, 3 ↓ 5 ↓	4 ↑ 2 ↑, 2 ↑ 5 ↓	4 ↑ 5 ↓, 2 ↑ 2 ↑, 2 ↑ 3 ↓	4 ↑ 4 ↑, 5 ↓ 5 ↓

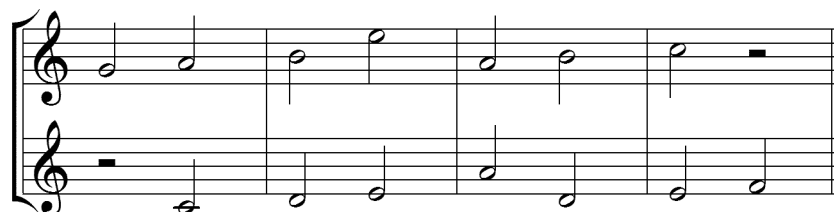
Das lässt sich als Graph darstellen:

²² $w C_4^2 = \binom{4+2-1}{2} = \binom{5}{2} = 10$



Anders als oben ist dies hier ein gerichteter Graph.²³ Die Knoten können nicht beliebig miteinander verbunden werden, sondern immer nur in der Richtung der Pfeile. Zwischen zwei Knotenpaaren steht ein Doppelpfeil. Ausschließlich hier sind beide Richtungen möglich.

Jetzt besteht allerdings noch ein Problem. Der Graph führt zwar zu korrekten Sätzen. Wenn aber die Quarte oder die Quinte nicht am Anfang oder am Schluss des Satzes stehen, sondern in der Mitte, dann führt das automatisch dazu, dass die beiden Sprünge gemeinsam auftreten, und zwar müssen sie unmittelbar aufeinander folgen. Bei den Kanons im Abstand 1 ergeben sich störende Antiparallelen, z. B. so wie hier:

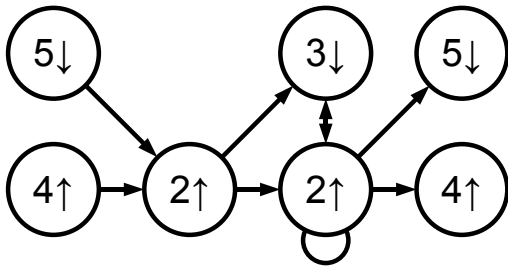


Diese Antiparallelen werden vermieden, wenn Quartan und Quinten nicht mehr unmittelbar nebeneinander stehen. Die Kombination $4 \uparrow 5 \downarrow$ wird als unbrauchbar aussortiert. Dann gilt diese Tabelle:

Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant	Unbrauchbar
$4 \uparrow 3 \downarrow, 3 \downarrow 3 \downarrow, 3 \downarrow 5 \downarrow$	$4 \uparrow 2 \uparrow, 2 \uparrow 5 \downarrow$	$2 \uparrow 2 \uparrow, 2 \uparrow 3 \downarrow$	$4 \uparrow 4 \uparrow, 5 \downarrow 5 \downarrow$	$4 \uparrow 5 \downarrow$

Dazu gehört dieser Graph:

²³ Jungnickel S. 29.



Hier sind die größeren Sprünge nur am Anfang oder am Schluss möglich. Das Ergebnis lässt sich so zusammenfassen:

- An jeder Stelle sind beliebig viele steigende Sekunden möglich.
- Zwischen Sekunden dürfen einzelne fallende Terzen stehen.
- Am Anfang und am Schluss darf eine einzelne Quarte oder Quinte stehen, neben denen eine Sekunde stehen muss.

Solch ein Gerüst hat z. B. dieses Thema aus Schuberts *Es-Dur-Messe*:²⁴

Die Engführung im Abstand 2 sieht so aus:²⁵

Sie erscheint erst in den Unterstimmen und gleich danach in den beiden Oberstimmen. Weiter hinten in der Fuge stehen zwei Engführungen im Abstand 1, erst eine Instrumentalversion und dann eine Vokalversion.²⁶ In der Instrumentalversion steht die Engfüh-

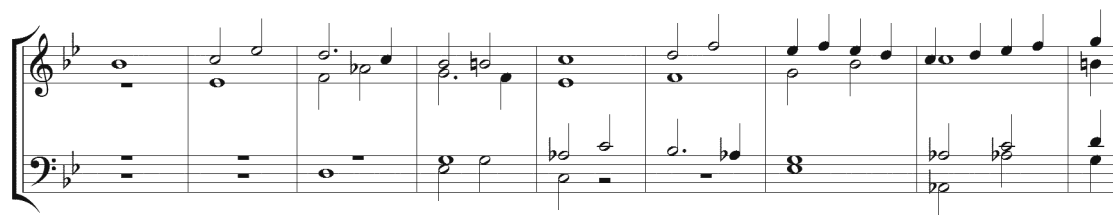
²⁴ Schubert, *Messe Es-Dur*, D. 950, Gloria, T. 260.

²⁵ Schubert, *Messe Es-Dur*, D. 950, Gloria, T. 388.

²⁶ Schubert, *Messe Es-Dur*, D. 950, Gloria, T. 423, 433

2 Der zweistimmige Kanon

nung in den beiden Oberstimmen, und zwar als Unterquintkanon. In den Unterstimmen erscheinen freie Imitationen, d. h. die Engführung ist zur Vierstimmigkeit erweitert.



In der Vokalversion erscheint sie zwischen Bass und Alt als Kanon in der Oberundezim:²⁷

Auch in der Vokalfassung ist sie zu einer freien vierstimmigen Engführung erweitert. Hier wird deutlich: Die Engführung im Abstand 1 steht im doppelten Kontrapunkt der Oktave.

Das Thema ermöglicht sogar eine Engführung im Abstand 3 in der Obersexta. Diese zusätzliche Eigenschaft war erst einmal ignoriert worden.

Nun wird noch bestimmt, welche Bedingungen gelten, wenn ein Obersextkanon im Abstand drei möglich ist. Auf die Untersuchung von Quintsprüngen wird verzichtet. Dabei ergeben sich nämlich sowieso keine wesentlich anderen Möglichkeiten. Es müssen 10 Triplet untersucht werden.²⁸ Das führt zu diesem Ergebnis:

Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant
4↑ 2↑ 3↓, 2↑ 3↓ 3↓	4↑ 2↑ 2↑	2↑ 2↑ 2↑ 2↑ 2↑ 3↓	4↑ 4↑ 4↑, 4↑ 4↑ 2↑, 4↑ 4↑ 3↓, 4↑ 3↓ 3↓, 3↓ 3↓ 3↓

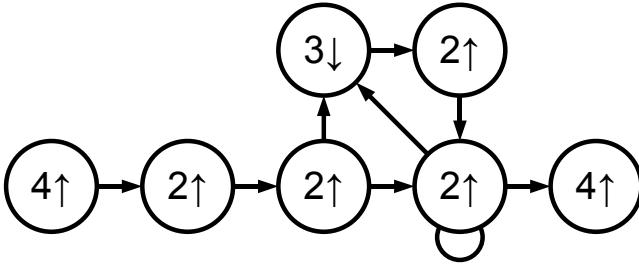
Diese Ergebnisse lassen sich zu diesem Regelsystem zusammenfassen:

²⁷ Kontrapunktisch entspricht dies ohne Einschränkung der Oberquart.

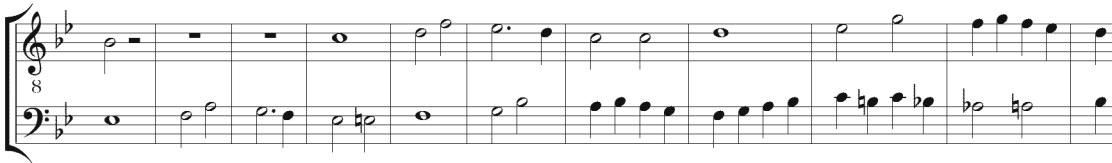
²⁸ ${}^w C_3^3 = \binom{3+3-1}{3} = \binom{5}{3} = 10$

- Es dürfen beliebig viele Sekunden aufeinander folgen.
- Die steigende Quart ist nur als Anfangs- und Schlussintervall brauchbar.
- Im Abstand 1 oder 2 von einer Terz dürfen nur Sekunden stehen.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens drei Fortschreitungen stehen.

Dem entspricht dieser Graph:



Durch die zusätzliche Einschränkung des Obersextkanons entfallen offenbar einige Möglichkeiten, und zwar $4\uparrow 2\uparrow 3\downarrow$, $3\downarrow 2\uparrow 4\uparrow$, $3\downarrow 2\uparrow 3\downarrow$ und $4\uparrow 2\uparrow 2\uparrow 4\uparrow$. Die Engführung sieht so aus:²⁹



Sie erscheint zuerst in den Männerstimmen und wird gleich danach von den Frauenstimmen wiederholt.

Im Verlauf der Fuge wird der rhythmische Einsatzabstand immer enger. Die ersten Engführungen sind die im Abstand 3. Dann folgen die im Abstand 2 und zuletzt die im Abstand 1.³⁰ Dadurch entsteht eine Steigerung. Der formale Aufbau der Fuge entspricht also den kontrapunktischen Möglichkeiten des Themas und die kontrapunktischen Möglichkeiten des Themas sind bedingt durch seine melodische Gestalt. Um diesen Zusammenhang nachvollziehen zu können, sind komplexe Überlegungen zur Engführungstechnik nötig.

²⁹ Schubert, *Messe Es-Dur*, D. 950, Gloria, T. 354.

³⁰ Schubert, *Messe Es-Dur*, D. 950, Gloria, T. 354, 365.

2.4 Vorhalte

2.4.1 Grundlagen

Ein Kanon kann Durchgänge und Wechselnoten enthalten. Dann besteht das Gerüst des Kanons ausschließlich aus Konsonanzen und die Durchgänge und Wechselnoten sind bloß Diminutionen des Gerüsts. Anders ist das bei Vorhalten. Da enthält das Gerüst selbst die Dissonanzen. Wie sehen die Regeln für solch ein Gerüst mit Dissonanzen aus?

Ein typischer Vorhalt hat drei Phasen:

	Phase:	Vorbereitung	Dissonanz	Auflösung
	Konsonanzgrad:	Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz
Patiensstimme			Patiensprim	Patienssekunde
Agensstimme			Agensintervall	

Vorbereitung, Dissonanz und Auflösung.³¹ Dabei gilt:

- Der Vorhalt wird durch eine Konsonanz auf unbetonter Zeit vorbereitet.³²
- Auf der darauf folgenden betonten Zeit erklingt die Dissonanz, wobei eine Stimme von der Konsonanz zur Dissonanz übergehalten wird.
- Auf der darauf folgenden unbetonten Zeit wird der Vorhalt in eine imperfekte Konsonanz aufgelöst. Dabei geht die Stimme, in der die Überbindung stattgefunden hat, um eine Sekunde abwärts, während die andere Stimme liegen bleibt, eine Quarte aufwärts springt oder eine Quinte abwärts.³³

Diese Regeln beziehen sich auf die gebräuchlichen Formen des Sept-, Sekund- und Quartvorhalts. Falls der Quartvorhalt nicht interessiert,³⁴ müssen die entsprechenden Fortschreitungen ignoriert werden. Für den Nonvorhalt wären komplexere Regeln nötig. Er wird hier nicht weiter betrachtet.

Die beiden Stimmen heißen „Agensstimme“ und „Patiensstimme“.³⁵ Die Patiensstimme bleibt von der Vorbereitung zur Dissonanz liegen und löst sich dann durch einen Schritt abwärts auf. Die andere Stimme ist die Agensstimme. Die charakteristischen

³¹ Vgl. hierzu die ausführliche Darstellung in Daniel Kontrapunkt S. 205–209.

³² Bei der Vorbereitung gelten übrigens auch Pausen als konsonant. Für die Auflösung gilt das natürlich nicht.

³³ Üblicherweise wird in der Kontrapunktlehre erst einmal nur die Prim gestattet. Die Sprünge sind für den 7-6- und den 2-3-Vorhalt aber so wichtig, dass sie einbezogen werden. Siehe auch Daniel, Kontrapunkt, 1. Aufl., S. 212.

³⁴ Vgl. Daniel, Kontrapunkt, 1. Aufl., S. 209.

³⁵ Kaiser Gehörbildung S. 142–146. Kaiser selbst bezieht sich auf Artusi. Auch Daniel zitiert Artusi, siehe Daniel Kontrapunkt S. 206.

Fortschreitungen der Patiensstimme bezeichne ich als „Patiensprim“ und „Patienssekunde“. Diese beiden Fortschreitungen haben nicht nur eine bestimmte Größe, sondern auch eine bestimmte Metrik. Die Patiensprim beginnt auf der unbetonten Zählzeit, die Patienssekunde auf der betonten. Anders ist das bei der Agensstimme. Charakteristische Fortschreitungen gibt es hier nur beim Übergang von der Dissonanz zur Auflösung. Diese Fortschreitungen bezeichne ich als „Agensintervall“. Das Agensintervall erklingt also gleichzeitig zur Patienssekunde. Es führt immer von der betonten zur unbetonten Zählzeit. Dabei sind drei Fortschreitungen möglich: die Prim, die Quarte aufwärts und die Quinte abwärts. Das Agensintervall ist also kein bestimmtes Intervall, anders als z. B. die Patiensprim. Bei der Fortschreitung vor dem Agensintervall sind alle Intervalle möglich außer der Prim; denn vor der Dissonanz kann eine beliebige Konsonanz stehen. Hier gelten die normalen Kontrapunktregeln. Eine spezielle Betrachtung im Hinblick auf den Vorhalt ist also nicht sinnvoll.

Der Vorhalt aus dem Beispiel oben könnte in einem Kanon vorkommen, z. B. so:

	Phase:	Vorbereitung	Dissonanz	Auflösung
	Konsonanzgrad:	Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz

Die Folge 1. 2 ↓ ist konstitutiv für die Patiensstimme. Beim Übergang von der Dissonanz zur imperfekten Konsonanz erscheint in der Agensstimme eine steigende Quarte, also eins von den drei möglichen Agensintervallen. Die kontrapunktische Funktion dieser Fortschreitungen wird durch hochgestellte Buchstaben bezeichnet. Das ‚P‘ steht hinter den Fortschreitungen, die konstitutiv sind für die Patiensstimme und das ‚A‘ steht beim Agensintervall. Die Kanonmelodie lässt sich auch als Fortschreitungsfolge schreiben, und zwar so:

3↓ 4↑^A 2↓ 1.^P 2↓^P 2↓

Diese Darstellung lässt sich auf den Kanon übertragen. Das sieht dann so aus:

Konsonanzgrad				Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz			
Betonung	>		>		>		>		>
Patiensstimme	3↓	4↑ ^A	2↓	1. ^P	2↓ ^P	2↓			
Agensstimme				3↓	4↑ ^A	2↓	1. ^P	2↓ ^P	2↓

2 Der zweistimmige Kanon

Die Konsonanzgrade beziehen sich auf den Beginn der Fortschreitungen. Wenn $1.^P$ unter „Konsonanz“ steht, heißt das, die Patiensprim beginnt mit einer Konsonanz. Genauso ist es bei den Akzentzeichen. Sie stehen bei den Fortschreitungen von einer betonten zu einer unbetonten Zählzeit.

Die charakteristischen Fortschreitungen können in den beiden Stimmen an metrisch verschiedenen Positionen stehen. Zum Beispiel das Agensintervall, die steigende Quarte: in der ersten Stimme beginnt sie auf einer unbetonten Zählzeit, in der zweiten auf einer betonten. Metrisch regulär müssen die charakteristischen Fortschreitungen aber nur in derjenigen Stimme sein, die ihrer Funktion entspricht. Die erste Stimme ist Patiensstimme. Hier ist die Metrik des Agensintervalls egal. Aber in der zweiten Stimme, der Agensstimme, ist die steigende Quarte metrisch regulär.

Wie sind die charakteristischen Fortschreitungen in der Melodie angeordnet? Die steigende Agensquart und die fallende Patienssekunde erklingen gleichzeitig. Deshalb sind sie in der Kanonmelodie um den rhythmischen Einsatzabstand voneinander entfernt, im Beispiel also um drei Halbe. Weil die Patiensstimme anfängt, ist sie zum Zeitpunkt der Dissonanz mit dem Vortrag der Kanonmelodie schon weiter. Deswegen steht das Patiensintervall in der Kanonmelodie hinter dem Agensintervall. Aus der Intervalldarstellung lässt sich ablesen, welche Intervallkombinationen zu Konsonanz, Dissonanz und imperfekter Konsonanz führen. Es sind diese:

- $3\downarrow 4\uparrow^A 2\downarrow$
- $4\uparrow^A 2\downarrow 1.^P$
- $2\downarrow 1.^P 2\downarrow^P$

Die einzelnen Fortschreitungen dieser Intervallkombinationen lassen sich jeweils zu einer Gesamtfortschreitung zusammenrechnen.

	Phase:	Vorbereitung	Dissonanz	Auflösung
	Konsonanzgrad:	Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz

Patiensstimme

Agensstimme

Dabei ergeben sich eine Prim, eine Terz aufwärts und eine Terz abwärts. Die Prim ist perfektiv, die Terz aufwärts dissonativ und die Terz abwärts imperfektiv. Für die Melodie eines Kanons mit Vorhalten gilt also:

- Sie enthält die Fortschreitungen, die für die Patiens- und Agensstimme charakteristisch sind.
- Die Fortschreitungsfolgen führen im Kanon zu den Zusammenklangsfolgen, die den Vorhalt ausmachen.
- Das Agensintervall und die Patiensekunde sind um den rhythmischen Einsatzabstand voneinander entfernt.

Die Agensstimme beginnt

Ähnlich ist es, wenn die Agensstimme anfängt:

	Phase:	Vorbereitung	Dissonanz	Auflösung
	Konsonanzgrad:	Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz

Auf die Fortschreitungen reduziert, sieht der Kanon so aus:

				Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz			
	>		>		>		>		>
Agens- stimme	1. ^P	2↓ ^P	3↑	5↓	4↑ ^A	2↓			
Patiens- stimme				1. ^P	2↓ ^P	3↑	5↓	4↑ ^A	2↓

Die steigende Quarte in der Agensstimme und die Patiensekunde erklingen gleichzeitig. Beide Fortschreitungen sind also in der Kanonmelodie um den rhythmischen Einsatzabstand voneinander entfernt, d. h. um den Abstand 3. Weil die Agensstimme anfängt, steht die Patiensekunde in der Kanonmelodie vor dem Agensintervall. Die Intervallkombinationen, die zum Vorhalt führen, sind diese:

- 1.^P 2↓^P 3↑
- 2↓^P 3↑ 5↓^A
- 3↑ 5↓^A 4↑

2 Der zweistimmige Kanon

Die erste ist imperfektiv, die zweite dissonativ und die dritte imperfektiv. Aus diesen Beobachtungen lassen sich die allgemeinen Regeln für Vorhalte im Kanon ablesen:

Die anfangende Stimme ist	
Patiensstimme	Agensstimme
Das Agensintervall steht um den rhythmischen Einsatzabstand vor	Das Agensintervall steht um den rhythmischen Einsatzabstand hinter
	der Patienssekunde.
Die metrischen Verhältnisse stimmen in der anfangenden Stimme bei den Patiensintervallen.	Die metrischen Verhältnisse stimmen in der anfangenden Stimme beim Agensintervall.
Die Intervallkombination, die vor der Patiensprim steht, ist imperfektiv oder perfektiv.	Die Intervallkombination, die mit der Patiensprim beginnt, ist imperfektiv oder perfektiv.
Die Intervallkombination, die mit der Patiensprim schließt und vor der Patienssekunde steht, ist dissonativ.	Die Intervallkombination, die nach der Patiensprim steht bzw. mit der fallenden Patienssekunde beginnt, ist dissonativ.
Die Intervallkombination, die mit der Patienssekunde schließt, ist imperfektiv.	Die Intervallkombination, die nach der Patienssekunde steht, ist imperfektiv.

2.4.2 Kanons im Abstand 2

Die Patiensstimme beginnt

Aus diesen allgemeinen Gesetzmäßigkeiten ergeben sich die speziellen für den Abstand 2. Für den Fall, dass die Patiensstimme anfängt, sieht das so aus:

Die Patiensstimme fängt an	
Allgemein	Spezialfall Abstand 2
Das Agensintervall steht um den rhythmischen Einsatzabstand vor der Patienssekunde.	Das Agensintervall steht um den Abstand 2 vor der Patienssekunde
Die Intervallkombination, die vor der Patiensprim steht, ist imperfektiv oder perfektiv.	Die Intervallkombination, die vor der Patiensprim steht, ist imperfektiv oder perfektiv.
Die Intervallkombination, die mit der Patiensprim schließt und vor der Patienssekunde steht, ist dissonativ.	Die Intervallkombination, die mit der Patiensprim schließt und vor der Patienssekunde steht, ist dissonativ.
Die Intervallkombination, die mit der Patienssekunde schließt, ist imperfektiv.	Die Intervallkombination, die mit der Patienssekunde schließt, ist imperfektiv.

Da die Stimmen im Abstand von genau einem Takt einsetzen,³⁶ sind die metrischen Verhältnisse in beiden Stimmen gleich und deshalb sind sie auch in beiden Stimmen bei

³⁶ Die Verhältnisse im ungeraden Takt werden nicht untersucht.

allen Fortschreitungen so, wie es der Vorhalt erfordert. In der Kanonmelodie hat der Vorhalt diese Struktur:

Kanonmelodie	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">imperfektiv oder perfektiv</td> <td style="padding: 2px 5px;">imperfektiv</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">X</td> <td style="padding: 2px 5px;">Y^A</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="padding: 2px 5px;">1^P $2 \downarrow^P$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="padding: 2px 5px; text-align: center;">dissonativ</td> </tr> </table>	imperfektiv oder perfektiv	imperfektiv	X	Y^A		1^P $2 \downarrow^P$		dissonativ
imperfektiv oder perfektiv	imperfektiv								
X	Y^A								
	1^P $2 \downarrow^P$								
	dissonativ								

Gesucht ist also eine Intervallfolge $X Y^A 1^P 2 \downarrow^P$ mit diesen Eigenschaften:

- $X Y^A$ ist imperfektiv oder perfektiv.
- $Y^A 1^P$ ist dissonativ.
- $1^P 2 \downarrow^P$ ist imperfektiv.

Wegen der letzten Bedingung sind gar nicht alle Einsatzintervalle möglich, sondern nur diejenigen, für die $1^P 2 \downarrow^P$ imperfektiv ist. $1^P 2 \downarrow^P$ ergibt insgesamt eine fallende Sekunde. Deshalb sind diejenigen Einsatzintervalle möglich, für die die fallende Sekunde imperfektiv ist. Das sind die Oberquinte, die Unterquarte, die Obersekunde und die Unterseptime. Hier wird ein interessantes Phänomen sichtbar: Wenn der rhythmische Einsatzabstand kleiner ist als drei, gibt es einen Zusammenhang zwischen rhythmischem und intervallischem Einsatzabstand; sie lassen sich nicht mehr unabhängig voneinander wählen.

Welche Werte können X und Y^A annehmen? Beide hängen voneinander ab. Da Y^A stärker durch die Bedingungen eingeschränkt ist als X , wird Y^A zuerst festgelegt. Als Agensintervall kann es die Werte $4 \uparrow$, 1 und $5 \downarrow$ annehmen. Außerdem ist $Y^A 1^P$ dissonativ, und da $Y^A 1^P$ denselben Wert hat wie Y^A , ist Y^A für den jeweiligen Einsatzabstand dissonativ. Daraus ergibt sich diese Zuordnung:

Einsatzintervall	Mögliche Werte für Y^A
$5 \uparrow$	$4 \uparrow$ $5 \downarrow$
$2 \uparrow$	1 .
$4 \downarrow$	$4 \uparrow$ 1 $5 \downarrow$
$7 \downarrow$	1 .

X wird so gewählt, dass $X Y^A$ imperfektiv oder perfektiv ist.

Angenommen, das Einsatzintervall ist die Oberquinte. Wenn für Y^A die steigende Quarte gewählt wird, ergibt X zusammen mit einer steigenden Quarte ein perfektives oder ein imperfektives Intervall. Die möglichen Werte lassen sich hier ablesen:

2 Der zweistimmige Kanon

X kann z. B. eine fallende Quinte sein. Dann ergibt sich dieser Kanon:



Insgesamt gibt es diese Möglichkeiten:

Patiensstimme fängt an				
Einsatzintervall	X	Y^A	1^P	$2\downarrow^P$
$5\uparrow$	$4\uparrow 2\uparrow 2\downarrow 4\downarrow 5\downarrow$	$4\uparrow$	1^P	$2\downarrow^P$
	$5\uparrow 4\uparrow 2\uparrow 2\downarrow 4\downarrow$	$5\downarrow$		
$2\uparrow$	$4\uparrow 2\uparrow 2\downarrow 4\downarrow 5\downarrow$	1		
$4\downarrow$	$4\uparrow 2\uparrow 2\downarrow 3\downarrow 5\downarrow$	$4\uparrow$		
	$5\uparrow 3\uparrow 2\uparrow 2\downarrow 4\downarrow$	1		
	$4\uparrow 2\uparrow 2\downarrow 4\downarrow 5\downarrow$	$5\downarrow$		
$7\downarrow$	$4\uparrow 2\uparrow 2\downarrow 3\downarrow 5\downarrow$	1		

Gelesen wird diese Tabelle, wie es den Abhängigkeitsverhältnissen entspricht. Zum Einsatzintervall in der linken Spalte wird ein Y^A in der dritten Spalte gesucht. Dazu stehen dann links daneben, in der zweiten Spalte, die möglichen Werte von X .

Die Agensstimme beginnt

Wenn die Agensstimme anfängt, gilt:

Die Agensstimme fängt an	
Allgemein	Spezialfall Abstand 2
Das Agensintervall steht um den rhythmischen Einsatzabstand hinter der Patiensekunde.	Das Agensintervall steht um den Abstand 2 hinter der Patiensekunde.
Die Intervallkombination, die mit der Patiensprim beginnt, ist imperfektiv oder perfektiv.	
Die Intervallkombination, die nach der Patiensprim steht bzw. mit der fallenden Patiensekunde beginnt, ist dissonativ.	
Die Intervallkombination nach der Patiensekunde ist imperfektiv.	

Für die Metrik gilt dasselbe wie oben. In der Kanonmelodie hat der Vorhalt diese Struktur:

	imperfektiv oder perfektiv	imperfektiv
Kanonmelodie	1^P $2\downarrow^P$	X Y^A
	dissonativ	

Gesucht ist also eine Intervallfolge $1.^P 2 \downarrow^P X Y^A$ mit diesen Eigenschaften:

- $1.^P 2 \downarrow^P$ ist imperfektiv oder perfektiv.
- $2 \downarrow^P X$ ist dissonativ.
- $X Y^A$ ist imperfektiv.

Wegen der ersten Bedingung sind ziemlich viele Einsatzintervalle möglich:

Oberseptim, Oberquint, Oberquart, Obersekund, Untersekund, Unterquart, Untersext und Unterseptim.

Weil Y^A das Agensintervall ist, kann es drei Werte annehmen: $4 \uparrow$, 1 und $5 \downarrow$. Wenn Y^A feststeht, kann X gewählt werden, und zwar so, dass $2 \downarrow^P X$ dissonativ ist und $X Y^A$ imperfektiv.

Angenommen, der intervallische Einsatzabstand ist die Oberquarte. Wenn dann etwa für Y^A die steigende Quarte gewählt wird, ist X ein Intervall, das zusammen mit einer steigenden Quarte ein imperfektives Intervall ergibt.

Das können die fallende oder die steigende Terz sein, oder Oktavversetzungen davon. Außerdem ist die Fortschreitung aus X und der fallenden Sekunde dissonativ.

Zum f^2 dissonieren von den vier möglichen Tönen die beiden gs . Die Notenköpfe für die dissonativen Fortschreitungen sind hier als Kreuz dargestellt. Beide gs sind jeweils die Untersekunde von a . Die Gesamtfortschreitung ist also nur dann dissonativ, wenn X eine fallende Terz ist oder eine fallende Dezime. Das ergibt insgesamt die Folge $1.^P 2 \downarrow^P 3 \downarrow 4 \uparrow$. Der Kanon dazu ist dieser:

2 Der zweistimmige Kanon

Insgesamt gibt es diese Möglichkeiten:

Agensstimme fängt an				
Einsatzabstand	$1.^P$	$2 \downarrow^P$	X	Y^A
7 \uparrow	$1.^P$	$2 \downarrow^P$	2 \uparrow	4 \uparrow 5 \downarrow
			2 \uparrow 5 \uparrow	1.
5 \uparrow			2 \downarrow	4 \uparrow 5 \downarrow
			3 \uparrow 2 \downarrow	1.
4 \uparrow			3 \downarrow	4 \uparrow 5 \downarrow
			2 \uparrow 3 \downarrow	1.
2 \uparrow			4 \uparrow 5 \downarrow	4 \uparrow 5 \downarrow
			4 \uparrow 2 \downarrow 5 \downarrow	1.
2 \downarrow			2 \uparrow	4 \uparrow 5 \downarrow
			2 \uparrow 4 \downarrow	1.
4 \downarrow			2 \downarrow	4 \uparrow 1. 5 \downarrow
6 \downarrow			5 \uparrow 4 \downarrow	4 \uparrow 1. 5 \downarrow
7 \downarrow			4 \uparrow 5 \downarrow	4 \uparrow 1. 5 \downarrow

2.4.3 Vorhaltketten

Können bei Kanons im Abstand 2 mehrere Vorhalte direkt aufeinander folgen? Ja, aber die Rollen von Patiens- und Agensstimme können nicht fest auf beide Stimmen verteilt sein, sondern die Stimmen müssen ihre Funktion von einem zum anderen Vorhalt wechseln. Das lässt sich so beweisen: Angenommen, das Gegenteil sei der Fall, eine der beiden Stimmen wäre bei beiden Vorhalten Patiensstimme; dann enthielte sie zweimal hintereinander die Folge von Patiensprim und Patienssekunde, d. h. die Kanonmelodie enthielte zwei Patienssekunden im Abstand 2. Die Agensintervalle zu diesen Patienssekunden stünden beide im Abstand 2 zu ihren Patienssekunden, und zwar entweder beide davor oder beide dahinter. Egal welche Stimme anfängt, für mindestens eine der beiden Patienssekunden kann das nicht zutreffen, denn die fallende Patienssekunde kann kein Agensintervall sein. Die Annahme führt also auf einen Widerspruch. Damit ist sie widerlegt. Also können beide Stimmen Agens- und Patiensstimme sein und sie wechseln ihre Funktion von einem Vorhalt zum andern. Möglich ist das bei allen intervallischen Einsatzabständen, bei denen die anfangende Stimme Agens- und Patiensstimme sein kann. Das sind Oberquinte, Obersekunde, Unterquarte und Unterseptime.

Ein Beispiel für den Unterquartkanon ist die Folge $2 \downarrow 4 \uparrow^A 1.^P 2 \downarrow^P 2 \downarrow 1^A$. Sie erfüllt die Bedingungen für Vorhalte, und zwar in doppelter Hinsicht. Die ersten vier Fortschreitungen, $2 \downarrow 4 \uparrow^A 1.^P 2 \downarrow^P$, ergeben einen Vorhalt, bei dem die Patiensstimme anfängt, die letzten vier, $1.^P 2 \downarrow^P 2 \downarrow 1^A$, einen Vorhalt, bei dem die Agensstimme anfängt. Der Kanon über diese Intervallfolge enthält also zwei Vorhalte.

Die erste Stimme ist erst Patiens-, dann Agenstimme und bei der zweiten ist es umgekehrt. Dieser Kanon ist der Gerüstsatz von einem Abschnitt aus Schütz' *Auferstehungs-Historie*:³⁷

Wenn auf jeder betonten Zeit ein Vorhalt steht, hat die Kanonmelodie diese Struktur:

$$X_1 Y_1^A 1.^P 2 \downarrow^P X_2 Y_2^A 1.^P 2 \downarrow^P \dots$$

Für die Zweistimmigkeit ergibt sich dieses Bild:

		imperfekte Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz
	>		>		>		>	
X_1	Y_1^A	$1.^P$	$2 \downarrow^P$	X_2	Y_2^A	$1.^P$	$2 \downarrow^P$	\dots
		X_1	Y_1^A	$1.^P$	$2 \downarrow^P$	X_2	Y_2^A	$1.^P$

Dabei werden X_i und Y_i^A so gewählt, dass sowohl die Bedingungen für den Anfang mit der Patiensstimme erfüllt sind, als auch die Bedingungen für den Anfang mit der Agenstimme. Um die Lösungen zu finden, werden die Tabellen für die beiden Fälle zusammengefasst. In den Spalten ganz rechts stehen die Werte, die in beiden Fällen möglich sind.

³⁷ Schütz, *Auferstehungs-Historie*, S. 36, T. 4.

2 Der zweistimmige Kanon

Anfangende Stimme	Patiensstimme		Agensstimme		Patiens- und Agensstimme	
	X	Y	X	Y	X	Y
5↑	4↑ 2↑ 2↓ 4↓ 5↓	4↑	2↓	4↑	2↓	4↑
			3↑ 2↓	1		
	5↑ 4↑ 2↑ 2↓ 4↓	5↓	2↓	5↓	2↓	5↓
2↑			4↑ 5↓	4↑		
	4↑ 2↑ 2↓ 4↓ 5↓	1	4↑ 2↓ 5↓	1	4↑ 2↓ 5↓	1
			4↑ 5↓	5↓		
4↓	4↑ 2↑ 2↓ 3↓ 5↓	4↑	2↓	4↑	2↓	4↑
	5↑ 3↑ 2↑ 2↓ 4↓	1	2↓	1	2↓	1
	4↑ 2↑ 2↓ 4↓ 5↓	5↓	2↓	5↓	2↓	5↓
7↓			4↑ 5↓	4↑		
	4↑ 2↑ 2↓ 3↓ 5↓	1	4↑ 5↓	1	4↑ 5↓	1
			4↑ 5↓	5↓		

Für das Ergebnis reichen drei Spalten: die erste und die beiden letzten. Die Tabelle wird deshalb entsprechend vereinfacht:

Anfangende Stimme ist Agens- und Patiensstimme		
Einsatzintervall	Mögliche Werte für X	Mögliche Werte für Y ^A
5↑	2↓	4↑ 5↓
2↑	4↑ (2↓) 5↓	1.
4↓	2↓	4↑ (1.) 5↓
7↓	4↑ 5↓	1.

Eingeklammert sind die Werte, die Quartvorhalte ergeben.

Wenn die möglichen Werte für X und Y^A in die allgemeine Folge

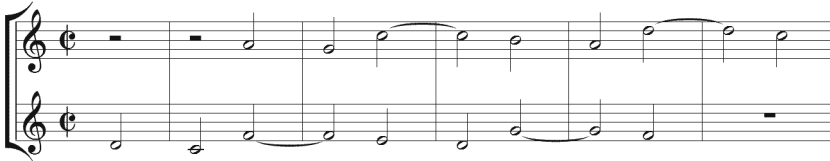
$$X_1 Y_1^A 1.^P 2 \downarrow^P X_2 Y_2^A 1.^P 2 \downarrow^P \dots$$

eingesetzt werden, ergeben sich beliebig lange Vorhaltsketten. Die Sätze dazu sind Folgen von Sept-, Quart- oder Sekundvorhalten. Interessant sind Vorhaltsketten, die nur aus Sekund- und Septimvorhalten bestehen; denn der Satz bleibt auch dissonant, wenn die Stimmen vertauscht werden. Das ist bei Quartvorhalten nicht der Fall. Solche Ketten aus Sekund- und Septimvorhalten stehen außerdem im doppelten Kontrapunkt der Oktave. Für die komplementären Einsatzintervalle ergeben sich jeweils gleiche Fortschreitungen. Deshalb muss man jeweils nur eins der beiden Einsatzintervalle betrachten, z. B. Oberquint- und Unterseptkanon.

Beim Oberquintkanon ist X immer eine fallende Sekunde. Wenn für das Agensintervall Y^A die steigende Quart gewählt wird, ergibt sich die Intervallfolge

$$2 \downarrow 4 \uparrow^A 1.^P 2 \downarrow^P 2 \downarrow 4 \uparrow^A 1.^P 2 \downarrow^P \dots$$

Der Kanon dazu ist dieser:



Die Fortschreitungen wiederholen sich periodisch. Deshalb ist der Kanon eine Sequenz, also ein unendlicher Kanon. Dem Gerüstsatz entsprechen z. B. die Oberstimmen in dieser Stelle von Mozart:³⁸

Zum zweistimmigen Kanon der Oberstimmen kommt noch ein Bass. So entsteht eine Quintanstiegssequenz mit den Grundtönen im Bass und einem Quartvorhalt bei jeder Harmonie.

Der Kanon steht im doppelten Kontrapunkt der Oktave. Dem Oberquintkanon entspricht ein Unterquartkanon, z. B. dieser hier aus Schütz' *Auferstehungs-Historie*:³⁹

³⁸ Mozart, *Klavierkonzert B-Dur*, KV 595, erster Satz, T. 217/225. Die beiden verschiedenen Taktzahlen ergeben sich durch das Fehlen der Takte 47–53 in früheren Ausgaben. Vgl. Rehm in der *Neuen Mozart-Ausgabe*, S. XXIVf. Das Notenbeispiel ist auf den Streichersatz reduziert.

³⁹ Schütz, *Auferstehungs-Historie*, S. 30, T. 6 des Duetts.

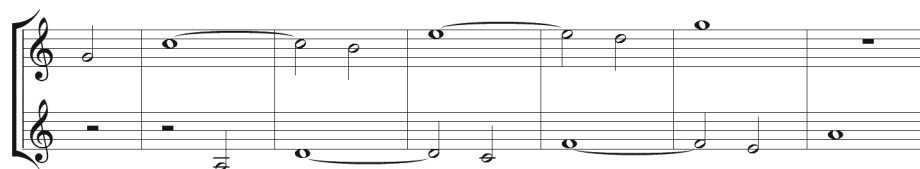
2 Der zweistimmige Kanon

Er hat dieselbe Struktur wie das Mozart-Beispiel, nur beginnt hier die Oberstimme. Das Modell ist seit dem 17. Jahrhundert recht gebräuchlich gewesen.⁴⁰ Für Y^A kann auch die fallende Quinte gewählt werden. Das führt aber nur zu Oktavversetzungen, und wenn man davon absieht, ist die Lösung von oben die einzige.

Die Tabelle enthält auch die Regeln für eine Vorhaltskette im Unterseptkanon. Hier ist X eine steigende Quarte oder fallende Quinte und Y^A ist eine Prim. Die steigende Quarte und die fallende Quinte sind Komplementärintervalle. Deshalb reicht es, nur einen der beiden Fälle zu betrachten. Wenn für X immer die steigende Quarte gewählt wird, entsteht die Intervallfolge

$$4\uparrow 1.^A 1.^P 2\downarrow^P 4\uparrow 1.^A 1.^P 2\downarrow^P \dots$$

Das ergibt diesen Kanon:



Er steht im doppelten Kontrapunkt der Oktave. Beim Tausch der Stimmen wird aus dem Unterseptkanon ein Obersekundkanon. Dieses Modell war bis weit ins 19. Jahrhundert gebräuchlich.⁴¹ Corelli z. B. hat es verwendet.⁴²

Wesentlich komplexer ist dieser Satz von Mozart:⁴³

⁴⁰ Weitere Beispiele für die Quintanstiegssequenz mit Quartvorhalten stehen bei Kaiser Gehörbildung S. 193–196 und S. 348.

⁴¹ Zum Beispiel Tschaikowski, *Romeo und Julia*, T. 21; viele Beispiele stehen bei Kaiser Gehörbildung S. 284–293.

⁴² Corelli, *Triosonate D-Dur*, op. 3, Nr. 2, dritter Satz, T. 30.

⁴³ Mozart, *Klavierkonzert A-Dur*, KV 488, zweiter Satz, T. 12.

Das Schema ist hier wegen der Diminutionen schwerer zu erkennen. Unten stehen die Hauptstimmen des Orchestersatzes und darüber steht die steigende Vorhaltskette als Gerüstsatz.

Damit sind zwei gebräuchliche Vorhaltsmodelle auf die Idee eines Kanons zurückgeführt, der möglichst viele Vorhalte enthält.

2.4.4 Kanons im Abstand 1

Die Patiensstimme beginnt

Bei einem Kanon im Abstand 1 sind es nicht die Intervallkombinationen, die jeweils dissonativ, perfektiv oder imperfektiv sein müssen, sondern die einzelnen Intervallfortschreitungen. Die Bedingungen für den Anfang mit der Patiensstimme stehen hier:

Die Patiensstimme fängt an	
Allgemein	Spezialfall Abstand 1
Das Agensintervall steht um den rhythmischen Einsatzabstand vor der Patienssekunde.	Das Agensintervall steht unmittelbar vor der Patienssekunde.
Die metrischen Verhältnisse stimmen bei den Patiensintervallen	
Die Intervallkombination, die vor der Patiensprim steht, ist imperfektiv oder perfektiv.	Die Fortschreitung vor der Patiensprim ist imperfektiv oder perfektiv.
Die Intervallkombination, die mit der Patiensprim schließt und vor der Patienssekunde steht, ist dissonativ.	Die Patiensprim ist dissonativ.
Die Intervallkombination, die mit der Patienssekunde schließt, ist imperfektiv.	Die Patienssekunde ist imperfektiv.

Aus den Aussagen der Tabelle folgt, dass die Patiensprim gleichzeitig das Agensintervall ist. Dies ist erst einmal überraschend, lässt sich aber so einsehen: Weil das Agensintervall und die fallende Patienssekunde um den Abstand 1 voneinander entfernt sind, steht das Agensintervall unmittelbar vor der Patienssekunde. Dort steht aber die Pati-

2 Der zweistimmige Kanon

ensprim. Deshalb sind Patiensprim und Agensintervall identisch, d. h. ein und dieselbe Fortschreitung hat, je nachdem, welche Stimme betrachtet wird, Agensstimmen- und Patiensstimmenfunktion. Dies wird so bezeichnet:

1.^{AP} 2 ↓^P.

Außerdem ist die Patiensprim dissonativ und die Patienssekunde imperfektiv. Dies ist nur beim Obersekund-, Unterquart- und Unterseptimkanon möglich. Das Intervall vor der Prim muss perfektiv oder imperfektiv sein.

Wenn die Folge 1.^{AP} 2 ↓^P wiederholt wird, entsteht eine Vorhaltskette,⁴⁴ wie in diesem Beispiel von Mozart:⁴⁵

The image displays a musical score with three systems of staves. The top system consists of two staves (treble and bass clef) showing a two-part canon. The middle system consists of two staves (treble and bass clef) showing a piano accompaniment with sustained chords. The bottom system consists of two staves (treble and bass clef) showing a piano accompaniment with a more active melodic line. The score is in C major and 4/4 time.

Unten steht der Satz aus dem Klavierkonzert, darüber die kanonische Vorhaltskette. Die Auflösung der Vorhalte ist im Original diminuiert. So ergibt sich auf den unbetonten Vierteln ein zweiter Kanon. Der steht ganz oben.

⁴⁴ Kaiser nennt sie 7-6-Synkopenkette, siehe Kaiser Gehörbildung S. 142–146.

⁴⁵ Mozart, *Klavierkonzert C-Dur*, KV 503, erster Satz, T. 41.

Die Agensstimme beginnt

Wenn die Agensstimme anfängt, gilt folgendes:

Die Agensstimme fängt an	
Allgemein	Spezialfall Abstand 1
Das Agensintervall steht um den rhythmischen Einsatzabstand hinter der Patiensekunde. Die metrischen Verhältnisse stimmen beim Agensintervall.	Das Agensintervall folgt direkt auf die Patiensekunde.
Die Intervallkombination, die mit der Patiensprim beginnt, ist imperfektiv oder perfektiv.	Die Patiensprim ist imperfektiv oder perfektiv.
Die Intervallkombination, die nach der Patiensprim steht bzw. mit der fallenden Patiensekunde beginnt, ist dissonativ.	Die Patiensekunde ist dissonativ.
Intervallkombination nach der Patiensekunde ist imperfektiv.	Die Fortschreitung nach der Patiensekunde ist imperfektiv.

Das Agensintervall folgt direkt auf die Patiensekunde. Die Fortschreitung nach der Patiensekunde ist imperfektiv. Also ist das Agensintervall imperfektiv.

Insgesamt gelten also diese Bedingungen:

- Die Patiensprim ist imperfektiv oder perfektiv.
- Die Patiensekunde ist dissonativ.
- Das Agensintervall ist imperfektiv.

Alle drei Agensintervalle sind imperfektiv im Obersext- und Unterterzkanon. Im Oberterzkanon ist nur die Prim imperfektiv. Die übrigen Bedingungen sind bei allen drei intervallischen Einsatzabständen erfüllt. Im Oberterzkanon sind nur Quartvorhalte möglich. Wenn man davon absieht, bleiben Obersext- und Unterterzkanon übrig. Wenn man sich auf Vorhaltketten beschränkt, sind diese beiden Kanons Oktavvertauschungen voneinander. Es gibt also im Wesentlichen eine Lösung. Für den Obersextkanon sieht sie so aus:

Ein Vorhalt entsteht, wenn auf eine Prim, deren erster Ton betont ist, eine Sekunde abwärts folgt. Darauf folgt eine steigende Quarte, eine Prime oder eine fallende Quinte.

Wenn die dritte Fortschreitung wieder eine Prim ist, wird eine Vorhaltkette möglich, wie in dieser Sonate von Corelli:⁴⁶

⁴⁶ Corelli, *Triosonate F-Dur*, op. 1, Nr. 1, T. 3.

2 Der zweistimmige Kanon



Der Satz hat die Struktur einer 7-6-Vorhaltskette. Das Modell ist also dasselbe wie oben beim Unterseptkanon, nur beginnen die Stimmen in der umgekehrten Reihenfolge. Wenn die dritte Fortschreitung keine Prim ist, werden auch komplexere Strukturen möglich, wie in diesem Beispiel von Haydn:⁴⁷



Auch hier ist der Bass ausgeterzt, wie schon oben bei Corelli. Gerüste können also Dissonanzen enthalten und für solche Gerüste lassen sich Regeln ableiten. Mit diesen Regeln lässt sich auch die Frage klären, welche Struktur Kanons haben, in denen auf jeder betonten Zeit ein Vorhalt erscheint. Wenn auf Quartvorhalte verzichtet wird, gibt es hier im Wesentlichen drei Lösungen. Diese drei Lösungen sind gebräuchliche satztechnische Modelle im Sinne von Kaiser. Die Quintanstiegssequenz mit Vorhalten erwähnt auch Rovenko.⁴⁸ Die fallende Kette und die steigende Kette mit Stimmkreuzungen thematisiert er nicht, vermutlich, weil er deren Imitationsintervalle nicht berücksichtigt, die Sekunde, Sexte und die Septime.

⁴⁷ Haydn, *Symphonie B-Dur*, Hob. I:77, erster Satz, T. 119. Der Abschnitt steht in der Durchführung. An dieser Stelle wird der Anfang des Seitenthemas, T. 41 ff., verarbeitet.

⁴⁸ Rovenko S. 125.

3 Der Kanon in der russischen Musiktheorie

3.1 Tanejew

3.1.1 Die historische Position

Die russische Musiktheorie thematisiert den Zusammenhang von Kanonmelodik und Imitation. Die Voraussetzung dafür war die Formalisierung und Lösung des Kanonproblems durch den Musiktheoretiker und Komponisten Sergej Tanejew. Er lebte von 1856 bis 1915. Studiert hatte er bei Tschaikowski am Moskauer Konservatorium. Dort hat er auch gelehrt. Schüler von ihm waren unter anderem Rachmaninow und Skrjabin. Maßgeblich für die russische Musiktheorie wurde er durch seine Forschungen zum Kontrapunkt.¹ Andreas Wehrmeyer, Übersetzer und Herausgeber mehrerer Werke der russischen Musiktheorie, schreibt zu Tanejews Bedeutung:

Kontrapunkt wird in Rußland gelehrt und erforscht auf der Grundlage der methodologischen Prinzipien Sergej Tanejews. Mit seiner Studie *Der bewegbare Kontrapunkt des strengen Stils* präsentierte Tanejew zu Anfang des 20. Jahrhunderts eine Kontrapunkt-Theorie, die sich kritisch von sämtlichen bisherigen Theorien absetzte, gleichsam mit der Tradition brach und einen insgesamt systematisierenden Ansatz verfocht.²

Tanejew selbst hat den Zusammenhang von Kanonmelodik und Imitation nicht erwähnt,³ aber er hat die kontrapunktischen Satztechniken formalisiert, die für das Kanonschreiben nötig sind, und das hat es der russischen Musiktheorie vermutlich entscheidend erleichtert, den Zusammenhang zwischen Kanonmelodik und Imitation zu erkennen und systematisch zu beschreiben. Wehrmeyer charakterisiert Tanejews Ansatz so:

Tanejews *Bewegbarer Kontrapunkt* basiert auf einer streng rationalen, an den Naturwissenschaften und der Mathematik angelehnten Nomenklatur. Auf diese Weise gelingt es, die Regeln möglicher Stimmenversetzungen für das abgesteckte Gebiet des „bewegbaren“ Kontrapunkts (zumindest dem Anspruch nach) exakt und erschöpfend zu fassen.⁴

¹ Wehrmeyer in Tanejew S. XI.

² Wehrmeyer in Rovenko S. XI.

³ Wehrmeyer in Tanejew S. XVIIIff.

⁴ Wehrmeyer in Rovenko S. XIII.

3.1.2 Einfache Abhängigkeiten: Der einfache Kontrapunkt

Der einfachste Kanon ist der zweistimmige. Tanejew lehrt ihn so:

Nachdem man einen Abschnitt der P[roposta = ersten Stimme] bis zum Moment des Einsatzes der R[isposta = antwortenden Stimme] geschrieben und diesen Abschnitt in die R übertragen hat, setzt man die P fort, indem man die R kontrapunktiert; dieser Kontrapunkt wird wiederum in die R übertragen, und auf diese Weise fährt man fort bis zu einer Schlußkadenz.⁵

Das Kanonschreiben ist mit bestimmten satztechnischen Problemen verbunden. Diese Probleme müssen dargestellt, systematisch erfasst und gelöst werden. Dazu hat Tanejew ein formales System entwickelt. Dieses System wird hier abgewandelt und erweitert.⁶ Die einzelnen Abschnitte der Kanonmelodie werden mit a_i bezeichnet. In der zweiten Stimme sind die Melodieabschnitte häufig um ein bestimmtes Intervall versetzt. Dieses Intervall, der intervallische Einsatzabstand, wird mit h bezeichnet. Die Versetzung des Abschnitts a um das Intervall h wird so geschrieben:

$$\text{tr}(a, h)$$

Mit diesem Zeichensystem sieht die Struktur des einfachen zweistimmigen Kanons so aus:

2. Stimme		$\text{tr}(a_1, h)$	$\text{tr}(a_2, h)$	$\text{tr}(a_3, h)$...
1. Stimme	a_1	a_2	a_3	a_4	...

Die kontrapunktische Relation „passt zu“ wird mit dem Zeichen \approx geschrieben. $a \approx b$ bedeutet also: Die Abschnitte a und b bilden einen regulären Satz.

Die zweite Spalte der Tabelle entspricht einem zweistimmigen Satz aus dem zweiten Melodieabschnitt in der ersten Stimme und dem ersten Melodieabschnitt in der zweiten. Hier gilt also

$$a_2 \approx \text{tr}(a_1, h)$$

Genauso ist es bei je zwei aufeinander folgenden Abschnitten. Hier gilt die allgemeine *Kanonformel*:

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-1}, h)$$

Im zweistimmigen Kanon hängt also jeder neu komponierte Abschnitt von einem bereits komponierten Abschnitt ab, und zwar von dem, der direkt davor steht. Satztechnisch wird diese Abhängigkeit berücksichtigt durch den einfachen Kontrapunkt.

⁵ Tanejew S. 14 f.

⁶ Tanejew unterscheidet die Melodieabschnitte nicht durch Indizes, sondern durch unterschiedliche Buchstaben. Außerdem nimmt er den Wert der Versetzungsintervalle nicht ins Schema auf.

3.1.3 Mehrfache Abhängigkeiten: Der bewegbare Kontrapunkt

1. Doppelter Kontrapunkt

Im dreistimmigen Kanon muss mit Intervallen gerechnet werden. Die Größe der Intervalle bezeichnet Tanejew durch die Anzahl der Sekundschrte, die sie enthalten,⁷ also ganz anders als in der Tradition; denn üblicherweise werden die Intervalle mit lateinischen Ordnungszahlen bezeichnet und die sind immer um eins größer als die Zahl der Sekundschrte. So enthält die Quinte, also das Intervall zwischen erstem und fünftem Ton, vier Sekundschrte. Das Rechnen mit Sekundschrten ist ungewohnt, hat aber einen großen Vorteil: Man kann die Zahlen für die Intervalle addieren und subtrahieren. Zum Beispiel: Eine Terz enthält zwei Sekundschrte. Deshalb entspricht der Terz die ‚2‘. Analog entspricht der Quarte die ‚3‘. Terz und Quarte ergeben zusammen eine Sexte. Die Sexte enthält fünf Sekundschrte. Das entspricht der Addition $2 + 3 = 5$. Außerdem lässt sich die Richtung der Intervalle durch ein Vorzeichen angeben. Für die Prim steht die 0. Deswegen gilt

$$a = \text{tr}(a, 0)$$

Falls ein Abschnitt mehrmals nacheinander versetzt wird, werden die Versetzungsintervalle addiert. Es gilt also

$$\text{tr}(\text{tr}(a, h), k) = \text{tr}(a, h + k)$$

Um die Einsätze in einem dreistimmigen Kanon vollständig zu beschreiben, wird für die zweite und die dritte Stimme jeweils angegeben, in welchem intervallischen und rhythmischen Abstand zur ersten Stimme sie einsetzen. Die Gesamtheit der rhythmischen und intervallischen Einsatzabstände in einem Kanon wird im Folgenden als „Einsatzschema“ bezeichnet. Im dreistimmigen Kanon gibt es also zwei intervallische und zwei rhythmische Einsatzabstände. Die intervallischen werden mit h_2 und h_3 bezeichnet, die rhythmischen mit r_2 und r_3 . Die Indizes beziehen sich auf die Stimme.⁸

Die Abhängigkeitsverhältnisse zwischen den Melodieabschnitten sind komplexer als im zweistimmigen Kanon; denn die erste Stimme hängt kontrapunktisch von beiden anderen ab. Die Beziehung zwischen der ersten Stimme und einer der beiden anderen hat diese Form:

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-r_p}, h_p)$$

Dabei ist i der Index des Melodieabschnitts, p der Index der Stimme, h_p der intervallische Einsatzabstand, gemessen in Sekundschrten, und r_p der rhythmische Einsatzabstand. Einheit ist die Abschnittslänge.

Bei der Analyse der Kanonstruktur werden zwei Fälle unterschieden, je nachdem, ob der Einsatzabstand der dritten Stimme doppelt so groß ist wie der der zweiten oder nicht.

1. $r_3 = 2r_2$

2. $r_3 \neq 2r_2$

⁷ Tanejew S. 5, Anm. 5.

⁸ Für die erste Stimme gilt entsprechend $h_1 = r_1 = 0$.

3 Der Kanon in der russischen Musiktheorie

Im ersten Fall ist der rhythmische Einsatzabstand zwischen zweiter und dritter Stimme genauso wie der zwischen erster und zweiter. Dann sieht der Kanon formal so aus:

		$\text{tr}(a_1, h_3)$	\dots
	$\text{tr}(a_1, h_2)$	$\text{tr}(a_2, h_2)$	\dots
a_1	a_2	a_3	\dots

Angenommen, a_2 soll geschrieben werden. a_2 hängt von a_1 ab, aber – anders als im zweistimmigen Kanon – in doppelter Hinsicht. Wegen der beiden unteren Zeilen in der zweiten Spalte gilt

$$a_2 \approx \text{tr}(a_1, h_2)$$

bzw. wegen der übrigen Spalten

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-1}, h_2)$$

Das ist dieselbe Relation wie im zweistimmigen Kanon. Wegen der dritten Spalte gilt aber auch

$$\text{tr}(a_2, h_2) \approx \text{tr}(a_1, h_3)$$

Wie lässt sich diese Relation bei der Komposition von a_2 berücksichtigen? Hier hilft die „Versetzungregel“:

Ein regulärer Satz bleibt beim Versetzen regulär.

Oder als Formel:

$$a \approx b \Leftrightarrow \text{tr}(a, h) \approx \text{tr}(b, h)$$

Beide Seiten der \approx -Relation können um denselben Betrag versetzt werden. Für die Komposition von a_2 wird eine Relation benötigt, in der a_2 unversetzt erscheint. Dazu werden die oberen beiden Zeilen des Schemas um $-h_2$ versetzt. Aus

$$\text{tr}(a_2, h_2) \approx \text{tr}(a_1, h_3)$$

folgt also

$$\begin{aligned} \text{tr}(\text{tr}(a_2, h_2), -h_2) &\approx \text{tr}(\text{tr}(a_1, h_3), -h_2) \\ \text{tr}(a_2, h_2 - h_2) &\approx \text{tr}(a_1, h_3 - h_2) \\ a_2 &\approx \text{tr}(a_1, h_3 - h_2) \end{aligned}$$

Für beliebige Indizes gilt entsprechend

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-1}, h_3 - h_2)$$

a_{i-1} und a_i hängen also in zweifacher Weise voneinander ab. a_i bildet sowohl mit $\text{tr}(a_{i-1}, h_2)$ als auch mit $\text{tr}(a_{i-1}, h_3 - h_2)$ einen regulären Satz. Der zweistimmige Satz des zweiten Kanonabschnitts steht also im doppelten Kontrapunkt.⁹

Formal lässt sich das Verhältnis des doppelten Kontrapunkts so schreiben:

$$a \approx b \quad \wedge \quad a \approx \text{tr}(b, h)$$

Das bedeutet:

a und b stehen im doppelten Kontrapunkt mit dem Versetzungsintervall h .

Für den Kanon gilt

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-1}, h_2) \quad \text{und} \quad a_i \approx \text{tr}(a_{i-1}, h_3 - h_2)$$

Das Versetzungsintervall des doppelten Kontrapunkts ergibt sich aus der Beziehung

$$\text{tr}(a_{i-1}, h_3 - h_2) = \text{tr}(\text{tr}(a_{i-1}, h_2), h_3 - 2h_2)$$

Es ist also $h_3 - 2h_2$. Tanejew nennt das Versetzungsintervall «index verticalis».¹⁰ Bezeichnet wird es mit Jv .¹¹ Also gilt

$$Jv = h_3 - 2h_2$$

Außer diesen beiden Abhängigkeitsverhältnissen gibt es noch ein drittes, das Verhältnis von erster und dritter Stimme. Hier gilt

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-2}, h_3)$$

Das ist nicht schwer zu berücksichtigen: a_3 und alle folgenden Abschnitte müssen kontrapunktisch zur ersten Stimme passen.

Insgesamt gibt es in solch einem dreistimmigen Kanon drei Abhängigkeitsverhältnisse:

$$\begin{aligned} a_i &\approx \text{tr}(a_{i-1}, h_2) \\ a_i &\approx \text{tr}(a_{i-1}, h_3 - h_2) \\ a_i &\approx \text{tr}(a_{i-2}, h_3) \end{aligned}$$

⁹ Das Problem ist hier vereinfacht. Streng genommen muss zwischen verschiedenen \approx -Relationen unterschieden werden, je nachdem, ob Quartan dissonant sind oder nicht. Ähnliches gilt im Zusammenhang mit Nonvorhalten. Wenn diese Unterscheidungen fehlen, gibt es reguläre Kanons, die nicht konstruierbar sind. Tanejew löst dieses Problem dadurch, dass für jedes Stimmenpaar bestimmt wird, welche satztechnischen Möglichkeiten bestehen. Dies wird hier übergangen, weil es für das Folgende unerheblich ist. Siehe dazu die Ausführungen von Tanejew und die Anmerkungen von Wehrmeyer in Tanejew S. 76–78.

¹⁰ Tanejew S. 16, Anm. 7.

¹¹ Diese Bezeichnung verwendet noch nicht Tanejew selbst, sondern erst Bogatyrev in seiner Ausgabe von Tanejews *Bewegbarem Kontrapunkt*. Daran schließt sich Wehrmeyer an. Tanejew S. 16, Anm. 7.

3 Der Kanon in der russischen Musiktheorie

Wenn in einem Kanon mit mehreren Abhängigkeitsverhältnissen ein neuer Melodieabschnitt komponiert wird, werden dabei sämtliche Abhängigkeiten zu allen Melodieabschnitten berücksichtigt, die schon komponiert sind.

Tanejew zitiert solch einen Kanon, das Benedictus aus Palestrinas Messe *Già fu chi m'hebbe cara*.¹²



Die Abschnitte sind jeweils zwei Takte lang. Die intervallischen Einsatzabstände sind Unterquinte und Oberquarte, also $h_2 = -4$ und $h_3 = 3$. Einsetzen in

$$Jv = h_3 - 2h_2$$

ergibt

$$Jv = 11$$

a_i und $\text{tr}(a_{i-1}, -4)$ stehen also im doppelten Kontrapunkt der Duodezime.¹³ Das ist hier der Satz der beiden unteren Stimmen. Er erscheint jeweils im nächsten Kanonabschnitt als Satz der Außenstimmen. Dabei sind die beiden Stimmen vertauscht.

2. Scheinstimmtechnik

Nun zum zweiten Fall: $r_3 \neq 2r_2$. Der Einsatzabstand der dritten Stimme ist nicht doppelt so groß ist wie der der zweiten – oder anders ausgedrückt – der rhythmische Einsatzabstand zwischen zweiter und dritter Stimme ist anders als der zwischen erster und zweiter. Dann hat der Kanon eine Struktur wie z. B. diese:

			$\text{tr}(a_1, h_3)$	$\text{tr}(a_2, h_3)$	$\text{tr}(a_3, h_3)$...
	$\text{tr}(a_1, h_2)$	$\text{tr}(a_2, h_2)$	$\text{tr}(a_3, h_2)$	$\text{tr}(a_4, h_2)$	$\text{tr}(a_5, h_2)$...
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	...

Der rhythmische Einsatzabstand zwischen zweiter und dritter Stimme ist hier doppelt so groß wie der zwischen erster und zweiter. a_3 hängt nicht nur von a_2 ab, wie im einfachen zweistimmigen Kanon, sondern auch von a_1 . Das wird an der vierten Spalte deutlich.

¹² Palestrina, Messe *Già fu chi m'hebbe cara*, und Tanejew S. 66.

¹³ Tanejew verwendet negative Werte für den Jv eines doppelten Kontrapunkts, bei dem die Stimmen vertauscht werden. Bei ihm wäre $Jv = -11$, siehe Tanejew S. 16, Anm. 7. Zu demselben Problem siehe unten, S. 72.

Im vierten Abschnitt des Kanons erklingen gleichzeitig Versetzungen von a_1 und a_3 . Das Verhältnis geht aus den beiden oberen Zeilen des Schemas hervor:

		$\text{tr}(a_1, h_3)$	$\text{tr}(a_2, h_3)$	$\text{tr}(a_3, h_3)$	\dots
$\text{tr}(a_1, h_2)$	$\text{tr}(a_2, h_2)$	$\text{tr}(a_3, h_2)$	$\text{tr}(a_4, h_2)$	$\text{tr}(a_5, h_2)$	\dots

Dieser Zusammenhang muss beim Schreiben von a_3 berücksichtigt werden. Dazu werden diese beiden Zeilen um $-h_2$ versetzt:

		$\text{tr}(a_1, h_3 - h_2)$	$\text{tr}(a_2, h_3 - h_2)$	$\text{tr}(a_3, h_3 - h_2)$	\dots
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	\dots

Die obere Zeile sieht aus wie eine Kanonstimme, gehört aber nicht zum Satz des Kanons. Sie wird nur für die Komposition gebraucht. Tanejew nennt sie „Scheinstimme“.¹⁴ Es gilt also

$$a_3 \approx \text{tr}(a_1, h_3 - h_2)$$

oder allgemein:

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-2}, h_3 - h_2)$$

Die Abhängigkeit von a_1 und a_4 aus der vierten Spalte entspricht wieder dem einfachen Kanon:

$$a_4 \approx \text{tr}(a_1, h_3)$$

oder allgemein:

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-3}, h_3)$$

Damit sind alle kontrapunktischen Abhängigkeitsverhältnisse erfasst. Von a_4 an hängt jeder Melodieabschnitt von den drei Abschnitten davor ab, und zwar so:

$$\begin{aligned} a_i &\approx \text{tr}(a_{i-1}, h_2) \\ a_i &\approx \text{tr}(a_{i-2}, h_3 - h_2) \\ a_i &\approx \text{tr}(a_{i-3}, h_3) \end{aligned}$$

Schematisch lässt sich das so darstellen:

3. Stimme				$\text{tr}(a_1, h_3)$	$\text{tr}(a_2, h_3)$	\dots
2. Stimme		$\text{tr}(a_1, h_2)$	$\text{tr}(a_2, h_2)$	$\text{tr}(a_3, h_2)$	$\text{tr}(a_4, h_2)$	\dots
1. Stimme	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	\dots
Scheinstimme			$\text{tr}(a_1, h_3 - h_2)$	$\text{tr}(a_2, h_3 - h_2)$	$\text{tr}(a_3, h_3 - h_2)$	\dots

Zu jedem Abschnitt a_i stehen in derselben Spalte die drei Melodieabschnitte, zu denen a_i kontrapunktisch passen muss.

¹⁴ Tanejew S. 45–47.

Jeder neue Melodieabschnitt wird so geschrieben, dass er zu den beiden Kanonstimmen und zu der Scheinstimme passt. Anschließend wird er nicht nur in sämtliche Kanonstimmen übertragen – natürlich mit den entsprechenden Versetzungen –, sondern auch in die Scheinstimme. a_3 muss also gleichzeitig zur zweiten Stimme und zur Scheinstimme passen. Von Abschnitt a_4 an müssen alle neu komponierten Abschnitte zu den beiden Kanonstimmen passen und außerdem zur Scheinstimme. Die drei Abhängigkeitsverhältnisse erkennt auch Gauldin.¹⁵ Daraus leitet er die Regel ab, dass bei Komposition der Kanonmelodie auch die Fortschreitungsintervalle zwischen Tönen in größerem Abstand berücksichtigt werden müssen. Dies scheint jedoch schwieriger und umständlicher als Tanejews Konzept der Scheinstimme.

Die rhythmische und intervallische Versetzung der Scheinstimme ergibt sich aus den rhythmischen und intervallischen Einsatzabständen des Kanons.¹⁶ Seien p und q die Indizes von zwei Stimmen, h_p und h_q die intervallischen Einsatzabstände, r_p und r_q die rhythmischen Einsatzabstände mit $r_p \leq r_q$. Dann gilt wegen des j -ten Kanonabschnitts

$$\text{tr}(a_{j-r_p}, h_p) \approx \text{tr}(a_{j-r_q}, h_q)$$

Mit $i = j - r_p$ bzw. $j = i + r_p$ folgt daraus

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-(r_q-r_p)}, h_q - h_p)$$

Der rhythmische Einsatzabstand der Scheinstimme ist also $r_q - r_p$ und der intervallische Einsatzabstand ist $h_q - h_p$.

Für das Schema oben gilt $r_2 = 1$ und $r_3 = 3$. Daraus folgt

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-(3-1)}, h_3 - h_2)$$

Der rhythmische Einsatzabstand der Scheinstimme ist $r_3 - r_2 = 2$ und der intervallische $h_3 - h_2$. Das sind die Werte von oben.

Tanejew gibt viele Beispiele für solche Kanons.¹⁷ Deutlich wird das Prinzip der Scheinstimmentechnik am *Pleni sunt coeli* aus Palestrinas *Missa Ad Fugam*:¹⁸

¹⁵ Gauldin S. 44.

¹⁶ Tanejew S. 46 f.

¹⁷ Tanejew S. 101 ff.

¹⁸ Palestrina, *Missa Ad Fugam*, *Pleni sunt coeli*, und Tanejew S. 101. Gauldin analysiert das Beispiel, indem er es auf einen Gerüstsatz reduziert (Gauldin S. 32 ff.).

Der Kanon ist nur dreistimmig. In dem kleineren Notensystem steht die Scheinstimme. Sie gehört nicht zum Satz, aber durch sie wird es möglich, den Satz zu schreiben; denn die erste Stimme verhält sich zur Scheinstimme wie die zweite zur dritten: Beide Stimmenpaare bilden einen Oberquintkanon im Abstand von zwei Ganzen. Die Konstruktionsabschnitte sind jeweils eine ganze Note lang.

Der intervallische und der rhythmische Einsatzabstand der Scheinstimme werden so berechnet: Wegen $h_2 = 3$ und $h_3 = 7$ ist der intervallische Einsatzabstand $h_3 - h_2 = 7 - 3 = 4$. Für den rhythmischen Einsatzabstand ergibt sich analog: Wegen $r_2 = 1$ und $r_3 = 3$ gilt $r_3 - r_2 = 2$. Die Scheinstimme setzt also im Abstand 2 in der Oberquinte ein.

Für den doppelten Kontrapunkt und die Scheinstimmentechnik verwendet Tanejew den Oberbegriff „bewegbarer Kontrapunkt“.¹⁹ Der doppelte Kontrapunkt ist der „vertikalbewegbare“ und die Scheinstimmentechnik der „horizontalbewegbare“. Die notwendigen Techniken für das Kanonschreiben sind also der einfache Kontrapunkt, der doppelte Kontrapunkt und die Scheinstimmentechnik. Das sind die satztechnischen Voraussetzungen für alle Kanons in gerader Bewegung mit beliebig vielen Stimmen und beliebigen Einsatzschemata.

Der doppelte Kontrapunkt lässt sich als spezieller Fall der Scheinstimmentechnik auffassen, bei dem die Scheinstimme gleichzeitig mit einer Kanonstimm oder mit einer anderen Scheinstimme einsetzt, mit ihr also gleichsam satztechnisch parallel geführt wird. Wegen dieser Parallelführung muss die Scheinstimme nicht extra ausgeschrieben werden. Aber für die Komposition der Kanonmelodie ergeben sich zusätzliche satztechnische Einschränkungen, die Einschränkungen des doppelten Kontrapunkts.

3.1.4 Komplexe Abhängigkeiten

Besonders komplex sind die Abhängigkeitsverhältnisse in unendlichen Kanons. Das wird hier deutlich:

¹⁹ Wehrmeyer in Tanejew S. XII–XIV.



Die Melodie besteht aus fünf Abschnitten. Jeder Abschnitt ist einen Takt lang. Die fünf Abschnitte werden anschließend um eine Sekunde abwärts sequenziert. Da dies in allen Stimmen geschieht, wird auch der gesamte dreistimmige Satz jeweils nach fünf Takten um eine Sekunde abwärts sequenziert. Mit s als Sequenzintervall ergibt sich diese Darstellung:

		$\text{tr}(a_1, h_3)$	$\text{tr}(a_2, h_3)$	$\text{tr}(a_3, h_3)$	$\text{tr}(a_4, h_3)$	$\text{tr}(a_5, h_3)$	$\text{tr}(a_1, s + h_3)$	\dots
	$\text{tr}(a_1, h_2)$	$\text{tr}(a_2, h_2)$	$\text{tr}(a_3, h_2)$	$\text{tr}(a_4, h_2)$	$\text{tr}(a_5, h_2)$	$\text{tr}(a_1, s + h_2)$	$\text{tr}(a_1, s + h_3)$	\dots
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	$\text{tr}(a_1, s)$	$\text{tr}(a_2, s)$	$\text{tr}(a_3, s)$	\dots

Sämtliche Abhängigkeiten erkennt man am Abschnitt a_5 , dem letzten Melodieabschnitt vor dem Beginn der Sequenzierung. a_5 erscheint in drei verschiedenen Kanonabschnitten:

$\text{tr}(a_3, h_3)$	$\text{tr}(a_4, h_3)$	$\text{tr}(a_5, h_3)$
$\text{tr}(a_4, h_2)$	$\text{tr}(a_5, h_2)$	$\text{tr}(a_1, s + h_2)$
a_5	$\text{tr}(a_1, s)$	$\text{tr}(a_2, s)$

Diese drei Elemente werden so versetzt, dass a_5 selbst unversetzt ist.

$\text{tr}(a_3, h_3)$	$\text{tr}(a_4, -h_2 + h_3)$	a_5
$\text{tr}(a_4, h_2)$	a_5	$\text{tr}(a_1, s + h_2 - h_3)$
a_5	$\text{tr}(a_1, s - h_2)$	$\text{tr}(a_2, s - h_3)$

Insgesamt gibt es sechs Abhängigkeitsverhältnisse. a_5 hängt von allen anderen Abschnitten ab, von a_1 und a_4 sogar in doppelter Hinsicht. Hier muss also jeweils im doppelten Kontrapunkt geschrieben werden. Den sechs Abhängigkeitsverhältnissen entsprechen sechs Formeln:

Abhängigkeitsverhältnis	Satztechnik
$a_i \approx \text{tr}(a_{i-1}, h_2)$ $a_i \approx \text{tr}(a_{i-1}, h_3 - h_2)$	doppelter Kontrapunkt zu einer Kanonstimme
$a_i \approx \text{tr}(a_{i-2}, h_3)$	einfacher Kontrapunkt zu einer Kanonstimme
$a_i \approx \text{tr}(a_{i-3}, s - h_3)$	einfacher Kontrapunkt zu einer Scheinstimme
$a_i \approx \text{tr}(a_{i-4}, s - h_2)$ $a_i \approx \text{tr}(a_{i-4}, s + h_2 - h_3)$	doppelter Kontrapunkt zu einer Scheinstimme

Hinter den Formeln steht jeweils die Satztechnik, die beim Kanonschreiben anzuwenden ist.

Alle diese Abhängigkeitsverhältnisse können am Beispielkanon nachvollzogen werden. Die Kanonstimmen verhalten sich zueinander so wie oben in dem endlichen dreistimmigen Kanon von Palestrina.²⁰ Die intervallischen Einsatzabstände sind dieselben. Die rhythmischen Einsatzabstände sind zwar nicht absolut gleich, wohl aber relativ, d. h. gemessen in Abschnittslängen: Der Abstand zwischen erster und zweiter Stimme ist genauso groß wie der zwischen zweiter und dritter. Die Werte für die intervallischen Einsatzabstände sind $h_2 = -4$ und $h_3 = 3$. Dazu kommt noch der Wert für die Sequenz: $s = -1$. Durch die Sequenzierung ergeben sich noch drei weitere Abhängigkeitsverhältnisse. Das wird an den Scheinstimmen deutlich:

- Die erste Stimme verhält sich zur ersten Scheinstimme wie die dritte Stimme zur Sequenz in der ersten. Die Stimmen bilden einen Unterquintkanon im Abstand von drei Takten.
- Die erste Stimme verhält sich zur zweiten Scheinstimme wie die zweite Stimme zur Sequenz in der ersten. Der Satz ist ein Oberquartkanon nach vier Takten. Dieser Kanon steht im doppelten Kontrapunkt der Duodezime; denn wenn die Stimmen vertauscht werden, entspricht der Satz dem Verhältnis der dritten Stimme zur Sequenz in der zweiten, es ist also ein Untertonkanon nach vier Takten.

Bei den beiden Mehrfachabhängigkeiten im doppelten Kontrapunkt ist das Versetzungsintervall jeweils die Duodezime. Offenbar gehören die Scheinstimmen nicht zum Satz. Zu den realen Stimmen können sie sogar dissonieren.

Bei unendlichen Kanons sind also dieselben Satztechniken erforderlich wie bei endlichen, der doppelte Kontrapunkt und die Scheinstimmentechnik.

²⁰ S. 60

3.1.5 Tanejews Verfahren

Aus den Beispielen wird klar, wie sich beliebige Kanons schreiben lassen. Zuerst wird das Einsatzschema festgelegt, also die intervallischen und rhythmischen Einsatzabstände. Dann wird das System der Abhängigkeiten bestimmt. Es lässt sich an bestimmten Melodieabschnitten erkennen. Welche das sind, hängt davon ab, ob der Kanon endlich oder unendlich ist. Bei endlichen Kanons ist es derjenige Abschnitt der ersten Stimme, der gleichzeitig zum ersten Abschnitt der zuletzt einsetzenden Stimme erklingt. Bei unendlichen Kanons ist es der letzte Melodieabschnitt.

Einfache Abhängigkeiten werden berücksichtigt durch den einfachen Kontrapunkt, mehrfache durch den doppelten Kontrapunkt oder durch die Scheinstimmtechnik. Wie Tanejew gezeigt hat, reichen diese drei Techniken für endliche und unendliche Kanons in gerader Bewegung mit beliebig vielen Stimmen und mit beliebigen Einsatzschemata.

Tanejew hat viele Literaturbeispiele angeführt. Sie werden jedoch nicht analysiert, sondern sie veranschaulichen die kontrapunktischen Gesetzmäßigkeiten. Es ging Tanejew nicht so sehr um Palestrina oder Mozart, sondern ums Komponieren. Die alte Musik sollte Anregung für die neue werden. Tanejew sah in der Musik nach Mozart einen Verlust an kontrapunktischer Technik und an Sinn für die Stimmführung. Beides wollte er für die Komposition wiedergewinnen. Dazu diente das Studium des strengen Stils, speziell in einer besonders anspruchsvollen Form, dem Kanonschreiben. Nach solch einem Studium könnten die zeitgenössischen Komponisten die unbekannte Vielfalt der kontrapunktischen Techniken mit der zeitgenössischen Harmonik verbinden.

Die Spuren des strengen Stils, die in der Technik Mozarts [im *Ave verum*, KV 618] so fühlbar sind, beginnen sich in der Nachfolge abzuswächen und verschwinden schließlich ganz. An die Stelle der früheren Feinheit des kontrapunktischen Stils tritt eine viel ungeschliffenere und gröbere Technik. Jeder Komponist sollte bestrebt sein, zur Vollkommenheit des Mozartschen Stils zurückzukehren und ihn mit all den Errungenschaften der modernen Harmonik zu verbinden. Er sollte zum Ziel haben, den verlorenen Sinn für die Schönheit und Subtilität der Stimmführung zurückzugewinnen. Der Realisierung eben dieser Ideale könnte das Studium des strengen Stils förderlich sein.²¹

3.1.6 Tanejew im Vergleich mit Marpurg

Beim Vergleich mit Marpurg wird sichtbar, was Tanejew geleistet hat. Marpurg zitiert viele interessante Kanons und gibt auch Regeln für das Kanonschreiben. Den endlichen zweistimmigen Kanon lehrt er ähnlich wie Tanejew.²² Deutlich wird der Unterschied beim unendlichen Kanon:

Soll derselbe [der angefangene zweistimmige Kanon] nun ein Zirkelcanon werden: so ist dabey zu beobachten, daß, wenn man den Canon bald lang genug

²¹ Tanejew S. 42. Siehe dazu auch S. 98 f.

²² Marpurg 2. Bd., S. 93.

zu seyn glaubet, man in der ersten Stimme den Canon wieder von vorne anfänget, so bald sich in der zweyten ein bequemes Intervall dazu ereignet. Wenn die zweyte Stimme nun ebenfals gehörig nachfolgen, und den Canon wieder von vorne anfangen kann: so ist der Zirkelcanon fertig. Zur Erleichterung des Satzes kann man hin und wieder, wenn es die Umstände zulassen, eine kleine Pause anbringen. Wenn die Sätze nicht zusammen klingen: so muß man allezeit auf die erste Stimme zurück gehen, und dieses oder jenes Intervall, diese oder jene Fortschreitung darinnen ändern.²³

Hier wird Marpurgs Problem deutlich. Im unendlichen zweistimmigen Kanon ergibt sich durch die Wiederholung oder Sequenzierung ein zweiter kontrapunktischer Zusammenhang zwischen bestimmten Abschnitten der Kanonmelodie. Marpurg kennt offenbar keine Methode, diesen Zusammenhang gleich bei der Komposition der ersten Stimme satztechnisch zu berücksichtigen. Stattdessen empfiehlt er, einen geeigneten Zeitpunkt für den Einsatz der Wiederholung oder Sequenz durch Herumprobieren zu finden und, falls nötig, Abschnitte, die schon komponiert sind, nachträglich wieder zu ändern. Dieses Problem hat Tanejew durch die Scheinstimmtechnik gelöst.

Auch der Zusammenhang zwischen Kanon und doppeltem Kontrapunkt bleibt bei Marpurg dunkel. Deutlich wird das an der Anleitung, einen Kanon zu schreiben, bei dem die intervallischen Einsatzabstände der alten Schlüsselung des Chorsatzes entsprechen. Dabei erwähnt Marpurg zwar den doppelten Kontrapunkt, erklärt aber nicht, wie er auf das Versetzungsintervall kommt, und erst recht nicht, wie es mit den intervallischen Einsatzabständen zusammenhängt.

Einen Canon von dieser Art zu verfertigen, ist zu merken:

- (1) Daß keine andere als consonirende Sätze zu gebrauchen sind.
- (2) Daß man zwischen der anhebenden und zweyten Stimme, auf welche nach oben gegebenem Unterrichte alles ankömmt, weder zwey Terzen noch zwey Sexten in gerader Bewegung hintereinander machen, und überhaupt daselbst die Seiten- und Gegenbewegung in Acht nehmen muß. Man mache den Zusatz in der ersten Stimme gegen die zweyte, als wenn man einen [doppelten] Contrapunct in der Decime verfertigte. Mehrere Regeln kann man hievon nicht geben. Die Vortheile finden sich, wenn man sich übet, und man muß die Intervallen solange herumdrehen und verändern, bis sie harmoniren. Es kömmt bey dergleichen schweren Compositionen in der That öfters auf einen guten Augenblick an, da man zu andern Zeiten die Nägel und Federn hierüber fruchtloß zerbeisset.²⁴

Zum Teil hat Marpurg Recht. Es gibt unlösbare Kanonaufgaben. Zum anderen Teil liegen die Schwierigkeiten, die er schildert, daran, dass er nicht alle Verfahren kennt, die zur Lösung des Problems nötig sind. Seine Bedingungen sind also notwendig, aber nicht hinreichend. Er kennt keine allgemeinen Verfahren, die Tanejews bewegbarem Kontrapunkt

²³ Marpurg 2. Bd., S. 93 f.

²⁴ Marpurg 2. Bd. S. 100.

entsprechen, dem doppelten Kontrapunkt in beliebigen Versetzungsintervallen und der Scheinstimmtechnik.

Tanejew hat die Kanontheorie also entscheidend weiterentwickelt. Einige Imitationsformen werden in der *Lehre vom Kanon* ignoriert: die Umkehrung, die rhythmische Proportion und der Krebs. Tanejew hat sie ästhetisch nicht ernst genommen und mit dem deutschen Wort „Künsteleien“ abgetan.²⁵ Es gibt auch keine Ansätze, Kanons zu einer vorgegebenen Melodie zu finden. Ebenfalls nicht behandelt werden gesetzmäßige Zusammenhänge zwischen Imitation und Melodik. Einige satztechnische Aufgaben hat Tanejew also übergangen, obwohl sie historisch relevant sind. Sie werden – mit Ausnahme des Krebskanons – in der vorliegenden Arbeit untersucht.

3.2 Rovenko I

3.2.1 Melodische Gesetzmäßigkeiten im zweistimmigen Kanon

Aus Tanejews Überlegungen folgt, dass Kanonmelodie und Einsatzschema voneinander abhängen; denn die einzelnen Abschnitte der Kanonmelodie sind durch das System der kontrapunktischen Abhängigkeiten aufeinander bezogen. Besonders deutlich wird das, wenn die Stimmen kurz nacheinander einsetzen. Darum geht es in Alexander Rovenkos *Grundlagen der Engführungskontrapunktik*.²⁶ Rovenko ist nicht der einzige, der solche Untersuchungen durchführt. Er bezieht sich häufig auf Jewgeni Kortschinski.²⁷ Zu Kanons mit einem engen rhythmischen Einsatzabstand schreibt Rovenko:²⁸

Die Vorzüge der hier dargelegten neuen Methode treten hauptsächlich dort hervor, wo Kanons mit sehr kleinem Einsatzabstand ausgearbeitet werden. Kanons mit Einsatzabständen von einem Takt oder mehr, schreibt man besser auf herkömmliche Art [, also in Abschnitten].

Für solche Kanons lassen sich allgemeine Gesetzmäßigkeiten formulieren. Tanejew selbst hat das nicht getan, aber auf der Grundlage von seinem Ansatz lassen sich solche Gesetzmäßigkeiten herleiten. Dazu wird angenommen, dass die Abschnitte der Kanonmelodie jeweils alle genau einen Ton lang sind. Die Abschnitte a_i werden also zu einzelnen Tönen. In den Formeln werden sie deshalb mit t_i bezeichnet. Aus der Kanonformel von oben²⁹

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-1}, h)$$

wird

$$t_i \approx \text{tr}(t_{i-1}, h)$$

²⁵ Tanejew S. 1.

²⁶ Rovenko.

²⁷ Evgenij Korčinskij, *K voprosu o teorii kanoničeskoj imitacii* [Zur Theorie kanonischer Imitation], Leningrad 1960, bzw. Evgenij Korčinskij, *K voprosu o teorii kanoničeskoj imitacii*, in: *Naučno-metodičeskie zapiski Ural'skoj konservatorii* [Wissenschaftlich-methodische Beiträge des Ural-Konservatoriums], Bd. 5, Sverdlovsk 1963, zitiert nach Rovenko S. 223.

²⁸ Rovenko S. 129.

²⁹ S. 56.

Die Töne t_i werden durch ganze Zahlen dargestellt.³⁰ Das sind die Intervalle über einem gedachten Basiston. Die Intervalle werden in Sekundschriften gemessen und der Basiston ist der Nullpunkt. Er kann beliebig gewählt werden.³¹

Die Versetzung eines Tons entspricht der Addition oder Subtraktion des Versetzungsintervalls.

$$\text{tr}(t, h) = t + h$$

So kann nicht nur mit Intervallen gerechnet werden, sondern auch mit Tönen, z. B. sei c^1 der Basiston. Ihm entspricht der Wert 0. Das e^1 liegt eine Terz über dem c^1 . Die Terz enthält zwei Sekundschriften. Dem e^1 entspricht also die 2. Bei einer Versetzung um eine Quarte nach oben wird e^1 auf a^1 abgebildet. Mathematisch entspricht der Versetzung um eine Quarte nach oben die Addition von 3; denn die Quarte enthält drei Sekundschriften. Wegen $2 + 3 = 5$ liegt der Ton, auf den das e^1 abgebildet wird, fünf Sekundschriften über dem Basiston. Das entspricht der Sexte über c^1 , also a^1 .

Für die Kanonformel ergibt sich

$$t_i \approx t_{i-1} + h$$

Die \approx -Beziehung wird bei Einzeltönen zur Konsonanzbeziehung. Um sie formal darzustellen, wird die Menge der Konsonanzen K eingeführt:³²

$$K := \{k \in \mathbb{Z} \mid \exists p \in \{0, 2, 4, 5\} \wedge |k| \equiv p \pmod{7}\}$$

oder

$$K = \{\dots, -7, -5, -4, -2, 0, 2, 4, 5, 7, \dots\}$$

Versetzungen dieser Menge werden so definiert

$$K + a = \{x + a \in \mathbb{Z} \mid x \in K\}$$

Für $a = 1$ ergibt sich z. B.

³⁰ Im Allgemeinen reicht das. Die Überlegungen lassen sich aber auch auf kompliziertere Ansätze übertragen, z. B. auf das Euler-Gitter, siehe S. 320.

³¹ Der Wechsel des Basistons entspricht der Addition des konstanten Betrags d .

$$t' = t + d$$

Dabei bleiben alle Differenzen gleich:

$$t'_2 - t'_1 = (t_2 + d) - (t_1 + d) = t_2 - t_1$$

Diese Differenzen entsprechen den musikalischen Intervallen. Für die satztechnische Regularität sind Intervalle maßgeblich, und da Intervalle bei einem Wechsel des Basistons gleich bleiben, ist die Wahl des Basistons irrelevant für die Regularität.

³² Die Formel lässt sich so verstehen: Sämtliche Konsonanzen werden von den vier Grundkonsonanzen abgeleitet, die kleiner sind als eine Oktave: Prim, Terz, Quint und Sext, oder in Zahlen, 0, 2, 4 und 5. Dann wird von der Oktavlage abstrahiert, es kommt also nicht auf die Zahl selbst an, sondern nur auf ihren Siebener-Rest. Da Intervalle traditionell positiv sind, ist der Betrag von k entscheidend.

3 Der Kanon in der russischen Musiktheorie

$$K + 1 = \{\dots, -6, -4, -3, -1, 1, 3, 5, 6, 8, \dots\}$$

Zwei Töne s und t konsonieren, wenn ihr Zusammenklangsintervall eine Konsonanz ist. Formal ist das ausgedrückt in der *Konsonanzformel*

$$s \approx t \Leftrightarrow (s - t) \in K$$

oder

$$s \approx t \Leftrightarrow (s - t) \in \{\dots, -7, -5, -4, -2, 0, 2, 4, 5, 7, \dots\}$$

Daraus folgen

$$s \in K + t$$

und

$$t \in K + s$$

bzw.

$$s \in \{\dots, t - 7, t - 5, t - 4, t - 2, t, t + 2, t + 4, t + 5, t + 7, \dots\}$$

und

$$t \in \{\dots, s - 7, s - 5, s - 4, s - 2, s, s + 2, s + 4, s + 5, s + 7, \dots\}$$

Aus der Kanonformel

$$t_i \approx t_{i-1} + h$$

folgt also

$$[t_i - (t_{i-1} + h)] \in K$$

bzw.

$$(t_i - t_{i-1} - h) \in K$$

Deswegen gilt auch

$$(t_i - t_{i-1}) \in K + h$$

bzw.

$$(t_i - t_{i-1}) \in \{\dots, h - 7, h - 5, h - 4, h - 2, h, h + 2, h + 4, h + 5, h + 7, \dots\}$$

Hier wird deutlich, wie die Kanonmelodie und die Art der Imitation zusammenhängen; denn die Differenz auf der linken Seite, $(t_i - t_{i-1})$, ist das Fortschrittsintervall von t_{i-1} nach t_i . Das h auf der rechten Seite ist der intervallische Einsatzabstand. In der Kanonmelodie sind also nur bestimmte Fortschreitungen möglich, und welche das sind, hängt von h ab, dem intervallischen Einsatzabstand.

Im Unterquintkanon z. B. gilt $h = -4$. Daraus folgt

$$(t_i - t_{i-1}) \in K - 4$$

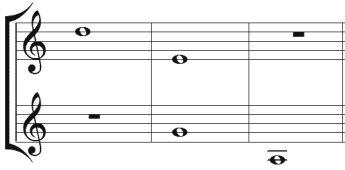
oder

$$(t_i - t_{i-1}) \in \{\dots, -4 - 7, -4 - 5, -4 - 4, -4 - 2, -4, -4 + 2, -4 + 4, -4 + 5, -4 + 7, \dots\}$$

bzw.

$$(t_i - t_{i-1}) \in \{\dots, -11, -9, -8, -6, -4, -2, 0, 1, 3, \dots\}$$

Im klassischen Kontrapunkt sind nicht alle Fortschreitungen möglich, die zu einer Zusammenklangkonsonanzen führen; denn die linear unmöglichen Fortschreitungen wie z. B. Septim- oder Nonsprünge bleiben ausgeschlossen. Im Unterquintkanon z. B. führt der Septsprung abwärts zum Zusammenklang einer Terz.



Dieser Zusammenklang ist zwar konsonant, aber der Septsprung ist im klassischen Kontrapunkt nicht möglich. Wenn die linear unmöglichen Fortschreitungen ausgeschlossen werden, bleiben die möglichen Fortschreitungen übrig. Das sind die Quinte und die Terz abwärts, die Prime und Sekunde und Quarte aufwärts, also dieselben, die oben³³ aus der Anschauung heraus bestimmt worden sind.

Rovenko formuliert den Zusammenhang von Kanonmelodik und intervallischem Einsatzabstand so:³⁴

Entsprechend dieser von Jewgeni Kortschinski aufgestellten Gesetzmäßigkeit entsprechen die harmonischen [Zusammenklangs-]Intervalle [...] der Summe ihrer melodischen Intervalle und dem Intervall der Verschiebung [intervallischem Einsatzabstand]:

$$g = m + n$$

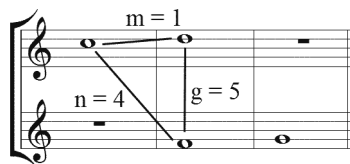
³³ S. 23.

³⁴ Rovenko S. 22.

3 Der Kanon in der russischen Musiktheorie

g steht für das Zusammenklangsintervall, m für die Melodiefortschreitung und n für den intervallischen Einsatzabstand.³⁵

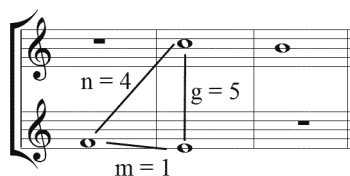
Bei einem Unterquintkanon z. B. ist der intervallische Einsatzabstand 4. Dem Melodiestritt aufwärts entspricht die 1. Der Zusammenklang, der dabei entsteht, die Sexte, ist die Summe aus 4 und 1, also 5.



Wichtig ist in Rovenkos Formel die Bedeutung der Vorzeichen. Tanejew und Rovenko berücksichtigen das Verhältnis der Kanonstimmen zueinander, und zwar haben die Vorzeichen unterschiedliche Bedeutung, je nachdem, ob die erste Stimme tiefer ist als die zweite oder höher.³⁶ Dabei bedeutet das negative Vorzeichen: Die Fortschreitung geschieht in derselben Richtung wie die Imitation, d. h. wenn die erste Stimme des Kanons die Oberstimme ist, bedeutet das Minuszeichen einen Schritt abwärts, bei einer Unterstimme dagegen einen Schritt aufwärts. Bei Rovenko haben m und n also dann gleiche Vorzeichen, wenn ihre Richtungen entgegengesetzt sind. In der vorliegenden Arbeit dagegen beziehen sich die Vorzeichen auf die Richtung der Fortschreitung: Das positive Vorzeichen bezeichnet eine aufwärts gerichtete Fortschreitung, das negative eine abwärts gerichtete. Das Intervall (Oberstimme – Unterstimme) ist positiv, wenn der Ton der Oberstimme über dem Ton der Unterstimme liegt. Die unterschiedlichen Bezeichnungen stehen in dieser Tabelle:

Bedeutung	Rovenko	in der vorliegenden Arbeit
Intervallischer Einsatzabstand	n	h
Melodiefortschreitung	m	$t_{i-1} - t_i$
Zusammenklang	g	$t_{i-1} - t_i + h$

Der Ansatz von Tanejew und Rovenko mag befremdlich scheinen, aber so ergeben sich für Kanons in einem bestimmten intervallischen Einsatzabstand gleiche Fortschreitungen, unabhängig davon, ob die Oberstimme beginnt oder die Unterstimme. Wenn im Beispiel oben die Richtung der Melodiefortschreitung und der Imitation umgekehrt werden, ergeben sich dieselben Werte. Das heißt: Der Zusammenhang gilt entsprechend auch für den Oberquintkanon.



³⁵ Diesen Zusammenhang beschreibt auch Gauldin (Gauldin S. 38).

³⁶ Siehe hierzu die Erläuterungen von Wehrmeyer in Tanejew S. 16, Anm. 7.

3.2.2 Die Anwendung auf den Tonsatz

Nachdem Rovenko die Gesetzmäßigkeiten des einfachen zweistimmigen Kanons hergeleitet hat, zeigt er,³⁷ wie sich mit Hilfe der Kenntnis dieser Gesetzmäßigkeiten ein Kanon schreiben lässt. Als Beispiel wählt er einen Kanon im Einklang.³⁸ Dort gilt $h = 0$. Aus der allgemeinen Formel

$$(t_i - t_{i-1}) \in K + h$$

wird

$$(t_i - t_{i-1}) \in K$$

oder

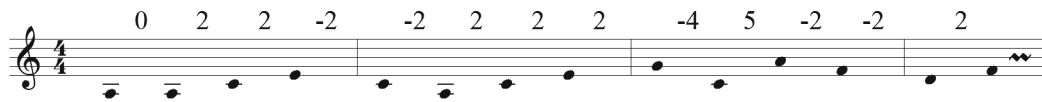
$$(t_i - t_{i-1}) \in \{\dots, -7, -5, -4, -2, 0, 2, 4, 5, 7, \dots\}$$

Möglich sind also die Fortschreitungen in die Prim, Terz, Quinte, Sexte und Oktave in beiden Richtungen, d. h. eine Tonwiederholung oder ein Sprung in der Größe einer Konsonanz.

Zuerst wird ein melodisches Gerüst geschrieben.³⁹ Dazu schreibt Rovenko:⁴⁰

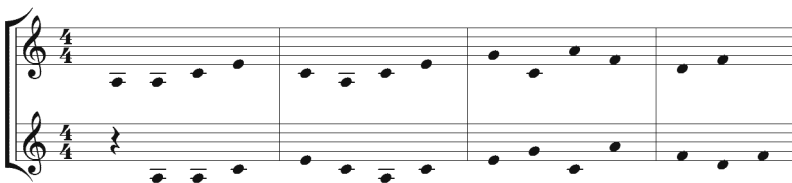
Unter Beachtung der ergänzenden Bedingungen skizzieren wir nun das melodische Gerüst der einsetzenden Stimme [...] des Stretta-Kanons, denn der stärkste Vorzug der vorgestellten Methode besteht ja gerade in der Möglichkeit, geschlossene polyphone Formen vom melodischen Gerüst her auszuarbeiten [...].

Das Gerüst beginnt so:



Da es nur ein Gerüst ist, notiert Rovenko die Noten ohne Hals. Die Zahlen zwischen den Notenköpfen entsprechen der Größe und der Richtung der melodischen Fortschreitungen. Die Größe der Intervalle ist in Sekundschrritten angegeben.

Mit diesem melodischen Gerüst lässt sich ein Gerüstkanon bilden, der satztechnisch korrekt ist:



³⁷ Rovenko S. 32–36.

³⁸ Rovenko S. 28.

³⁹ Rovenko S. 32–34.

⁴⁰ Rovenko S. 32.

3 Der Kanon in der russischen Musiktheorie

Das ist noch keine Musik, aber immerhin eine Vorstufe davon; denn aus diesem Gerüst kann ein musikalisch sinnvoller Kanon entwickelt werden. Dazu schreibt Rovenko:⁴¹

Um das skizzierte Gerüst nunmehr in eine vollgültige Melodie auszugestalten, muß die rhythmische Gleichförmigkeit in nichtperiodische Bewegung – Vorhalts-, Hilfs- [Wechselnoten-] und Durchgangsbewegung – aufgelöst werden. [...] Mit einiger Phantasie läßt sich aber auch mit diesen recht beschränkten Mitteln individuelles melodisches Profil erreichen.

Rovenkos Lösung beginnt so:⁴²



Ein Kanon wird also in zwei Phasen geschrieben: zuerst wird ein melodisches Gerüst konstruiert und dann wird dieses Gerüst diminuiert. Erst in der zweiten Phase wird die konkrete Melodie gebildet. Rovenko widmet dieser Phase ein ganzes Kapitel.⁴³

⁴¹ Rovenko S. 34.

⁴² Rovenko S. 36.

⁴³ Rovenko S. 8–16.

4 Der Kanon zum Cantus firmus

4.1 Die allgemeine Lösung

Erheblich schwieriger wird der zweistimmige Kanon, wenn er zu einem Cantus firmus hinzutritt. Die satztechnischen Bedingungen lassen sich hier ablesen:

Zweite Kanonstimme

Erste Kanonstimme

Cantus firmus

Es gibt drei Stimmenpaare:

1. das Paar der beiden Kanonstimmen,
2. das Paar aus dem Cantus firmus und der *ersten* Kanonstimme und
3. das Paar aus dem Cantus firmus und der *zweiten* Kanonstimme.

Alle drei Stimmenpaare müssen satztechnisch regulär sein. Dazu müssen bei der Komposition der Kanonmelodie nicht nur der intervallische Einsatzabstand berücksichtigt werden, sondern auch die Töne und Fortschreitungen des Cantus firmus. Das lässt sich so zeigen: Zum Beispiel soll ein Kanon im Einklang geschrieben werden. Günstig ist es, wenn der Cantus firmus im Bass liegt. Dann sind nämlich Quartan zwischen den beiden Kanonstimmen konsonant. Es gibt also eine Konsonanz mehr als im zweistimmigen Kanon. Die Fortschreitung des Cantus firmus sei eine fallende Quarte:

Töne der zweiten Kanonstimme

Töne der ersten Kanonstimme

Cantus firmus

Schnittmenge

Imitation

Konsonanz

Der Ton der ersten Kanonstimme muss zum f^1 des Cantus firmus passen. Hier gibt es vier Möglichkeiten: a^1 , c^2 , d^2 und f^2 . Der Ton der *ersten* Kanonstimme wird von der

zweiten Kanonstimme imitiert. Diese Imitation des Tons in der zweiten Kanonstimme muss zum folgenden Ton des Cantus firmus passen, dem c^1 . Zu diesem c^1 passen e^1 , g^1 , a^1 , c^2 und e^2 . Zwei Töne erfüllen beide Bedingungen: a^1 und c^2 . Mathematisch gesehen, wird eine Schnittmenge gebildet. Ganz ähnlich ist es, wenn der Cantus firmus von g^1 nach d^1 geht. Dann verschieben sich alle Töne des Schemas um eine Sekunde nach oben. Zum g^1 des Cantus firmus passen h^1 und d^2 . Allgemein gilt also:

Wenn der Cantus firmus eine Quarte abwärts geht, dann kann in der ersten Kanonstimme nur die Terz oder die Quinte über dem Cantus firmus erscheinen. Alle anderen Töne führen zu Dissonanzen.

Diese Überlegung lässt sich für sämtliche möglichen Fortschreitungen des Cantus firmus durchführen. Bei der fallenden Sekunde sieht es so aus:

Hier bleibt nur ein einziger Ton übrig, das c^2 . Bei der fallenden Sekunde im Cantus firmus ist als Zusammenklang nur die Quinte möglich. Welche Zusammenklänge brauchbar sind, hängt von den Fortschreitungen des Cantus firmus ab.

Um die Gesetzmäßigkeiten für einen bestimmten intervallischen Einsatzabstand zu finden, wird für jede mögliche Fortschreitung des Cantus firmus bestimmt, welche Intervalle zwischen der Kanonmelodie und dem Cantus firmus möglich sind. Die Ergebnisse werden in einer Tabelle zusammengefasst.¹

Die Überlegungen werden aus Gründen der Systematik formal durchgeführt. Die satztechnischen Bedingungen lassen sich hier ablesen:

2. Stimme	–	$t_1 + h$	$t_2 + h$...	$t_{i-1} + h$	$t_i + h$...
1. Stimme	t_1	t_2	t_3	...	t_i	t_{i+1}	...
Cantus firmus	c_1	c_2	c_3	...	c_i	c_{i+1}	...

Es gibt drei Stimmenpaare: das Paar der beiden Kanonstimmen und zwei Paare aus dem Cantus firmus und einer der beiden Kanonstimmen. Alle drei Stimmenpaare müssen satztechnisch regulär sein. Günstig ist es, wenn der Cantus firmus im Bass liegt. Dann sind nämlich Quartan zwischen den beiden Kanonstimmen konsonant. Es gibt also eine Konsonanz mehr als im zweistimmigen Kanon. Formal wird das erfasst durch zwei neue Symbole, die Menge der Konsonanzen einschließlich der Quartan, \underline{K} , und die Konsonanzrelation, die die Quartan einschließt, \simeq . \underline{K} entspricht K und \simeq entspricht \approx . Der waagerechte Strich unter den Symbolen deutet an, dass unter den beteiligten Stimmen noch der Bass liegt. \underline{K} wird so definiert:

¹ Siehe unten S. 79 und S. 87.

$$\underline{K} := \{k \in \mathbb{Z} \mid k \not\equiv \pm 1 \pmod{7}\}$$

also

$$\underline{K} = \{\dots, -7, -5, -4, -3, -2, 0, 2, 3, 4, 5, 7, \dots\}$$

Aus der allgemeinen Konsonanzformel²

$$s \approx t \Leftrightarrow (s - t) \in K$$

wird

$$s \simeq t \Leftrightarrow (s - t) \in \underline{K}$$

Damit der Satz regulär ist, müssen drei Bedingungen erfüllt sein:

$t_i \simeq t_{i-1} + h$	Die beiden Kanonstimmen passen zueinander.
$t_i \approx c_i$	Die erste Kanonstimme passt zum Cantus firmus.
$t_i + h \approx c_{i+1}$	Die zweite Kanonstimme passt zum Cantus firmus.

Links stehen die formalen Beziehungen und rechts daneben steht ihre satztechnische Bedeutung.

Sei f_i die Fortschreitung des Cantus firmus von c_i zu c_{i+1} . Es gilt also

$$c_{i+1} = c_i + f_i$$

Aus der dritten Bedingung folgt

$$t_i + h \approx c_i + f_i$$

und daraus

$$t_i - c_i \approx f_i - h$$

und

$$(t_i - c_i) \in K + f_i - h$$

Wegen der zweiten Bedingung gilt

$$(t_i - c_i) \in K$$

Beides zusammen ergibt

$$(t_i - c_i) \in K \cap (K + f_i - h)$$

² Siehe S. 70.

4 Der Kanon zum Cantus firmus

Die Differenz auf der linken Seite, $(t_i - c_i)$, ist das Intervall zwischen der ersten Kanonstimme und dem Cantus firmus. Die Schnittmenge enthält also sämtliche möglichen Intervalle zwischen der ersten Kanonstimme und dem Cantus firmus. Sie hängen von h und f_i ab, dem intervallischen Einsatzabstand und der Fortschreitung des Cantus firmus, die auf den Zusammenklang folgt.

Um die Gesetzmäßigkeiten für einen bestimmten intervallischen Einsatzabstand zu finden, wird für jede mögliche Fortschreitung des Cantus firmus bestimmt, welche Intervalle zwischen der Kanonmelodie und dem Cantus firmus möglich sind, z. B. beim Kanon im Einklang. Hier gilt $h = 0$ und aus der allgemeinen Formel

$$(t_i - c_i) \in K \cap (K + f_i - h)$$

wird

$$(t_i - c_i) \in K \cap (K + f_i)$$

Angenommen, die Fortschreitungen des Cantus firmus sind höchstens eine Quinte groß, dann wird die Schnittmenge $K \cap (K + f)$ für alle f von -4 bis $+4$ gebildet. Zuerst wird zu jeder Fortschreitung f die Menge $(K + f)$ bestimmt.

f	$K + f$									
-4				0	1	3	5	7	8	10
-3				1	2	4	6	8	9	11
-2				0	2	3	5	7	9	10
-1				1	3	4	6	8	10	11
0				0	2	4	5	7	9	11
1				1	3	5	6	8	10	
2				0	2	4	6	7	9	11
3				1	3	5	7	8	10	
4				0	2	4	6	8	9	11

In der linken Spalte stehen die möglichen Fortschreitungen des Cantus firmus, rechts daneben in derselben Zeile stehen diejenigen Zusammenklänge zwischen der *ersten* Kanonstimme und dem Cantus firmus, bei denen auf dem folgenden Cantus-firmus-Ton eine Konsonanz zwischen der *zweiten* Kanonstimme und dem Cantus firmus entsteht.

Da der Cantus firmus im Bass liegt, sind negative Werte in der Tabelle gar nicht erst erfasst. Bei zwei Zahlen in derselben Spalte ergibt sich dasselbe Intervall zwischen Cantus firmus und *zweiter* Kanonstimme, und zwar das fett gedruckte in der eingerahmten mittleren Zeile.

Von den Werten in der Tabelle sind nur die brauchbar, bei denen auch die *erste* Kanonstimme zum Cantus firmus passt, die also nicht nur in $(K + f)$ enthalten sind, sondern auch in K . Deshalb wird in den einzelnen Zeilen jeweils die Schnittmenge mit K gebildet. So entsteht eine Tabelle, die jedem möglichen Fortschreitungsintervall f die Schnittmenge $K \cap (K + f)$ zuordnet:

f	$K \cap (K + f)$					
-4			0		5	7
-3				2	4	9 11
-2		0	2		5	7 9
-1				4		11
0	0	2	4	5	7	9 11
1				5		
2	0	2	4		7	9 11
3			5	7		
4	0	2	4		9	11

Sie ist so zu lesen: Wenn der Cantus firmus z. B. eine Quarte abwärts geht, etwa von f nach c , dann entspricht das der Zeile, die mit -3 beginnt; denn -3 steht für die fallende Quarte. Das ist die zweite Zeile. Dort stehen die Zahlen 2, 4, 9 und 11. Mögliche Intervalle zwischen dem Cantus firmus und der *ersten* Kanonstimme sind also die Terz, Quinte, Dezime und Duodezime. Angenommen, von diesen vier möglichen Intervallen wird die Terz gewählt, das a . Die Terz entspricht der 2 in der Tabelle. Sie steht in derselben Spalte wie die fett gedruckte 5 der mittleren Zeile. Die 5 steht für eine Sexte. Bei der Imitation ergibt sich also eine Sexte zwischen dem Cantus firmus und der *zweiten* Kanonstimme. Das lässt sich am Notenbeispiel oben³ nachvollziehen.

Offenbar lassen sich zu manchen Fortschreitungen des Cantus firmus leicht Kontrapunkte schreiben, zu anderen dagegen nicht. Die meisten Zusammenklänge gibt es, wenn der Cantus firmus liegen bleibt, die wenigsten bei Sekund-Fortschreitungen. Bei Tonwiederholungen im Cantus firmus sind alle Konsonanzen möglich, bei einer fallenden Sekunde ist es nur die Quinte und bei einer steigenden nur die Sexte.

4.2 Historische Lösungen – Zarlino, Monteverdi

Diese Einschränkungen sind so eng, dass manche Aufgaben unlösbar sind, z. B. ein Kanon im Abstand einer ganzen Note über den Choral *Veni Creator Spiritus*:⁴



Schon Zarlino hat dazu einen Kanon geschrieben.⁵ Die satztechnischen Bedingungen für Zarlinos Kanon lassen sich rekonstruieren. Dazu wird bestimmt, welche Töne in der ersten Kanonstimme stehen können. Zuerst geht der Cantus firmus eine Sekunde aufwärts. Dazu passt nur die Sexte, das e . Dann folgt eine Sekunde abwärts. Hier kann nur die

³ S. 75.

⁴ *Liber usualis* S. 756.

⁵ Zarlino S. 302–305.

4 Der Kanon zum Cantus firmus

Quinte stehen; also wieder das *e*. Diese Überlegung wird für alle Cantus-firmus-Töne durchgeführt. So ergibt sich dieses Schema:

Gerüst erste Kanonstimme

Cantus firmus

Da sich der Cantus firmus hauptsächlich in Sekunden bewegt, gibt es meist nur eine Möglichkeit für die Kanonstimme. Allerdings ist der Satz nicht regulär:

Gerüst zweite Kanonstimme

Gerüst erste Kanonstimme

Cantus firmus

Er enthält Parallelen und Dissonanzen. Sie sind durch die Linien und Sternchen gekennzeichnet. Die Dissonanzen entstehen durch die Sekundfortschreitungen der Kanonmelodie. So ist die Aufgabe also nicht lösbar.

Sie wird es, wenn der rhythmische Einsatzabstand des Kanons kürzer ist als die Dauer der Cantus-firmus-Töne. Unter dem Gesichtspunkt der Kanonkonstruktion besteht dann jeder Ton des Cantus firmus aus mehreren gleichen Tönen.

Angenommen, die Cantus-firmus-Töne sind doppelt so lang wie der rhythmische Einsatzabstand des Kanons, dann sieht der Satz formal so aus:

2. Stimme	–	$t_1 + h$	$t_2 + h$	$t_3 + h$	$t_4 + h$	$t_5 + h$...
1. Stimme	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	...
Cantus firmus	c_1	c_1	c_2	c_2	c_3	c_3	...

Die erste und zweite Hälfte des Cantus-firmus-Tons sind satztechnisch gesehen eine Tonwiederholung oder – anders ausgedrückt – eine Fortschreitung in der Größe einer Prim. Für die erste Hälfte jedes Cantus-firmus-Tons gilt also $f_i = 0$. Dazu enthält die Tabelle von oben sämtliche Konsonanzen. Das ist für den Kanon günstig.

Anders ist es auf der zweiten Hälfte der Cantus-firmus-Töne: Bei Sekundschritten aufwärts ist nur die Sexte als Zusammenklang möglich, bei Sekundschritten abwärts nur die Quinte und beim Quartsprung sind es die Sexte und die Oktave. So ergibt sich dieses Schema:

unlösbar

1. Kanonstimme

Cantus firmus

Die Gerüsttöne der unlösbaren Aufgabe bleiben alle erhalten, aber jetzt stehen sie jeweils nur auf der zweiten Hälfte der Cantus-firmus-Töne und auf den ersten Hälften sind – anders als oben – jeweils vier verschiedene Töne möglich. Deshalb lassen sich die Gerüsttöne auf den zweiten Hälften verbinden. Dafür gelten die Regeln des zweistimmigen Kanons, allerdings mit einem Zusatz: Da beide Kanonstimmen über dem Bass liegen, sind Quartan zwischen den Kanonstimmen möglich. Aus der allgemeinen Formel⁶

$$(t_i - t_{i-1}) \in K + h$$

wird

$$(t_i - t_{i-1}) \in \underline{K} + h$$

K wird also ersetzt durch \underline{K} , die Menge der Konsonanzen einschließlich der Quarte. Wegen $h = 0$ gilt

$$(t_i - t_{i-1}) \in \underline{K}$$

also

$$(t_i - t_{i-1}) \in \{\dots, -7, -5, -4, -3, -2, 0, 2, 3, 4, 5, 7, \dots\}$$

Das heißt: Im Gerüst sind alle Fortschreitungen möglich außer Sekunden und Septimen. Es gibt also mehr Möglichkeiten als beim einfachen zweistimmigen Kanon ohne Bass.⁷ Um die unbrauchbaren Fortschreitungen auszuschließen, werden alle Töne aus dem Schema entfernt, die sich nicht mit ihren Nachbartönen verbinden lassen, z. B. das d zu Anfang. Gleich für den zweiten Gerüstton gibt es nur eine Möglichkeit, das e . Das d zu Anfang lässt sich aber nicht in dieses e weiterführen, da Sekundschritte im Kanongerüst Dissonanzen ergeben. Deshalb wird das d entfernt. Diese Überlegung wird für alle Töne durchgeführt. So entsteht dieses Schema:

1. Kanonstimme

Cantus firmus

⁶ Siehe S. 70.

⁷ Siehe S. 73.

4 Der Kanon zum Cantus firmus

Bei dem Sternchen sind nicht alle Verbindungen regulär. Die Linie vom *g* zum *e* bedeutet, dass von *g* aus nur der Schritt ins *e* möglich ist, *c* ist wegen Oktavparallelen zum Bass ausgeschlossen und *a* wegen Dissonanzen im Kanon. Das obere System enthält die möglichen Melodiegerüste, also auch das von Zarlinos Kanonmelodie.⁸ Das wird hier deutlich:

The image shows a musical score with five staves. The top staff, labeled 'Möglichkeiten', contains several measures of music with various chordal structures. The second staff, 'Zarlinos Gerüst', shows a skeletal structure of the canon. The third staff, 'Guida', and the fourth staff, 'Consequente', show the actual melodic lines. The bottom staff, 'Soggetto', shows the cantus firmus in the bass. The score is in a common time signature and features various rhythmic values and accidentals.

Unten steht Zarlinos Satz, darüber das Gerüst von Zarlinos Kanonstimme und ganz oben stehen die möglichen Töne für das Kanongerüst.

Bei dem größeren rhythmischen Einsatzabstand hatten sich die unbrauchbaren Sekundschritte im Gerüst ergeben. Dieses Problem ist jetzt gelöst, und zwar durch den kleineren rhythmischen Einsatzabstand; denn zwei benachbarte Töne, wie z. B. *e* und *d*, können durch zwei Sprünge verbunden werden, von denen der eine um eine Sekunde größer ist als der andere.

Es ist interessant, zu beobachten, nach welchen Kriterien Zarlino an den Stellen ausgewählt hat, an denen es mehrere Möglichkeiten gibt. Offenbar hat er Tonwiederholungen vermieden. Sie hätten ständig zu Einklängen geführt. Außerdem hat er Verbindungen vorgezogen, bei denen vollständige Dreiklänge oder Sextakkorde entstehen. Die Regeln für solch einen Kanon hat er nach demselben Prinzip formuliert, nach dem auch die Tabelle oben⁹ konstruiert ist: Den Fortschreitungen des Cantus firmus werden die möglichen Zusammenklänge zwischen dem Cantus firmus und der ersten Kanonstimme zugeordnet. Zuerst stellt Zarlino fest, dass der Ton des Kontrapunkts jeweils von zwei Tönen des Cantus firmus abhängt, dem aktuellen und dem folgenden.¹⁰

Si debbe però sapere, che in questo et ne gli altri ancora di questa sorte, si hanno da osseruare tre cose;

Man muss aber wissen, dass man in diesem [Fall] und auch in den anderen dieser Art drei Dinge beachten muss.

⁸ Zarlino S. 302–305. Dasselbe Beispiel zitieren auch Ferand, Rovenko und Aerts, siehe Ferand S. 80 f., Rovenko S. 41–43, Aerts. Für Aerts kann keine Seitenzahl angegeben werden, da nur das Manuskript vorlag. Der Aufsatz erscheint 2011.

⁹ S. 79.

¹⁰ Zarlino S. 303 f.

La prima, che il Contrapunto, che si fà consiste in due Figure, o Note del Soggetto; il quale sarà di Canto fermo;

cioè in quella, sopra la quale allora si canta, ò fa il Contrapunto; et in quella che segue immediatamente; sopra la quale si hà da cantare. [...]

La Seconda cosa è; che essendo la Semibreue di ualore di due Minime; così faremo etiandio ualere le figure del Soggetto, quando sarà di Canto fermo:

la onde la cosa viene a consistere, che la Guida habbia collocata la seconda Minima della prima Semibreue in tal maniera; che quando il Consequente la porrà (come auerrà necessariamente) sopra la prima della seconda Semibreue; non habbia à fare alcuna discordanza.

Et perché ogni mouimento, che fa il Canto fermo da vna figura, ò nota all'altra (per venire alla Terza cosa) ouero che è di Vnisono, o di Terza, o di Quarta, o di Quinta: o pure (come auiene alle fiate) di Sesta, o di Ottaua: però lasciando quelli dell'Vnisono dico, che gli altri; ouero vanno verso l'acuto, ouero verso il graue;

Darauf bemerkt er – zunächst nur allgemein –, dass zu den Fortschreitungen des Cantus firmus jeweils bestimmte Zusammenklänge möglich sind.

onde in ciascheduno di questi mouimenti bisogna sapere in qual modo si habbia a porre la detta Seconda minima. acciò che il Consequente accordi sopra la prima della sequente Semibreue. [...]

Die folgende Regel sorgt dafür, dass die Kanonstimmen untereinander konsonieren.

perciò bisogna auertire oltre l'altre cose; il che è di molta importanza, di non far mai alcun mouimento di grado nel principio di vna Minima all'altra;

Darauf folgen die Regeln, die den Fortschreitungen des Cantus firmus die möglichen Zusammenklänge zuordnen.

Erstens: Der Kontrapunkt, den man macht, hängt von zwei Figuren oder Noten des Subjekts ab, das aus einem Choral stammt,

und zwar von derjenigen, über der man gerade singt oder den Kontrapunkt macht, und von derjenigen, die unmittelbar auf diejenige folgt, über der man singen muss. [...]

Zweitens: Da die Semibrevis zwei Minimen lang ist, so lassen wir auch die Noten des Subjekts, eines Chorals, [als zwei Minimen] gelten.

Daher muss die erste Kanonstimme die zweite Minima der ersten Semibrevis so setzen, dass keine Dissonanz entsteht, wenn die zweite Kanonstimme diese Note über der ersten [Minima] der zweiten Semibrevis bringen wird, was notwendigerweise geschieht.

Um zur dritten Sache zu kommen: Jede Bewegung, die der Choral von einer Figur oder Note zur anderen macht, ist ein Einklang, [eine Sekunde,] eine Terz, eine Quarte, eine Quinte oder (wie es manchmal vorkommt) eine Sexte oder Oktave, und mit Ausnahme des Einklangs geht sie aufwärts oder abwärts.

Für jede dieser Bewegungen muss man wissen, wie man die besagte zweite Minima so setzt, dass die zweite Kanonstimme zur ersten Hälfte der folgenden Semibrevis konsoniert. [...]

Vor allen anderen Dingen muss man beachten – und das ist sehr wichtig –, nie einen Sekundschritt vom Beginn einer Minima zur nächsten zu machen.

et che quando si troverà la modulatione fatta per Vnisono, che nelle due prime Semibreui la seconda minima della prima Semibreue (lasciando di dire della prima minima; percioche si può accommodare come si vuole: purché accordi) si porrà Vnisona, o Terza ouer Quinta et anco Ottava.

ma quando il Soggetto ascenderà per grado, allora tal minima sarà Sesta; [...]

Quando poi tal grado sarà discendente allora la Seconda minima nominata sarà Quinta.

Ma quando il Canto fermo si muouerà per salto di Terza all'insù: tal minima dourà essere Terza, o Quinta, ouero Ottava; et anco Decima.

Et quando farà il mouimento di Terza all'ingiù; la detta minima si farà Vnisono, o Terza, o Sesta, o pure Ottava, oueramente Decima.

Nel salto di Quarta all'insù tal Minima si porrà Sesta, ouero Ottava; et all'ingiù sarà Terza, o Quinta, ouero Ottava.

Wenn [das Subjekt] im Einklang fortschreitet, wie bei den beiden ersten Semibreues [des folgenden Beispiels], bringt man auf der zweiten Hälfte der ersten Semibreuis (nicht zu reden von der ersten Minima, denn die kann man begleiten, wie man will; es ergibt [mit der zweiten Kanonstimme in jedem Fall] eine Konsonanz), den Einklang, die Terz, die Quinte oder die Oktave.

Wenn das Subjekt eine Sekunde aufwärts geht, ist diese Minima eine Sexte; [...]

Wenn der Sekundschritt abwärts geht, dann ist die zweite Minima eine Quinte.

Wenn der Cantus firmus eine Terz aufwärts geht, muss diese Minima eine Terz, Quinte, Oktave oder Dezime sein.

Wenn er eine Terz abwärts geht, ist diese Minima ein Einklang, eine Terz, eine Sexte, Oktave oder Dezime.

Beim Quartsprung nach oben nimmt man für diese Minima die Sexte oder die Oktave, abwärts, die Terz, Quinte oder Oktave.

Unklar bleibt Zarlinos Einstellung zur Sexte. Manchmal wählt er die Zusammenklänge so, dass Sexten bei der Imitation ausgeschlossen sind, z. B. bei der Prim. In anderen Fällen dagegen wird die Sexte berücksichtigt, so beim Sekundschritt abwärts, bei dem ja sonst kein anderes Intervall möglich wäre. Hier wird die Quinte ausdrücklich zugelassen, obwohl sie bei der Imitation eine Sexte ergibt. Wie das Beispiel zeigt, hat Zarlino den Sextakkord auch verwendet. Es gibt also einige Unstimmigkeiten. Näheres dazu steht bei Aerts.¹¹

Rovenko zitiert und analysiert Zarlinos Satz, und zwar im Zusammenhang mit Improvisation.¹² Dabei interessiert er sich jedoch nicht für den Zusammenhang zwischen den Fortschreitungen des Cantus firmus und den Zusammenklängen zwischen Cantus firmus und Kanonmelodie. Diesen Zusammenhang erwähnt er nicht einmal und auch nicht Zarlinos Regeln dazu. Ihn interessiert, dass beim Kanon zu einem Cantus firmus Fortschreitungen möglich sind, die im zweistimmigen Kanon ausgeschlossen sind, und zwar Quart- und Sekundfortschreitungen. Die Sekundfortschreitungen werden als „Rauheit“ aufgefasst,¹³ die bei improvisierter Musik akzeptabel ist.

¹¹ Aerts.

¹² Rovenko S. 40–43. Rovenko zitiert aus Michail Saponov, *Iskusstvo improvizacii: Improvizacionnye vidy tvorčestva v zapadnoevropejskoj muzyke srednich vekov i Vozroždenija* [Die Improvisationskunst: Formen improvisatorischen Schaffens in der westeuropäischen Musik des Mittelalters und der Renaissance], Moskau 1982, Beleg bei Rovenko S. 224, dort irrtümlich „zapadnoevropejskoj“ [sic!] und „muzyki“ [sic!] geschrieben.

¹³ Rovenko S. 43.

Solche Kanons über einem Cantus firmus lassen sich wirklich improvisieren. Das hat Olivier Trachier gezeigt.¹⁴

Die Überlegungen zum Kanon über einen Cantus firmus sind durchaus relevant für die kompositorische Praxis, z. B. in Monteverdis *Marien-Vesper*:¹⁵

Vir - gam vir - tu - tis tu - - - - - ae e - mittet Do - mi - nus ex Si - on.

Virgam vir - tu - tis tu - - - - - ae e - mittet Do - mi - nus ex Si - on.

Virgam vir - tu - tis tu - - - - - ae e - mittet Do - mi - nus ex Si - on.

Solange das *a* im Bass liegt, sind alle Konsonanzen möglich. Nach dem tonal stabilen Anfang berührt die Melodie kurz das *f* und umspielt dann den a-Moll-Dreiklang. Bevor der Bass zum *gis* geht, ist in der Kanonmelodie nur *e* als Strukturton möglich; denn die fallende Sekunde im Cantus firmus erfordert die Quinte als Zusammenklang. Über *gis* sind nur *e* und *h* brauchbar. *d* scheidet aus, weil es eine verminderte Quinte ist, und *gis* verdoppelt den Leitton. Wenn der Bass zum *a* zurückgeht, ist als Strukturton wieder nur *e* möglich. Danach endet die Imitation. Die Kadenz ist nicht mehr kanonisch.

Man hört es der Kanonmelodie nicht an, dass sie einem so strengen Konstruktionsprinzip unterworfen ist. Sie klingt nicht konstruiert im schlechten Sinne, sondern ist sogar als selbständige Melodie brauchbar. Vor dem Kanon erscheint sie ohne Imitation und über einem rein instrumentalen Bass. Da klingt sie wie eine typische Solomelodie. Der Kanon danach wirkt als Steigerung.

4.3 Beliebige intervallische Einsatzabstände – Berardi

Zarlino begann mit den gebräuchlichen Imitationsintervallen, Einklang, Quinte und Oktave. Im Laufe der Zeit wurden es dann immer mehr. Eine Aufstellung steht bei Trachier.¹⁶ Bei Calvisius kamen Terzen, Quartan und Sexten hinzu. Beispiele zu sehr vielen intervallischen Einsatzabständen gab Berardi in seinen *Documenti armonici* von 1687.¹⁷ Es lohnt

¹⁴ Trachier S. 77–102, zur Improvisation speziell Trachier S. 95.

¹⁵ Monteverdi, *Marien-Vesper*, III. Dixit Dominus, T. 61.

¹⁶ Trachier S. 77–102.

¹⁷ Berardi S. 86–109.

4 Der Kanon zum Cantus firmus

sich also, den Satztypus auch für andere intervallische Einsatzabstände zu untersuchen. Dabei ändern sich die Regeln. Wie, wird hier deutlich:

The diagram illustrates two types of canons. On the left, 'Kanon im Einklang' (Canon in unison) is shown with a 'fallende Quarte' (falling fourth) in the Cantus firmus. On the right, 'Kanon in der Oberquinte' (Canon in the upper fifth) is shown with a 'steigende Sekunde' (rising second) in the Cantus firmus. Both canons involve 'Schnittmenge' (intersection) and 'Imitation' of the Cantus firmus. 'Konsonanz' (consonance) is indicated at the end of each canon section.

Links vom Doppelstrich geht es um den Kanon im Einklang, rechts um den in der Oberquinte. Für den Einklangskanon werden die Zusammenklänge bestimmt, die zur fallenden Quarte im Cantus firmus passen, für den Oberquintkanon diejenigen, die zur steigenden Sekunde passen. Die Konstruktionsöne für die Schnittmengen sind in beiden Fällen gleich. Deshalb sind auch die Schnittmengen gleich. Sie werden nur anderen Fortschreitungen zugeordnet. Die fallende Quarte im Cantus firmus beim Kanon im Einklang entspricht der steigenden Sekunde im Cantus firmus beim Kanon in der Oberquinte. Die Schnittmengen hängen nämlich von der Differenz $(f - h)$ ab. Für einen anderen intervallischen Einsatzabstand h' und eine andere Fortschreitung des Cantus firmus f' kann sich dieselbe Schnittmenge ergeben, und zwar unter der Bedingung

$$f - h = f' - h'$$

Dann gilt natürlich auch

$$K \cap (K + f - h) = K \cap (K + f' - h')$$

In der folgenden Tabelle stehen die Werte für die Kanons im Einklang und in der Oberquinte nebeneinander. Bei den anderen intervallischen Einsatzabständen ist es ganz analog.

Kanon										
im Einklang $h = 0$	in der Oberquinte $h = 4$			$K \cap (K + f - h)$						
f	f	$f - h$								
-7	-3	-7	0 2 4 5							
-6	-2	-6	5							
-5	-1	-5	0 2 4 7							
-4	0	-4	0 5 7							
-3	1	-3	2 4 9 11							
-2	2	-2	0 2 5 7 9							
-1	3	-1	4 11							
0	4	0	0 2 4 5 7 9 11							
1	5	1	5							
2	6	2	0 2 4 7 9 11							
3	7	3	5 7							
4	8	4	0 2 4 9 11							

Für andere intervallische Einsatzabstände, d. h. für andere Werte von h , ergibt sich also keine ganz andere Tabelle, sondern die Zeilen mit den Zusammenklängen werden nur anderen Fortschreitungen des Cantus firmus zugeordnet.¹⁸ Diese Gesetzmäßigkeit wird schon deutlich an der Tabelle aus William Bathes *A briefe Introduction to the Skill of Song* vom Ende des 16. Jahrhunderts.¹⁹

Zurück zum Oberquintkanon. Der von Berardi sieht so aus:²⁰

¹⁸ Abweichungen ergeben sich, wenn der Cantus firmus unterschritten wird. Das wird hier nicht näher untersucht.

¹⁹ William Bathe, *A briefe Introduction to the Skill of Song*, London o. J., zitiert nach Trachier S. 93. Als zeitlichen Rahmen für den Druck nennt Trachier 1584 und 1596, Trachier S. 91.

²⁰ Berardi, *Documenti armonici*, zweites Buch, Documento VII, Del Canone alla quinta di sopra doppio meza pausa, S. 96 f.

4 Der Kanon zum Cantus firmus

Zweimal weicht der Satz von den Regeln ab, im fünften und im achten Takt. In T. 5 erscheint ein Quartvorhalt. Dabei kehren sich die Konsonanz-Dissonanz-Verhältnisse bei der Imitation um. Was in der ersten Kanonstimme dissoniert, konsoniert in der zweiten und umgekehrt. In T. 8 führt das *d* der ersten Kanonstimme im nächsten Takt zum Quartvorhalt der zweiten. Berardi gibt an, welche Fortschreitungen zu Konsonanzen führen. Wie die Vorhalte realisiert werden, führt er aber nicht aus.

Ähnlich verfährt Berardi bei allen intervallischen Einsatzabständen. Deswegen ist die Anzahl der Regeln auch sehr groß. Sie werden aber – wie auch schon bei Zarlino – nicht hergeleitet und so wirkt die Darstellung unsystematisch. Das war wohl der Grund für Marpurgs Reaktion darauf. Er zitiert²¹ zwar fast alle Kanons von Berardi, aber auf die Regeln geht er nicht weiter ein. Er schreibt:²²

Der Canon über einen vesten Gesang gehöret unter die schwersten Gattungen der canonischen Schreibart, [...] Berardi giebet hievon in seinen Documenti Armonici so viele Regeln, dass einem bange darüber wird, und fallen überdieses alle seine Regeln sogleich weg, wenn der veste Gesang oben oder in der Mitte angebracht werden soll, oder so bald die Zeit des Eintritts der Folgestimme geändert wird; und wenn man diese [Regeln] auch nach seinen im vorigen Abschnitte § 12 [2. Bd., S. 66 f.] angeführten Canons abmessen wollte: so würden sie mehr verwirren als unterweisen.

Marpurgs Eindruck ist verständlich. Es wäre sicher sehr schwierig, sich die Unmenge von Regeln zu merken, die Berardi angibt. Was man sich aber hätte merken können, wäre das Verfahren gewesen, mit dem Berardi seine Regeln gefunden hat. Bloß das verschweigt Berardi. Vielleicht hielt er es auch für trivial. Mit Marpurgs Kritik an Berardi verschwindet in der deutschsprachigen Kanonliteratur das Bewusstsein für den Zusammenhang zwischen Einsatzschema und melodischen Gesetzmäßigkeiten.

²¹ Marpurg 2. Bd. S. 66 f.

²² Marpurg 2. Bd., S. 120.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

5.1 Der dreistimmige Kanon

5.1.1 Grundlagen

Bei einem Kanon mit drei oder mehr Stimmen bildet jedes beliebige Paar von zwei Stimmen einen zweistimmigen Kanon. Kanons mit mehr als zwei Stimmen lassen sich also als Überlagerung von mehreren zweistimmigen Kanons auffassen. Zum Beispiel enthält dieser dreistimmige Kanon drei reguläre zweistimmige Kanons:

Nämlich diese:

Jedes mögliche Stimmenpaar ist ein korrekter zweistimmigen Kanon. Die Kanons unterscheiden sich durch ihren rhythmischen oder intervallischen Einsatzabstand. Das wird aus dieser Tabelle deutlich:

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Stimmenpaar	Rhythmischer Einsatzabstand	Intervallischer Einsatzabstand
Tenor – Alt	2	4 ↑
Bass – Alt	1	8 ↑
Tenor – Bass	1	5 ↓

Weil ein dreistimmiger Kanon als Kombination von drei zweistimmigen Kanons aufgefasst werden kann, werden die Gesetzmäßigkeiten für den dreistimmigen Kanon genauso bestimmt wie die Gesetzmäßigkeiten für Themen, die unterschiedlich eingeführt werden können.

Dabei gibt es allerdings eine Besonderheit: Im Satz mit mehr als zwei Stimmen sind auch Quartan als Zusammenklänge regulär, wenn nur der untere Ton nicht Basston ist. In vielen Fällen entstehen dadurch jedoch keine Probleme. Wenn nämlich keine Stimmkreuzungen vorkommen, steht im Voraus fest, welche Quartan dissonant und welche konsonant sind. Dies kann dann bei der Untersuchung ohne Schwierigkeiten berücksichtigt werden. Nur solche Fälle werden zunächst untersucht. Der komplizierte Fall wird weiter unten¹ besprochen.

Das Verfahren wird am Einsatzschema des Beispielkanons von oben erläutert. Dazu müssen folgende Regeln miteinander kombiniert werden: die Regeln für

- den Unterquintkanon im Abstand eins,
- den Oberoktavkanon im Abstand eins
- und den Oberquartkanon im Abstand zwei.

Die Kanonmelodie muss sich also auf dreifache Weise einführen lassen.

Der Einfachheit halber wird angenommen, dass Sprünge höchstens eine Quarte groß sind. Quintsprünge oder noch größere Sprünge werden also ausgeschlossen. So ist es auch im Folgenden, wenn nichts anderes ausdrücklich erwähnt ist.

Mit dem kleinsten Einsatzabstand wird begonnen. Da in beiden Kanons mit dem rhythmischen Einsatzabstand 1 der Bass beteiligt ist, sind Quartan dissonant. Dafür ergibt sich diese Tabelle:

Einsatzabstand	Konsonanzgradklassen		
	Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv
8 ↑	2 ↑ 2 ↓ 4 ↓	4 ↑ 1.	3 ↑ 3 ↓
5 ↓	3 ↑ 2 ↓ 4 ↓	4 ↑ 1.	2 ↑ 3 ↓
Sowohl 8 ↑ als auch 5 ↓	3 ↑ 2 ↑ 2 ↓ 4 ↓	4 ↑ 1.	3 ↓

Drei Fortschreitungen sind möglich: die steigende Quarte, die Prime und die fallende Terz. Das sind dieselben wie oben² beim Thema, das in der Unterquinte und in der Oberoktave eingeführt werden kann. Dort hatte sich gezeigt, dass der zweistimmige Kanon im doppelten Kontrapunkt in der Duodezime steht. Dieses Verhältnis besteht hier zwischen Tenor und Bass einerseits und zwischen Bass und Alt andererseits.

¹ S. 160 ff.

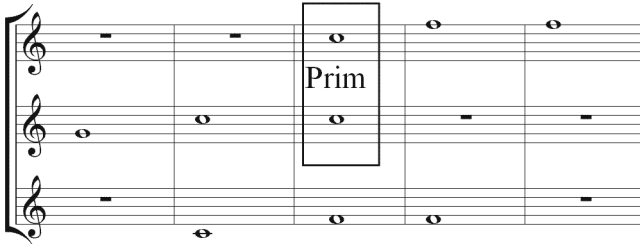
² S. 31

Nun werden die Gesetzmäßigkeiten für den Abstand 2 bestimmt. Dazu werden sechs Kombinationen³ betrachtet:

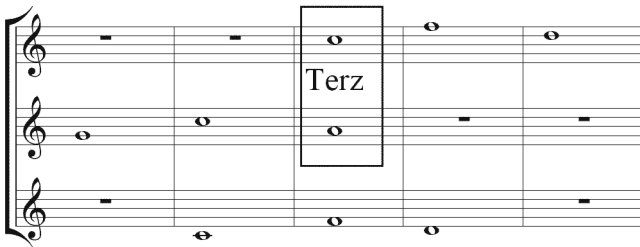
$4\uparrow 4\uparrow$, $4\uparrow 1.$, $4\uparrow 3\downarrow$, $1.1.$, $1.3\downarrow$, $3\downarrow 3\downarrow$

Die Kombination der beiden Quarten muss allerdings nicht näher untersucht werden. Weil die Quarte beim Einsatzabstand 1 perfektiv ist, darf sie sowieso nicht wiederholt werden. Die Kombination der beiden Quarten ist also irrelevant.

Die Kombination $4\uparrow 1.$ führt zu einer Prime zwischen erster und dritter Stimme. Sie ist also perfektiv.

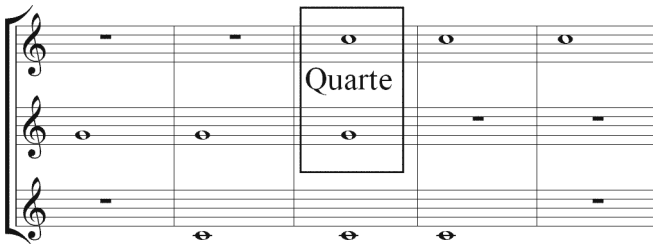


Die Kombination $4\uparrow 3\downarrow$ wird genauso untersucht.



Offenbar ist sie imperfektiv.

Interessant ist der Fall der beiden Primen. Hier entsteht zwischen den Oberstimmen eine Quarte.



Sie ist kontrapunktisch korrekt. Deshalb ist die Folge von zwei Primen möglich. Die Quarte muss in diesem Zusammenhang als imperfektiv aufgefasst werden, da sie eine Konsonanz ist, die parallel geführt werden kann, anders als die perfekten Konsonanzen.

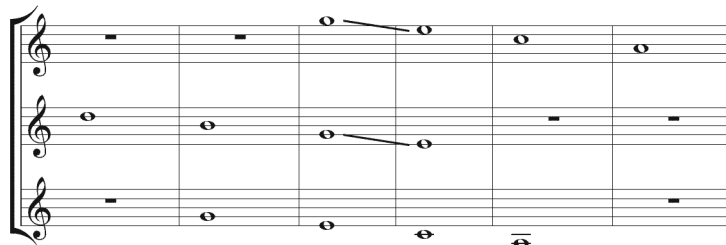
³ $w C_3^2 = \binom{3+2-1}{2} = \binom{4}{2} = 6$

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Die beiden restlichen Kombinationen werden ganz entsprechend untersucht. Beide sind perfektiv. Hier sind die Ergebnisse zusammengefasst:

Rhythmischer Einsatzabstand	Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant
1	3↑, 2↑, 2↓, 4↓	4↑, 1.	3↓	
2		4↑ 1., 3↓ 3↓	4↑ 3↓, 1.1., 1.3↓	4↑ 4↑

Zwei Intervallpaare sind perfektiv, die Kombination aus Quart und Prim und die Folge von zwei Terzen. Deswegen darf auf die Folge von Quarte und Prime keine weitere Quarte folgen. Aus demselben Grund sind höchstens zwei Terzen nacheinander möglich. Andernfalls entstehen regelwidrige Parallelen, z. B. bei drei Terzen:



Damit ist geklärt, wie sich die Regeln für einen mehrstimmigen Kanon zu einem gegebenen Einsatzschema formulieren lassen, und zwar durch die Fortschrittskombinationen und ihre Konsonanzgradklassen. Die Fortschrittskombinationen werden in diesen Schritten bestimmt:


- Bestimmung der zweistimmigen Teilkanons eines gegebenen Einsatzschemas,
- Bestimmung der möglichen Fortschreitungen und ihrer Konsonanzgradklassen,
- Bestimmung der Fortschrittskombinationen in zunehmendem rhythmischem Einsatzabstand.

5.1.2 Graphen und Beispiele

Wenn die Regeln mit Hilfe der Intervallkombinationen formuliert werden, sind sie selbst in relativ einfachen Fällen schwer zu merken. Dies ist aber kein Fehler des Verfahrens. Es dient ja dazu, die Regeln systematisch und vollständig herzuleiten. Deshalb ist es aber

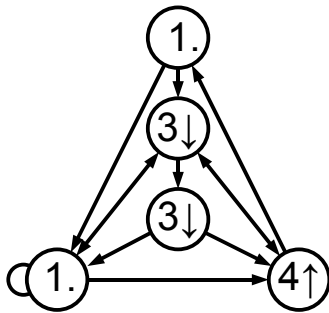
sinnvoll, die Ergebnisse noch so umzuformulieren, dass man sie leicht behalten kann,⁴ etwa so:⁵

Regelsystem für das Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die steigende Quart, die Prim und die fallende Terz.
- Es dürfen beliebig viele Primen aufeinander folgen.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens eine Terz oder zwei Primen stehen.
- Es dürfen höchstens zwei Terzen aufeinander folgen.

Dieses Regelsystem lässt sich so als Graph darstellen:



Solch ein Kanon steht am Anfang von Josquins Motette *Sic Deus dilexit mundum*,⁶

⁴ Dieses und die folgenden Regelsysteme habe ich durch Probieren herausgefunden, mit Hilfe der Graphen und der Intervallkombinationstabellen. Es ist mir bisher nicht gelungen, ein systematisches Verfahren zu finden. Es ist auch unklar, ob das nützlich wäre; denn selbst wenn es gelänge, eine allgemeine Form eines Kanonregelsystems zu definieren, und ein Verfahren zu finden, das zu jedem Einsatzschema ein passendes Regelsystem generiert, so wäre immer noch unklar, ob ein solches Regelsystem so überschaubar wäre, dass es sich anwenden ließe.

⁵ Bei dieser Darstellung stehen die Noten für die Einsatztöne der einzelnen Stimmen und die Schlangenlinien für die Fortsetzung. Wesentlich sind ausschließlich die intervallischen und rhythmischen Einsatzabstände. Das Schema wäre dasselbe mit den Einsatztönen a^1 , d^1 und d^2 .

⁶ Josquin, Motette *Sic Deus dilexit mundum*.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

The image displays two systems of musical notation, labeled 'Gerüst' and 'Original'. Each system consists of four staves (Soprano, Alto, Tenor, Bass). The 'Gerüst' system shows a skeletal structure with vertical stems and some notes, while the 'Original' system shows the complete musical notation with notes and rests.

Über dem Satz von Josquin steht der Gerüstsatz. Es fehlen nur die Tonwiederholungen und die Durchgangstöne. Die Intervallfolge des Gerüstsatzes entspricht den Kanonregeln. Die Quartan stehen einzeln, die Terzen zuerst auch einzeln und danach in einer Folge von zweien hintereinander. Außerdem entspricht die Intervallfolge des Gerüstsatzes natürlich auch einer Knotenfolge in Pfeilrichtung im Graphen, und zwar führt der Weg vom Quartknoten zum oberen Terzknoten, wieder zurück, wieder zum oberen Terzknoten und dann zum unteren Terzknoten.

Auch Zarlino behandelt dieses Einsatzschema.⁷ Er bringt Beispiele und erwähnt auch sinngemäß alle Regeln von oben. Er schreibt, welche Schritte möglich sind. Dabei bezieht er auch Quinten ein.⁸ Er verbietet Folgen von zu vielen Terzen.⁹ Auch die Folge Quart-Prim-Quarte wird ausgeschlossen.¹⁰ Das Verbot der Sexte und der Unterschreitung der zweiten Stimme durch die erste entspricht den Regeln des doppelten Kontrapunkts der Duodezime.¹¹

⁷ Zarlino S. 314–316.

⁸ [...] che i movimenti nel discender siano di Terza, o di Quinta, et nello ascendere non siano minori di quello di Quarta. [...] dass die Fortschreitungen nach unten Terz oder Quinte sind, und nach oben nicht kleiner als eine Quarte]. Zarlino S. 315.

⁹ bisogna anco auertire di non continuare quattro Terze l'una dopo l'altra [man muss darauf hinweisen, nicht vier Terzen nacheinander zu bringen.] Zarlino S. 315. Die Formulierung lässt sich so interpretieren, dass nicht vier Töne aufeinander folgen sollen, zwischen denen jeweils ein Terzsprung steht. Dann entspricht es der Regel von oben.

¹⁰ [...] di non replicare immediatamente alcuno passaggio, in Quarta più acuta, il qual passaggio contenga tante figure, che siano equivalenti ad uno Tēpo: cioè a due Semibreui [irgendeinen Abschnitt nicht unmittelbar in der Oberquarte zu wiederholen, wenn dieser Abschnitt so viele Noten enthält, dass sie insgesamt ein Tempus, d. h. zwei Semibreven, ergeben]. Zarlino S. 315.

¹¹ si de' osseruare, che nel Principale non ui sia Sesta per niun modo: ne si debbe fare che la Guida passi sotto il Consequente; [man muss vor allem beachten, dass im ursprünglichen Satz des doppelten

Ganz ähnliche Gesetzmäßigkeiten ergeben sich, wenn die Stimmen nach diesem Schema einsetzen:




Der einzige Unterschied zu oben besteht darin, dass die Folge von zwei Primen hier zu einer Quarte zum Bass führt. Deswegen ergibt sich diese Tabelle:

Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant
1.1.	4↑ 1., 3↓ 3↓	4↑ 3↓, 1.3↓	4↑ 4↑

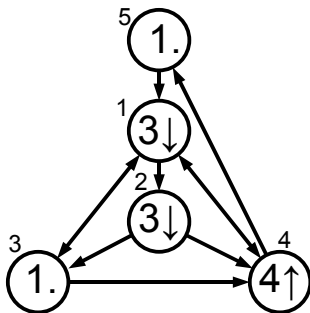
Dazu gehört dieses Regelsystem:

Regelsystem für das Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die steigende Quart, die Prim und die fallende Terz.
- Zwei Primen dürfen nicht direkt aufeinander folgen.
- Zwischen zwei Quarten muss mindestens eine Terz stehen.
- Es dürfen höchstens zwei Terzen aufeinander folgen.

Der Graph dazu sieht so aus:



Die Knoten sind nummeriert. In den Kreisen stehen die Fortschreitungen der Knoten und neben den Kreisen die Nummern der Knoten. Im Vergleich zum Graphen davor fehlen

Kontrapunkts keine Sexten [als Zusammenklänge] vorkommen, und dass man es nicht machen darf, dass die führende Stimme unter die folgende schreitet.] Zarlino S. 315.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

hier die Verbindungen zwischen den Primen. Ein Kanon mit diesem Einsatzschema steht z. B. bei Corelli.¹²

Über dem Satz von Corelli steht der Gerüstsatz. Darin fehlen die Durchgangstöne und die Überbindungen. Der Gerüstsatz entspricht dem Kanonschema. Die Primen und Quartan stehen einzeln, die Terzen erscheinen in einer Folge von zweien hintereinander. Im Unterschied zum Schema ist die Bassstimme hier eine Oktav tiefer. Das ändert aber nichts an den kontrapunktischen Verhältnissen.

Der Kanon ist eine Sequenz, oder allgemeiner, ein unendlicher Kanon. Er entspricht dieser Knotenfolge:

5 1 2 4 5 1 2 4

Sie lässt sich mit Wiederholungszeichen schreiben:

|: 5 1 2 4 :|

Die Sequenz entspricht graphentheoretisch dem mehrfachen Durchlaufen eines so genannten „Kreises“ innerhalb des Graphen, also einer Knotenfolge, die zum Ausgangsknoten zurückführt.¹³

Warum Kanon und Sequenz häufig gemeinsam auftreten, lässt sich satztechnisch und ästhetisch erklären. Satztechnisch besteht gerade bei komplizierten Kanons oft nur wenig melodischer Spielraum. Das führt fast von selbst zu Sequenzen. Ästhetisch sind die Sequenzen erklärbar als Möglichkeit, einen Kanon mit einheitlicher Motivik zu schreiben. Die thematisch-motivische Arbeit schafft musikalischen Zusammenhang durch Vereinheitlichung des Materials, durch die ständige Präsenz von kleinen Einheiten, die gut

¹² Corelli, *Triosonate e-Moll*, op. 1, Nr. 2, zweiter Satz. Die Continuo Stimme entspricht bis auf die Ziffern der jeweils tiefsten Stimme. Deshalb fehlt sie hier.

¹³ Jungnickel S. 17.

wiedererkennbar sind. Kanons schaffen musikalischen Zusammenhang durch die strenge Imitation. Bei der thematisch-motivischen Arbeit bleibt der Zusammenhang der Stimmen untereinander unreguliert und beim Kanon gilt dasselbe für den Zusammenhang innerhalb der Einzelstimme. Beide Prinzipien sind vereinigt in der kanonischen Sequenz. Sie besteht aus kleinen wiedererkennbaren Einheiten und der Zusammenhang der Stimmen ist streng gesetzmäßig.

Corellis Kanon ist typisch für das Einsatzschema. Am Beispiel dieser Melodik thematisiert Pepping den Zusammenhang von Melodik und Imitation.¹⁴

Wenn man sich ein wenig mit solchen kanonischen Übungen beschäftigt hat, merkt man, daß jedes dem Kanon zugrundeliegende Intervall bestimmte Melodiezüge liebt, die seiner Natur entsprechen. Beim Unterquintkanon beispielsweise ist es die Wendung,



der man in der Musikliteratur immer wieder begegnet und die im Beispiel mit Absicht verwendet wurde, um diesem Hinweis eine Handhabe zu geben.

Pepping geht mit dieser Bemerkung entscheidend über das hinaus, was zu seiner Zeit üblich war. Trotzdem wird deutlich, wie wenig die deutsche Musiktheorie damals von den Kanongesetzmäßigkeiten wusste. Pepping erkennt, dass das Imitationsintervall und typische melodische Wendungen zusammenhängen, und er gibt auch ein Beispiel dafür. Warum aber bestimmte Wendungen typisch sind, wird nicht auf die Regeln des Kontrapunkts zurückgeführt. Außerdem eignet sich die zitierte Wendung nicht nur für den Quintkanon im engen Abstand, für den Pepping sie anführt, sondern auch für den Oberoktavkanon im einfachen und doppelten Abstand, den Oberquartkanon im doppelten und dreifachen Abstand und sogar für drei- und vierstimmige Kanons. All das erwähnt Pepping jedoch nicht.

5.2 Graphenkonstruktion und Programme

5.2.1 Der Algorithmus

Regeln für Kanons lassen sich unterschiedlich angeben. Eine Möglichkeit ist der Graph. Wie werden solche Graphen konstruiert? Der Graph soll alle regulären Fortschreitungsfolgen enthalten. Natürlich können nicht alle möglichen Fortschreitungsfolgen bestimmt werden, das wären unendlich viele. Es kann sich also nur um alle Fortschreitungsfolgen einer bestimmten Länge handeln. Nur, wie lang müssen sie sein? Diese Frage lässt sich so beantworten:

¹⁴ Pepping S. 91.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Bei satztechnischen Fehlern im Kanon sind immer verschiedene Töne der Melodie beteiligt. In der Melodie kann der Abstand dieser Töne aber nicht beliebig groß sein, sondern hier gibt es ein Maximum. Wie groß es ist, lässt sich an satztechnischen Fehlern erkennen.

Bei einem Zusammenklangsfehler mit maximalem Abstand der beteiligten Töne sind die erste und die letzte Stimme beteiligt. Der Abstand der beiden Töne in der Kanonmelodie ist der rhythmische Einsatzabstand.

Eine falsche Parallele mit maximalem Abstand der beteiligten Töne ist eine Parallele zwischen erster und letzter Stimme. Der zweite Ton dieser Parallele in der ersten Stimme und der erste Ton dieser Parallele in der letzten Stimme sind in der Kanonmelodie um eins weiter voneinander entfernt als der rhythmische Einsatzabstand. Das ist also der maximale Abstand von Melodietönen, die an demselben satztechnischen Fehler beteiligt sind. Dieser Abstand wird „Tiefe“ oder „Kanontiefe“ genannt. Es gilt:

- Die Kanontiefe ist um eins größer als der rhythmische Einsatzabstand von erster und letzter Stimme.
- Ein Kanongerüst ist regulär, wenn sämtliche Folgen der Länge der Kanontiefe regulär sind.

Um einen Graphen für ein Einsatzschema zu konstruieren, müssen also alle brauchbaren Fortschreitungsfolgen bestimmt werden, deren Länge der Kanontiefe entspricht. Das ist möglich mit Hilfe der Fortschreitungskombinationen.

Wie ein Graph konstruiert wird, versteht man am ehesten bei einem Imitationsschema, das in der musikalischen Praxis wohl kaum je eine Rolle gespielt hat, einfach deswegen, weil es zu wenig Möglichkeiten bietet. Das ist dieses hier:

Dafür ergibt sich diese Tabelle:

Abstand	Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant
1	3↑, 4↑, 3↓, 4↓	1., 2↓	2↑	
2	1.1., 1.2↑, 1.2↓	2↑ 2↓	2↑ 2↑	2↓ 2↓

5.2 Graphenkonstruktion und Programme

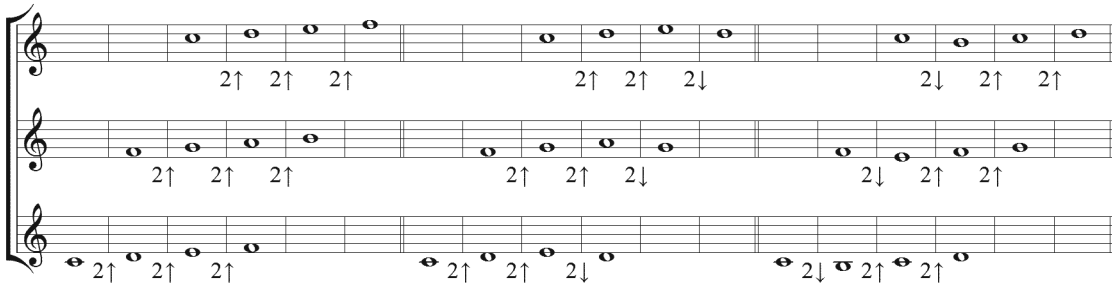
Der maximale rhythmische Einsatzabstand ist zwei. Also müssen alle Fortschreitungsfolgen bestimmt werden, die drei Fortschreitungen lang sind. Das sind insgesamt nur drei, nämlich diese:

$2 \uparrow 2 \uparrow 2 \uparrow$, $2 \uparrow 2 \uparrow 2 \downarrow$, $2 \downarrow 2 \uparrow 2 \uparrow$

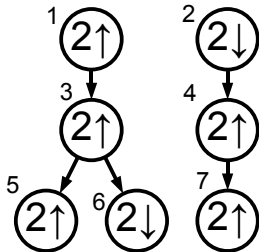
In Noten sieht das so aus:



oder jeweils dreistimmig



Das Einsatzschema bietet also wirklich nur ganz wenig Möglichkeiten. Die drei Tripel werden zu diesem Graphen zusammengefasst:



Jeder Knoten hat eine Nummer und ein Intervall. Die Nummer steht links oben, das Intervall steht im Knoten. Die Nummer bezeichnet den Knoten eindeutig. Dagegen gibt es mehrere Knoten mit demselben Intervall.

Die drei Fortschreibungstriple sind so abgebildet: Dem ersten Tripel – $2 \uparrow 2 \uparrow 2 \uparrow$ – entspricht die Folge der Knoten mit den Nummern 1, 3, 5, dem zweiten – $2 \uparrow 2 \uparrow 2 \downarrow$ –

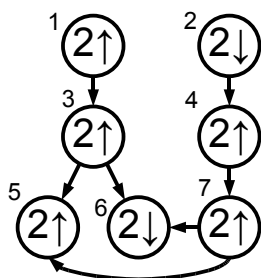
die Folge 136 und dem dritten $- 2 \downarrow 2 \uparrow 2 \uparrow -$ die Folge 247. Der Graph enthält also sämtliche Kanons, die nur drei Fortschreitungen lang sind.

Für längere Kanons müssen die Knoten der untersten Zeile noch Folgeknoten bekommen. Allerdings ist es nicht sinnvoll, den Graphen dazu einfach noch um eine vierte Zeile zu erweitern; denn anschließend müsste man genauso eine fünfte Zeile konstruieren usw. Dabei würde der Graph unbegrenzt wachsen. Das lässt sich jedoch vermeiden, und zwar müssen die Knoten der dritten Zeile Folgeknoten bekommen, die ebenfalls in der dritten Zeile stehen. Dann werden beliebig lange Ketten möglich und der Graph wird abgeschlossen. Wie werden diese Folgeknoten der dritten Reihe gefunden, z. B. zum Knoten 7? Angenommen, Knoten 7 ist nicht der letzte Knoten eines regulären Tripels, sondern der vorletzte Knoten eines oder mehrerer regulärer Tripel. Oder musikalisch ausgedrückt: Angenommen, die Sekunde aufwärts am Schluss ist nicht die letzte Fortschreitung der Kanonmelodie, sondern die vorletzte. Der Kanon kann mit Fortschreitungen fortgesetzt werden, die die dritte Fortschreitung eines regulären Tripels sind. Die letzten beiden Fortschreitungen sind steigende Sekundschritte. Es sind also die Tripel möglich, die mit zwei Sekundschritten aufwärts beginnen. Die neuen Tripel überlappen sich mit demjenigen, das sie fortsetzen, um zwei Fortschreitungen. In Noten sieht das so aus:

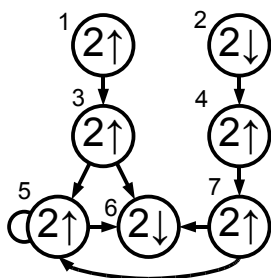
The image displays three systems of musical notation, each consisting of three staves (treble, alto, and bass clefs). The first system shows a canon with notes and interval markings (2↓, 2↑) indicating the sequence of notes. The second and third systems show two possible continuations of the canon, also with notes and interval markings.

Oben steht der Kanon, der fortgesetzt werden soll, darunter die beiden möglichen Fortsetzungen.

Zurück zum Graphen: Die neuen Tripel beginnen in der zweiten Zeile des Graphen, im Fall von Knoten 7 also bei Knoten 4. Die gesuchten Folgeknoten von 7 sind dann die letzten Knoten von regulären Tripeln. Um herauszufinden, welche Knoten der dritten Zeile neue Folgeknoten von Knoten 7 sind, muss geklärt werden, welche Knoten auf diejenigen Intervalle folgen können, die den Knoten 4 und 7 entsprechen. Das Intervall beider Knoten ist eine Sekunde aufwärts. Es werden also die Tripel gesucht, die mit zwei Sekundschritten aufwärts beginnen. Diese Tripel müssen im Graphen enthalten sein, da der Graph sämtliche regulären Tripel enthält, und zwar sind es die beiden Tripel 135 und 136. Diejenigen Knoten, die auf zwei steigende Sekundschritte folgen können, sind also die Knoten 5 und 6. Damit sind die neuen Folgeknoten von 7 gefunden, und zwar sind es eben genau diese beiden Knoten, 5 und 6. Der Graph muss also um zwei Pfeile ergänzt werden, die von 7 zu 5 und zu 6 führen. Das ergibt dieses Bild:



So bekommt der Graph zusätzlich die neuen Tripel 4 7 5 und 4 7 6. Genauso verfährt man mit sämtlichen Knoten der letzten Zeile. Für Knoten 5 gilt dasselbe wie für Knoten 7. Auch er ist ein Knoten mit einer steigenden Sekunde, dem ebenfalls eine steigende Sekunde vorausgeht. Auch 5 wird daher mit 5 und 6 verbunden. Dadurch bekommt 5 jetzt eine „Schleife“. Dann sieht der Graph so aus:

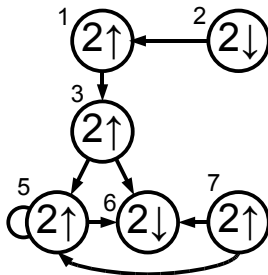


Für Knoten 6 gibt es keine mögliche Fortsetzung; denn die Intervallfolge von 3 und 6 – erst steigende, dann fallende Sekunde – hat keine Entsprechung in der ersten und zweiten Zeile. Sie lässt sich nämlich nicht zu einem regulären Tripel vervollständigen. Somit enthält der Graph jetzt sämtliche möglichen Fortschreitungsfolgen.

Der Graph wird also dadurch abgeschlossen, dass die Abschlusstripel in der zweiten Zeile beginnen. Die Knoten der letzten Zeile, für die die Folgeknoten bestimmt werden sollen, sind vorletzte Knoten der Abschlusstripel. Ihre Folgeknoten stehen jedoch nicht in einer neuen, weiteren Zeile, sondern die Knoten der letzten Zeile werden mit denjenigen Knoten der letzten Zeile verbunden, die erreicht werden, wenn die Intervallfolge des Abschlusstripels in der ersten Zeile beginnt.

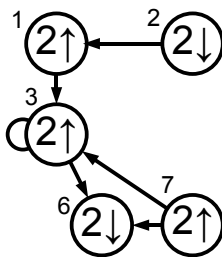
Wenn dies für sämtliche Knoten der letzten Zeile durchgeführt worden ist, enthält der Graph sämtliche Fortschreibungsmöglichkeiten des Einsatzschemas. Allerdings ist er jetzt noch unnötig kompliziert. Das zeigt sich bei einem Vergleich der Knoten 1 und 4. Zwei verschiedene Knoten sind hier nämlich gar nicht nötig. Auf beide folgt eine Sekunde aufwärts und darauf folgen die Knoten 5 und 6. Die Knoten 1 und 4 können also zu einem

einzigsten Knoten zusammengefasst werden. Dazu werden alle Pfeile, die zu Knoten 4 führen, zu Knoten 1 umgelenkt, d.h. sie werden mit Knoten 1 verbunden statt mit Knoten 4. Dies betrifft nur den Pfeil von Knoten 2 zu Knoten 4. Er wird zu Knoten 1 umgelenkt. Danach wird Knoten 4 gelöscht. So entsteht dieser Graph:

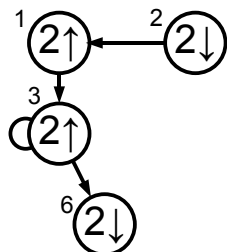


Der Graph kann also vereinfacht werden, weil es solche Knotenpaare gibt wie 1 und 4, also Knoten mit derselben Fortschreitung, deren Folgeknoten für die Länge der Kanontiefe ebenfalls dieselben Fortschreitungen aufweisen. Solche Knoten nenne ich „äquivalent“. Äquivalente Knoten bringen dieselben Fortschreitungsfolgen hervor. Deshalb ist von zwei äquivalenten Knoten einer überflüssig und deshalb kann der Graph vereinfacht werden, nämlich dadurch, dass von jedem Paar äquivalenter Knoten einer entfernt wird.

Auch die Knoten 3 und 5 entsprechen einander. Knoten 5 hat drei Vorgängerknoten, 3, 7 und sich selbst. Die Entfernung von 5 führt zu diesem Graphen:



Jetzt gibt es nur noch ein weiteres Paar äquivalenter Knoten, nämlich 3 und 7. Knoten 7 hat keine Vorgängerknoten. Er kann also einfach entfernt werden. Danach sieht der Graph so aus:



Hier gibt es kein Paar äquivalenter Knoten mehr. Deswegen kann der Graph auch nicht weiter vereinfacht werden. Damit ist die Aufgabe gelöst.

Wenn der Graph in Pfeilrichtung durchlaufen wird, dann entspricht dem Weg eine Knotenfolge und der Knotenfolge entspricht ein Kanon. Zu der Knotenfolge 2 1 3 3 3 6 gehört die Intervallfolge fallend, steigend, steigend, steigend, steigend, fallend. Als Tabelle sieht das so aus:

Knotenfolge	2	1	3	3	3	6
Intervallfolge	2↓	2↑	2↑	2↑	2↑	2↓

Das ergibt dieses Kanongerüst:

5.2.2 Programme

Genauso lässt sich für jedes Einsatzschema ein Graph konstruieren. Das kann sogar ein Computerprogramm. Im Zuge dieser Arbeit ist solch ein Programm entstanden.¹⁵ Ein typischer Ablauf steht hier im Kasten. Das Einsatzschema ist nicht das Beispielschema

¹⁵ Es sind `kgra_windows.exe`, `kgra_mac`, `kgra_linux` aus der Software-Datei bzw. auf der CD, die der Druckausgabe beiliegt. Das Programm erzeugt die Datei `graphendatei.txt`. Eine ältere Version von `graphendatei.txt` wird dabei überschrieben.

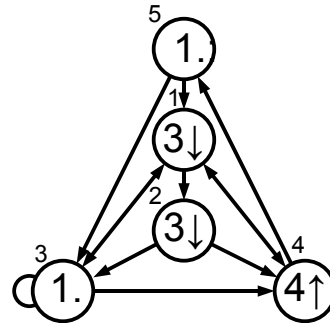
von eben – das ist ja nahezu unbrauchbar –, sondern dasjenige, an dem oben die Regeln für die Dreistimmigkeit entwickelt worden sind. Es bietet wesentlich mehr Möglichkeiten.

```

Eingabe 2. Stimme
Rhythmischer Einsatzabstand
1
Intervallischer Einsatzabstand
-4
Eingabe 3. Stimme? (j/n)
j
Rhythmischer Einsatzabstand
2
Intervallischer Einsatzabstand
3
Eingabe 4. Stimme? (j/n)
n
Sollen Quarten zum Bass dissonant sein? (j/n)
j
Groesster Sprung?
3
Untersuchung der Moeglichkeiten
Kanongraph zu folgendem Einsatzschema
Stimme  Rhythm. Abs.  Interv. Abs
1        0            0
2        1           -4
3        2            3
Groesstmoeglicher Sprung: Quart
Quarte je nach Lage
Nummer  Intervall  Wohin  Woher
1        Terz abw.  4 3 2  5 4 3
2        Terz abw.  4 3      1
3        Prim      4 3 1  5 3 2 1
4        Quart aufw. 5 1    3 2 1
5        Prim      3 1    4
Fuer die Berechnung: 31 Knoten 43 Kanten
Graph abspeichern? (j/n)
j

```

Einsatzschema



Im Programm sind die Intervalle durch die Anzahl der Sekundschritte angegeben. Neben dem Kasten ist der Graph abgebildet. Es ist der gleiche wie oben¹⁶, allerdings zusätzlich noch mit den Nummern der Knoten. So lässt sich nachvollziehen, dass er dem Ergebnis des Programms entspricht.

Mit solch einem Graphen kann sogar ein Computerprogramm ein Kanongerüst konstruieren.¹⁷ Es wählt einen beliebigen Knoten nach dem Zufallsprinzip. Von den Folgeknoten

¹⁶ S. 93

¹⁷ `graph_zu_satz_windows.exe`, `graph_zu_satz_mac`, `graph_zu_satz`. Das Programm wird in demjenigen Ordner gestartet, der die Datei `graphendatei.txt` enthält. Diese Datei muss existieren. Im Normalfall wird sie vorher durch `kgra_windows.exe`, `kgra_mac` bzw. `kgra_linux` erzeugt. Dann kon-

dieses Knotens wird – wieder nach dem Zufallsprinzip – ein weiterer Knoten ausgewählt. Das wird wiederholt, bis die Folge so lang ist wie gewünscht. Aus der Knotenfolge wird eine Tonfolge gebildet und mit dieser Tonfolge ein Kanon zu dem gegebenen Einsatzschema.

Den Notentext erzeugt das Programm mit Hilfe von Lilypond, einem freien Notensatzprogramm ohne graphische Benutzeroberfläche.¹⁸ Für den Notensatz wird ein Quelltext in einer Textdatei gespeichert. Lilypond erzeugt aus diesem Quelltext eine Pdf-Datei mit dem Notentext. Deshalb ist das Lilypond-Format für Tonsätze geeignet, die vom Computer generiert werden. Das Programm schreibt den Quelltext und übergibt ihn Lilypond zum Konvertieren. Lilypond kann aus dem Quelltext auch Midi-Dateien generieren. So kann man sich das Kanongerüst anhören. Ein typisches Ergebnis sieht so aus:

Kanon

The image shows a musical score for a canon in three staves. The first system consists of three staves of music. The second system is marked with a '10' at the beginning and also consists of three staves. The notation includes various intervals, including irregular tritones and diminished fifths, as mentioned in the text.

Hier gibt es einige irreguläre Tritoni und verminderte Quinten, z. B. in T. 9 als Zusammenklang der beiden oberen Stimmen und als Fortschreitung in der mittleren Stimme beim Übergang von T. 14 nach 15. Das Problem lässt sich lösen durch eine Generalvorzeichnung von ein, zwei oder drei Kreuzen. Wie man darauf kommt, wird weiter unten gezeigt.¹⁹ Dann verschwinden die fehlerhaften Intervalle. Trotzdem bleiben einige Wendungen problematisch: Bei drei Kreuzen entsteht in den beiden unteren Stimmen die

struiert `graph_zu_satz` die Lilypond-Datei eines Kanons nach dem gegebenen Graphen. Um den Notentext und die Midi-Datei zu erstellen, muss Lilypond auf dem Computer installiert sein. Wenn es installiert ist, werden die Dateien automatisch erstellt.

¹⁸ Siehe www.lilypond.org.

¹⁹ Siehe S. 252 ff.

Folge *gis-e-d* in T. 4 und 7, bei zwei Kreuzen in der Oberstimme die Folge *cis-a-g* in T. 5 und bei einem Kreuz in den beiden unteren Stimmen am Schluss die Folge *fis-h-c*. Abhilfe schafft eine Art Modulation: Man beginnt mit einem Kreuz und wechselt im Verlauf des Satzes zu zwei Kreuzen. Es wäre allerdings sehr aufwendig, so etwas zu programmieren, und es wäre auch überflüssig, denn das Programm soll nur die entscheidende Eigenschaft der Graphen demonstrieren: Zu beliebigen Einsatzschemata können nach einem schematischen Verfahren beliebig lange Kanongerüste konstruiert werden.

Dazu muss allerdings noch ein Problem gelöst werden. Viele Graphen enthalten Knoten, von denen aus sich keine beliebig langen Ketten von Folgeknoten bilden lassen. Das sind Knoten, die keinen Folgeknoten haben, oder Knoten, deren Folgeknoten selbst keine Folgeknoten haben, usw. Wenn das Programm zufällig solch einen Knoten auswählt, mündet die Konstruktion der Knotenfolge in eine Sackgasse und bricht eventuell ab, bevor die Folge so lang ist wie gewünscht. Um dies zu verhindern, wurde das Graphenkonstruktionsprogramm so erweitert, dass die Sackgassen aus dem Graphen entfernt werden können.

Ein weiteres Programm²⁰ bestimmt zu einem vorgegebenen Einsatzschema die Konsonanzgradklassen der Intervallkombinationen so, wie sie oben in der untersten Zeile der Tabelle stehen.²¹ Es funktioniert nach dem beschriebenen Prinzip. Deshalb muss es nicht näher erläutert werden. Die Tabellen der vorliegenden Arbeit sind zu einem großen Teil damit bestimmt worden. Ein typischer Ablauf steht hier im Kasten. Das Einsatzschema ist dasselbe wie oben.

²⁰ `kik_windows.exe`, `kik_mac`, `kik_linux`.

²¹ S. 92.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Eingabe 2. Stimme
 Rhythmischer Einsatzabstand
 1
 Intervallischer Einsatzabstand
 -4
 Eingabe 3. Stimme? (j/n)
 j
 Rhythmischer Einsatzabstand
 2
 Intervallischer Einsatzabstand
 3
 Eingabe 4. Stimme? (j/n)
 n
 Groesster Sprung?
 3
 Kanongraph zu folgendem Einsatzschema

Stimme	Rhythm. Abs.	Interv. Abs.
1	0	0
2	1	-4
3	2	3

 Groesstmoglicher Sprung: Quart
 Quarte generell als Konsonanz
 Brauchbare Fortschreitungen:
 4+ : perfektiv
 1 : perfektiv
 3- : imperfektiv
 irrelevant
 4+ 4+
 dissonativ
 perfektiv
 4+ 1
 3- 3-
 imperfektiv
 4+ 3-
 1 1
 1 3-
 ambivalent
 Quarte je nach Lage
 Brauchbare Fortschreitungen:
 4+ : perfektiv
 1 : perfektiv
 3- : imperfektiv
 irrelevant
 4+ 4+
 dissonativ
 perfektiv
 4+ 1
 3- 3-
 imperfektiv
 4+ 3-
 1 1
 1 3-
 ambivalent
 Abspeichern? (j/n)
 j

Einsatzschema



Rhythmischer Einsatzabstand	Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant
1	3↑, 2↓, 4↓	4↑, 1.	3↓	
2		4↑ 1., 3↓ 3↓	4↑ 3↓, 1.1., 1.3↓	4↑ 4↑

Hier ergeben sich dieselben Intervallkombinationen, die oben durch satztechnische Überlegungen bestimmt worden sind.²² Anders als beim Graphenkonstruktionsprogramm sind die Ausgabewerte für die Intervalle hier die üblichen Ordnungszahlen, also 4 für die Quarte. Das Vorzeichen dahinter gibt die Richtung an. Das Pluszeichen steht für „aufwärts“, das Minuszeichen für „abwärts“. Das ist vielleicht inkonsequent, aber so lassen sich die Ergebnisse des Programms leichter in Texttabellen umwandeln. Die Intervallkombinationen werden doppelt bestimmt. Dabei wird die Quarte unterschiedlich aufgefasst:

1. wie im klassischen Kontrapunkt, als Dissonanz, wenn der Bass beteiligt ist, und als Konsonanz, wenn er nicht beteiligt ist,
2. generell als Konsonanz. Das ist sinnvoll, wenn zu dem Kanon noch eine unabhängige Basstimme hinzukommt.

Zu den „ambivalenten“ Intervallkombinationen, die hier nicht vorkommen, siehe unten.²³ Die Programme liefern den praktischen Beweis dafür, dass die theoretischen Überlegungen richtig und anwendbar sind. Außerdem befreien sie von der Notwendigkeit, Fortschrittskombinationen und Graphen mit Stift und Papier zu ermitteln. Das ist zwar möglich, aber sehr zeitraubend, und es führt leicht zu Fehlern. Die meisten Graphen und Fortschrittskombinationen der vorliegenden Arbeit wurden mit den Programmen ermittelt oder wenigstens überprüft. Insofern belegen die Analysen, dass die Programme hilfreich sind. Darüber hinaus sind sie auch für den Tonsatz interessant.

5.3 Kriterien für ein Einsatzschema

Wie Graphen konstruiert werden, ist an einem Einsatzschema gezeigt worden, das musikalisch kaum brauchbar ist. So stellt sich die Frage: Welche Eigenschaften machen ein Einsatzschema brauchbar? Wichtig scheinen die Dichte, die Legendisposition, die Einfachheit der Tritonusvermeidung und die Flexibilität.

Mit dem Gesichtspunkt der Dichte ist Folgendes gemeint: In einem Kanon mit mehr als zwei Stimmen müssen die Einsätze relativ rasch aufeinander folgen, damit der Eindruck einer komplexen Imitationsstruktur entsteht. Wenn z. B. in einem vierstimmigen Kanon erst nur zwei Einsätze erscheinen, dann in einem größeren Abstand noch zwei weitere, wirkt das gar nicht wie ein vierstimmiger Kanon, sondern eher wie zwei zweistimmige Kanons nacheinander. Solch ein Satz ist schwer zu schreiben und die satztechnische Anstrengung wäre nutzlos.

Beim Kriterium der Legendisposition geht es um die intervallischen Abstände der Stimmen. Nach den traditionellen Regeln sollen sich Nachbarstimmen nicht zu weit voneinander entfernen; der Satz soll also keine großen vertikalen Lücken enthalten.²⁴ In einem Kanon sind die Stimmen durchschnittlich so weit voneinander entfernt wie ihre Einsatz-töne. Deutlich wird das Problem an einem Gegenbeispiel:

²² S. 92.

²³ S. 162.

²⁴ Siehe dazu z. B. Daniel Choralsatz S. 74.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

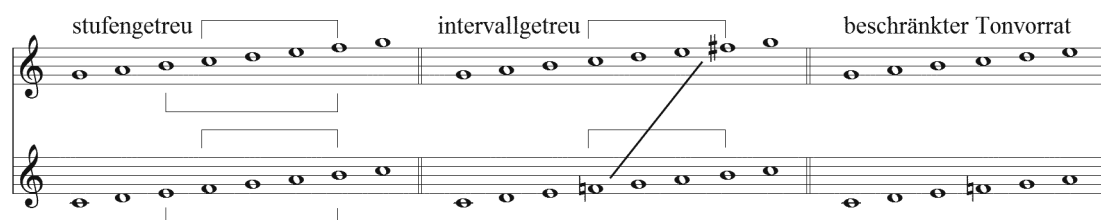


Hier sind die Abstände zwischen den Nachbarstimmen ziemlich groß. In der Instrumentalmusik wäre das noch vertretbar, für einen Chor jedoch kaum. So sieht es auch Rovenko:²⁵

Bei konstanter Verschiebung in die Oktave [Wenn die drei Stimmen nacheinander jeweils eine Oktav höher oder tiefer einsetzen würden,] lägen die Stimmen zu weit auseinander und würden sich nur am Rande des Klangspektrums bewegen.

In diesen Zusammenhang gehört Rimski-Korsakows „normale Höhenordnung“.²⁶ Danach ist der Zusammenklang mehrerer Stimmen am günstigsten, wenn alle Stimmen relativ zu ihrem individuellen Tonumfang in einer ähnlichen Lage spielen oder singen, und zwar gilt das für Chor- und Orchestersatz. Im Beispiel führt der Doppeloktavabstand zwischen Bass und Sopran dazu, dass der Sopran relativ zu seinem gesamten Tonumfang in einer wesentlich höheren Lage singt als der Bass. Die Mittelstimme wäre bei einer Besetzung durch den Alt in einem anderen Register als der Sopran und bei einer Besetzung durch den Tenor in einem anderen Register als der Bass.

In verschiedenen Einsatzschemata lassen sich Tritoni und Querstände unterschiedlich schwer vermeiden. Bei einem Kanon im Abstand einer Quinte gibt es für die einzelnen Stimmen diese Möglichkeiten:



Wenn stufengetreu beantwortet wird, gibt es in jeder Stimme zwei Tonpaare, die in einer der beiden Stimmen zu einem Tritonus oder einer verminderten Quinte führen können, *e-h* und *f-h* in der unteren Stimme und *h-f* und *c-f* in der oberen. Diese Tonpaare sind also problematisch. Bei intervallgetreuer Beantwortung entsteht ein Satz mit der Doppelstufe *f/fis*. Tritoni und Doppelstufen sind möglich, aber sie sind satztechnisch

²⁵ Rovenko S. 84.

²⁶ Rimski-Korsakow S. 155, aber auch schon S. 54, 56 f., 122.

nicht leicht zu handhaben. Das Problem verschwindet, wenn der Tonvorrat in beiden Stimmen auf ein Hexachord beschränkt wird. Dann ist die Doppelstufe ausgeschlossen und es kommt in keiner Stimme zu einer problematischen Nachbarschaft von zwei Tönen im Tritonusabstand.

Anders ist das bei einem Einsatzschema mit vielen verschiedenen Einsatztönen, die keine Oktavversetzungen voneinander sind. Wenn die Stimmen z. B. auf *c*, *d*, *g* und *a* einsetzen, sieht das so aus:

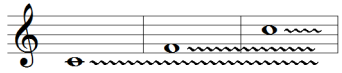

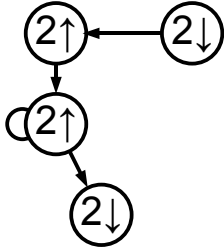
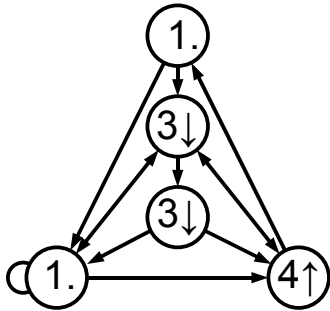
The image shows a musical score with four staves. The first staff is labeled 'stufengetreu' and shows a sequence of notes with brackets indicating stepwise intervals. The second staff is labeled 'intervallgetreu' and shows a sequence of notes with brackets indicating specific intervals. The third staff is labeled 'beschränkter Tonvorrat' and shows a sequence of notes with brackets indicating a limited set of tones. Lines connect notes across the staves to illustrate the relationships between the different schemes.

Solch ein Kanon ist satztechnisch viel schwieriger: Es gibt vier problematische Quartan und Quinten oder es gibt drei Doppelstufen oder für die Melodie bleiben nur vier Töne, mit denen nicht einmal die Folge von zwei Sekundschritten möglich ist. Solche Einsatzschemata führen sehr leicht zu übermäßigen und verminderten Intervallen oder zu Querständen.

Entscheidend ist dabei nicht die Anzahl der Stimmen, sondern lediglich die Anzahl der verschiedenen Einsatztöne, wobei von Oktavlagen abgesehen wird. Deswegen kann ein fünfstimmiger Kanon mit nur zwei verschiedenen Einsatztönen satztechnisch leichter sein als ein dreistimmiger mit drei verschiedenen.²⁷

Die Flexibilität bezieht sich auf die Zahl der Möglichkeiten, die ein Einsatzschema bietet. In diesem Punkt unterscheiden sich die Einsatzschemata beträchtlich, z. B. diese beiden:

²⁷ Zur Eignung von Einsatzschemata siehe auch Rovenko S. 24.

Einsatzschema		
Graph		

Am linken ist oben die Graphenkonstruktion erläutert worden und am rechten die Dreistimmigkeit.²⁸ Beim linken Graphen kann nur gewählt werden, wie lang die Kette der steigenden Sekunden ist. Das Einsatzschema ist also denkbar unflexibel. Im rechten Graphen dagegen folgen auf jeden Knoten zwei oder drei andere mit verschiedenen Intervallen. Ein Maß für die Flexibilität ist die durchschnittliche Anzahl der Fortschreibungsmöglichkeiten pro Knoten. Rechts beträgt sie 2,4, links nur 1. Die melodischen Möglichkeiten sind also beim rechten Graphen viel höher. Das zahlenmäßige Verhältnis wächst nämlich exponentiell mit der Länge der Melodie.²⁹

Die unterschiedliche Flexibilität verschiedener Einsatzschemata lässt sich – wenigstens teilweise – mit satztechnischen Strukturen erklären. Mehrstimmige Kanons enthalten häufig mehrere zweistimmige Teilkanons mit demselben rhythmischen Einsatzabstand, aber mit verschiedenen intervallischen Einsatzabständen. Solche Kanons stehen im doppelten Kontrapunkt. In welchem Intervall der doppelte Kontrapunkt steht, hängt vom Einsatzschema ab. Deswegen sind Einsatzschemata günstig, für die sich ein doppelter Kontrapunkt in einem günstigen Intervall ergibt. Dies gilt natürlich auch für die beiden Einsatzschemata von oben. Die beiden Teilkanons im Abstand 1 stehen beim linken Einsatzschema im doppelten Kontrapunkt der Sekunde und beim rechten im doppelten Kontrapunkt der Duodezime. Dies entspricht der unterschiedlichen Flexibilität der Einsatzschemata. Der doppelte Kontrapunkt der Sekunde ist satztechnisch nahezu unbrauchbar, ganz im Gegensatz zum doppelten Kontrapunkt der Duodezime, der ja außerordentlich flexibel ist.

Unter diesem Gesichtspunkt diskutiert Tanejew³⁰ die unterschiedliche Eignung verschiedener Einsatzschemata:

²⁸ S. 104 und 93.

²⁹ Dies gilt natürlich für jeden einzelnen Schritt. Bei einer Melodie von n Schritten beträgt das Verhältnis der Möglichkeiten zwischen gutem und schlechtem Schema also grob geschätzt $2,4^n$. Schon für $n = 8$ liegt dieser Wert über 1000.

³⁰ Tanejew S. 65 f., S. 90–97.

Allgemein ist der Jv [index verticalis] = -11, d. h. der doppelte Kontrapunkt der Duodezime, aufs allerengste mit der Technik des kontrapunktischen Stils verbunden. Er ist ihr teils verpflichtet aufgrund der Nähe seiner Regeln zu den Regeln des einfachen Kontrapunkts, was seine Handhabung außerordentlich erleichtert, hauptsächlich aber aufgrund der Bequemlichkeiten, die er für die Imitation bietet. Diesen Index erfordern die kanonischen Imitationen in den gebräuchlichsten Intervallen – der Quinte und der Oktave. Dieser Umstand gibt dem doppelten Kontrapunkt der Duodezime einen Vorzug gegenüber dem doppelten Kontrapunkt der Oktave und erklärt seine häufige Anwendung. Wenn die Theoretiker nicht den Zusammenhang aus den Augen verloren hätten, der zwischen dem bewegbaren Kontrapunkt und dem Kanon existiert, und sich Rechenschaft über die Fälle abgelegt hätten, in denen die kanonische Imitation zumindest die Anwendung des doppelten Kontrapunkts erfordert, so wäre nicht üblicherweise so kategorisch behauptet worden, daß unter allen doppelten Kontrapunkten der doppelte Kontrapunkt der Oktave der verbreitetste und deshalb auch der zum Studium vorzugsweise geeignete sei. Stattdessen hätte man ihm den doppelten Kontrapunkt der Duodezime zur Seite gestellt, dem in bezug auf die kanonischen Imitationen unstrittig unter allen anderen doppelten Kontrapunkten der Vorrang gebührt.

Auch Gauldin erkennt, dass manche Einsatzschemata unbrauchbar sind,³¹ und er zeigt, warum der doppelte Kontrapunkt in der Duodezime für den Kanon wichtig ist.³² Detailliert erörtert wird der Zusammenhang von Kanon und doppeltem Kontrapunkt bei Stam³³ und Richenhagen³⁴.

Rovenko verwirft erstaunlicherweise die Kombination von Quint- und Oktavkanons, und das, obwohl Tanejew³⁵ sie empfiehlt und obwohl er selbst eine wesentliche Voraussetzung dafür bespricht,³⁶ das Phänomen mehrfach engführbarer Melodien.³⁷

Bei wechselndem Verschiebungs-Intervall von Quarte und Quinte sowie dieser Intervalle in Verbindung mit der Oktave oder der Prime, wären die Auflagen so einengend, daß praktisch alle melodischen Schritte ausgeschlossen werden müßten. Es liegt auf der Hand, daß unter solchen Bedingungen künstlerisch zufriedenstellende Melodien nicht möglich sind.

Vor dem Hintergrund von Tanejews Argumentation bleibt Rovenkos Ablehnung unverständlich.

Auf der Grundlage der Überlegungen von Tanejew lässt sich das Problem auch formal lösen. Gesucht ist ein Einsatzschema, bei dem die Intervallstruktur der Melodie möglichst

³¹ Gauldin S. 41.

³² Gauldin S. 40 f.

³³ Stam.

³⁴ Richenhagen S. 142.

³⁵ Tanejew S. 65f, 90 f.

³⁶ Rovenko S. 77–79.

³⁷ Rovenko S. 84.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

beibehalten werden kann. Dafür eignen sich diese intervallischen Einsatzabstände: Prim, Quarte und Quinte und die Oktavversetzungen davon. Dies gilt für alle Stimmenpaare. Wie oben gezeigt worden ist,³⁸ sind die intervallischen Einsatzabstände beim dreistimmigen Kanon h_2 , h_3 und $(h_3 - h_2)$. Also gilt

$$h_2, h_3, (h_3 - h_2) \in \{0, \pm 3, \pm 4, \pm 7, \dots\}$$

Das Versetzungsintervall beim doppelten Kontrapunkt muss satztechnisch brauchbar sein. Das sind vor allem die Oktave, Dezime und Duodezime. Es gilt also

$$Jv \in \{\pm 7, \pm 9, \pm 11\}$$

Für das Versetzungsintervall gilt.³⁹

$$Jv = h_3 - 2h_2$$

Für den doppelten Kontrapunkt der Oktave, Dezime und Duodezime werden die Lösungen bestimmt, und zwar wird die Oktavlage erst einmal ignoriert. Es wird also modulo 7 gerechnet. Dabei werden nur positive Jv betrachtet; denn für negative Jv ergeben sich die gleichen Lösungen mit umgekehrtem Vorzeichen.

Für $Jv = 7$, den doppelten Kontrapunkt in der Oktave, ergibt sich die Lösung

$$h_2 \equiv 0 \pmod{7} \quad h_3 \equiv 0 \pmod{7}$$

Für $Jv = 9$, den doppelten Kontrapunkt in der Dezime, gibt es keine Lösungen.

Für $Jv = 11$, den doppelten Kontrapunkt in der Duodezime, gibt es zwei Lösungen:

$$\begin{aligned} h_2 &\equiv 0 \pmod{7} & h_3 &\equiv 4 \pmod{7} \\ h_2 &\equiv 3 \pmod{7} & h_3 &\equiv 3 \pmod{7} \end{aligned}$$

Beim doppelten Kontrapunkt in der Oktave sind also – von Oktavlagen abgesehen – nur Kanons möglich, bei denen alle Stimmen auf dem gleichen Ton einsetzen. Einsätze auf verschiedenen Tönen sind nur beim doppelten Kontrapunkt der Duodezime möglich. Dabei gibt es – von Oktavlagen abgesehen – zwei Möglichkeiten: Die ersten beiden Stimmen beginnen auf dem gleichen Ton oder die letzten beiden. Dagegen ist es nicht möglich, dass die erste und die letzte Stimme auf dem gleichen Ton beginnen und die mittlere Stimme auf einem anderen beginnt, so wie in dem unbrauchbaren Schema.⁴⁰

Wenn man Einsatzabstände ignoriert, die größer sind als eine Oktave, gibt es für $Jv = 11$ zwei Lösungen:

$$\begin{aligned} h_2 &= -4 & h_3 &= 3 \\ h_2 &= -7 & h_3 &= -3 \end{aligned}$$

³⁸ S. 58.

³⁹ S. 59.

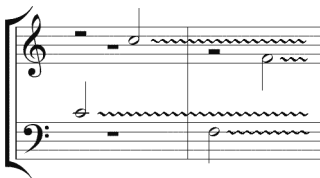
⁴⁰ S. 112.

Für $Jv = -11$ ändern sich die Vorzeichen, also die Richtung der Intervalle. Das Ergebnis lässt sich so formulieren, dass die Richtung der Intervalle gleichgültig ist:

Bei den intervallischen Einsatzabständen sind immer Oktave, Quinte und Quarte kombiniert. Der intervallische Einsatzabstand zwischen erster und zweiter Stimme ist eine Oktave oder eine Quinte. Der intervallische Einsatzabstand zwischen erster und dritter Stimme ist eine Quarte. Die Richtung der Quarte ist so zu wählen, dass sich für den Kanon zwischen zweiter und dritter Stimme der fehlende intervallische Einsatzabstand ergibt.

5.4 Vierstimmigkeit – Das Basisschema

Es gibt eine ganze Reihe von Einsatzschemata, die besonders brauchbar sind, wenn es nach den genannten vier Kriterien geht, der Einsatzdichte, der Lagendisposition, der Möglichkeit, Tritoni zu vermeiden, und der Flexibilität. Eins davon ist dieses hier:



Es wird im Folgenden als „Basisschema“ bezeichnet.

Ein Kanon über das Basisschema enthält sechs zweistimmige Teilkanons:

Stimmenpaar	Rhythmischer Einsatzabstand	Intervallischer Einsatzabstand
Sopran – Alt	2	5 ↓
Tenor – Sopran	1	8 ↑
Sopran – Bass	1	12 ↓
Tenor – Alt	3	4 ↑
Bass – Alt	1	8 ↑
Tenor – Bass	2	5 ↓

Hier müssen scheinbar sechs verschiedene Kanons untersucht werden. Das ist aber gar nicht nötig. Einige Teilkanons sind nämlich gleich. Sie haben denselben rhythmischen und denselben intervallischen Einsatzabstand. Sopran und Alt stehen im selben Verhältnis zueinander wie Tenor und Bass: Die spätere Stimme setzt eine Quinte tiefer im Abstand 2 ein. Ganz entsprechend stehen Tenor und Sopran im selben Verhältnis zueinander wie Bass und Alt: Die spätere Stimme setzt jeweils um eine Oktave höher im Abstand 1 ein. Insgesamt müssen also nur diese vier Kanons untersucht werden:

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Rhythmischer Einsatzabstand	Intervallischer Einsatzabstand
1	8 ↑
1	12 ↓
2	5 ↓
3	4 ↑

Für den Duodezimat Abstand zwischen Sopran und Bass ergeben sich dieselben Konsonanzgradklassen wie für die einfache Quinte. Die Kanons im Abstand 1 stehen im doppelten Kontrapunkt der Duodezime, wie bei den guten dreistimmigen Beispielen davor.⁴¹ Das Ergebnis ist dasselbe:

Einsatzabstand	Konsonanzgradklassen		
	Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv
8 ↑	2 ↑, 2 ↓, 4 ↓	4 ↑, 1.	3 ↑, 3 ↓
12 ↓	3 ↑, 2 ↓, 4 ↓	4 ↑, 1.	2 ↑, 3 ↓
8 ↑ und 12 ↓	3 ↑, 2 ↑, 2 ↓, 4 ↓	4 ↑, 1.	3 ↓

Für den Abstand 2 ergeben sich auch dieselben Werte wie oben:⁴²

Dissonativ	Konsonanzgradklassen		
	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant
	4 ↑ 1., 3 ↓ 3 ↓	4 ↑ 3 ↓, 1.1., 1.3 ↓	4 ↑ 4 ↑

Dazu kommt noch die Tabelle für den Abstand 3. Hier müssen 10 Tripel untersucht werden.⁴³ Zwei davon verdienen besondere Aufmerksamkeit. Bei dem Tripel aus zwei Quartan und einer Prim ist keine der drei Variationen möglich, und zwar schon wegen der Regeln für die Abstände 1 und 2. Dieses Tripel ist also irrelevant.

Die Folge von drei Primen führt zum Zusammenklang einer Quarte zwischen Alt und Tenor.



Der untere Ton der Quarte ist aber nicht der Basston; deswegen ist die Quarte regulär und deswegen ist die Folge von drei Primen möglich.

⁴¹ S. 94, 96.

⁴² S. 92.

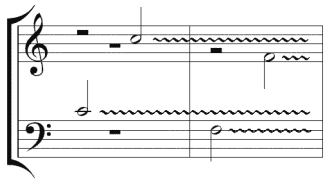
⁴³ ${}^w C_3^3 = \binom{3+3-1}{3} = \binom{5}{3} = 10$

Sämtliche Ergebnisse stehen in dieser Tabelle:

Rhythmischer Einsatzabstand	Dissonativ	Perfektiv	Imperfektiv	Irrelevant
1	3 ↑ , 2 ↑ , 2 ↓ , 4 ↓	4 ↑ , 1.	3 ↓	
2		4 ↑ 1., 3 ↓ 3 ↓	4 ↑ 3 ↓ , 1.1., 1.3 ↓	4 ↑ 4 ↑
3	4 ↑ 4 ↑ 3 ↓	4 ↑ 1.1., 4 ↑ 3 ↓ 3 ↓, 1.3 ↓ 3 ↓	4 ↑ 1.3 ↓, 1.1.1., 1.1.3 ↓	4 ↑ 4 ↑ 4 ↑, 4 ↑ 4 ↑ 1., 3 ↓ 3 ↓ 3 ↓

Daraus lässt sich dieses Regelsystem ableiten:

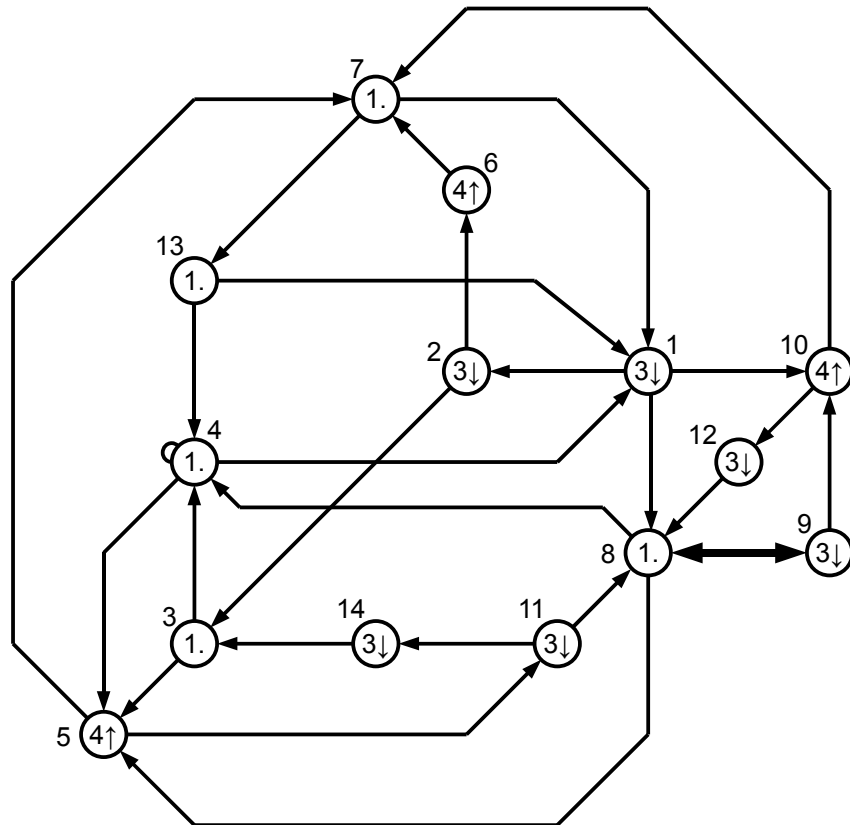
Regelsystem für das Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die steigende Quart, die Prim und die fallende Terz.
- Es dürfen beliebig viele Primen aufeinander folgen.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens eine Terz und eine Prim stehen oder mindestens drei Primen.
- Von vier aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Terz sein.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Der Graph dazu sieht so aus:



In den Kreisen stehen wieder die Fortschreitungen der Knoten und neben den Kreisen die Nummern der Knoten. An den Überschneidungen geht es nur geradeaus weiter. Von Knoten 8 gibt es also eine Verbindung zu Knoten 4, aber nicht zu Knoten 3. Offensichtlich werden Graphen mit zunehmender Stimmenzahl immer komplexer.⁴⁴ Dann sind sie keine Hilfe mehr. Deshalb werden Graphen im Folgenden nur noch erwähnt, wenn sie halbwegs überschaubar sind. Ein Kanon nach diesem Schema steht im Schlusschor von Händels *Messias*:⁴⁵

⁴⁴ Diesen kann man vermutlich nicht ohne Überschneidungen darstellen. Jedenfalls habe ich keine Möglichkeit gefunden. Graphen, die in der Ebene ohne Überschneidungen dargestellt werden können, heißen „planar“. Siehe dazu Jungnickel S. 25.

⁴⁵ Händel, *The Messiah*, Schlusschor, T. 72. Vgl. die modelltheoretischen Ausführung dazu bei Froebe, S. 39.

Im Gerüstsatz gibt es nur die drei möglichen Fortschreitungen: die steigende Quarte, die Prim und die fallende Terz. Zwischen den Quartan stehen genügend andere Intervalle und es erscheinen auch nie mehr als zwei Terzen in einer Folge von vier Fortschreitungen. Dem Gerüst entspricht eine Knotenfolge im Graphen, und zwar

7 1 10 7 1 2 6 7 1 2 6

Der Tonvorrat beschränkt sich in den einzelnen Stimmen jeweils auf ein Hexachord und insgesamt auf zwei Hexachorde im Quintabstand.

Der Kanon ist ziemlich streng, abgesehen von den Sechzehnteln. In manchen Stimmen ist schon der zweite Quartsprung diminuiert, in anderen erst der dritte. Durch diese Unregelmäßigkeit entsteht eine Steigerung. Die rhythmische Dichte wächst von Takt zu Takt. Im ersten Takt erscheinen die Durchgänge einzeln, im zweiten schon jeweils in zwei Stimmen gleichzeitig. Im dritten Takt kommen in einer dritten Stimme noch die Sechzehntel hinzu.

Als Alternative wäre zu überlegen, was sich ergeben hätte, wenn die Diminution durch die Sechzehntel in allen Stimmen gleich wäre. Wenn sie in allen Stimmen beim zweiten Quartsprung beginnen würde, wäre der dichteste Satz schon nach anderthalb Takten erreicht und es wäre keine weitere Steigerung möglich. Wenn die Sechzehntel dagegen in allen Stimmen erst beim dritten Quartsprung erscheinen würden, käme es überhaupt nur in zwei Stimmen zum Sechzehnteldurchgang.

5.5 Varianten des Basisschemas

5.5.1 Krebs – Josquin, *O bone et dulcissime Jesu*

Vom Basisschema lassen sich Varianten bilden, ohne dass seine entscheidenden Vorzüge verloren gehen. Diese Varianten enthalten zwei Oktavkanons, einen zwischen erster und zweiter Stimme und einen zwischen dritter und vierter. Die beiden Oktavkanons stehen zueinander im Verhältnis der Quarte oder Quinte; anders als im Basisschema sind die Richtungen der Oktaven, Quarten und Quinten aber variabel. Zu diesen Einsatzschemata gibt es viele Literaturbeispiele. Im Folgenden werden drei Variationsmöglichkeiten besprochen: Krebs, Oktavlagenänderung und Vorziehen eines Einsatzes in einer kanonischen Sequenz. Diese können natürlich alle miteinander kombiniert werden.

Der Krebs eines regulären Satzes ohne Dissonanzen ist ebenfalls regulär. Das gilt auch für die Gerüstsätze von Kanons. Wenn also von einem Kanongerüst ohne Dissonanzen der Krebs gebildet wird, so entsteht dadurch ebenfalls ein reguläres Kanongerüst:

Im Einsatzschema wird die Reihenfolge der Einsätze und die Richtung der intervallischen Einsatzabstände umgekehrt, die Größe der rhythmischen und intervallischen Einsatzabstände bleibt jedoch gleich. Das Einsatzschema des Krebses ist also der Krebs des Einsatzschemas des Originals. Für den Kanon über den Krebs eines Einsatzschemas gelten nahezu dieselben Fortschreitungsregeln wie für das Original, nur die Richtung der Fortschreitungen ist umgekehrt.

Die fallenden Terzen des Originals werden im Krebs zu steigenden Terzen. Umgekehrt werden die steigenden Quartan des Originals im Krebs zu fallenden Quartan. Von dieser Umkehrung der Bewegungsrichtungen abgesehen, bleiben alle Fortschreitungsregeln gleich. Dies liegt daran, dass auch die Krebse der Tonsätze regulär sind, mit denen die Fortschreitungsregeln bestimmt werden.

Anders als beim Krebs ist solch eine Umformung bei der Umkehrung nicht möglich, jedenfalls nicht im Allgemeinen:

Original

Umkehrung

Die Umkehrung enthält an den markierten Stellen Fehler. Dort steht im Original eine Quarte zum Sopran. Bei der Umkehrung ergibt das eine Quarte zum Bass und die ist irregulär.

In der folgenden Tabelle stehen die Regelsysteme für das Basisschema und für den Krebs des Basisschemas nebeneinander. Die Angaben für die Bewegungsrichtungen sind kursiv gedruckt. So wird die Analogie der Regelsysteme deutlich.

Regelsystem für das Einsatzschema	
Mögliche Fortschreitungen sind die <i>steigende</i> Quart, Prim und die <i>fallende</i> Tert.	Mögliche Fortschreitungen sind die <i>fallende</i> Quart, die Prim und die <i>steigende</i> Tert.
Es dürfen beliebig viele Primen aufeinander folgen.	
Zwischen zwei Quarten müssen mindestens eine Tert und eine Prim stehen oder mindestens drei Primen.	
Von vier aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Tert sein.	

Auf dem Krebs des Basisschemas beruht dieser Abschnitt aus Josquins Motette *O bone et dulcissime Jesu*.⁴⁶

⁴⁶ Josquin, Motette *O bone et dulcissime Jesu* I, T. 26.

Original und Krebs des Basisschemas finden sich auch auffallend häufig in Josquins 92. Psalm, *Domini regnavit*, und zwar 1. Teil: T. 59, 65, 71, «Elevaverunt», 2. Teil: T. 35, «deceat sanctitudo», T. 63, «Sicut erat».

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

The image shows a musical score for a four-part canon. It consists of two systems of staves. The first system has four staves: two treble clefs (Soprano and Alto) and two bass clefs (Tenor and Bass). The second system has five staves: two treble clefs (Soprano and Alto) and three bass clefs (Tenor and two Bass parts). The lyrics are written under the Soprano and Alto staves of the second system: "Per tu-am mi-se-ri-cor-di-am e-sto mi-hi Je-sus!". The music features a complex rhythmic and intervallic structure, with various note values and rests.

Bei den Worten «esto mihi» beginnt ein neuer Abschnitt. Hier werden zwei verschiedene Kanons miteinander verbunden. Der erste ist vierstimmig, der zweite dreistimmig. Der Abschnitt über «esto mihi» ist zwar auch vierstimmig, aber einen Kanon bilden nur die drei Unterstimmen; der Sopran ist frei. Dabei bleiben die intervallischen Einsatzabstände gleich, nur die rhythmischen Einsatzabstände sind verdoppelt. Das Einsatzschema des dreistimmigen Kanons ist der Krebs des Einsatzschemas, an dem oben⁴⁷ gezeigt worden ist, wie Fortschrittsregeln im dreistimmigen Kanon bestimmt werden. Deshalb wird das dazugehörige Regelsystem hier nicht noch eigens aufgeführt. Weil die Sopranstimme im zweiten Abschnitt frei imitiert, fällt der Wechsel der Satztechnik nicht auf und der Eindruck eines vierstimmigen durchimitierenden Satzes bleibt erhalten. So wirkt der Übergang nahtlos und erst die Analyse zeigt, dass zwei ähnliche, aber doch verschiedene Satztechniken verwendet sind.

Diese Stelle analysiert Diether de la Motte.⁴⁸ Dabei geht er nicht darauf ein, dass der Abschnitt ein strenger vierstimmiger Kanon ist. Deshalb kann er natürlich erst recht nicht erörtern, wie Stimmführung und Kanon zusammenhängen.

5.5.2 Verschränkungen – Josquin, *Missa Pange Lingua*

Wesentlich raffinierter ist die Verschränkung der Kanongerüste am Schluss des ersten Kyrie von Josquins *Missa Pange Lingua*.⁴⁹ Der Abschnitt wirkt wie eine Mischung aus

⁴⁷ S. 89.

⁴⁸ de la Motte S. 123.

⁴⁹ Josquin, *Missa Pange Lingua*, erstes Kyrie, T. 13.

Wiederholungen, Imitationen und Variationen, ohne dass ein klares Prinzip erkennbar würde. Die Struktur des Satzes ist hier dargestellt:

The image displays a musical score with four main systems. The first three systems, labeled G1, G2, and G3, each consist of a treble and bass staff in 3/1 time. G1 shows a sequence of notes in the treble staff and a corresponding bass line. G2 and G3 show similar patterns with some variations. The fourth system is more complex, featuring six staves. The top two staves are grouped by a brace and contain first and second endings. The bottom four staves are also grouped by a brace and contain first, second, and third endings. A sharp sign (#) is present at the end of the system.

Unten steht der Satz von Josquin. Von den sechs Notensystemen darüber gehören je zwei zusammen. Dort steht jeweils ein Kanon nach dem Basisschema. Abgesehen davon, dass beim letzten Mal der Sopran fehlt, sind die drei Kanons identisch. Das Verhältnis von abstraktem und komponiertem Satz ist so dargestellt: Im Chorsatz sind diejenigen Noten klein gedruckt, die keinem der drei Gerüstsätze entsprechen, in den Systemen darüber diejenigen, die nicht im Chorsatz vorkommen. Überbindungen, Durchgänge und Cambiaten sind – wie auch sonst – nicht als Abweichung vom Schema aufgefasst, sondern nur als Diminution. Die entsprechenden Töne sind also nicht klein gedruckt. Die Voltenklammern zeigen an, welcher Gerüstsatz dem komponierten Satz jeweils zu Grunde liegt. Dem Wechsel des Gerüstsatzes entsprechen das Ende und der Beginn einer neuen Voltenklammer. Dies fällt in den einzelnen Stimmen nicht immer zusammen.

Der Satz beruht also auf drei Gerüstsätzen nach dem Basisschema, die miteinander verschränkt sind. Damit ist gemeint, dass dem komponierten Satz mehrere Gerüste zu Grunde liegen, die jedoch nicht nacheinander stehen, sondern sich überlappen.

Das ist ganz anders als in der vorher analysierten Stelle aus der Motette *O bone et dulcissime Jesu*. Dort fällt der Wechsel des Gerüstsatzes mit dem Einsatz einer neuen Textzeile zusammen. Der Gerüstsatz ist vollständig im komponierten Tonsatz enthalten. In der *Missa Pange Lingua* ist der kanonische Satz dagegen nicht vom Abschnitt davor abgesetzt, weder durch Pausen, noch durch Kadenzen oder einen neuen Text. Auch enthält der komponierte Satz die Gerüstsätze nicht vollständig. Die Abschnitte, die sich auf unterschiedliche Gerüstsätze beziehen, werden dadurch miteinander verbunden, dass einzelne Töne vom abstrakten Satz abweichen.

Obendrein ist der Gerüstsatz in den einzelnen Stimmen unterschiedlich diminuiert. Die Kanonstruktur und die Wiederholungsstruktur werden also nicht hervorgehoben, sondern verschleiert. So entsteht der Eindruck von freier Imitation und variiert Wiederholung. Dies lässt sich als eine interessante satztechnische Realisierung des Varietas-Ideals auffassen.

5.5.3 Änderung der Oktavlagen – Mozart, *Streichquintett D-Dur*

Das Basisschema wird häufig so abgewandelt, dass einzelne Stimmen um eine oder mehrere Oktaven höher oder tiefer einsetzen. Dadurch ändern sich manchmal die Fortschreibungsmöglichkeiten, z. B. bei diesem Einsatzschema:



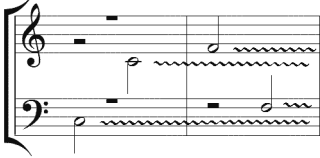
Es unterscheidet sich kaum vom Basisschema. Die dritte Stimme setzt nicht eine Quinte unter der ersten ein, sondern eine Undezime darüber. Das ist also nur doppelter Kontrapunkt in der Oktave. Doch ergibt sich daraus eine Einschränkung. Im Gegensatz zum Basisschema führt die Folge von zwei Primen hier zu einer Quarte zwischen Bass und Sopran, also zu einer Dissonanz. Deshalb ist die Folge von zwei Primen dissonativ. Dadurch entfallen einige Fortschreibungskombinationen des Basisschemas. Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Möglichkeiten.

irrelevant	dissonativ	perfektiv	imperfektiv
		4↑, 1.	3↓
4↑ 4↑	1.1.	4↑ 1., 3↓ 3↓	4↑ 3↓, 1.3↓
4↑ 4↑ 4↑, 4↑ 4↑ 1., 1.1.1., 3↓ 3↓ 3↓	4↑ 4↑ 3↓	4↑ 1.1., 4↑ 3↓ 3↓, 1.3↓ 3↓	4↑ 1.3↓, 1.1.3↓

Hier ist der einzige Unterschied zu den Fortschreibungsmöglichkeiten des Basisschemas also das Verbot, Primen zu wiederholen. Allgemein ist die Oktave abwärts als intervallischer Einsatzabstand nur möglich, wenn der Bass nicht beteiligt ist, denn sonst würde der Quartsprung aufwärts zu einer Undezime als Zusammenklang führen.

Zu dem Einsatzschema gehört dieses Regelsystem:

Regelsystem für das Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die steigende Quart, die Prim und die fallende Terz.
- Es dürfen nicht zwei Primen aufeinander folgen.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens eine Terz und eine Prim stehen.
- Von vier aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Terz sein.

Ein Kanon mit diesem Einsatzschema steht in Mozarts *D-Dur-Quintett*:⁵⁰



Der Kanon ist vierstimmig. Nur die zweite Bratsche ist nicht in den Kanon einbezogen. Sie spielt eine freie fünfte Stimme. In den oberen beiden Systemen steht der Gerüstsatz. Wie schon in dem Beispiel aus dem *Messias* wiederholt sich mehrfach die Folge von einer Prim, zwei Terzen und einer Quart. Deswegen ist der Kanon eine Sequenz, die

⁵⁰ Mozart, *Streichquintett D-Dur*, KV 593, vierter Satz, Durchführung, T. 142.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

in Sekunden abwärts steigt. Da die Primen einzeln stehen, treten keine satztechnisch falschen Quarten auf.

Warum hat Mozart nicht das Basisschema gewählt? Zwei Hypothesen scheinen sinnvoll. Erstens behält das Thema in den Außenstimmen seine originale Metrik. Dadurch wird der Bezug auf das Thema klarer, denn es sind ja die Außenstimmen, die beim Hören im Vordergrund stehen.

Zweitens bewirkt der Beginn mit dem Bass, dass die Imitation auffälliger ist, als es bei einem Beginn mit dem Sopran der Fall wäre. Dies lässt sich auf die traditionelle Oberstimmenorientierung zurückführen.

Auch die Reihenfolge, in der die übrigen Stimmen einsetzen, lässt sich begründen: Die zweite Stimme muss auf dem *cis*² einsetzen und die vierte auf dem *fis*¹. Da ist es nur konsequent, dass der höhere Einsatz im höheren Instrument erscheint, d. h. dass die zweite Violine vor der ersten Bratsche einsetzt.

Analytisch interessant ist an dieser Stelle aber nicht nur die kontrapunktische Struktur der Engführung, sondern auch ihre formale Funktion. Die Engführung ist in den thematisch-motivischen Prozess des Satzes eingebunden, und zwar so:

The image displays five staves of musical notation in G major (one sharp). The first staff, labeled 'Thema', shows the original theme in treble clef. The second staff, 'Durchführung, kurz nach Beginn', shows an early introduction in treble clef. The third staff, 'Abspaltung davon', shows a fragmented version of the theme in treble clef. The fourth staff, 'Durchführung, Mitte, Fugato-Thema', shows the theme in bass clef. The fifth staff, 'Durchführung, vor der Rückleitung, Engführung', shows the theme in bass clef. The notation includes various rhythmic values, accidentals, and dynamic markings.

Zu Beginn der Durchführung erscheint eine Umkehrungsversion des Themas. Der zweite und dritte Takt dieser Umkehrungsversion lassen sich aus dem siebten Takt des Themas ableiten. Von dieser Umkehrungsversion wird der zweite Takt abgespalten, durchgeführt und zu einer neuen, kanonfähigen Gestalt weiterentwickelt. Dazu wird der Anfangston so nach vorne verlängert, dass die Figur synkopisch in der Taktmitte einsetzt. Diese neue, kanonfähige Gestalt wird in einem Fugato aller fünf Stimmen exponiert. Auf das Fugato folgt die Engführung. Sie führt zu einem Maximum an Verdichtung gegen Ende

des Durchführungsprozesses, bevor dann die Rückleitung beginnt. So etwas ist durchaus typisch.⁵¹

Wenn es bei dem Kanon um die maximale Verdichtung geht, warum hat Mozart keinen fünfstimmigen Kanon geschrieben? Wäre das mit demselben thematischen Material möglich gewesen? Wenn ja, warum hat sich Mozart trotzdem auf die Vierstimmigkeit beschränkt? Diese Fragen werden weiter unten erörtert, im Zusammenhang mit der Fünfstimmigkeit.

Direkt vor dem besprochenen Abschnitt aus Händels *Messias*⁵² steht eine Engführung, die in zwei Punkten vom Basisschema abweicht.

Das Einsatzschema ist der Krebs des Basisschemas, außerdem sind die Oktavlagen geändert.

⁵¹ Vgl.

Mozart, *Die Zauberflöte*, KV 620, Ouvertüre, T. 117.

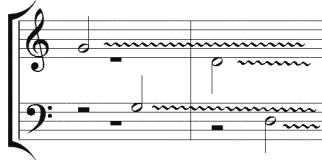
Mozart, *Symphonie Es-Dur*, KV 543, vierter Satz, T. 125.

Mozart, *Klavierkonzert B-Dur*, KV 595, erster Satz, T. 218/225. Zu den verschiedenen Taktzahlen siehe oben, S. 49.

Haydn, *Symphonie G-Dur*, Hob. I:88, vierter Satz, T. 109. Der Durchführungsabschnitt des Rondos besteht hauptsächlich aus zwei großen kanonischen Abschnitten.

⁵² Händel, *The Messiah*, Schlusschor, T. 68. Kürzere Versionen dieser Passage stehen schon in T. 42 und 45. Der Bezug zum Thema ist hier übrigens noch enger als bei der freien Umkehrung, T. 72, die oben besprochen worden ist.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

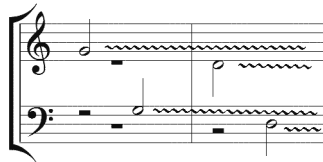


Wie schon bei dem Mozart-Beispiel führt die Folge von zwei Primen zu einer Dissonanz. Deswegen sind auch die gleichen Fortschreitungen möglich wie bei dem Einsatzschema des Mozart-Beispiels, nur die Richtung der Intervalle ist umgekehrt.

irrelevant	dissonativ	perfektiv	imperfektiv
		1., 4↓	3↑
4↓ 4↓	1.1.	3↑ 3↑, 1.4↓	3↑ 1., 3↑ 4↓
3↑ 3↑ 3↑, 1.1.1., 1.4↓ 4↓, 4↓ 4↓ 4↓	3↑ 4↓ 4↓	3↑ 3↑ 1., 3↑ 3↑ 4↓, 1.1.4↓	3↑ 1.1., 3↑ 1.4↓

Das allgemeine Regelsystem zu diesem Schema ist dieses:

Regelsystem zum Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die fallende Quart, die Prim und die steigende Terz.
- Es dürfen nicht zwei Primen aufeinander folgen.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens eine Terz und eine Prim stehen.
- Von vier aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Terz sein.

Auch hier entsteht die Sequenz wieder durch die Folge von einer Prim, zwei Terzen und einer Quart. Da die Richtung der Fortschreitungen umgekehrt ist im Vergleich zum Beispiel davor, ergibt sich aus einer Quart und zwei Terzen jetzt eine sekundweise steigende Sequenz.

Die beiden vierstimmigen Engführungen aus dem *Messias*⁵³ folgen direkt aufeinander. Sie stehen an einer besonderen formalen Position. Der Schlusschor selbst ist eine Fuge über das Wort „Amen“. „Amen“ schließt das Oratorium inhaltlich, die Fuge schließt es formal. Die Engführungen sind die letzten des Schlusschors und sie stehen nur wenige Takte vor dem Schluss. Hier erreicht die imitatorische Dichte ein Maximum. So bekommt die Fuge das besondere Gewicht, das für den Satzsatz des gesamten Oratoriums sinnvoll ist.

⁵³ Händel, *The Messiah*, Schlusschor, T. 68. und T. 72.

Die Verwandtschaft zwischen der Kanonmelodie und dem Fugenthema beschränkt sich auf den Themenkopf.



Die Dichte der Imitation und der formale Gesichtspunkt waren Händel offenbar wichtiger als die Beibehaltung der originalen Themengestalt. Die Reihenfolge der beiden Kanons entspricht ihrer jeweiligen Nähe zum Thema. Der erste Kanon beruht auf dem Themenkopf, der zweite dagegen auf der Umkehrung des Themenkopfes. Außerdem werden hier nur noch die ersten drei Töne des Themas übernommen, statt der ersten fünf Töne, wie im Kanon davor.

Dasselbe Einsatzschema gibt es auch in Bachs *Kunst der Fuge*:⁵⁴

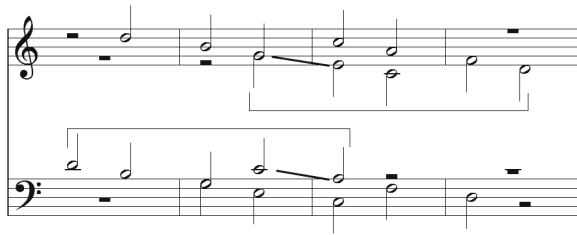
Auch hier ist der Kanon eine Sequenz. Ungewöhnlich ist allerdings, dass der Sequenzabschnitt fünf Einsatzzeiten lang ist. Dadurch wirkt die Sequenz weniger schematisch.

5.5.4 Quartparallelen – Brahms, *Fest- und Gedenksprüche*

Bei Einsatzschemata, die bisher betrachtet wurden, waren die Kombinationen von zwei Terzen mit einer Quarte oder einer Prim immer perfektiv. Deshalb konnten von vier Fortschreitungen immer nur höchstens zwei eine Terz sein. Bei drei Terzen entstanden automatisch Parallelen:

⁵⁴ Bach, *Die Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus V*, T. 53.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen



Das ist anders bei dieser Stelle aus Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen*:⁵⁵

Musical score for Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen*. It shows a canon with four voices (treble and bass clefs) in a key signature of two flats. The lyrics are: "und ein Haus fäl-let ü-ber das an-de-re,". The notation includes notes, rests, and a key signature change to one flat in the second system.

Hier steht eine Intervallfolge, bei der drei von vier aufeinander folgenden Intervallen Terzschritte sind. Dabei entstehen jedoch keine parallelen Quinten, sondern nur Quartan.

Musical notation showing an interval sequence in two staves, treble and bass clef. The top staff has a whole note G4, a whole note F4, a whole note E4, and a whole note D4. The bottom staff has a whole note G3, a whole note F3, a whole note E3, and a whole note D3. Brackets connect the notes in both staves, illustrating the interval sequence.

⁵⁵ Brahms, *Fest- und Gedenksprüche*, op. 109, Nr. 2, *Wenn ein starker ...*, T. 41, „und ein Haus fället über das andere“.

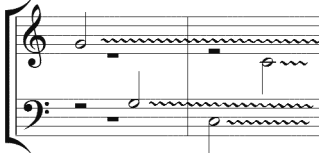
Im Vergleich zum Basisschema sind hier Sopran und Tenor vertauscht. Wenn die Änderung der Oktavlagen dazu führt, dass Quinten durch Quarten ersetzt werden, dann ändern sich auch die Fortschreitungsregeln, da Quartparallelen erlaubt sind.

Für das Einsatzschema ergeben sich diese Intervallkombinationen:

irrelevant	dissonativ	perfektiv	imperfektiv
		4↑, 1.	3↓
4↑ 4↑		4↑ 1., 1.1., 3↓ 3↓	4↑ 3↓, 1.3↓
4↑ 4↑ 4↑, 4↑ 4↑ 1., 3↓ 3↓ 3↓	4↑ 4↑ 3↓	4↑ 1.1., 1.1.1., 1.3↓ 3↓	4↑ 1.3↓, 4↑ 3↓ 3↓, 1.1.3↓

Die Kombination aus einer Quarte und zwei Terzen ist hier imperfektiv. Deshalb sind die Folgen 4↑ 3↓ 3↓ 4↑, 3↓ 4↑ 3↓ 3↓ und 3↓ 3↓ 4↑ 3↓ möglich. Dies zeigt das Beispiel. Es gilt dieses Regelsystem:

Regelsystem für das Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die steigende Quarte, die Prim und die fallende Terz.
- Es dürfen beliebig viele Primen aufeinander folgen.
- Wenn drei von vier aufeinander folgenden Fortschreitungen eine Terz sind, dürfen die Terzen nicht unmittelbar aufeinander folgen, sondern müssen durch eine Quarte getrennt sein.
- Quarten müssen durch mindestens zwei andere Intervalle getrennt sein. Wenn zwischen zwei Quarten genau zwei Intervalle stehen, muss mindestens eins davon eine Terz sein.

5.5.5 Antiparallelen – Mozart, *Symphonie KV 551*

Die Zahl der Fortschreibungsmöglichkeiten im Basisschema lässt sich auch noch anders vergrößern, und zwar so wie in diesem Abschnitt aus Mozarts Symphonie KV 551.⁵⁶

⁵⁶ Mozart, *Symphonie C-Dur*, KV 551, vierter Satz, T. 99.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Im Gerüstsatz sind die Oktavlagen des Originals so geändert, dass die Sprünge nicht größer sind als eine Quarte. Dies führt dazu, dass in dem markierten Abschnitt drei von vier Fortschreitungen eine Terz sind. Hier ergibt sich jedoch noch ein zusätzliches Problem. Es ist ja zunächst unklar, welcher Strukturton für die Pause angenommen werden soll. Aufgrund der Stimmführungsgesetze des Kanons und der möglichen Zusammenklänge mit den übrigen Stimmen kommen zwei Töne in Frage: *d* und *h*. Egal, was man annimmt, in beiden Fällen kommt es zu einer Folge, bei der drei von vier aufeinander folgenden Fortschreitungen Terzen sind. Für die Argumentation ist es also gleich, ob als fehlender Strukturton für die Pause *d* oder *h* angenommen wird. In jedem Fall entstehen im Gerüstsatz Oktavparallelen. Im komponierten Satz erscheint jedoch statt des einen Terzsprungs abwärts ein Sextsprung aufwärts, also das Komplementärintervall. So ergeben sich durch die Komplementärintervalle Antiparallelen.

Die Oktavlagen der Einsätze sind so gewählt, dass das Thema in den Außenstimmen seine originale Metrik behält, genau wie oben⁵⁷ in der Engführung aus dem *D-Dur-Streichquintett*.

Stefan Kunze widmet der Engführung ein eigenes Notenbeispiel und die Einsatzstruktur wird ausführlich beschrieben:⁵⁸

die Einsätze des nunmehr vollständigen Gebildes [...] folgen in halbtaktigem Abstand aufeinander, wobei die Violinen und die Violen mit den Bässen zwei

⁵⁷ S. 124.

⁵⁸ Kunze S. 98 f.

um einen Takt gegeneinander versetzte Kanonpaare in Oktaven bilden, und die Kanonpaare in ihrem Verhältnis zueinander den Unterquintkanon weiterführen [...]

Der Zusammenhang von melodischer Struktur und kanonischer Verarbeitung wird jedoch nicht erwähnt. Vermutlich wusste Kunze nicht, dass sich dieser Zusammenhang konkret bestimmen lässt, über ein satztechnisches Modell oder ein Kanonregelsystem.

5.5.6 Sequenzierende Kanons – Bach, *Johannes-Passion*, Eingangschor

Die Struktur

Schmerz und Leiden hat Bach meist durch Chromatik und Dissonanzen ausgedrückt, so auch im Eingangschor der *Johannes-Passion*:⁵⁹

Dissonant sind die Septimen, die verminderten Quinten und die übermäßigen Quartan. Die Septimen lösen sich jedes Mal in neue Dissonanzen auf. Die Chromatik, die verminderten Quinten und die übermäßigen Quartan treten klanglich besonders hervor. Sie erscheinen nämlich nur in den hohen Bläsern und die hohen Bläser spielen keine anderen Stimmen des Tonsatzes.

Zum ersten Mal erscheint diese Septakkordsequenz schon im Ritornell. Danach setzt der Chor ein und singt:

Herr, unser Herrscher, dessen Ruhm
in allen Landen herrlich ist!
Zeig' uns durch deine Passion,
daß du, der wahre Gottessohn,
zu aller Zeit,
auch in der größten Niedrigkeit,
verherrlicht worden bist.

Die Septakkordsequenz wird wiederholt, nun als Bestandteil eines außerordentlich komplexen Satzes:⁶⁰

⁵⁹ Bach, *Johannes-Passion*, BWV 245, Nr. 1, Chor, T. 10.

⁶⁰ Bach, *Johannes-Passion*, BWV 245, Nr. 1, Chor, T. 49. Die hohen Streicher sind hier weggelassen.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

49

Bläser

Chor

des-sen Ruhm in al - len Lan - - - - -

des-sen...

des-sen...

des-sen...

B. C.

51

- den, des-sen...

53

Dazu singt der Chor die Worte „dessen Ruhm in allen Landen“, und zwar in einem vierstimmigen Kanon mit einem engen rhythmischen Einsatzabstand. Der Kanon wirkt besonders polyphon. Das liegt am ständigen Wechsel von zwei motivischen Gestalten, den Achtelrepetitionen und dem Sechzehntelmelisma.

Die Struktur des Chorsatzes lässt sich als Textausdruck auffassen, als Darstellung der Worte „in allen Landen“: Es singt der ganze Chor und alle Chorstimmen singen das Gleiche. Solch eine Deutung scheint vielleicht zu spekulativ. Sie lässt sich aber stützen, durch den Eingangschor der Kantate *Sie werden aus Saba alle kommen*.⁶¹ Auch dort steht im Text das Wort „alle“ und auch dort singt der Chor einen vierstimmigen Kanon im engen Abstand. Er beginnt sogar damit.

Um die Struktur der Stelle aus der *Johannes-Passion* zu verstehen, wird sie als Lösung einer satztechnischen Aufgabe aufgefasst, und zwar der Aufgabe, einen vierstimmigen Kanon mit einem engen Einsatzabstand zu schreiben, der harmonisch zu der chromatisierten Septakkordsequenz passt. Mit diesem Ansatz lassen sich verschiedene Merkmale der Melodieführung erklären. Dazu werden mögliche Lösungen konstruiert, diskutiert und mit dem Original verglichen. Dieser Vergleich mit dem Original ermöglicht es, Hypothesen zu Bachs Kriterien aufzustellen.

Wegen der Septakkordsequenz muss der Kanon sequenzierend sein. Da liegt ein Kanon über das Basisschema nahe; denn es ermöglicht Einsätze im engen Abstand und eine Sequenz, bei der der Sequenzabschnitt jeweils nach zwei Takten um eine Sekunde abwärts versetzt wird. Diese Sekunde abwärts muss durch zwei, vier oder acht Fortschreitungen erreicht werden, je nachdem, welche Zeiteinheit der Kanon hat, ob Ganze, Halbe oder Viertel. Achtel als Einheiten scheinen musikalisch unsinnig.

Wie kommt man mit den Fortschreitungen des Basisschemas von einem Ton zu seiner Untersekunde? Zwei Fortschreitungen reichen dafür jedenfalls nicht aus. Deshalb ist die

⁶¹ Bach, Kantate *Sie werden aus Saba alle kommen*, BWV 65, T. 9.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Zeiteinheit für den rhythmischen Einsatzabstand keine Ganze. Bei vier Fortschreitungen gibt es genau eine Lösung: Die fallende Sekunde ergibt sich aus einer steigenden Quarte und zwei fallenden Terzen. Die vierte Fortschreitung ist eine Prim.

Auch bei acht Fortschreitungen gibt es im Wesentlichen keine weiteren Möglichkeiten, die fallende Sekunde zusammensetzen. Nur die Anzahl der Primen vergrößert sich auf fünf. Zwar ergibt sich eine fallende Sekunde auch aus drei steigenden Quarten und fünf fallenden Terzen. Daraus entsteht aber keine brauchbare Kanonmelodie, denn eine solche Tonfolge entspricht nicht den Melodieregeln des Basisschemas. Wenn die Stimmen im Abstand von Vierteln einsetzen würden, wäre die melodische Beweglichkeit also nicht größer als bei einem Abstand von Halben. Nur die metrischen Verhältnisse wären komplizierter; denn die Chorstimmen würden die Melodie verschieden betonen. Das spricht gegen acht und für vier Fortschreitungen. Dann ist die rhythmische Einheit die Halbe. Pro Sequenzabschnitt gibt es vier Melodiefortschreitungen: eine Quarte, eine Prim und zwei Terzen. Diese Fortschreitungen werden periodisch wiederholt.

Allerdings liegt die Reihenfolge der Intervalle nicht fest. Die Prim kann vor den Terzen stehen, dazwischen oder danach:



Manche Kanons unterscheiden sich nur durch die Oktavlagen und deswegen passen sie gleich gut oder gleich schlecht zur Septakkordsequenz. Von solchen Kanons muss nur einer untersucht werden. Natürlich kann man die Oktavlagen eines Kanons nicht beliebig ändern, ohne dass sich auch das Einsatzschema ändert. Aber solch ein sequenzierender Kanon lässt sich in einen anderen Kanon nach dem Basisschema umformen, und zwar so, dass sich beide nur durch die Oktavlagen unterscheiden. Ein Kanon mit ungünstigen Oktavlagen kann also in einen Kanon mit günstigen Oktavlagen umgeformt werden, ohne dass das Basisschema verlassen wird. Wie das möglich ist, lässt sich hier erkennen:

The image displays two systems of musical notation, each consisting of a treble and a bass clef staff. The top system is labeled 'Versetzung und Verkürzung' and the bottom system is labeled 'Oktav- und Stimmtausch'. Both systems show a sequence of chords and notes with a key signature of two flats. The top system shows a sequence of chords and notes with a bracket indicating a specific interval. The bottom system shows a similar sequence but with different voice placements and intervals.

In der oberen Akkolade stehen drei Kanons nach dem Basisschema. Abgesehen vom Anfang ändern sich nur die Oktavlagen und die Verteilung der Töne auf die Stimmen. Deshalb passen die drei Fassungen gleich gut oder gleich schlecht zur Septakkordkette. Am geeignetsten ist wohl der zweite; denn da singt der Chor in einer günstigen Mittellage. In der unteren Akkolade stehen auch drei Kanons. Der erste und der dritte sind identisch mit dem ersten und dritten Kanon der oberen Akkolade. Die mittleren Kanons beider Akkoladen unterscheiden sich, aber nur, solange der Satz noch nicht vierstimmig ist. Sobald er vierstimmig wird – hier durch die Klammer gekennzeichnet –, sind auch die mittleren Kanons gleich.

In jeder Akkolade können die drei Kanons ineinander umgeformt werden. In der oberen werden von jeder Stimme die ersten beiden Noten entfernt und der Satz wird um eine Quarte nach unten versetzt. So entsteht aus dem ersten Kanon der zweite und aus dem zweiten der dritte. Der dritte ergibt sich auch durch die Versetzung des ersten um eine Oktave nach unten.

In der unteren Akkolade wird so umgeformt: Der Alt des ersten Beispiels wird zum Sopran des zweiten. Der Sopran des ersten Beispiels wird eine Oktave tiefer versetzt und in dieser Versetzung zum Alt des zweiten. Genauso ist es bei Tenor und Bass. Wird die Umformung wiederholt, entsteht das dritte Beispiel. Der mittlere Kanon entspricht zwar nicht dem Basisschema, aber sobald der Satz vierstimmig ist, gleicht er dem Kanon in der Akkolade darüber, also einem Kanon nach dem Basisschema.

Es gibt also zwei verschiedene Umformungen, die Kombination aus Versetzung und Verkürzung und den Oktavlagentausch. Beide Umformungen führen in der Vollstimmigkeit zu demselben Ergebnis. Warum das so ist, lässt sich so begründen:

Die vierstimmigen Kanons enthalten jeweils zwei zweistimmige Teilkanons im Abstand zwei, nämlich Sopran-Alt und Tenor-Bass. Diese beiden Teilkanons sind Unterquintkanons.

Zuerst wird der Sopran betrachtet. Wenn man die ersten beiden Töne entfernt und anschließend den Satz um eine Quarte nach unten versetzt, ergeben das Imitationsintervall,

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

die Unterquinte, und das Versetzungsintervall, die Unterquarte, zusammen eine Unteroktave. Was vorher Sopran war, wird eine Oktave tiefer zum Alt.

Beim Alt sieht es so aus: Weil die Sequenz in Sekunden absteigt, ist der Kanon zwischen dem Alt und dem darauf folgenden Sequenzabschnitt des Soprans ein Oberquartkanon. Das Imitationsintervall, die Oberquarte, und das Versetzungsintervall, die Unterquarte, heben sich gegenseitig auf. Deshalb wird der Alt durch die Transformation zum Sopran in gleicher Tonhöhe. Dadurch, dass alle Stimmen um die ersten beiden Töne verkürzt werden, erscheint beim Einsatz der zweiten Stimme der gleiche Quartsprung wie vor der Umformung, nur in einer anderen Stimme und in einer anderen Oktavlage. Das lässt sich oben am Notenbeispiel erkennen. Der Satz bleibt also bis auf Oktavlagen gleich. Für das Verhältnis von Tenor und Bass gilt dasselbe wie für das Verhältnis von Sopran und Alt. Der Oktavlagentausch und die Kombination aus Versetzung und Verkürzung führen also in der Vollstimmigkeit zu demselben Ergebnis, d. h. die Kanons, die so ineinander umgeformt werden, passen gleich gut oder gleich schlecht zu der Septakkordkette.

Um alle möglichen Kombinationen zu finden, werden alle Sätze bestimmt, bei denen die Kanontöne zur Harmonik passen. Bei einer Harmonik mit Septakkorden heißt das: Aus den Kanontönen und den Tönen der Septakkordkette müssen sich reguläre Dreiklänge oder Septakkorde ergeben oder Bestandteile von regulären Dreiklängen oder Septakkorden. Die Viertelnoten der Bläser lassen sich als harmonieeigen oder als harmoniefremd auffassen. Die möglichen Kombinationen wurden mit einem Computerprogramm bestimmt. Es wurde ausschließlich für diese Stelle geschrieben und steht im Anhang.⁶² Von Oktavlagen abgesehen, gibt es vierzehn Kombinationen:

The musical score is a five-part setting in G major (one sharp) and 4/4 time. It consists of five staves. The top staff is the Soprano, and the bottom staff is the Bass. The middle three staves represent the Alto, Tenor, and Bass parts. The score shows five measures of music, with the first measure marked with a '1' and the fifth with a '5'. The music features a sequence of chords and intervals that illustrate the canon's structure.

⁶² Siehe S. 519.

5.5 Varianten des Basisschemas

The image displays a musical score for 14 variations of a bass schema. The score is organized into two systems. The first system covers measures 6 through 9, and the second system covers measures 10 through 14. Each system consists of two staves: a treble staff and a bass staff. The treble staff contains a melodic line with a sequence of chords and a descending melodic line. The bass staff contains a harmonic line with sustained notes and chords. The variations are numbered 6 through 14, indicating the specific version of the schema being presented.

In den beiden oberen Systemen stehen jeweils zwei Takte aus der Septakkordkette und darunter jeweils ein Abschnitt aus einer sekundweise fallenden kanonischen Sequenz im Basisschema. Die Vorzeichen im Kanon ergeben sich aus der Septakkordkette. Die erste Version hat Bach verwendet. Es bleibt zu überlegen, inwiefern sie besser ist als die anderen. Dazu werden die 14 Versionen untersucht.

Ein mögliches Kriterium scheint das Parallelenverbot. Damit ist Bach aber erstaunlich frei umgegangen:

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

The image shows a musical score for a canon with more than two voices. It consists of four staves. The top staff is a treble clef with a key signature of one flat (B-flat). The second and third staves are also treble clefs, with the third staff having a key signature of two flats (B-flat and E-flat). The bottom staff is a bass clef with a key signature of two flats. The music features complex rhythmic patterns, including sixteenth and thirty-second notes, and various parallelisms between the staves.

Unproblematisch sind Einklangs- oder Oktavparallelen zwischen dem Bass des Chores und dem Basso continuo. Sie sind stiltypisch und prinzipiell immer möglich. Außerdem gibt es Quintparallelen zwischen einer Bläser- und einer Chorstimme beim Eintritt von Schlag vier. Sie lassen sich so erklären: Der Tonsatz besteht aus mehreren Schichten, dem Chor, den Streichern und den Bläsern. Der Basso continuo gehört zu jeder Schicht hinzu. Harmonisch müssen alle Schichten zu derselben Generalbassbezeichnung passen. Satztechnisch korrekt sind sie nur intern und zum Bass, aber nicht untereinander. Das Parallelenverbot gilt also nur eingeschränkt, innerhalb der einzelnen Schicht. Zwischen den verschiedenen Schichten gilt es nicht. Unproblematisch sind deshalb Parallelen zwischen den Chorstimmen und den hohen Streichern, z. B. diese:⁶³

The image shows a musical score with two main sections: 'Streicher' (Strings) and 'Chor' (Choir). The 'Streicher' section consists of three staves: two treble clefs and one bass clef. The 'Chor' section consists of four staves: two treble clefs and two bass clefs. The music features complex rhythmic patterns, including sixteenth and thirty-second notes, and various parallelisms between the staves. The key signature is one flat (B-flat).

⁶³ Bach, *Johannes-Passion*, BWV 245, Nr. 1, Chor, T. 50.

Hier gibt es viele Parallelen zwischen einer Streicher- und einer Chorstimme, aber keine Parallelen innerhalb des Streichersatzes und auch keine innerhalb des Chors.

Es gibt aber auch Parallelen innerhalb einer Schicht: die Oktavparallelen zwischen Tenor und Basso continuo.⁶⁴ Sie ließen sich in harmlose Antiparallelen verwandeln, aber Bach hat es nicht getan. Also fand er sie unbedenklich. Weil das Parallelenverbot offenbar nur eingeschränkt gilt, werden auch Versionen mit Parallelen⁶⁵ als möglich angesehen.

Ein weiteres Kriterium ist die Behandlung der Septime. Bei einigen Versionen⁶⁶ erscheint die Septime auch im Chor. Sie wird also insgesamt verdoppelt. Das verstößt gegen Bachs Regel für den fünfstimmigen Satz.⁶⁷ Dort wird die Verdopplung der Septime ausgeschlossen. Es ist aber nicht ganz klar, ob die Septime im Chor schon als Verdopplung angesehen werden sollte, denn Chor und Bläser können als getrennte Schichten gelten. Dann wäre die Septime im Chor eventuell zu tolerieren. Das gilt allerdings nicht mehr für die Versionen 2 und 13; denn hier wird die Septime sogar innerhalb des Chores verdoppelt. Ausgeschlossen war das Verlassen der Septime durch einen Quartsprung nach oben.⁶⁸ Es ist auch unwahrscheinlich, dass Bach die Septimen so aufgelöst hätte:⁶⁹



Der halbschwere Durchgang wirkt nicht wie eine selbständige Stimme, sondern nur als heterophone Variante eines Gerüstschrifts, egal ob der Gerüstschrift diminuiert ist oder nicht. Es entstehen also indirekte Parallelen. Dazu schreibt Daniel:⁷⁰ „Bei Synkopen- dissonanzen, die sich in eine Oktave oder Prime auflösen, verbieten sich indirekte oder verdeckte Parallelen.“ Die Regel lässt sich hier übertragen.

Sie gilt auch für den Fall, dass bei der Auflösung verdeckte Oktaven entstehen,⁷¹ also so:

⁶⁴ Bach, *Johannes-Passion*, BWV 245, Nr. 1, Chor, von T. 51 zu 52 und zwei Takte später.

⁶⁵ In den Versionen 4, 8 und 12 gibt es regelmäßig Quintparallelen zum Bass. Oktavparallelen zum Bass gibt es bei 1, 3, 6 und 10.

⁶⁶ 2, 4, 7, 8, 11 und 13

⁶⁷ Wolff S. 90, bzw. Kirnberger, Teil 2, 3. Abt., S. 41–43.

⁶⁸ In 2, 7, 11, 13.

⁶⁹ Bei 2, 4, 8 und 13.

⁷⁰ Daniel Choralatz S. 108.

⁷¹ Bei 3, 6, 10 und 14.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen



Wenn der Terzschrift im Chor diminuiert wird, entstehen sogar offene Oktavparallelen. Es ist zwar nicht sicher, dass Bach die Versionen deswegen verworfen hätte. In jedem Fall müssen sie aber als ungünstig angesehen werden.

Möglich, aber unmelodisch wäre ein Tritonussprung in der Melodie.⁷²

Klanglich problematisch, aber noch akzeptabel wären verminderte Dreiklänge im Chor.⁷³

In der zweiten Takthälfte kommt es bei vielen Versionen zu Dissonanzen zwischen dem Chor und einem der beiden Viertel in den Bläserstimmen.⁷⁴ Ohne diese Dissonanzen wird die Harmonik vermutlich klarer.

Unüblich und nachteilig wäre das Vorziehen des Harmoniewechsels durch Terzquartakkorde.⁷⁵ Dadurch verliert der Wechsel des Basstons an Gewicht. Er fällt nämlich nicht mit dem Harmoniewechsel zusammen.

Schwer einzuschätzen ist die Regularität von Leittonverdopplungen. In Bachs Regel⁷⁶ wird die erhöhte 4 ausdrücklich ausgeschlossen, aber die 3 wird nicht erwähnt. In manchen Versionen wird der Leitton verdoppelt, aber nur als Terz über dem Bass. Hier scheint die Verdopplung zwischen verschiedenen Schichten gut brauchbar; ungünstig ist dagegen eine Verdopplung oder gar Verdreifachung des Leittons innerhalb des Chors.⁷⁷

Der Chor ist in unterschiedlichem Maße an der Chromatik beteiligt. Drei Fälle sind zu unterscheiden:

1. Von den beiden chromatisch benachbarten Tönen erscheint nur einer im Chor.⁷⁸
2. Beide chromatisch benachbarten Töne erscheinen im Chor, aber nicht in derselben Stimme, sondern auf verschiedene Stimmen verteilt.⁷⁹
3. Beide chromatisch benachbarten Töne erscheinen im Chor, und zwar als chromatische Tonfolge in einer Stimme.⁸⁰

Im ersten Fall hat der Chor weniger Anteil an der Harmonik als in den anderen. Im dritten gibt es Stimmen mit und Stimmen ohne Chromatik. Die Kanonstimmen unterscheiden

⁷² In 2, 5, 7, 9, 11, 14.

⁷³ In 2, 5, 6, 7, 8, 9, 11 und 14.

⁷⁴ Das erste Viertel dissoniert bei 2, 4, 7, 8, 12 und 13, das zweite bei 3, 5, 6, 9, 10, 14.

⁷⁵ In 3.

⁷⁶ Wolff S. 90.

⁷⁷ In 5, 6, 9, 11 und 14.

⁷⁸ 3, 4, 10 und 13.

⁷⁹ 1, 7, 9 und 12.

⁸⁰ 2, 5, 6, 8, 11 und 14.

sich also auffällig. Am besten ist wohl der zweite Fall. Er verbindet die harmonische Fülle mit der Einheitlichkeit der Stimmen.

Charakteristisch für das Original ist das lange Melisma. Es ist eine der beiden Gestalten, die den Kanon so polyphon wirken lassen. Günstige Stellen für Melismen sind die Terzfälle. Ein langes Melisma wird möglich, wenn die Terzfälle direkt aufeinander folgen.⁸¹ Eine Vertonung mit zwei Melismen, auf „Ruhm“ und auf „Landen“ wäre möglich, aber üblicherweise erscheint ein Melisma auf der letzten betonten Silbe des Textabschnitts, hier also auf der ersten Silbe von „Landen“. Unter diesem Gesichtspunkt ist ein langes Melisma pro Sequenzabschnitt sinnvoller, als es zwei kurze wären.

In der folgenden Tabelle ist zusammengefasst, wie die Versionen unter den genannten Gesichtspunkten zu beurteilen sind:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Oktavparallelen zum B.c.	-		-			-				-				
Quintparallelen zum B.c.				-				-				-		
Septime im Chor		-		-			-	-			-		-	
Verdopplung der Septime im Chor		-											-	
Quartsprung aus der Septime		-					-				-		-	
Indirekte Parallelen		-		-				-					-	
verdeckte Oktaven bei Septauflösung			-			-				-				-
Tritonussprung		-			-		-		-		-			-
verminderter Dreiklang im Chor		-			-	-	-	-	-		-			-
dissonierende 6		-		-			-	-				-	-	
dissonierende 5					-	-			-	-				-
Terzquartakkorde			-											
Leittonverdopplung im Chor					-	-			-		-			-
nicht beide chromatisch benachbarten Töne im Chor			-	-						-			-	
Chromatische Schritte im Chor		-			-	-		-			-			-
kein langes Melisma möglich						-	-	-	-					

Die Spalten entsprechen den Versionen, die Zeilen den Kriterien. Wo ein Kriterium erfüllt ist, steht ein Minuszeichen; denn es sind ja Negativkriterien. Günstig sind also die

⁸¹ Möglich ist das bei 1 bis 5 und 10 bis 14.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Versionen, in deren Spalten möglichst wenig Minuszeichen stehen. Am besten ist offenbar die erste. Das ist die Version von Bach. Die zweitbeste Lösung ist die 12. Der Satz dazu könnte so aussehen:

Unter dem Chor steht das Gerüst des Kanons. Mit dem originalen Bass entstünden Quintparallelen zwischen Continuo und Sopran bzw. Alt. Durch die Oktavsprünge im Continuo werden sie zu Antiparallelen. Diese Antiparallelen sind im Notenbeispiel gekennzeichnet. Dieser Satz, vermutlich der zweitbeste, ist deklamatorisch und klanglich deutlich schwächer als das Original. Das Wort „Ruhm“ wird nicht durch den Quartsprung hervorgehoben, sondern verschwindet in der Achtelrepetition. Jeweils auf Schlag Eins singt der Chor keinen vollen Dreiklang und auf Schlag Drei gibt es eine Dissonanz zwischen dem betonten Durchgang in einer der Bläserstimmen und einer der oberen Chorstimmen. Dadurch wird die Harmonik unklar. Schon die zweitbeste Lösung ist der besten also deutlich unterlegen. Deshalb lohnt es sich nicht, von den übrigen Versionen Fassungen mit Text zu erstellen. Die von Bach gewählte Lösung ist also nach den genannten Kriterien mit Abstand die beste. Dies spricht für die Relevanz der Kriterien.

Der Gedankengang der Analyse lässt sich so zusammenfassen:

- Die chromatisierte Septakkordsequenz ermöglicht die typischen Mittel, mit denen Bach Leiden dargestellt hat: Chromatik und Dissonanzen.
- Als Sequenz besitzt sie ein einheitliches satztechnisches Prinzip und lässt sich beliebig lange fortsetzen.

- Der Kanon des Chores, der dazutritt, passt inhaltlich zu den Worten „in allen Landen“; denn es ist ein vierstimmiger Kanon mit einem engen rhythmischen Einsatzabstand.
- Ein sinnvolles Einsatzschema für solch einen Kanon ist das Basisschema.
- Es ermöglicht einen sequenzierenden Kanon, bei dem der Sequenzabschnitt alle zwei Takte einen Ton tiefer wiederkehrt.
- Die Imitationsintervalle des Basisschemas sind gut geeignet, es sind nämlich Oktaven, Quinten und Quartan.
- Im Basisschema singen die Chorstimmen in ähnlichen Lagen, bezogen auf den Tonumfang der jeweiligen Stimme.
- Halbe als rhythmische Einheit ermöglichen den Einsatz aller Stimmen im ersten Sequenzabschnitt bei metrischer Gleichheit der Stimmen.
- Die Oktavlagen werden so gewählt, dass alle Stimmen in einer günstigen Mittellage singen.

Diese Bedingungen werden von vielen verschiedenen Tonsätzen erfüllt. Es gibt allerdings eine ganze Reihe von Gesichtspunkten, unter denen Bachs Fassung den möglichen Alternativen überlegen ist. Das sind diese:

- Die Septime erscheint nicht im Chor. Damit sind sämtliche Probleme vermieden, die sich im Zusammenhang mit den Septimen ergeben, wie
 - das Verdoppeln der Septime im Chor,
 - das Verlassen der Septime im Quartsprung aufwärts,
 - indirekte oder verdeckte Oktaven bei der Auflösung.
- Es kommen keine Tritonussprünge vor.
- Im Chor erscheint kein verminderter Dreiklang.
- In der zweiten Takthälfte kommt es nicht zu harmonisch unklaren Dissonanzen zwischen dem Chor und einem der beiden Viertel der Bläser.
- Die Harmoniewechsel werden nicht durch Terzquartakkorde vorgezogen. Dadurch wirkt der Wechsel des Basstons stärker.
- Die chromatisch benachbarten Töne kommen beide im Chor vor, sind aber auf verschiedene Stimmen verteilt. Dadurch sind die Kanonstimmen einander ähnlich und es kommt nicht zu Chorstimmen mit Chromatik und Chorstimmen ohne Chromatik.
- Beide Terzfälle folgen in der Melodie unmittelbar aufeinander und dadurch wird ein langes Melisma möglich.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

- Da das lange Melisma eine Diminution der beiden fallenden Terzen ist, kann es als motivische Sequenz gegliedert werden.
- Beide Substantive, „Ruhm“ und „Landen“, werden hervorgehoben, „Ruhm“ durch den Quartsprung und „Landen“ durch das lange, motivisch gegliederte Melisma.

Wichtige Tonsatzregeln, das Verbot von Parallelen und Leittonverdopplung, gelten offenbar nur eingeschränkt.

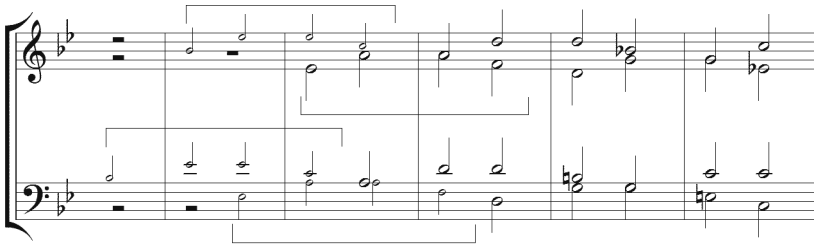
Der Beginn des Kanons

Interessant ist der Beginn des Kanons und seine Verschränkung mit dem Formteil davor:

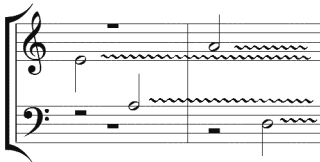
The musical score shows measures 49 to 52. The Bläser part consists of sustained chords. The Chor part has lyrics: "dessen Ruhminahen La - - - - - den, des - sen...". The Gerüst part has a circled note in the first measure. The B. C. part consists of sustained chords.

Hier gibt es zwei Abweichungen von der analysierten Fassung, die erklärt werden müssen: Der Kanon beginnt nicht mit dem Tenor, wie im Basisschema, sondern mit dem Alt und der Alt beginnt mit einem Quintsprung und nicht mit einem Quartsprung wie alle übrigen Sequenzabschnitte. Nach dem Prinzip der Sequenz müsste der Alt mit *e* oder *es* beginnen. Er beginnt aber mit *d*. Der Gerüstton ist im Notenbeispiel oben eingerahmt.

Dieser Quintsprung im Alt lässt sich so erklären: Die übermäßige Quarte *es-a* wird vermieden, der Kanon kann mit dem Halbschluss des Abschnitts davor verschränkt werden und der Quartsprung beim Tenoreinsatz wirkt wie eine tonale Beantwortung des Alt. Komplizierter ist das Verhältnis des Kanons zum Basisschema. Es wird hier deutlich:



Dies ist ein sequenzierender Kanon nach dem Basisschema. Wenn im Sopran, Tenor und Bass jeweils der erste Sequenzabschnitt entfernt wird, entsteht der Gerüstsatz aus der Johannes-Passion. Die entsprechenden Sequenzabschnitte sind durch die Klammer gekennzeichnet und mit kleinen Noten geschrieben. Im Gerüstsatz der Johannes-Passion steht also am Anfang ein zusätzlicher Sequenzabschnitt im Alt. Streng genommen hat er also dieses Einsatzschema:



Für den Alt ist hier nicht d als Gerüstton angenommen, sondern e , wie es dem Prinzip des Kanons entspricht.

Dieses Einsatzschema ermöglicht das melodische Gerüst des Kanons aus der Johannes-Passion und es ermöglicht darüber hinaus auch noch andere melodische Gerüste als das Basisschema. Beides soll nachvollzogen werden; denn diese Überlegungen gelten allgemein für die Analyse von sequenzierenden Kanons.

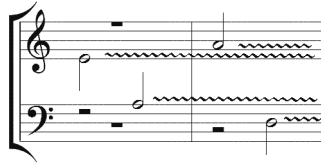
Für das Einsatzschema sind diese Fortschreitungen möglich:⁸²

irrelevant	dissonativ	perfektiv	imperfektiv
		4 ↑, 1.	3 ↓
4 ↑ 4 ↑		4 ↑ 1., 1.1., 3 ↓ 3 ↓	4 ↑ 3 ↓, 1.3 ↓
4 ↑ 4 ↑ 4 ↑, 4 ↑ 4 ↑ 1., 3 ↓ 3 ↓ 3 ↓	1.1.1., 1.1.3 ↓	4 ↑ 1.1., 4 ↑ 3 ↓ 3 ↓, 1.3 ↓ 3 ↓	4 ↑ 4 ↑ 3 ↓, 4 ↑ 1.3 ↓

Es gelten diese Regeln:

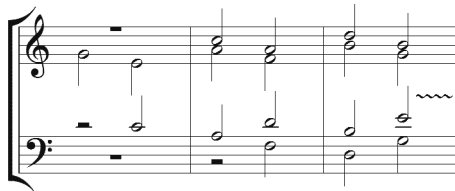
⁸² Die Tabelle für den Fall, bei dem die Quarte generell als Konsonanz aufgefasst ist, unterscheidet sich nicht von der Tabelle für den Fall, bei dem die Quarte nur je nach Lage als Konsonanz aufgefasst ist.

Regelsystem zum Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die steigende Quart, die Prim und die fallende Terz.
- Am Anfang und am Ende dürfen zwei Primen unmittelbar aufeinander folgen. Sonst dürfen Primen nur einzeln stehen.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens drei andere Intervalle stehen oder genau eine Terz und höchstens eine Prim.
- Von vier aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Terz sein.
- Eine Terz darf nicht neben oder zwischen zwei Primen stehen.

Natürlich entspricht das Gerüst der Johannes-Passion auch diesen Regeln. Manches ist allerdings anders als beim Basisschema: Primen können fast nur einzeln auftreten, ausgenommen am Anfang und am Schluss. Eine Terz darf nicht neben oder zwischen zwei Primen stehen. Im Vergleich zum Basisschema gibt es aber nicht nur Einschränkungen, sondern es werden auch Melodiestructuren möglich, die beim Basisschema ausgeschlossen sind, z. B. der Wechsel zwischen Terzen und Quarten:



Offenkundig gibt es weitere Möglichkeiten, sobald man vom Basisschema abweicht. Die Untersuchungen zur Johannes-Passion bleiben trotzdem gültig; denn dort wird nur begründet, warum das Basisschema gut ist, es wird aber nicht behauptet, dass es das beste von allen möglichen ist. Es scheint auch kaum möglich, einen Ansatz zu finden, mit dem sich sinnvoll klären ließe, welches Einsatzschema das beste überhaupt ist.

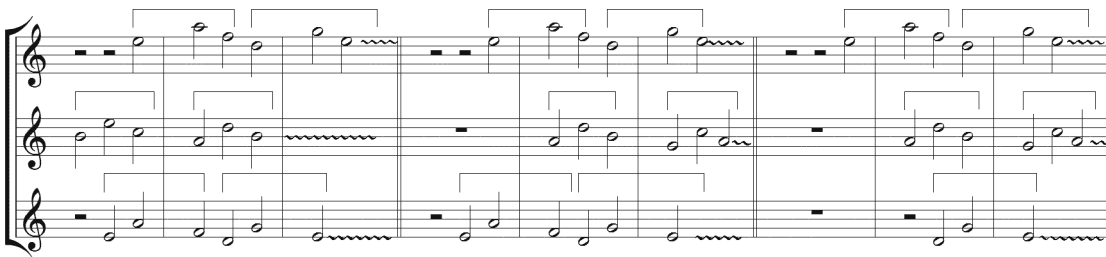
Sequenzierende Kanons lassen sich also auf mehrere Einsatzschemata zurückführen oder anders ausgedrückt: Mehrere verschiedene Einsatzschemata ermöglichen denselben sequenzierenden Kanon.

Umgekehrt lässt sich aus einem sequenzierenden Kanon ein Kanon mit derselben Sequenz, aber einem anderen Einsatzschema ableiten, und zwar dadurch, dass am Anfang in einzelnen Stimmen mindestens ein Sequenzabschnitt hinzugefügt oder fortgelassen wird. Deshalb ist es gut möglich, dass ein Komponist eine kanonische Sequenz dadurch

in den Kontext eingepasst hat, dass er am Anfang und am Ende in einzelnen Stimmen Sequenzabschnitte hinzugefügt oder entfernt hat. Diese Überlegungen gelten nicht nur für sequenzierende Kanons, sondern auch für Kanons, die sich beliebig häufig wiederholen, also für alle unendlichen Kanons.

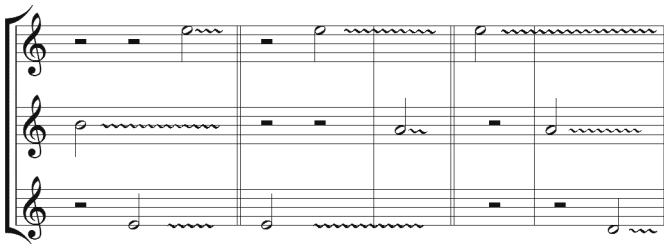
Für die Analyse heißt das: Wenn geklärt werden soll, wie die Melodik eines unendlichen Kanons mit dem Einsatzschema zusammenhängt, dann müssen dazu nicht alle Einsatzschemata bestimmt werden, denen der Kanon entspricht oder sogar die Gesetzmäßigkeiten für jedes einzelne Einsatzschema; sondern es reicht, die Gesetzmäßigkeiten für irgendein beliebiges der möglichen Einsatzschemata herzuleiten. So lassen sich auch Kanons auf das Basisschema zurückführen, die scheinbar ein ganz anderes Einsatzschema haben, wie z. B. der Kanon aus der Johannes-Passion.

Zwischen den verschiedenen Einsatzschemata, die für eine Sequenz gelten, besteht ein gesetzmäßiger Zusammenhang. Er wird an diesen drei Kanons deutlich:



Der zweite und der dritte Kanon sind vom ersten abgeleitet, und zwar wird jeweils in der ersten Stimme der erste Sequenzabschnitt entfernt. Sobald alle drei Stimmen eingesetzt haben, ist der Satz in allen drei Kanons gleich. Um den zweiten oder dritten Kanon zu schreiben, ist es also nicht notwendig, die Regeln dazu extra herzuleiten. Es reicht aus, den ersten Kanon zu schreiben und die eine oder andere Stimme einen Sequenzabschnitt später beginnen zu lassen.

Die Einsatzschemata sind diese:



Um formulieren zu können, wie sich die Schemata zueinander verhalten, sind noch zwei Voraussetzungen nötig:

Stimmenpaare mit denselben Stimmen, aber in der umgekehrten Reihenfolge werden als „spiegelbildlich“ bezeichnet, z. B. Alt-Sopran und Sopran-Alt.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Mit rhythmischen und intervallischen Einsatzabständen kann man rechnen. Die Bestimmungsgrößen für zweistimmige Kanons sind Paare aus einem rhythmischen und einem intervallischen Abstand. Solche Paare lassen sich addieren und subtrahieren. Dabei werden jeweils die rhythmischen und die intervallischen Abstände unabhängig voneinander addiert oder subtrahiert. Mit den Werten aus dem ersten Einsatzschema sieht das so aus:

	Stimmenpaar	Rhythmischer Abstand	Intervallischer Abstand
Summand	Alt–Tenor	eine Halbe	Quinte abwärts
Summand	Tenor–Sopran	eine Halbe	Oktave aufwärts
Summe	Alt–Sopran	eine Ganze	Quarte aufwärts

Die Abstände des ersten Stimmenpaars, Alt-Tenor, und die Abstände des zweiten Stimmenpaars, Tenor-Sopran, ergeben addiert die Werte für das Stimmenpaar Alt-Sopran. Solche Paare aus einem rhythmischen und einem intervallischen Abstand gibt es auch bei Sequenzen und Wiederholungen. Der rhythmische Abstand ist die Länge des Sequenzabschnitts bzw. des wiederholten Abschnitts und der intervallische Abstand ist das Versetzungsintervall. Bei Wiederholungen ist der intervallische Abstand die Prim. Mit diesen Voraussetzungen gilt:

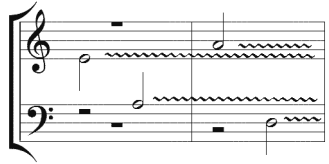
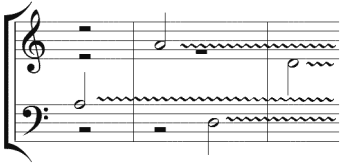
Der rhythmische und der intervallische Abstand von zwei aufeinander folgenden Sequenzabschnitt ist jeweils die Summe der rhythmischen und der intervallischen Einsatzabstände von zwei zueinander spiegelbildlichen Stimmenpaaren.

In der folgenden Tabelle stehen die zweistimmigen Teilkanons für alle drei dreistimmigen Kanons. Das sind insgesamt sechs. Für jedes Stimmenpaar gibt es beide Folgen. Da in der letzten Spalte mit Intervallen gerechnet wird, werden die Intervalle durch die Anzahl der Sekundschritte bezeichnet, die sie enthalten.

		Rhythmischer Einsatzabstand in Halben	Intervallischer Einsatzabstand in Stufen
Stimmenpaare	Sopran–Alt	1	–4
	Sopran–Tenor	2	–8
	Alt–Sopran	2	3
	Alt–Tenor	1	–4
	Tenor–Sopran	1	7
	Tenor–Alt	2	3
Summen spiegelbildlicher Stimmenpaare	(Sopran–Alt) + (Alt–Sopran)	3	–1
	(Sopran–Tenor) + (Tenor–Sopran)	3	–1
	(Alt–Tenor) + (Tenor–Alt)	3	–1
Sequenz		3	–1

In den letzten vier Zeilen wird die Gesetzmäßigkeit deutlich, die oben formuliert worden ist.

Bei der Johannes-Passion sind die beiden Einsatzschemata diese:

Johannes-Passion	Basisschema
	

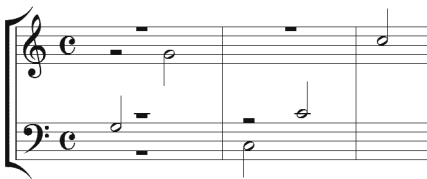
Für Alt und Tenor ergibt sich diese Rechnung:

		Rhythmischer Einsatzabstand in Halben	Intervallischer Einsatzabstand in Stufen
Stimmenpaare	Alt–Tenor	1	–4
	Tenor–Alt	3	3
Summen spiegelbildlicher Stimmenpaare	(Alt–Tenor) + (Tenor–Alt)	4	–1
Sequenz		4	–1

Die unterste Zeile bedeutet: Der Sequenzabschnitt ist vier halbe Noten lang, also zwei Takte, und er wird einen Ton tiefer wiederholt.

5.5.7 Fünfstimmigkeit – Monteverdi

Bei Monteverdi⁸³ steht ein Kanon zu diesem Einsatzschema:



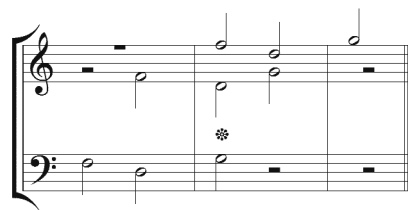
Die ersten vier Stimmen setzen ein wie im Basisschema. Durch den fünften Einsatz kommt noch ein weiterer Oktavkanon hinzu, zwischen vierter und fünfter Stimme. Für die Fortschreitungen und Fortschritungskombinationen ergibt sich diese Tabelle:

⁸³ Monteverdi, 3. Madrigalbuch, *Ond'ei di morte*, T. 1.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

irrelevant	dissonativ	perfektiv	imperfektiv
		4↑, 1.	3↓
4↑ 4↑	4↑ 3↓	4↑ 1., 1.1., 3↓ 3↓	1.3↓
4↑ 4↑ 4↑, 4↑ 4↑ 1., 4↑ 4↑ 3↓, 4↑ 3↓ 3↓, 3↓ 3↓ 3↓		4↑ 1.1., 1.3↓ 3↓	4↑ 1.3↓, 1.1.1., 1.1.3↓
4↑ 4↑ 4↑ 4↑, 4↑ 4↑ 4↑ 1., 4↑ 4↑ 4↑ 3↓, 4↑ 4↑ 1.1., 4↑ 4↑ 1.3↓, 4↑ 4↑ 3↓ 3↓, 4↑ 3↓ 3↓ 3↓, 1.3↓ 3↓ 3↓, 3↓ 3↓ 3↓ 3↓		4↑ 1.1.1., 4↑ 1.3↓ 3↓, 1.1.3↓ 3↓	4↑ 1.1.3↓, 1.1.1.1., 1.1.1.3↓

Terzen und Quarten müssen immer getrennt werden, mindestens durch eine Prim. Wenn sie direkt nebeneinander stehen, kommt es zu Dissonanzen, so wie hier beim Sternchen:



Das liegt daran, dass drei Stimmen nacheinander auf dem gleichen Ton einsetzen, wenn man von Oktavlagen absieht. Die Trennung von Terzen und Quarten ist der auffälligste Unterschied im Vergleich zum Basisschema.

Es gilt dieses Regelsystem:

Regelsystem zum Einsatzschema

- Mögliche Fortschreitungen sind die steigende Quart, die Prim und die fallende Terz.
- Von fünf aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Terz sein.
- Es dürfen beliebig viele Primen aufeinander folgen.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens vier Intervalle stehen oder die Folge Prim Terz Prim.

Bei Monteverdi steht dieser Satz:

The image shows two musical staves, 'Gerüst' and 'Original', each with a grand staff (treble and bass clefs). The 'Gerüst' staff shows a skeletal structure of whole notes in a descending sequence: G4, F4, E4, D4, C4, B3, A3, G3. The 'Original' staff shows a more complex melodic line with eighth and sixteenth notes, including slurs and ties, following a similar descending contour but with more rhythmic activity.

Das Thema beruht auf der Folge von steigender Quarte, Prime und fallender Terz. Die Prime erscheint als Überbindung und die Terz erhält einen Durchgang. Natürlich sind Quarte und Terz durch eine Prime getrennt. Die einzelnen Stimmen werden zwar unterschiedlich weitergeführt, aber der Eindruck der Imitation überwiegt.

Ein anderer fünfstimmiger Kanon steht in Monteverdis Madrigal *A Dio, Florida bella*.⁸⁴ Er hat dieses Einsatzschema

The image shows a musical score for a canon in Monteverdi's madrigal. It consists of two staves (treble and bass clefs) with a complex, rhythmic melodic line featuring many sixteenth and thirty-second notes, creating a dense texture.

Hier sind im Prinzip dieselben Fortschreitungen und Fortschreitungskombinationen möglich wie bei dem Beispiel davor, nur die Richtung der Intervalle ist umgekehrt:


⁸⁴ Monteverdi, *A Dio, Florida bella*, T. 42, vgl. die modelltheoretische Analyse bei Froebe S. 38.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

irrelevant	dissonativ	perfektiv	imperfektiv
		1., 4↓	3↑
4↓ 4↓	3↑ 4↓	3↑ 3↑, 1.1., 1.4↓	3↑ 1.
3↑ 3↑ 3↑, 3↑ 3↑ 4↓, 3↑ 4↓ 4↓, 1.4↓ 4↓, 4↓ 4↓ 4↓		3↑ 3↑ 1., 1.1.4↓	3↑ 1.1., 3↑ 1.4↓, 1.1.1.
3↑ 3↑ 3↑ 3↑, 3↑ 3↑ 3↑ 1., 3↑ 3↑ 3↑ 4↓, 3↑ 3↑ 4↓ 4↓, 3↑ 1.4↓ 4↓, 3↑ 4↓ 4↓ 4↓, 1.1.4↓ 4↓, 1.4↓ 4↓ 4↓, 4↓ 4↓ 4↓ 4↓		3↑ 3↑ 1.1., 3↑ 3↑ 1.4↓, 1.1.1.4↓	3↑ 1.1.1., 3↑ 1.1.4↓, 1.1.1.1.

Das Regelsystem dazu ist dieses:

Regelsystem zum Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die fallende Quart, Prim und steigende Terz.
- Von fünf aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Terz sein.
- Es dürfen beliebig viele Primen aufeinander folgen.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens vier Intervalle stehen oder die Folge Prim Terz Prim.

Bei Monteverdi steht dieser Satz:

Quin - ci e quin - di con - fu - so un

suon s' u - di - o di sos - pi - ri, di ba - ci e

Es ist ein Kanon im Abstand einer Viertel, also in einem sehr engen Abstand. Der Anfang klingt sogar so, als ob alle Stimmen auf *f* einsetzten. Das wäre aber musikalisch wenig sinnvoll. Der Satz wäre harmonisch sehr statisch. Außerdem widerspräche solch ein Einsatzschema Rimski-Korsakows „normaler Höhenordnung“.⁸⁵ Nach den beiden Scheineinsätzen folgen die Einsätze, die kanonisch weitergeführt werden. Sie sind im Notenbeispiel an den Klammern erkennbar. Die Stelle wirkt sehr polyphon. Der Eindruck der Imitation ist deutlich, doch das Stimmengeflecht ist nicht mehr durchhörbar. Die enge Einsatzfolge in Verbindung mit dem punktierten Rhythmus wirkt wie ein Durcheinander verschiedener Stimmen. Dies stellt den Inhalt dar. Der Text der Stelle ist:

Quinci e quindi	un suon s'udio	Von hier und dort	hörte man einen undeutlichen Klang
Di sospiri, di baci	e di parole.	Von Seufzern, Küssen	und Worten.

Der komplexe polyphone Satz entspricht den Worten «Quinci e quindi» und «confuso».

⁸⁵ Dieses Prinzip ist S. 110 erläutert worden, im Zusammenhang mit der unterschiedlichen Eignung verschiedener Einsatzschemata.

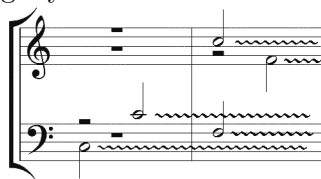
5.5.8 Warum nicht fünfstimmig? – Mozart, *Streichquintett D-Dur*

Bei der Analyse des Mozart-Quintetts⁸⁶ war eine Frage offen geblieben: Warum hat Mozart keine fünfstimmige Engführung geschrieben? Um dies zu erklären, werden fünfstimmige kanonische Alternativen konstruiert und mit Mozarts Engführung verglichen. Das Einsatzschema der Alternativversionen ist dieses:



Es beruht zwar auch auf dem vierstimmigen Basisschema, ist aber etwas anders als in den Monteverdibeispielen. Die beiden ersten metrisch richtigen Einsätze stehen in den Außenstimmen, so wie in Mozarts Original. Deswegen ergeben sich auch etwas andere Fortschrittsregeln als bei den Einsatzschemata der Monteverdibeispiele. Die Folge von drei Primen führt automatisch zu einer Quarte zum Bass und ist deswegen ausgeschlossen. Es gilt dieses Regelsystem:

Regelsystem zum Einsatzschema



- Mögliche Fortschreitungen sind die steigende Quarte, die Prim und fallende Terz.
- Von fünf aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Terz sein.
- Von vier aufeinander folgenden Fortschreitungen dürfen höchstens zwei eine Prim sein.
- Zwischen zwei Quarten müssen mindestens vier Intervalle stehen oder die Folge Prim Terz Prim.

Offenbar gibt es nur einen einzigen Unterschied zu den beiden Regelsystemen davor: Die Zahl der Primen, die aufeinander folgen dürfen, ist begrenzt.

Nach diesen Regeln lassen sich fünfstimmige Engführungen schreiben, die Mozarts vierstimmiger weitgehend ähnlich sind. Hier sind drei. Mozarts Original steht zum Vergleich darüber:⁸⁷

⁸⁶ S. 124.

⁸⁷ Mozart, *Streichquintett D-Dur*, KV 593, vierter Satz, Durchführung, T. 142.

Mozarts Original

The musical score for Mozart's original piece consists of five staves. The top staff is the melody in G major, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C. The second staff is the vocal line, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C. The third staff is the right-hand accompaniment, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C. The fourth staff is the left-hand accompaniment, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C. The fifth staff is the bass line, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C.

Drei Alternativen

The musical score for three alternative versions of the piece consists of two systems, each with five staves. The top staff of each system is the melody in G major, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C. The second staff is the vocal line, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C. The third staff is the right-hand accompaniment, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C. The fourth staff is the left-hand accompaniment, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C. The fifth staff is the bass line, starting with a quarter rest followed by a quarter note G, then a half note A-B, and a quarter note C.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Charakteristisch für das Original, also die vierstimmige Engführung, ist die schnell fortschreitende, metrisch einfache und klare Sequenz. Die rasche Bewegung der beiden diminierten Terzfälle wird durch den Quartsprung danach gleichsam aufgefangen. Erst dann kommt die Bewegung zur Ruhe. Pro Sequenzabschnitt gibt es also in jeder Kanonstimme einen einzigen Bewegungsimpuls.

Das ist in den fünfstimmigen Alternativen nicht möglich. Dort können Terz- und Quartsprung nicht unmittelbar aufeinander folgen. Deshalb müssen einige Töne gedehnt werden. Das Thema muss also noch weiter abgewandelt werden als in der vierstimmigen Version. Der Bewegungsfluss wird häufiger unterbrochen und der Charakter ändert sich. Die Sequenz schreitet weniger schnell voran. Ein Sequenzabschnitt ist drei oder zweieinhalb Takte lang, statt zwei wie im Original. In der ersten Alternative wird auch der harmonisch klare Quintfall durch jeweils zwei Terzfälle ersetzt. In der dritten ist der Sequenzabschnitt zwar nicht mehr einen ganzen Takt länger, sondern nur noch einen halben, aber das führt zu der metrisch ungünstigen Dauer von zweieinhalb Takten. Die vierstimmige Engführung ist also vorzuziehen trotz ihrer geringeren Dichte.

Das Basisschema lässt sich natürlich auch anders zur Fünfstimmigkeit erweitern, z. B. so:

Hier können zwar Terzen und Quartan direkt aufeinander folgen, aber ein ähnlich überzeugender Bewegungsablauf wie in Mozarts Kanon scheint nicht möglich; denn der beruht auf der periodischen Wiederholung der Folge von einer Prim, zwei Terzen und einer Quarte. Diese Folge ist hier möglich, aber sie ist perfektiv, d. h. sie kann nicht periodisch wiederholt werden.

5.5.9 Synkopische Einsätze – Monteverdi, *Laudate pueri*

Eine weitere Möglichkeit, aus dem Basisschema andere Kanonschemata abzuleiten, besteht darin, synkopische Einsätze hinzuzufügen, z. B. wie in diesem Abschnitt aus Monteverdis *Laudate pueri*.⁸⁸

Der fünfstimmige Satz enthält einen vierstimmigen Kanon. Nur der erste Alt nimmt nicht an der Imitation teil. Das Einsatzschema ist mit dem fünfstimmigen Schema *Ond'ei di morte* verwandt, dem ersten Monteverdi-Beispiel:

Links steht das Einsatzschema von *Ond'ei di morte*, rechts das von *Laudate pueri*. Das rechte Einsatzschema lässt sich auf das linke zurückführen, und zwar so: Der vierte Einsatz fällt aus und der fünfte erscheint eine Oktave tiefer. Links ist der Kanon zwischen der dritten und fünften Stimme ein Doppeloktavkanon im Abstand 2. Der wird rechts

⁸⁸ Monteverdi, *Laudate pueri*, T. 15.

zu einem einfachen Oktavkanon, aber eben auch im Abstand 2. Wegen dieses Oktavkanons im Abstand 2 ist die unmittelbare Folge von Terzen und Quartern nicht möglich. Zwischen Terz- und Quartschritten müssen also immer Primen stehen, ganz wie in der Fünfstimmigkeit.

Der Kanon lässt sich aber auch anders erklären: Tenor, Bass und Alt 2 bilden einen dreistimmigen Basiskanon mit der Zeiteinheit einer halben Note. Dazu kommt im Sopran noch eine synkopische vierte Stimme, die um ein Viertel später als die erste Stimme einsetzt. Wieso ist dieser Kanon satztechnisch korrekt? Warum kommt es nicht zu Parallelen oder zu Dissonanzen?

Parallelen können durch die synkopische Stimme nicht entstehen, da sie sich nie gleichzeitig mit den drei übrigen bewegt. Es bleibt die Frage, ob Dissonanzen entstehen können. Die synkopische Stimme setzt eine Oktave über dem Tenor ein. Die Intervallfortschreitungen des Basiskanons sind im Oberoktavkanon alle möglich. Deshalb können hier keine Dissonanzen entstehen. Dasselbe Argument gilt für das Verhältnis zum Bass. Lediglich das Verhältnis zum Alt ist etwas schwieriger. Auf jeder betonten Viertel ist das Intervall zwischen Sopran und Alt dasselbe wie das zwischen Tenor und Bass eine Halbe vorher und auf jeder unbetonten Viertel liegt der Sopran genau eine Oktave über dem Tenor. Deswegen entstehen durch die synkopische Stimme keine Dissonanzen. Der Satz ist also korrekt. Das dreistimmige Kanongerüst kann also durch einen solchen synkopischen Sopran zur Vierstimmigkeit erweitert werden.

5.6 Das Quartproblem

Manchmal ist die Herleitung der Kanonregeln schwieriger als bisher, z. B. hier:

Beide Kanons haben dasselbe Einsatzschema. Der erste ist korrekt,⁸⁹ der zweite enthält eine fehlerhafte Quarte. Sie ist im Notenbeispiel eingerahmt. Der Fehler entsteht durch die Folge von Prim und steigender Sekunde in der Melodie. Dieselbe Intervallkombination – Prime und steigende Sekunde – steht aber auch im ersten Kanon, dort jedoch in der umgekehrten Reihenfolge. Das ergibt eine korrekte Quinte. Die Korrektheit des Satzes hängt also von der Reihenfolge der Fortschreiten ab.

⁸⁹ Es geht nicht darum, ob der Beispielsatz stilistisch gelungen ist, sondern nur darum, ob er dissonante Quartern zum Bass enthält.

In dieser Hinsicht unterscheidet sich das Einsatzschema von denen, die bisher untersucht worden sind. Dort ließ sich für jede Fortschrittskombination feststellen, ob sie imperfektiv, perfektiv oder dissonativ ist. Die Reihenfolge der Fortschreitungen innerhalb der Kombination war gleichgültig. Der Unterschied zum vorliegenden Einsatzschema hängt damit zusammen, dass die Quarte nur dann dissonant ist, wenn der untere Ton der Quarte gleichzeitig auch der tiefste Ton des gesamten Zusammenklangs ist. Sonst ist sie konsonant.⁹⁰

In vielen Einsatzschemata ist von vornherein klar, in welcher Stimme der jeweils tiefste Ton eines Zusammenklangs steht. Um entscheiden zu können, ob eine Quarte konsonant oder dissonant ist, brauchen nur jeweils einzelne Stimmenpaare untersucht zu werden. Eine Quarte zwischen Bass und Tenor ist dissonant, eine Quarte zwischen Alt und Sopran dagegen nicht. So war es bei den bisher untersuchten Einsatzschemata.

Im Einsatzschema der Beispielkanons dagegen sind Stimmkreuzungen zwischen Mittel- und Unterstimme möglich. Dann kann der tiefste Ton eines Zusammenklangs in jeder der beiden Stimmen liegen, und es hängt von der Melodie ab, in welcher er liegt. Ob eine Quarte dissonant oder konsonant ist, kann dann nur beurteilt werden, wenn der vollstimmige Akkord untersucht wird. Diese Untersuchung muss aber nicht für sämtliche Kombinationen ausgeführt werden. Zur Vollstimmigkeit kommt es nämlich nur bei den Kombinationen, die vom Einsatz der ersten bis zum Einsatz der letzten Stimme reichen, also bei den längsten, die überhaupt untersucht werden müssen. Solche Kombinationen werden im Folgenden als „Maximalkombinationen“ bezeichnet. Beim Einsatz der letzten Stimme wird der Satz vollstimmig. Bei Maximalkombinationen muss also der gesamte Zusammenklang untersucht werden und der hängt ab von der Reihenfolge der einzelnen Intervalle in der Intervallkombination.

Zum Beispiel soll die Kombination aus steigender Sekunde und Prim untersucht werden. Hier gibt es zwei Variationen:

Die Zusammenklänge beim Einsatz der letzten Stimme sind eingerahmt.

Links entsteht eine Quinte, also eine perfekte Konsonanz. Deswegen ist die Variation **2**↑**1**. perfektiv. Rechts ergibt sich an der entsprechenden Stelle eine dissonante Quarte. Deswegen ist die Variation **1.2**↑ dissonativ.

⁹⁰ Deswegen verbietet Gauldin Zusammenklängequarten im Tonsatz (Gauldin S. 37). Damit wird das Problem jedoch nicht gelöst, sondern nur umgangen.

Kombinationen, von denen es sowohl reguläre als auch irreguläre Anordnungen der Fortschreitungen gibt, werden als „ambivalent“ bezeichnet.

Die Tabelle der Fortschreitungskombinationen wird dadurch etwas komplizierter. Rechts wird eine eigene Spalte für die ambivalenten Kombinationen angefügt. Jede Folge von Fortschreitungen, bei der genau eine bestimmte Reihenfolge gemeint ist, wird durch den vorangestellten Buchstaben V gekennzeichnet. ‚V‘ steht dabei für ‚Variation‘. Dann sieht die Übersicht so aus:

Abstand	irrelevant	dissonativ	perfektiv	imperfektiv	ambivalent
1		4↑, 3↓	2↑, 1., 4↓	3↑, 2↓	
2	2↑ 2↑, 4↓ 4↓	3↑ 3↑, 3↑ 1., 2↑ 2↓, 2↑ 4↓, 1.1., 2↓ 2↓	3↑ 2↓, 1.4↓	3↑ 2↑, 3↑ 4↓, 1.2↓, 2↓ 4↓	
		V1.2↑	V2↑1.		2↑1.

Bei den Maximalkombinationen müssen im Allgemeinen die einzelnen Variationen untersucht werden. In speziellen Fällen ist es allerdings nicht nötig.

Wenn die Bassstimme nicht an Stimmkreuzungen beteiligt ist, steht von vornherein fest, in welchen Stimmenpaaren die Quartan konsonant sind und in welchen nicht. Also müssen nur bestimmte Stimmenpaare untersucht werden. So war es bei den Einsatzschemata, die bisher betrachtet worden sind.

Manchmal hängt die Konsonanzgradklasse der Kombinationen nicht von Quartan ab. So gibt es Kombinationen, die zu einer Sekund- oder Septimdissonanz zwischen erster und letzter Stimme führen. Solche Kombinationen sind in jedem Fall dissonativ. Bei dem gegebenen Einsatzschema ist das z. B. die Kombination aus steigender Terz und Prim. Umgekehrt gibt es Kombinationen, in denen keine Quartan vorkommen können. Hier müssen dann keine einzelnen Variationen untersucht werden. Bei dem gegebenen Einsatzschema führen z. B. die aufsteigende Terz und die fallende Quartan nie zu Quartan als Zusammenklängen. Die Kombination beider Intervalle ergibt eine Terz zwischen erster und letzter Stimme. Auch hier müssen deshalb keine einzelnen Variationen untersucht werden.

Wenn zum Kanon noch eine freie Bassstimme hinzutritt,⁹¹ kann die Quartan zwischen den Kanonstimmen generell als Konsonanz aufgefasst werden.

Bei Einsatzschemata, in denen jeder vorkommende Teilkanon auch als Kanon zum Bass erscheint, sind Quartan sowieso ausgeschlossen. So ist es z. B. bei Einsatzschemata, die in gleichen intervallischen und rhythmischen Abständen auf- oder absteigen, wie etwa dieses:



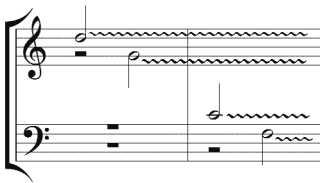
⁹¹ Zum Beispiel am Schluss von Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen*, siehe S. 177.

Hier ist eine Quarte zwischen Alt und Sopran nicht möglich, weil sie dann automatisch auch zwischen Bass und Tenor aufträte.

5.7 Der Sequenzkanon

5.7.1 Prinzip und Satztechnik

Wenn es nicht um das Basisschema geht, werden die Gesetzmäßigkeiten komplizierter. Natürlich kann man auch für andere Einsatzschemata Intervallkombinationen bestimmen, Graphen erstellen und Regelsysteme ausarbeiten. Aber die Ergebnisse sind häufig kaum noch überschaubar und dann helfen sie auch nicht mehr. So ist es z. B. bei diesem Einsatzschema:



Aufschlussreich ist ein Vergleich mit dem Basisschema: Der Graph für das Einsatzschema mit den fallenden Quinten hat jeweils mehr als doppelt so viele Knoten wie der für das Basisschema.

Anzahl der Knoten			
		Einsatzschema	
		Basisschema	fallende Quinten
größter Sprung	Quarte	14	36
	Quinte	21	61

Es gibt allerdings einen Spezialfall, der sich gut analysieren lässt. Dabei sind zwei Bedingungen erfüllt:

1. Die Einsätze erfolgen in gleichen intervallischen und rhythmischen Abständen. Solch ein Einsatzschema heißt „sequenzierend“.
2. Die Harmoniefolge ist eine Sequenz, die dem Einsatzschema entspricht, d. h. sie sequenziert in demselben rhythmischen und intervallischen Abstand wie das Einsatzschema.

Solch ein Kanon wird im Folgenden „Sequenzkanon“ genannt. Beim Einsatzschema von oben setzen die Stimmen jeweils eine Quinte tiefer ein, im Abstand einer Halben. Dazu passt eine Quintfallsequenz, bei der die Harmonie jeweils nach einer Halben wechselt. Warum solche Kanons strukturell einfach sind, erkennt man an diesem Konzert von Vivaldi:⁹²

⁹² Vivaldi, *La stravaganza*, op. 4, Nr. 2, RV 279, erster Satz, T. 12.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Die Stelle ist eine Quintfallsequenz im Abstand einer Halben. Dazu spielen erste und zweite Geige einen Unterquintkanon, auch im Abstand einer Halben, d. h. rhythmischer und intervallischer Einsatzabstand des Kanons sind genau dieselben wie bei der Sequenz. Allgemein gilt:

Wenn eine Melodie zu einer sequenzierenden Harmoniefolge passt, dann passt sie auch, wenn man sie um die Länge eines Sequenzabschnitts nach hinten verschiebt und um das Sequenzintervall versetzt.

Die Melodie der ersten Geige passt also auch zur Harmoniefolge, wenn man sie um eine Halbe nach hinten und eine Quinte nach unten verschiebt. Dabei entsteht die Stimme der zweiten Geige. Beide Stimmen passen zu den Harmonien. Deswegen sind sie untereinander konsonant. Wenn solch ein Satz aus einer Melodie und ihrer Versetzung keine fehlerhaften Parallelen enthält, ist er ein Kanon.

Man kann eine Melodie auch mehrfach auf diese Weise versetzen. Dann entstehen vielstimmige Kanons, z. B. dieser:

Dieser Kanon passt zu einer Quintfallsequenz, und zwar zu derjenigen, deren Grundtöne unter der Akkolade stehen.

Um darzustellen, wie sich Parallelen vermeiden lassen, wird die Melodie in Zahlen geschrieben; dabei steht über jedem Ton eine Zahl, die die Stellung des Tons in der Harmonie bezeichnet, also ob er Grundton, Terz oder Quinte ist. Wenn z. B. über einem *d* eine Drei steht, dann bedeutet das: Dieses *d* ist die Terz der Harmonie. Bei Sequenzkanons ist diese Zahlenfolge in allen Stimmen gleich.

In Zahlen wird die Melodie also so geschrieben:

31353

Auch hier gilt – wie in der Zweistimmigkeit: Da alle Kanonstimmen zur Harmoniefolge passen, sind sie untereinander konsonant.

Parallelen entstehen so:

1 3 1 3 3 3 3

1 3 1 3 3 3 3

1 3 1 3 3 3 3

1 3 1 3 3 3 3

E A D G C F H E A D

In Zahlen geschrieben, ist die Melodie

1313333.

Zu Oktavparallelen kommt es, wenn der Abstand, in dem sich eine Zahlenfolge wiederholt, so eng ist, dass die entsprechenden Töne in zwei Stimmen gleichzeitig erklingen, d. h. wenn er nicht größer ist als der größte rhythmische Einsatzabstand.

Das passiert hier zweimal, einmal bei der Folge 13. Sie wiederholt sich im Abstand zwei. Deshalb führt sie zu Parallelen zwischen den Stimmen im Abstand zwei. Wenn sie im Sopran zum zweiten Mal erscheint, hat der Tenor sie zum ersten Mal. Dadurch entstehen Oktavparallelen. Dasselbe gilt für Alt und Bass.

Bei der Wiederholung der Folge 33 gibt es auch Parallelen, aber nicht so viele, wie man vielleicht erwarten würde. Es kommt nämlich darauf an, ob die Melodie aufwärts oder abwärts springt. Wenn Sprünge mit unterschiedlicher Richtung gemeinsam erklingen, entstehen Antiparallelen, bei gleicher Richtung dagegen Parallelen.

Formal wird das so dargestellt: zwischen den Zahlen für den Akkordton steht ein Schrägstrich. Dabei entspricht die Richtung des Schrägstrichs der Richtung des Sprunges. Auf das Beispiel angewandt, ergibt das

1\3/1\3/3\3/3

Die Fortschreitungen 1\3 und 3/3 werden beide zu kurz nacheinander wiederholt. Das führt zu Parallelen.

Quintparallelen entstehen so:

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

1 1 3 5
 1 1 3 5 5
 1 1 3 5 5
 1 1 3 5 5
 H E A D G C F H

Die Fortschreitung von Grundton zu Grundton und die Fortschreitung von Quinte zu Quinte folgen so dicht aufeinander, dass die Schritte in zwei Stimmen gleichzeitig erklingen. In Zahlen sieht das so aus:

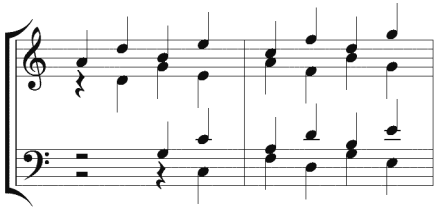
$$1/135/5$$

Der Abstand von 1/1 und 5/5 ist hier also zu klein.

Für die Antiparallelen gilt dasselbe wie schon bei den Oktavparallelen.

Der Sequenzkanon ist so definiert, dass die Harmonik dieselbe Sequenzstruktur hat wie das Einsatzschema. Diese einschränkende Bedingung liegt nahe, wird aber nicht vom Einsatzschema erzwungen. Gegenbeispiele sind Kanons, die gar nicht sequenzieren, so wie diese hier:

Der folgende Kanon sequenziert anders als sein Einsatzschema:



Der Sequenzkanon ist also wirklich ein Spezialfall.

5 *Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen*

5.7.2 Ein siebenstimmiger Kanon – Brahms, *Fest- und Gedenksprüche*

Solch einen Sequenzkanon gibt es in Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen*:⁹³

46

G C F B Es As Des [Ges] [Ces]

- 2. Bass

- 2. Bass

- 1. Bass

- 1. Bass

⁹³ Brahms, *Fest- und Gedenksprüche*, op. 109, Nr. 2, *Wenn ein starker ...*, T. 46, „und ein Haus fället über das andere“. Diese Stelle folgt unmittelbar auf diejenige, die auf S. 130 ff. im Zusammenhang mit dem Basisschema besprochen worden ist.

Unten steht der Chorsatz; darüber das Gerüst. Die Harmoniefolge ist eine Quintfallsequenz im Abstand von einem Viertel. Entsprechend setzen die Stimmen ein: jeweils ein Viertel später und – von der Oktavlage abgesehen – eine Quinte tiefer. Der Kanon ist siebenstimmig. Deswegen hat das Gerüst auch sieben Systeme. Die eckigen Klammern um die Harmonien bedeuten, dass zwar alle Gerüststimmen zur Harmonie passen, aber nicht alle Stimmen des Chorsatzes. Chorstimmen und Gerüststimmen sind einander nicht streng zugeordnet, sondern manchmal wechselt die Chorstimme von einer Gerüststimme zu einer anderen. An solchen Stellen stehen im Notenbeispiel Linien und es ist angegeben, wo die Gerüststimme weitergeht.

Die Zahlenfolge für die Melodie ist

$$1\backslash 3\backslash 5/3\backslash 3/3.$$

Die Fortschreitungen sind alle verschieden. Das gilt auch für die beiden Sprünge von Terzton zu Terzton. Parallelen sind also ausgeschlossen. Wenn die Folgen $3\backslash 3$ und $3/3$ zusammentreffen, führt das nur zu Antiparallelen und nicht zu Parallelen.

Es gibt ein satztechnisches Problem, das für solche Kanons typisch ist, und zwar entsteht es, wenn ein Melodieton der Quintton der Harmonie ist und wenn die Melodie im Bass erscheint. Dann ergibt sich ein dissonanter Quartsextakkord. Das geschieht hier in T. 47 auf Schlag drei. Im Gerüstsatz steht ein As-Dur-Akkord mit *es* im Bass. Brahms hat diesen Quartsextakkord allerdings vermieden. Die Gerüststimme wechselt vom Alt in den ersten Bass. Dadurch ist der tiefste Ton an dieser Stelle nicht *es*, sondern *c*, und es ergibt sich ein konsonanter Sextakkord.

5.7.3 Akkordbrechung – Bach, *Siehe zu, daß deine Gottesfurcht*

Statt eines einzelnen Akkordtons pro Harmonie können auch Figuren vorkommen, die aus mehreren Harmonietönen bestehen, so z. B. in Bachs Kantate *Siehe zu, daß deine Gottesfurcht nicht Heuchelei sei*:⁹⁴

⁹⁴ Bach, Kantate *Siehe zu, daß deine Gottesfurcht nicht Heuchelei sei*, BWV 179, T. 37, genauso im Kyrie der *G-Dur-Messe*, BWV 236.

The image shows a musical score for a sequence canon. It consists of two systems. The first system is an instrumental setting for four voices (Soprano, Alto, Tenor, Bass) in G major. Each voice part has a sequence of notes with fingerings 1, 3, 1, 3, 5 indicated above them. The second system is a vocal line in G major with the lyrics "und diene Gott nicht mit falschem Herzen," and a final note marked [Cis].

Die Stimmen setzen jeweils eine Quarte tiefer ein. Dazu passt die Harmoniefolge: es ist eine Quintanstiegssequenz. Jeweils im ersten Takt des Gerüsts stehen zwei Töne, nämlich Grundton und Terz. Die einzelnen kleinen Noten bezeichnen die Oberterzdiminution. Wegen der harmonischen Konzeption ist eine solche Diminution problemlos möglich. Im Sopran gibt es auch noch einen fünften Themeneinsatz. Er setzt die Quintanstiegssequenz fort. Deswegen ist er eine Terz höher als der Sopraneinsatz davor. Durch diesen fünften Einsatz im Sopran werden zwei Sequenzstrukturen überlagert:

- die harmonische Quintanstiegssequenz im Abstand von einem Takt,
- die harmonische und melodische Sequenz um eine Terz aufwärts nach vier Takten.

Die Möglichkeit weiterer Einsätze lässt sich auch in der Zahlenfolge für die Melodie erfassen. Bei einer melodisch-harmonischen Sequenz wiederholen sich ja die Positionen der Töne in den Harmonien. Deshalb besteht die Zahlenfolge für eine melodisch-harmonische Sequenz aus lauter Wiederholungen der Zahlenfolge für den sequenzierten Abschnitt. Geschrieben wird das mit angedeuteten Wiederholungszeichen:

| : 1³ 1 3 5 : |

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Die hochgestellte Drei bezeichnet die Oberterzdiminution.

Bei diminuierten Gerüsten entstehen Parallelen durch Akkordbrechungen oder beim Übergang, z. B. so:

The image shows a musical score for a canon with more than two voices. It consists of four staves, all in the key of D major (one sharp). The notation includes fingerings (1, 3, 5) and slurs. The first staff has notes in measures 1-4: G4 (1), A4 (3), B4 (1), C5 (5). The second staff has notes in measures 2-5: G4 (1), A4 (3), B4 (1), C5 (5). The third staff has notes in measures 3-6: G4 (1), A4 (3), B4 (1), C5 (5). The fourth staff has notes in measures 4-7: G4 (1), A4 (3), B4 (1), C5 (5). The notes are connected by slurs, and the fingerings are placed above the notes.

Im ersten Fall ist der rhythmische Abstand zwischen gleichen Akkordbrechungsfiguren nicht größer als der größte rhythmische Einsatzabstand. Im zweiten Fall ändert die Diminution die Fortschreitungen. Um solche Parallelen zu vermeiden, muss immer die diminuierte Form berücksichtigt werden.

Übertragen auf das Bach-Beispiel, heißt das: Die Oberterzdiminution des ersten Taktes kehrt erst nach vier Takten wieder. Der größte rhythmische Einsatzabstand beträgt drei Takte. Also können keine Parallelen entstehen. Die Diminution beeinflusst auch nicht den Übergang von einem Strukturton zum nächsten. Die Fortschreitung vom ersten zum zweiten Takt ist also 1 1 und nicht 3 1, wie man vielleicht vermuten könnte. Entscheidend für das Parallelenverbot sind deshalb die Fortschreitungen

1 1, 1 3, 3 5 und 5 1.

Weil sie alle verschieden sind, kommt es nicht zu Oktavparallelen. Quintparallelen sind ausgeschlossen, weil die Folge 5 5 nicht vorkommt.

Auch hier gibt es wieder das Problem mit dem Quintton im Bass. Der Zeitpunkt wird allerdings so weit wie möglich nach hinten geschoben. Der Quintton der Harmonie steht nämlich erst im vierten Takt des Themas und der Bass setzt auch erst als letzte Stimme ein. So erscheint der Quintton im Bass erst im siebten Takt.

Wie wichtig es ist, dass der Bass zuletzt einsetzt, wird deutlich bei einer umkehrten Reihenfolge der Einsätze:

Hier steht der dissonante Quartsextakkord schon im vierten Takt. Dies wird im Original vermieden, weil dort der Quintton im Bass erst so spät erscheint. So wird der fünfte Themeneinsatz im Sopran möglich. Im Alt beginnt sogar ein sechster, allerdings wird er nicht konsequent zu Ende geführt. Sonst entstünde nämlich ein Quartsextakkord im siebten Takt. Das hat Bach dadurch vermieden, dass er den Alt an dieser Stelle geändert hat.

5.7.4 Vierfacher Kontrapunkt – Bach, *h-Moll-Messe*, Kyrie II

Das Problem mit dem Quintton der Harmonie im Bass lässt sich auch anders lösen, und zwar dadurch, dass der Quintton überhaupt nicht vorkommt. So ist es im zweiten Kyrie von Bachs *h-Moll-Messe*:⁹⁵

⁹⁵ Bach, *h-Moll-Messe*, BWV 232, zweites Kyrie, T. 31.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

31

Cis Fis H E A D G

Im Gerüst ist das *g* des Soprans eingerahmt, weil es zur Struktur des Kanons gehört, aber nicht im Kanon selbst vorkommt.

Die Stelle ist eine Quintfallsequenz. Das Gerüst des Themas besteht aus vier Tönen. Die einzelnen kleinen Noten bezeichnen die Unterterzdiminution wie schon im Beispiel davor. Da die Figurationen alle verschieden sind, entstehen keine Parallelen. Die Durchgänge sind nicht extra abgebildet. Wenn man die Tonfolge des Gerüsts als Zahlenfolge darstellt, ergibt sich

$$1\backslash 3_1/1\backslash 1$$

Die tiefgestellte Eins bezeichnet die Unterterzdiminution. Im Bass beginnt noch ein fünfter Einsatz, eine Terz tiefer als beim ersten Mal. Dieser Einsatz wird aber nicht zu Ende geführt. Satztechnisch wäre das aber möglich, auch in den anderen Stimmen, und sogar beliebig oft:

Strukturell ist der Kanon also unendlich. In Zahlen sieht das so aus:

$$| : 1 \setminus 3_1 / 1 \setminus 1 / : |$$

Zu den Fortschreitungen gehört auch der Sprung zur Sequenz des Anfangs. Dieser Zyklus enthält vier verschiedene Fortschreitungen: $1 \setminus 3$, $3/1$, $1 \setminus 1$ und $1/1$. Parallelen sind also ausgeschlossen, es gibt aber Antiparallelen, und zwar zwischen den Folgen $1 \setminus 1$ und $1/1$. Weil der Quintton der Harmonie nicht vorkommt, entstehen zwischen den Stimmen keine Quinten oder Quarten. Das heißt: je zwei Stimmen stehen zueinander im doppelten Kontrapunkt in der Oktave. Der vierstimmige Kanon steht also im vierfachen Kontrapunkt. Deswegen lassen sich durch Oktavversetzung viele Varianten bilden. Zwei davon hat Bach verwendet, und zwar weiter hinten im Satz:⁹⁶

⁹⁶ Bach, *h-Moll-Messe*, BWV 232, zweites Kyrie, T. 43, 51.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

43

Cis Fis H E [A] [D]

52

A Dis Gis Cis Fis H [E] [E]

basso continuo
Bass

Die drei Kanons sind so angeordnet, dass sich eine Steigerung ergibt, und zwar durch die Tonhöhe, den Tonumfang und die Harmonik.

Der Sopran setzt jedes Mal höher ein: zuerst auf *e*, dann auf *fis*, zuletzt auf *a*. Dieses *a* ist der Spitzton des Satzes. Es erklingt nur hier.

Das erste Einsatzschema steigt in Quartan auf, das letzte steigt in Quinten ab. Dadurch vergrößert sich der Tonraum des Kanons. Von Mal zu Mal wächst der Abstand zwischen den Einsatzönen von Sopran und Bass, von der Dezime über die Duodezime bis hin zur Tredezime. Das ist nur möglich, weil der Kanon im vierfachen Kontrapunkt steht.

Der letzte der drei Kanons beginnt mit einer Neapolitanerkadenz. Dabei ist der Neapolitaner auch noch besonders hervorgehoben. Er erscheint nämlich auf dem melodischen Höhepunkt. Dies beides zusammen, der melodische Höhepunkt und die Harmonisierung mit dem Neapolitaner, steigert die Wirkung des letzten Kanons.

Der Neapolitaner auf dem Höhepunkt kann als Darstellung des Inhalts aufgefasst werden. „Kyrie eleison“ heißt „Herr, erbarme dich“ und die Bitte um Erbarmen hat Bach mehrfach mit dem Neapolitaner hervorgehoben, schon im Hauptthema dieses zweiten Kyrie, aber auch sonst.⁹⁷

5.7.5 Septakkorde – Brahms, *Fest- und Gedenksprüche*

Die Stimmen des Sequenzkanons passen zueinander, weil sie zur gemeinsamen Harmoniefolge passen. Das gilt auch bei dissonanten Harmonien, also auch bei Septakkordketten. So lässt sich die Struktur von diesem Kanon erklären, dem Schluss von Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen*:⁹⁸

⁹⁷ Siehe auch

Bach, *h-Moll-Messe*, BWV 232, Fugenthema des ersten Kyrie, das Thema des Agnus Dei,
Bach, Kantate *Ich armer Mensch, ich Sündenknecht*, BWV 55, die Tenor-Arie „Erbarme dich“,
Bach, *Matthäus-Passion*, BWV 244, die Alt-Arie Nr. 47, „Erbarme dich“.

⁹⁸ Brahms, *Fest- und Gedenksprüche*, op. 109, Nr. 3, *Wo ist ein so herrlich Volk*, T. 96.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

The musical score is a canon for five voices, written in bass clef with a key signature of one flat. It is divided into two systems. The first system contains four staves, and the second system contains three staves. Fingerings are indicated by numbers 1, 3, 5, and 7 above notes. The bass line at the bottom of the second system is labeled with the notes F, B, E, A, D, G, C.

Die Harmoniefolge ist eine Quintfallsequenz über einem Orgelpunkt im Abstand von einem Takt. Wenn man von Oktavlagen absieht, setzen die Stimmen in Quinten absteigend ein. Extra-Systeme für die Gerüststimmen sind hier überflüssig. Die Zahlen für die Lagen stehen über den Tönen.

Die Struktur des Kanons ist nicht auf den ersten Blick zu erkennen. Sie lässt sich so darstellen:

um eine Terz aufwärts sequenziert

F B E usw.

um eine Sekunde abwärts sequenziert

Es ist ein Doppelkanon. Der eine Teilkanon ist dreistimmig, der andere zweistimmig. Der dreistimmige wird alle drei Takte um eine Terz aufwärts sequenziert. Er besteht hauptsächlich aus Dreiklangstönen. Nur an zwei Stellen enthält er Durchgänge: einen Quartdurchgang und eine Septime. Die Septime sieht vielleicht erst einmal nicht wie ein Durchgang aus, kann aber sehr wohl so aufgefasst werden, allerdings ist ein Zwischenton eingefügt.

Der zweistimmige Teilkanon erweitert die Harmonien zu Septakkorden. Er wird alle zwei Takte um eine Sekunde tiefer sequenziert.

Septimen gehen üblicherweise in die Terz des Auflösungsakkords. Das ist hier schwierig, weil zwei verschiedene Formen von Septimen aufeinandertreffen: vorbereitete, betonte Akkordseptimen im zweistimmigen Teilkanon und Septdurchgänge im dreistimmigen. In einfacher Form führt diese Kombination zu Parallelen:

Das wird hier dadurch vermieden, dass die Auflösung der betonten Septimen diminuiert wird.

5 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Die Septime auf betonter Zeit wird verlassen, um der Septime auf unbetonter Zeit in einer anderen Stimme Platz zu machen. Durch den zweiten, zweistimmigen Kanon wird der Satz insgesamt dissonanter. Die Septime erklingt auf jeder Zählzeit, wechselt dabei aber die Stimme. So bleibt der Satz ständig in Bewegung.

6 Der Umkehrungskanon

6.1 Zweistimmigkeit

6.1.1 Grundlagen

Wie sind Melodien gebaut, die in der Umkehrung enggeführt werden können? Um das zu klären, sind zwei Vorüberlegungen nötig.

Zur ersten: Bei der Umkehrung oder auch Gegenbewegung bleiben der Rhythmus und die Größe der Intervalle gleich, aber die Richtung der Fortschreitungen wird umgekehrt. Deutlich wird das an diesen Beispielen aus Mozarts *Es-Dur-Quintett*:¹

Original 

Umkehrung 

Diese Umkehrung hat eine Achse, also einen Ton, der auf sich selbst abgebildet wird. Das ist das g^2 . Der erste Ton des Originals, das b^2 , wird in der Umkehrung zum es^2 , also zu demjenigen Ton, der in der entgegengesetzten Richtung genauso weit von der Achse entfernt ist. Das b^2 steht eine Terz *über* dem g^2 . Beantwortet wird es mit dem es^2 , also der Terz *unter* dem g^2 . Die eine Terz ist klein, die andere groß. Die Umkehrung ist also stufengetreu. Allgemein gibt es bei stufengetreuen Umkehrungen entweder eine Achse, d. h. einen Ton, der bei der Umkehrung auf sich selbst abgebildet wird, oder zwei Töne im Oktavabstand, die aufeinander abgebildet werden.

Zur zweiten Vorüberlegung: Dies sind zwei Kanons in der Umkehrung:

¹ Mozart, *Streichquintett Es-Dur*, KV 614, vierter Satz, Anfang und T. 312.

6 Der Umkehrkanon

10. 6. 3. 3.

↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑

Die Folge der Zusammenklänge ist in beiden Kanons gleich: Dezime, Sexte und zwei Terzen. Das liegt daran, dass der zweite Kanon aus dem ersten abgeleitet ist: der erste, dritte und fünfte Ton, d. h. alle ungeraden Töne, werden um eine Sekunde *abwärts* versetzt, der zweite und vierte Ton dagegen – die geraden Töne – um eine Sekunde *aufwärts*, also um dasselbe Intervall, nur in umgekehrter Richtung. Diese Umformung wird im Folgenden „Wechselversetzung“ genannt. Allgemein gilt:

Umkehrkanons in gleichen Notenwerten im Abstand 1, die Wechselversetzungen voneinander sind, haben dieselbe Folge von Zusammenklängen.

Das lässt sich so erklären: Wenn die ungeraden Töne der Originalmelodie alle um eine Sekunde *abwärts* versetzt werden, werden die entsprechenden Töne der umgekehrten Stimme alle um eine Sekunde *aufwärts* versetzt. Diese stehen jedoch unter den geraden Tönen der Originalmelodie. Wenn diese in der Originalmelodie aufwärts versetzt werden, so bleiben die Zusammenklangsintervalle auf den geraden Zeiten gleich. Die entsprechenden geraden Töne der Umkehrstimm erklingen dann eine Sekunde tiefer und auf den ungeraden Zeiten. Auch hier bleiben alle Zusammenklangsintervalle gleich. Die Zusammenklänge auf den ungeraden Zeiten werden in beiden Stimmen um eine Sekunde abwärts verschoben und auf den geraden Zeiten um eine Sekunde aufwärts. Das Verfahren lässt sich beliebig häufig wiederholen. Es gilt also nicht nur für Sekunden, sondern für alle Intervalle, und zwar für beide Richtungen, aufwärts und abwärts.²

Weil bei der Wechselversetzung die Zusammenklänge gleich bleiben, lassen sich gut alle Fortschreitungen bestimmen, die einen bestimmten Zusammenklang ergeben. Angenommen, die Spiegelachse des Umkehrkanons sei f und der erste Ton sei der Achsinton. Nun soll der zweite Ton bestimmt werden. Dabei soll im Kanon der Zusammenklang einer Terz entstehen, und zwar soll der zweite Ton eine Terz über der Beantwortung des ersten Tons liegen. Dazu muss der zweite Ton selbst eine Terz über dem Achsinton f liegen; denn f ist Achsinton, wird also mit f beantwortet. Der Schritt vom f ins a in

² Bei Kanons mit unterschiedlichen Notenwerten und einem größeren rhythmischen Einsatzabstand werden Abschnitte in der Länge des rhythmischen Einsatzabstandes versetzt.

der ersten Stimme bewirkt also, dass der erste Ton der zweiten Stimme der untere Ton der Terz f - a ist. So entsteht dieser extrem kurze Kanon:



Wird dieser Kanon durch Wechselsetzungen umgeformt, ergeben sich lauter andere Kanons, in denen die zweite Stimme eine Terz unter der ersten einsetzt:



Sie werden so zusammengefasst:

Die erste Stimme liegt eine Terz über der zweiten beim Schritt	
von	nach
e	h
f	a
g	g
a	f
h	e

Typisch für den Umkehrkanon ist dieses Phänomen: Der Krebs einer Fortschreitung führt zu demselben Zusammenklang wie das Original. Das wird bei den Fortschreitungen von e nach h einerseits und von h nach e andererseits sichtbar, und genauso ist es bei f und a . Es liegt daran, dass der Krebs einer Fortschreitung von zwei Tönen eine Wechselsetzung des Originals ist.

Analog ergibt sich die Unterquint beim Sprung der ersten Stimme von f^1 nach c^2 , die Untersext beim Sprung von f nach d^2 usw.



Entsprechendes gilt natürlich auch für die Intervalle in der umgekehrten Richtung. In der folgenden Tabelle sind solche zweitönigen Kanons zusammengefasst:

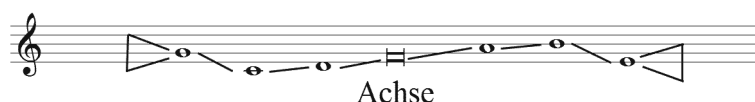
6 Der Umkehrkanon

Die ersten Stimme steht zur zweiten im Verhältnis der								
		Unter-			Prim	Ober-		
		sext	quint	terz		terz	quint	sext
beim Schritt	von	nach						
Achse	<i>g</i>	<i>g</i> ¹						
	<i>a</i>	<i>f</i> ¹						
	<i>h</i>	<i>e</i> ¹	<i>f</i> ¹					
	<i>c</i> ¹	<i>d</i> ¹	<i>e</i> ¹	<i>g</i> ¹				
	<i>d</i> ¹	<i>c</i> ¹	<i>d</i> ¹	<i>f</i> ¹	<i>a</i> ¹			
	<i>e</i> ¹	<i>h</i>	<i>c</i> ¹	<i>e</i> ¹	<i>g</i> ¹	<i>h</i> ¹	<i>d</i> ²	<i>e</i> ²
	<i>f</i> ¹	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>d</i> ¹	<i>f</i> ¹	<i>a</i> ¹	<i>c</i> ²	<i>d</i> ²
	<i>g</i> ¹	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>c</i> ¹	<i>e</i> ¹	<i>g</i> ¹	<i>h</i> ¹	<i>c</i> ²
	<i>a</i> ¹				<i>d</i> ¹	<i>f</i> ¹	<i>a</i> ¹	<i>h</i> ¹
	<i>h</i> ¹					<i>e</i> ¹	<i>g</i> ¹	<i>a</i> ¹
	<i>c</i> ²						<i>f</i> ¹	<i>g</i> ¹
	<i>d</i> ²							<i>f</i> ¹
<i>e</i> ²							<i>e</i> ¹	

Um einen längeren Kanon zu schreiben, werden mehrere zweitönige Kanons verkettet, z. B. so:



Mit der Tabelle lassen sich also beliebig lange Kanons schreiben. Allerdings ist es sehr umständlich. Es gibt aber ein Schema, mit dem es viel leichter ist. Dazu wird der Tonraum auf eine Septime eingeschränkt, in deren Mitte die Achse liegt. Bei der Achse *f* ist das der Tonraum von *c* bis *h*. Zu jedem Ton gibt es zwei Töne mit einer bestimmten Eigenschaft: Die Verbindung mit dem Ausgangston führt zu einer imperfekten Konsonanz im Kanon. Diese beiden Töne werden für jeden Ton des Tonraums bestimmt. Sie lassen sich alle miteinander verbinden. Dabei entsteht diese Kette:



Dieser Graph heißt „Basisgraph für den Umkehrkanon“. Der Achsenton f ist durch eine Brevis hervorgehoben. Um mit diesem Graphen einen Kanon zu schreiben, wird eine Folge aus Tönen gebildet, in der je zwei aufeinander folgende Töne im Graphen durch eine Linie verbunden sind. Zwischen zwei Tönen, die im Graphen benachbart sind, ist die Fortschreitung in beide Richtungen möglich; denn es entsteht ja in beiden Fällen dasselbe Intervall. Die Töne an den Enden haben Schleifen. Das heißt: Wenn diese Töne wiederholt werden, entsteht eine unvollkommene Konsonanz.

Mit einer Folge von Tönen, die im Graphen verbunden sind, ist ein Umkehrkanon im Abstand 1 möglich. Die Konsonanzen sind alle imperfekt.



Mit Hilfe dieses Graphen ist es übrigens relativ einfach, Umkehrkanons im engen Abstand zu improvisieren.

Der Graph für die Umkehrung unterscheidet sich erheblich von den Graphen für die Kanons in gerader Bewegung. Dort bezeichnen die Knoten Fortschreitungen, hier dagegen einzelne Töne. Die Wiederholung einer Knotenfolge führt also beim Umkehrkanon nicht zu einer Sequenz wie bei den Kanons in gerader Bewegung, sondern zu einer Wiederholung. Sequenzierende Kanons sind deshalb beim Umkehrkanon ausgeschlossen, selbst die Sequenz einzelner Melodieabschnitte lässt sich kaum realisieren.

6.1.2 Beispiele – Händel, Bach

In Händels *Judas Maccabaeus* steht ein Umkehrkanon mit der Struktur, die eben beschrieben worden ist.³

³ Händel, *Judas Maccabaeus*, dritter Akt, Chor “To our great God be all the honor giv’n”.

6 Der Umkehrkanon

To our great God be all the ho- - - nor giv'n, all
 To our great God be all the ho- - - - - nor

Über dem Satz von Händel steht das kontrapunktische Gerüst. Es entspricht dem Basisgraphen, allerdings nach g-Moll transponiert:

Die betonten Zusammenklänge sind alle unvollkommene Konsonanzen.

Um auch noch die Fortschreitungen zu erfassen, die zu Einklängen führen, werden weitere Verbindungen eingefügt. So entsteht dieser erweiterte Graph:

Die Legato-Bögen stehen bei den Fortschreitungen, die im Kanon Einklänge ergeben. Fehlerhafte Parallelen entstehen, wenn mehrere Primverbindungen unmittelbar aufeinander folgen, z. B. so:

Unproblematisch ist natürlich die mehrfache Wiederholung des Achsentons.

Kanons nach diesem erweiterten Graphen enthalten als Zusammenklänge nur Primen, Terzen, Sexten und Oktaven. Solche Kanons stehen im doppelten Kontrapunkt in der Oktave. Beide Stimmen können also unabhängig voneinander um eine oder mehrere Oktaven auf- oder abwärts versetzt werden. Dies ist wichtig bei Fugenthemen.

Das Thema der *Kunst der Fuge*⁴ entspricht genau den Bedingungen des Graphen. Es kann also im Abstand 1 eingeführt werden:

⁴ Bach, *Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus I*, T. 1.

The image shows two systems of musical notation, each consisting of a treble and a bass staff. The first system shows a theme in the treble staff and its inversion in the bass staff. The second system shows the same theme and inversion, but with a more complex rhythmic pattern in the treble staff, illustrating the 'Gerüst' (skeleton) mentioned in the text.

Die unteren beiden Systeme zeigen das Thema und seine Umkehrung im Kanon. Darüber steht das Gerüst. Der Quintsprung am Anfang ist eine Primverbindung, führt also zum Zusammenklang einer Oktave. Darauf folgen bis zum vierten Takt nur Verbindungen, die imperfekte Konsonanzen ergeben. Im vierten Takt wird das *f* wiederholt. Dies ist eine Primverbindung. Hier entsteht also wieder eine Oktave. Der Sprung ins *d* danach ergibt eine imperfekte Konsonanz.

Bei vollkommenen Konsonanzen entstehen leicht verdeckte Parallelen. Das ist hier vermieden, denn die eine vollkommene Konsonanz steht am Anfang und die andere nach einer Überbindung.

Im *Contrapunctus V* wird das Thema in der Umkehrung enggeführt. Hier sind die beiden Stellen:⁵

The image shows two systems of musical notation for Contrapunctus V. The first system is labeled '33' and the second system is labeled '41'. Each system consists of four staves (two treble and two bass). The first system shows the theme and its inversion in the two outer staves, with the two inner staves providing a more complex accompaniment. The second system shows the same theme and inversion, but with a different accompaniment.

⁵ Bach, *Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus V*, T. 33, 41.

6 Der Umkehrungskanon

In der zweiten erscheint erst die Umkehrung und dann das Original. Die Reihenfolge ist also vertauscht. Das ist bei Umkehrungskanons häufig möglich. Wenn nämlich der Basisgraph selbst umgekehrt wird, bleiben die Verbindungen zwischen den Tönen gleich. Daraus folgt: Wenn ein Thema in der Umkehrung engführbar ist, dann ist auch die Umkehrung des Themas in der Umkehrung engführbar. Das lässt sich auch so erklären: Wenn nicht nur eine einzelne Stimme umgekehrt wird, sondern der komplette zweistimmige Umkehrungskanon, dann ändert sich die Reihenfolge von Original und Umkehrung. Dazu muss der zweistimmige Satz als ganzer umgekehrt werden können. Bei konsonanten Gerüstsätzen ist das möglich, nicht aber bei Sätzen mit Vorhalts- oder Akkorddissonanzen,⁶ denn die werden bei der Umkehrung irregulär.

6.1.3 Dissonanzen – Brahms, *Klarinetten trio*

Ein Beispiel dafür ist der Umkehrungskanon aus dem Schlusssatz von Brahms' *Klarinetten trio*:⁷

46

Gerüst

Klarinette in A

Violoncello

50

G.

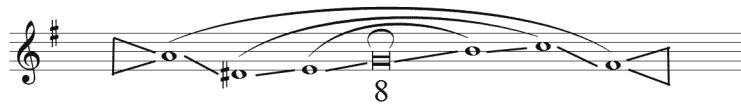
Klar.

Vc.

⁶ Zum Begriff „Akkorddissonanz“ vgl. Dahlhaus S. 120 ff.

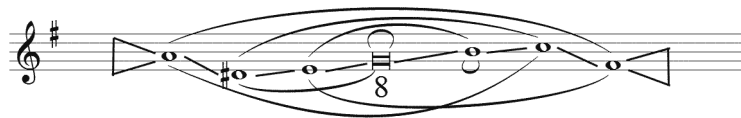
⁷ Brahms, *Klarinetten trio*, op. 114, vierter Satz, T. 38 und als Kanon T. 46. Die Klavierstimme ist weggelassen.

Im Gerüst sind die Oktavlagen so gewählt, dass alle Töne im Tonraum einer Septime liegen. Die Linie des Gerüsts entspricht weitgehend dem Graphen.



Dabei ist angenommen, dass die Umkehrung eine Oktav tiefer steht als bei der einfachen Spiegelung. Das ist durch die ‚8‘ unter dem Achsenton dargestellt.

Einige Fortschreitungen entsprechen nicht dem Graphen. In der Oberstimme folgt zweimal auf das *a* ein *c*. Dadurch entsteht jeweils eine verminderte Quinte. In der folgenden Version des Graphen sind auch die Verbindungen gekennzeichnet, die zum Zusammenklang einer Quinte führen, und zwar durch Legato-Bögen *unter* dem System.



Nicht ganz streng ist die Imitation bei der Akkordbrechung im vierten Takt. Hier steht in der Originalstimme zuerst die Quinte und dann die Quarte, in der Umkehrung ist es umgekehrt.

Darauf folgen mehrere Akkorddissonanzen. Sie sind durch ein Sternchen gekennzeichnet. Dort stehen auch Akkorde im Gerüst. Um zu verstehen, wie die Akkorddissonanzen satztechnisch behandelt sind, wird bestimmt, bei welchen Tonfolgen im Kanon Septimen und Nonen entstehen. Die Untersuchung nach dem Verfahren von oben ergibt:

- Zur Unterseptime führen die Verbindungen *c-c*, *h-d(is)*, *a-e* und *g-f(is)*
- Zur Unternone führen die Verbindungen *d(is)-d(is)*, *c-e*, *h-f(is)* und *a-g*

Das lässt sich am Gerüst nachvollziehen: *h* führt ins *d* und ins *f*, und zweimal sind *a* und *e* miteinander verbunden.

Korrekt aufgelöst werden müssen bei Akkorddissonanzen nur die dissonante Harmonie und der letzte Ton vor dem Harmoniewechsel, nicht aber sämtliche dissonanten Melodietöne. Normalerweise werden Septakkorde durch einen Quintfall oder Sekundanstieg aufgelöst und Nonakkorde durch einen Quintfall. Die möglichen Verbindungen im Umkehrungskanon werden so hergeleitet: Ausgangspunkt ist die Auflösung einer Akkorddissonanz auf einer beliebigen Tonstufe, z. B. die Fortschreitung von G^7 nach C-Dur. Zu dieser Harmoniefolge konstruiert man eine Verbindung, die Bestandteil eines Umkehrungskanons sein kann. Dabei wird berücksichtigt, dass auch mehrere Harmonietöne vorkommen können. Also z. B. so:

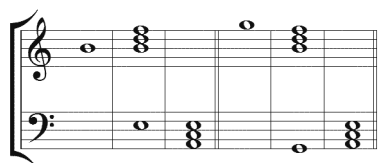
6 Der Umkehrkanon



Der Achsenton ist hier *a*. Gesucht sind aber Verbindungen für den Achsenton *g*. Deshalb wird die konstruierte Verbindung so versetzt, dass der Achsenton stimmt. Dann entsteht diese Folge:



Genauso konstruiert man diese beiden Verbindungen:



Die erste dieser beiden Verbindungen kommt bei Brahms vor, in T. 51. Die drei obersten Töne des Septnonakkords über *e*, also *h*, *d* und *f*, werden bei der Umkehrung in die Töne des Auflösungsakkords abgebildet, also nach a-Moll. Die Stimmführung ist korrekt, denn die Harmoniefolge ist ein Quintfall und der letzte Melodieton vor dem Harmoniewechsel, das *f*, wird korrekt aufgelöst. Auf der Achtelebene ist das *f* sogar konsonant.

Akkorddissonanzen sind möglich, aber zu einer bestimmten Form von Akkorddissonanz gehört eine bestimmte Stufe.

Damit sind aber immer noch nicht alle Möglichkeiten erfasst. Wenn auch noch andere Auflösungen zugelassen werden, gibt es noch mehr Verbindungen, so bei der Harmoniefolge in T. 52. Hier sind die Harmonien H^7 und fis-Halbvermindert verbunden. Die Regeln dafür lassen sich genauso herleiten wie oben. Deshalb wird es hier nicht ausgeführt.

Wegen der Dissonanzen können die Stimmen nicht vertauscht werden. Der Satz würde fehlerhaft:

The musical score consists of six staves. The first system includes 'Gerüst' (treble and bass clefs) and 'Klarinette in A' (treble clef). The second system includes 'Violoncello' (bass clef). The third system includes 'G.' (treble and bass clefs), 'Klar.' (treble clef), and 'Vc.' (bass clef). The score is divided into three measures. The first measure is in 6/8 time, the second in 9/8 time, and the third in 2/4 time. Asterisks are placed under the notes G4 and A4 in the Gerüst part of the first measure, and G4 and A4 in the G. part of the second measure.

Die Fehler sind mit Sternchen bezeichnet. Bei den ersten beiden ist die Imitation sowieso nicht streng. Deshalb lassen sie sich auch leicht korrigieren. Dazu müssen nur der Quart- und der Quintsprung vertauscht werden. Der dritte Fehler jedoch scheint irreparabel. Die Regeln für den Umkehrungskanon können durch das Prinzip der Wechselversetzung gefunden werden. Wenn ein Kanon konstruiert werden soll, dessen Zusammenklänge alle konsonant sind, können die möglichen Fortschreitungen in einem Graphen zusammengefasst werden, dem Basisgraphen für die Umkehrung. Damit lassen sich Melodiegerüste für einen Umkehrungskanon finden. Am Basisgraphen zeigt sich, welche strukturellen Merkmale des Themas von Bachs *Kunst der Fuge* die Engführung in der Umkehrung möglich machen. Die Reihenfolge der Einsätze kann vertauscht werden, solange der Satz keine Akkord- oder Vorhaltsdissonanzen enthält. Die Fortschreibungsmöglichkeiten bei Akkorddissonanzen können bestimmt werden. Es scheint jedoch nicht sinnvoll, diese zusätzlichen Möglichkeiten in den Graphen mit aufzunehmen.

6.2 Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen

6.2.1 Grundlagen

Es gibt Kanons mit mehr als zwei Stimmen, die mindestens eine Umkehrung enthalten. In solchen Kanons werden Umkehrungskanon und Kanon in gerader Bewegung miteinander kombiniert. Um ihre Gesetzmäßigkeiten zu verstehen, ist es nötig, die Gesetzmäßigkeiten

6 Der Umkehrungskanon

der Umkehrung formal zu erfassen. Wie das möglich ist, wird am folgenden Beispiel deutlich: Am Schluss der dis-Moll-Fuge aus dem zweiten Band des *Wohltemperierten Klaviers*⁸ erklingen Thema und Umkehrung gleichzeitig:

The musical score shows the theme and its inversion in the Soprano and Tenor parts. The numbers below the notes indicate the number of seconds above the system tonic (dis):

Measure	Soprano	Tenor
1	14	4
2	14	4
3	14	4
4	13	5
5	14	4
6	15	3
7	14	4
8	17	1
9	16	2
10	15	3
11	18	0
12	17	1
13	16	2

Im Sopran steht das Thema der Fuge und im Tenor die Umkehrung. Es ist eine stufentreue Umkehrung. Das heißt: Sekunden werden mit Sekunden beantwortet, Terzen mit Terzen usw., doch die genaue Größe der Intervalle richtet sich nach der zu Grunde liegenden Leiter oder nach harmonischen Gesichtspunkten. Die Umkehrung ist meistens stufentreu und nicht intervallgetreu.⁹

Unter den Noten im Sopran und im Tenor steht jeweils die Anzahl der Sekundschritte, um die der jeweilige Ton über dem kleinen *dis* liegt. Das kleine *dis* ist also Systemgrundton. Dabei fällt auf, dass die Summe der übereinander stehenden Zahlen stets 18 ergibt. Hier wird die prinzipielle Eigenschaft der Umkehrung sichtbar:

Für alle Paare von Tönen, die bei der Umkehrung aufeinander abgebildet werden, ist die Summe der Sekundschritte über dem Systemgrundton gleich.

Wegen dieser Eigenschaft lässt sich die Umkehrung formalisieren. Dabei ist es gleichgültig, welcher Ton Systemgrundton ist. Wenn z. B. statt des kleinen *dis* das große *Ais* als Systemgrundton angenommen wird, werden die Zahlen unter dem Sopran und unter dem Tenor jeweils um 3 erhöht. Dann ist die Summe immer 24.

Wenn das kleine *dis* Systemgrundton ist, wird dem Ton t immer der Ton $18-t$ zugeordnet, wenn das große *Ais* Systemgrundton ist, immer $24-t$. Allgemein gilt: Bei der Umkehrung wird ein Ton t einem Ton $a-t$ zugeordnet. Diese formale Darstellung der Umkehrung kann nicht nur auf einzelne Töne angewandt werden, sondern auf Tonfolgen. Hier gilt:

Die Umkehrung der Tonfolge s_i ist die Tonfolge $a-s_i$.

⁸ Bach, *Das Wohltemperierte Klavier*, Zweiter Band, *dis-Moll-Fuge*, BWV 877, T. 43.

⁹ Eine der seltenen Ausnahmen steht im zweiten Duett aus Bachs *Klavierübung*, 3. Teil, *Duetto II*, F-Dur, BWV 803, T. 74. Siehe hierzu Möllers Reihentechnik S. 49.

6.2 Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen

Umkehrungen sind symmetrisch. Wenn p auf q abgebildet wird, wird umgekehrt q auf p abgebildet. Außerdem gilt:

Wenn bei einer Umkehrung p auf q abgebildet wird, wird r auf $p + q - r$ abgebildet.

Manchmal gibt es bei Umkehrungen eine Achse. Das ist der Ton, der auf sich selbst abgebildet wird. Im Beispiel oben ist es das fis^1 . Der erste Thementon, das dis^2 , liegt eine Sexte über der Achse, der dazugehörige gespiegelte Ton der Umkehrung, das kleine ais , liegt eine Sexte unter der Achse.

p und q seien zwei Töne, die aufeinander abgebildet werden. Wenn $p + q$ gerade ist – das ist unabhängig vom Systemgrundton – dann ist der Ton $t = \frac{p + q}{2}$ derjenige Ton, der auf sich selbst abgebildet wird. Dies gilt wegen

$$\frac{p + q}{2} = (p + q) - \frac{p + q}{2}$$

Die Achse ist unabhängig davon, welcher Ton als Systemgrundton angenommen wird. Der Systemgrundton kann also willkürlich gewählt werden und hat musikalisch keine Bedeutung. Wenn das kleine dis Systemgrundton ist, liegt das fis^1 $\frac{18}{2}$ Schritte über dem Systemgrundton und bei einem Systemgrundton Ais $\frac{24}{2}$ Sekundschritte über dem Systemgrundton. Die Summen werden also jeweils durch 2 geteilt.

Wenn die Summe der Sekundschritte ungerade ist, dann ist die Division durch 2 nicht möglich. So ist es hier:¹⁰

Die Summe der übereinander stehenden Töne ergibt immer 11, also eine ungerade Zahl. Aber auch in solchen Fällen gibt es so etwas wie eine Achse. Wenn $p + q$ ungerade ist, dann entspricht $\frac{p + q}{2}$ keinem Ton. In diesem Fall ist jedoch $p + q + 7$ gerade und $\frac{p + q + 7}{2}$ ist ein bestimmter Ton. Dieser Ton wird auf $\frac{p + q - 7}{2}$ abgebildet, und zwar wegen

¹⁰ Bach, *Die Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus V*, T. 86 bis Schluss.

$$\frac{p+q+7}{2} = (p+q) - \frac{p+q-7}{2}$$

Es gilt

$$\frac{p+q+7}{2} - \frac{p+q-7}{2} = 7$$

Der Ton $\frac{p+q+7}{2}$ wird also auf seine Unteroktave¹¹ abgebildet. Im Beispiel ist die Summe von zwei Tönen p und q , die aufeinander abgebildet werden, immer 11. Daraus folgt, dass der Ton $\frac{p+q+7}{2} = \frac{11+7}{2} = 9$, also das f^1 oder fis^1 , auf seine Unteroktave abgebildet wird, also das kleine f oder fis . Dies ist im Beispiel gut zu erkennen.

Allgemein gibt es also bei diatonischen Umkehrungen entweder eine Achse, d. h. einen Ton, der bei der Umkehrung auf sich selbst abgebildet wird, oder zwei Töne im Oktavabstand, die aufeinander abgebildet werden.

Diese Überlegungen gelten allerdings nur für die stufengetreue Umkehrung. Bei einer intervallgetreuen Umkehrung, wie sie z. B. in der Zwölftontechnik vorkommt, gibt es Umkehrungen ohne Achse, z. B. wenn e auf es abgebildet wird.¹²

Mit diesen Voraussetzungen lassen sich kompliziertere Umkehrungskanons betrachten, also Kanons mit mehr als zwei Stimmen, die mindestens eine Umkehrung enthalten. In solchen Kanons werden Umkehrungskanon und Kanon in gerader Bewegung miteinander kombiniert.

Am einfachsten ist es, wenn in der zweiten Stimme die Umkehrung und in der dritten wieder die Originalgestalt steht und wenn der rhythmische Einsatzabstand zwischen erster und zweiter Stimme genauso groß ist wie der Abstand zwischen zweiter und dritter. Entsprechend kann dann als vierte Stimme wieder eine Umkehrung einsetzen. Nur diese beiden Fälle werden im Folgenden untersucht.

Um die Gesetzmäßigkeiten erkennbar zu machen, wird die Struktur der Kanons formal dargestellt. Für diese formale Darstellung wird ein formales Konstruktionsverfahren entwickelt. Dies wird dann in ein musikalisches Verfahren übersetzt, das ohne Formeln auskommt. Da mit Intervallen gerechnet wird, werden sie durch die Zahl der Sekundschritte dargestellt.

¹¹ Die Oktave besteht aus sieben Sekundschritten.

¹² Dem Ton, der auf sich selbst abgebildet wird, entspricht nicht a , sondern $\frac{a}{2}$. Es läge daher nahe, a durch $2a$ zu ersetzen. Dann wäre der Ton, der auf sich selbst abgebildet wird, a , die Achse. Eine solche Formel wäre jedoch nicht mehr allgemein. Denn in Tonsystemen, in denen nicht stets durch 2 geteilt werden kann, wie z. B. in der Diatonik ohne Oktavidentität oder im Zwölftonsystem, gibt es Umkehrungen, bei denen kein einziger Ton auf sich selbst abgebildet wird. Das sind dann diejenigen, in denen a ungerade ist. Hier ließe sich dann in einer Formel mit $2a$ überhaupt kein Wert für a angeben.

6.2 Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen

Der Kanon steht in den drei oberen Systemen. Die Zahlen unter den Tönen entsprechen der Anzahl der Sekundschritte, um die die Töne über dem c^1 liegen.

Bei der Umkehrung wird das d^2 auf das a^1 abgebildet, also die 8 auf die 5. Das heißt: Die Zahl, von der bei der Umkehrung subtrahiert wird, hat also den Wert 13.

In der dritten Stimme steht der Unteroktavkanon der ersten Stimme. Die Zahlen für die Töne sind also jeweils um 7 kleiner als im Original.

In den Teilkanons stehen jeweils die Differenzen der Zahlen ihrer beiden Stimmen. Im ersten Teilkanon z. B. besteht das erste Intervall aus f^2 und a^1 . Dem f^2 entspricht der Wert 10 und dem a^1 der Wert 5. Für das Intervall ergibt sich $10 - 5$, also 5. Die 5 entspricht der Sexte.

Die Beziehungen zwischen den Stimmen, Tönen und Intervallen sind hier dargestellt:

Stimmen	I	Original	s_i	s_{i+1}	s_{i+2}
	II	Umkehrung		$-s_i + a$	$-s_{i+1} + a$
	III	Original versetzt			$s_i + d$
Zusammenklänge	I–II	k_i		$s_i + s_{i+1} - a$	$s_{i+1} + s_{i+2} - a$
	I–III	l_i			$-s_i + s_{i+2} - d$
	II–III	$-k_i - d$			$-s_i - s_{i+1} + a - d$

Für den Beispielkanon gelten

$$\begin{aligned} a &= 13 \\ d &= -7 \end{aligned}$$

Die Intervalle zwischen dem Original und der Umkehrung werden mit k_i , die zwischen den beiden Stimmen in gerader Bewegung mit l_i bezeichnet.

Die folgenden Überlegungen lassen sich erheblich vereinfachen, wenn von der Oktavlage abstrahiert wird. Mathematisch gesprochen, wird also modulo 7 gerechnet. Dann entspricht der Oktavkanon zwischen den beiden Stimmen in gerader Bewegung einem Kanon im Einklang oder mathematisch: $d = 0$. Die Zusammenklänge der Stimmen II und III sind dieselben wie die zwischen den Stimmen I und II, nur mit umgekehrtem Vorzeichen. Sie müssen also nicht extra berücksichtigt werden. Selbstverständlich sind zwischen den beiden Stimmen in gerader Bewegung auch andere Einsatzintervalle möglich. Die Konstruktion wird dann jedoch komplizierter und deswegen wird dieser Fall nicht weiter betrachtet. Für $d = 0$ ergeben sich diese Beziehungen:

$$\begin{aligned} k_i &= s_i + s_{i+1} - a \\ l_i &= -s_i + s_{i+2} \end{aligned}$$

Für die l_i folgt daraus:

$$l_i = -k_i + k_{i+1}$$

Dies wird so gezeigt:

$$\begin{aligned} l_i &= -s_i + s_{i+2} \\ l_i &= -s_i + s_{i+2} - s_{i+1} + s_{i+1} + a - a \\ l_i &= -s_i - s_{i+1} + a + s_{i+1} + s_{i+2} - a \\ l_i &= -(s_i + s_{i+1} - a) + (s_{i+1} + s_{i+2} - a) \\ l_i &= -k_i + k_{i+1} \end{aligned}$$

Die Gleichung für die k_i lässt sich so umformen, dass sie eine sukzessive Bestimmung der s_i bei gegebenen k_i ermöglicht. Aus

$$k_i = s_i + s_{i+1} - a$$

folgt die Formel für die Bestimmung der Tonfolge s_i , nämlich

$$s_{i+1} = k_i - s_i + a$$

Sie wird im Folgenden als „Rekursionsformel“ bezeichnet.

Um einen Kanon zu schreiben, wird erst eine Folge von k_i konstruiert. Daraus wird dann die Folge der s_i abgeleitet. Die k_i können allerdings nicht beliebig gewählt werden. Damit alle Zusammenklänge konsonant sind, muss gelten $k_i, l_i \in \{0, 2, 3, 4, 5\}$ für alle i . Wegen $l_i = -k_i + k_{i+1}$ sind die l_i die Differenzen aufeinander folgender Werte von

k_i . Deshalb können bei aufeinander folgenden k_i keine benachbarten Werte vorkommen, sonst ergäben sich für die l_i die dissonanten Werte 1 oder 6.

Mit der Folge der k_i wird die Folge der s_i bestimmt. Die Wahl von s_1 ist frei. Die restlichen s_i ergeben sich dann nach der Rekursionsformel.¹³ Mit der Folge der s_i ist ein konsonanter Kanon nach dem angegebenen Einsatzschema möglich.

Für die k_i werden z. B. die Werte 2, 2, 4 und 2 angenommen; musikalisch gesprochen also Terz, Terz, Quinte und Terz. Für s_1 wird 0 angenommen. Dann ergeben sich insgesamt diese Werte:¹⁴

$a = 6$					
i	1	2	3	4	5
k_i	2	2	4	2	
l_i	0	2	5		
s_i	s_1	$s_2 = k_1 - s_1 + a$	$s_3 = k_2 - s_2 + a$	$s_4 = k_3 - s_3 + a$	$s_5 = k_4 - s_4 + a$
s_i	0	$1 = 2 - 0 + 6$	$0 = 2 - 1 + 6$	$3 = 4 - 0 + 6$	$5 = 2 - 3 + 6$

Der Zahlenfolge für die s_i , also 01035, entspricht die Tonfolge $c d c f a$. Das ergibt diesen Kanon:



Hier wird sichtbar, welche Töne oder Intervalle den Werten für die s_i , k_i und l_i entsprechen.

¹³ Bei diesen Berechnungen ist die Wahl des Systemgrundtons beliebig wie in der Zweistimmigkeit. Angenommen, der Systemgrundton werde gewechselt, dann gilt $s'_i = s_i + p$ und $a' = a + 2p$. Die k_i bleiben gleich. Durch Einsetzen in die Rekursionsformel lässt sich die Rekursionsformel für das System mit dem geänderten Systemgrundton gewinnen.

$$\begin{aligned}
 s_{i+1} &= k_i - s_i + a \\
 s_{i+1} + p &= k_i - s_i - p + a + 2p \\
 s_{i+1} + p &= k_i - (s_i + p) + a + 2p \\
 s'_{i+1} &= k_i - s'_i + a'
 \end{aligned}$$

Die Rekursionsformel bleibt also bei einem Wechsel des Systemgrundtons gleich. Die Wahl des Systemgrundtons spielt deswegen für das Konstruktionsverfahren keine Rolle.

¹⁴ Für a ist wieder der Wert 6 angenommen. Das entspricht einer Spiegelung an f bei einem Systemgrundton c .

6 Der Umkehrkanon

The image shows three systems of musical notation, each with two staves (I and II or I and III) and numerical values written below the notes. The notes are in a single melodic line, and the numerical values represent intervals or differences between notes.

System 1:

- Staff I: s: 0 1 0 3 5
- Staff II: 6 - s: 6 5 6 3 1

System 2 (Teilkanon):

- Staff I: k: 2 2 4 2
- Staff II: (no numerical values)

System 3 (Teilkanon):

- Staff I: l: 0 2 5
- Staff III: (no numerical values)

Der dritte Teilkanon fehlt, weil die Werte mit dem ersten identisch sind. Die Differenzen werden immer so gebildet, dass der Ton im tieferen System vom Ton im höheren System subtrahiert wird. Dies führt bei Stimmkreuzungen zu Abweichungen von der üblichen Bezeichnungsweise. Beim Teilkanon der ersten und der dritten Stimme ergeben sich 0, -5 und -2 , also nach üblichem Sprachgebrauch Prim, Sexte und Terz. Da die erste Stimme jedoch – unabhängig von der tatsächlichen Oktavlage – als die höhere gilt und modulo 7 gerechnet wird, sind die Werte 0, 2 und 5.

Die Wahl von s_1 ist frei. Deshalb können alle sieben verschiedenen Ausgangswerte gewählt werden und deswegen gibt es insgesamt auch sieben Lösungen. Sie stehen hier:

6.2 Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen

i	1	2	3	4	5
k_i	2	2	4	2	
l_i	0	2	5		
s_i	0	1	0	3	5
	1	0	1	2	6
	2	6	2	1	0
	3	5	3	0	1
	4	4	4	6	2
	5	3	5	5	3
	6	2	6	4	4
	s_i	c	d	c	f
d		c	d	e	h
e		h	e	d	c
f		a	f	c	d
g		g	g	h	e
a		f	a	a	f
h		e	h	g	g

Oben sind die Werte für die s_i mit Zahlen angegeben und unten mit Tonbuchstaben. Die unterschiedlichen melodischen Gerüste in den verschiedenen Zeilen sind Wechselsetzungen voneinander.

Das formale Verfahren lässt sich in ein musikalisches Verfahren übersetzen. Dazu wird die Rekursionsformel

$$s_{i+1} = k_i - s_i + a$$

so umgeformt:

$$s_{i+1} = (a - s_i) + k_i$$

Musikalisch gesehen, heißt das: Zuerst wird s_i gespiegelt, d. h. aus s_i wird $(a - s_i)$. Das Ergebnis wird dann um das Intervall k_i nach oben versetzt.

Für die k_i werden keine Zahlen bestimmt, sondern Intervalle. Diese Intervalle werden durch Töne dargestellt, die mit dem Achsenton das Intervall k_i bilden. Da die k_i alle Konsonanzen sind, müssen die Töne zum Achsenton konsonieren. Die Folge dieser Töne wird als „Zusammenklangsstimme“ bezeichnet. Damit sich konsonante l_i ergeben, müssen die Töne der Zusammenklangsstimme mit ihrem Vorgänger und ihrem Nachfolger konsonieren. So ergibt sich dieses Verfahren:

Zuerst wird eine Zusammenklangsstimme festgelegt. Die Töne der Zusammenklangsstimme müssen jeweils zum Achsenton und zu ihren beiden Nachbartönen konsonieren. Möglich sind also nur Sprünge oder Tonwiederholungen, keine Sekundschritte.

Durch die Wahl der Töne in der Zusammenklangsstimme wird die Folge der Zusammenklänge im Umkehrungskanon festgelegt, in diesem Beispiel also Terz, Prim, Terz und Quinte.

6 Der Umkehrungskanon

Zusammenklangsstimme

Die Fortschreitungsintervalle zwischen den Tönen der Zusammenklangsstimme entsprechen den Zusammenklängen zwischen den beiden Stimmen in gleicher Bewegung. Mit Hilfe der Zusammenklangsstimme werden nun der Reihe nach die Töne des melodischen Gerüsts bestimmt. Dazu werden unter der Zusammenklangsstimme zwei weitere Systeme eingefügt. Für die Töne des melodischen Gerüsts gilt: Sie haben zur Umkehrung ihres Vorgängertons dasselbe Verhältnis wie der Ton der Zusammenklangsstimme über dem Vorgängerton zum Achsenton. Das wird hier sichtbar:

Zusammenklangsstimme

Melodiegerüst

Umkehrung

Eine solche Aufstellung wird im Folgenden als „Zusammenklangsschema“ bezeichnet. Der erste Ton des Melodiegerüsts wird frei gewählt und im System unter Zusammenklangsstimme eingefügt, z. B. *d*. Anschließend werden der Reihe nach die folgenden Melodietöne konstruiert, und zwar jeweils in zwei Schritten:

Zuerst wird der Ton des Melodiegerüsts gespiegelt und im unteren System eingetragen, dabei wird er um den rhythmischen Einsatzabstand versetzt. Dann wird dieser gespiegelte Ton versetzt. Das Versetzungsintervall ist dasjenige, das zwischen dem Ton der Zusammenklangsstimme über dem Ausgangston und der Achse besteht. Das Ergebnis ist der nächste Ton des Melodiegerüsts. So entsteht genau der gewünschte Zusammenklang. Auf das Beispiel übertragen, heißt das:

Der erste Ton des Melodiegerüsts, das *d*, wird an der Achse *f* gespiegelt. Das ergibt *a*. Dieses *a* wird um eine Terz aufwärts versetzt, weil der Ton der Zusammenklangsstimme über dem Ausgangston *d* eine Terz über dem Achsenton steht. Das Ergebnis ist *c*. Also ist *c* der nächste Ton des Melodiegerüsts. Genauso wird der nächste Ton konstruiert. Das *c* wird gespiegelt. Das ergibt *h*. Über dem *c* steht eine Prim. Das *h* wird also nicht versetzt. Der Melodieton nach dem *c* ist also *h* usw.

Unter der Zusammenklangsstimme stehen die Intervalle zwischen den Tönen der Zusammenklangsstimme und der Achse. Sie entsprechen den k_i des formalen Verfahrens. Die Fortschreitungsintervalle zwischen den Tönen der Zusammenklangsstimme entsprechen den l_i des formalen Verfahrens. Zwischen den beiden Stimmen in gerader Bewegung ergibt sich also die Folge von einer Sexte und zwei Terzen.

6.2 Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen

Die fallende Terz vom *a* zum *f* wird als Sexte bezeichnet. Das weicht vom üblichen Sprachgebrauch ab. Es ist jedoch konsequent, da von den Oktavlagen abstrahiert wird. Unter dieser Bedingung sind die steigende Sexte und die fallende Terz dasselbe Intervall. Im Folgenden werden alle Intervalle als steigend gerechnet, und dann ist das Intervall von einem *a* zu dem nächsthöheren *f* eine Sexte.

So ergibt sich dieser Kanon:

The musical score consists of three parts, each with a vocal line and a figured bass line. The intervals are indicated by numbers and letters (s, k, l) in the figured bass lines.

Part	Staff	Interval	Figured Bass
I	Vocal		
	Bass	s:	1 0 6 2 1
II	Vocal		
	Bass	6 - s:	5 6 0 4 5
III	Vocal		
	Bass	s:	1 0 6 2 1
Teilkanon I	Vocal		
	Bass	k:	2 0 2 4
Teilkanon II	Vocal		
	Bass		
Teilkanon III	Vocal		
	Bass	l:	5 2 2

Die Intervalle im Zusammenklangsschema entsprechen den Intervallen zwischen den Kanonstimmen. Im Umkehrungskanon sind es die Intervalle zwischen der Zusammenklangsstimme und dem Achsenton, also Terz, Prim, Terz und Quint. Im anderen Teilkanon – also dem Kanon in der geraden Bewegung – Sexte, Terz, Terz.

Mit den Regeln, die bisher aufgestellt worden sind, lässt sich ein vollständig konsonanter Satz schreiben. Nun muss noch geklärt werden, wie Parallelen vermieden werden. Hier gibt es zwei Fälle, je nachdem, ob die Bewegung der Stimmen gleich ist oder nicht.

Fehlerhafte Parallelen entstehen, wenn zwei aufeinander folgende Töne der Zusammenklangsstimme dieselbe vollkommene Konsonanz zum Achsenton bilden, wie z. B. hier:

6 Der Umkehrungskanon

Zusammenklangsstimme
Terz Prim PrimSext

Melodie
Terz Prim Prim Sext

Umkehrung

Parallelen zwischen den beiden Stimmen in gleicher Bewegung entstehen, wenn in der Zusammenklangsstimme zwei Prim- oder Quintfortschreitungen aufeinander folgen, z. B. so:

Zusammenklangsstimme
Prim Prim

Melodie

Umkehrung

Das ergibt diesen Kanon:

Zusammenklangsstimme

Prim Prim

Umkehrung

Um fehlerhafte Parallelen zu vermeiden, müssen also diese Regeln beachtet werden:

- In der Zusammenklangsstimme dürfen nicht zwei Primen, zwei Quartan oder zwei Quinten zum Achsenton aufeinander folgen.
- In der Zusammenklangsstimme dürfen nicht zwei Prim-, Quart- oder Quintfortschreitungen aufeinander folgen.

6.2.2 Der dreistimmige Kanon nach dem Basisgraphen

Dreistimmige Kanons können auch mit dem Basisgraphen¹⁵ zum Umkehrungskanon konstruiert werden. Das wird deutlich, wenn man die Betrachtungsweise umkehrt. Der Aus-

¹⁵ S. 185

gangspunkt ist nicht eine Zusammenklangsfolge, sondern ein Kanon. Zu diesem Kanon wird das Zusammenklangsschema bestimmt. Daran wird sichtbar, warum der Kanon regulär ist. Dies ist natürlich auch schon bei zweistimmigen Umkehrungskanons möglich. Die Untersuchung gliedert sich nach den Zusammenklängen im Umkehrungskanon und der Struktur des Basisgraphen zur Umkehrung.



Zuerst wird diejenige Folge von unvollkommenen Konsonanzen untersucht, bei der Terz und Sext ständig abwechseln. Das entspricht einem Durchlaufen des Basisgraphen in einer Richtung und der Umkehr bei den Schleifen. Dann werden Folgen von gleichen unvollkommenen Konsonanzen untersucht. Das entspricht einem Richtungswechsel im Basisgraphen. Zuletzt geht es um Primen bzw. Oktaven. Das entspricht den Legato-Bögen im Basisgraphen. Quinten werden nicht besprochen, da sie für das Beispiel, das anschließend analysiert wird, nicht wichtig sind.¹⁶

Ein zweistimmiger Satz aus unvollkommenen Konsonanzen nach dem Basisgraphen entsteht durch die Verbindungen, die im Graphen durch gerade Linien dargestellt sind. Der Graph wird in einheitlicher Richtung durchlaufen. Umgekehrt wird an den Schleifen der Endpunkte. Als Zusammenklangsfolge ergibt sich ein Wechsel zwischen Terzen und Sexten.



Dem entspricht dieses Zusammenklangsschema:

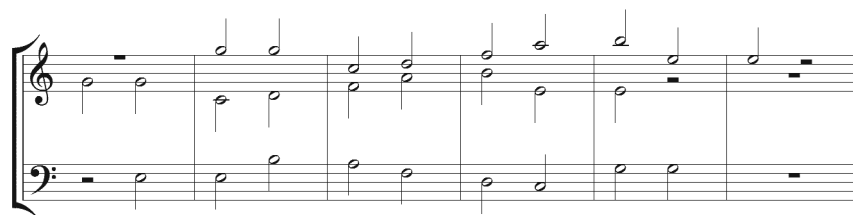


Die Zusammenklangsstimme springt in Quartan auf und ab. Zwischen den Stimmen in gleicher Bewegung ergibt sich also ein Wechsel von Quinten und Quartan. Damit in der

¹⁶ Da Zusammenklangsquinten nicht im doppelten Kontrapunkt der Oktave stehen, sind die Verhältnisse komplizierter als bei Terzen, Sexten und Oktaven. Deshalb müssen mehrere Fälle unterschieden werden, je nachdem, ob Quinten oder Duodezimen entstehen und ob der obere Ton in der ersten oder der zweiten Stimme liegt. Dies würde sich nur für die Analyse eines Literaturbeispiels lohnen.

6 Der Umkehrungskanon

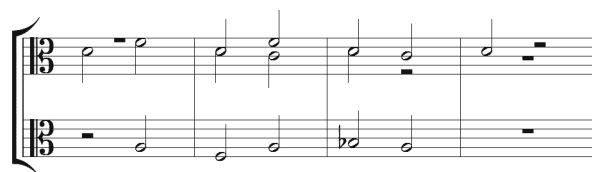
Dreistimmigkeit keine irregulären Quartan zum Bass entstehen, muss die Umkehrung im Bass liegen, z. B. so wie hier:



Wenn im Basisgraphen die Richtung gewechselt wird, entspricht das der Wiederholung eines Tones in der Zusammenklangsstimme, wie z. B. in diesem Schema:

Zusammenklangsstimme	
Melodiegerüst	
Umkehrung	

Dies führt zu einem Einklang oder einer Oktave zwischen den beiden Stimmen in gerader Bewegung.



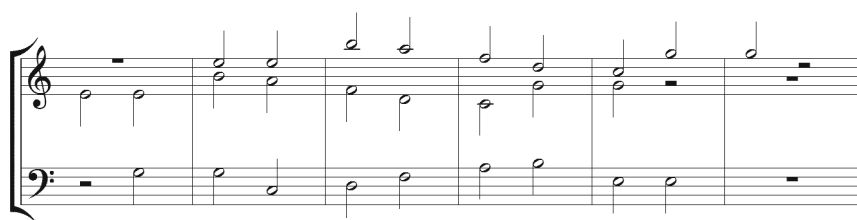
Zwei Richtungswechsel unmittelbar nacheinander ergeben jedoch Parallelen. Sie sind also nur in der Zweistimmigkeit möglich. Dies ist die einzige Einschränkung im Vergleich zur Zweistimmigkeit.

Die Verbindungen, die zu einer Prim oder Oktave führen, sind im Graphen durch legato-Bögen über dem System dargestellt. Damit keine Parallelen entstehen, dürfen die Prim-Verbindungen nur einzeln stehen – wie auch schon in der Zweistimmigkeit.

Im Zusammenklangsschema entspricht einer solchen Verbindung eine allein stehende Prim in der Zusammenklangsstimme, bzw. Berühren des Achsentons zwischen zwei unvollkommenen Konsonanzen. Dabei ergeben sich in der Zusammenklangsstimme zwei Fortschreitungen, die einer unvollkommenen Konsonanz entsprechen. Im Kanon der beiden Stimmen in gleicher Bewegung entstehen also unvollkommene Konsonanzen. So sind fehlerhafte Parallelen ausgeschlossen. Einzelne Verbindungen, die zu einer Prim oder Oktave führen, sind jederzeit möglich. Insgesamt gilt:

Melodien nach dem Basisgraphen für unvollkommene Konsonanzen, Primen und Oktaven sind in einen Kanon aus Original, Umkehrung und Original engführbar, wenn die Bedingungen für die Zweistimmigkeit erfüllt sind und wenn zusätzlich bei den Verbindungen für die unvollkommenen Konsonanzen zwei Richtungswechsel unmittelbar nacheinander vermieden werden.

Wenn eine Melodie dem Basisgraphen entspricht, gilt dasselbe auch für ihre Umkehrung. Dem regulären Kanon Original-Umkehrung-Original entspricht also ein regulärer Kanon Umkehrung-Original-Umkehrung, d. h. der dreistimmige Kanon wird insgesamt umgekehrt; nur müssen die Oktavlagen so gewählt werden, dass keine Quartan zum Bass entstehen. Beim Beispielkanon führt das zu diesem Resultat:



6.2.3 Umkehrung und gerade Bewegung – Bach, *Kunst der Fuge*

Oben¹⁷ war gezeigt worden, dass das Thema von Bachs *Kunst der Fuge* dem Basisgraphen entspricht. Wahrscheinlich eignet es sich also auch für einen dreistimmigen Kanon aus Original, Umkehrung und Original. Für das Thema der *Kunst der Fuge* ergibt sich dieses Zusammenklangsschema:



Zwischen den Tönen der Zusammenklangsstimme gibt es keine Sekundschritte. Die beiden Primen stehen einzeln. Damit sind die Bedingungen für den Kanon Original-Umkehrung-Original erfüllt. Deswegen sind nicht nur die zweistimmigen Umkehrungskanons im Abstand 1 möglich, sondern auch diese dreistimmigen:

¹⁷ S. 186

6 Der Umkehrungskanon

Wenn ich recht sehe, hat Bach diese dreistimmigen Sätze nicht verwendet. Der zweite lässt sich in der abgebildeten Form nicht auf dem Klavier greifen. Dieses Problem lässt sich dadurch lösen, dass der Abstand zwischen der Mittelstimme und einer der beiden Außenstimmen um eine Oktave verringert wird. Dass Bach die dreistimmigen Engführungen übersehen hat, scheint ausgeschlossen. Eher ist denkbar, dass er sie für die letzte Fuge aufgespart hatte. Bach hat diese Fuge unvollendet hinterlassen. In dem Teil, den er noch ausgeführt hat, erscheinen zwar nur drei Themen, aber es kann als gesichert gelten, dass die Fuge als Quadrupelfuge konzipiert war mit dem Hauptthema der *Kunst der Fuge* als viertem Thema.¹⁸ Daniel nimmt an, dass es auch in der Umkehrung und in Engführungen hätte erscheinen sollen.¹⁹

Da das Hauptthema zu den ‚langsameren‘ Themen (mit wenig Achtelbewegung) zählt und sich für Engführung und Umkehrung bestens eignet, sind bei seiner Soloexposition analog dem 1. und 3. Thema beide Maßnahmen geboten.

Hier hätten die dreistimmigen Engführungen stehen können.

Die zweistimmigen Teilkanons der dreistimmigen Sätze hat Bach allerdings alle verwendet.²⁰ In den folgenden Notenbeispielen steht ein Kanon in Gegenbewegung im Abstand einer halben Note und ein Kanon in gerader Bewegung im Abstand einer ganzen Note.

¹⁸ Daniel Quadrupelfuge S. 10.

¹⁹ Daniel Quadrupelfuge S. 51.

²⁰ Bach, *Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus V*, T. 33, 41, 69, 77.

The image shows a musical score for a three-voice canon with inversions, spanning measures 33 to 69. The score is written in a single system with four staves. The top two staves are in treble clef, and the bottom two are in bass clef. The key signature has one flat (B-flat). The music consists of a main theme and its inversions. The first system (measures 33-69) shows the theme in the first voice, its first inversion in the second voice, and its second inversion in the third voice. The second system (measures 70-86) shows the theme in the second voice, its first inversion in the first voice, and its second inversion in the third voice. The third system (measures 87-103) shows the theme in the third voice, its first inversion in the second voice, and its second inversion in the first voice. The fourth system (measures 104-120) shows the theme in the first voice, its first inversion in the second voice, and its second inversion in the third voice. The score is a clear example of a three-voice canon with inversions.

Damit ist gezeigt, warum das Thema der *Kunst der Fuge* im einfachen Abstand in der Umkehrung engführbar ist und im doppelten Abstand in der geraden Bewegung.

Hier stellt sich die Frage, ob die Argumentation nicht insofern problematisch ist, als die Bedingungen für das Thema zu eng gewählt sind. Bach hat die dreistimmigen Engführungen ja nicht verwendet. Dieser mögliche Einwand ist jedoch falsch. Wenn die Teilkanons I-II und I-III regulär sind, ist automatisch auch der dritte Teilkanon regulär. Dann ist es aber auch der ganze Satz. Die Dreistimmigkeit ist also keine zusätzliche Einschränkung.

6.2.4 Vierstimmigkeit

Das Verfahren für die Dreistimmigkeit lässt sich so erweitern, dass auch Melodien für vierstimmige Kanons mit Umkehrungen konstruiert werden können. Auch hier wird nur der einfachste Fall behandelt. Die ersten drei Stimmen bilden einen Kanon nach demselben Einsatzschema wie eben und die vierte Stimme setzt wieder mit der Umkehrung ein. Dann entsteht diese Situation:

6 Der Umkehrungskanon

Stimmen	I	Original	s_i	s_{i+1}	s_{i+2}	s_{i+3}
	II	Umkehrung		$-s_i + a$	$-s_{i+1} + a$	$-s_{i+2} + a$
	III	Original			s_i	s_{i+1}
	IV	Umkehrung				$-s_i + a$
Zusammenklänge	I–II	k_i		$s_i + s_{i+1} - a$	$s_{i+1} + s_{i+2} - a$	$s_{i+2} + s_{i+3} - a$
	I–III	l_i			$-s_i + s_{i+2}$	$-s_{i+1} + s_{i+3}$
	I–IV	m_i				$s_i + s_{i+3} - a$
	II–III	$-k_i$			$-s_i - s_{i+1} + a$	$-s_{i+1} - s_{i+2} + a$
	II–IV	$-l_i$				$s_i - s_{i+2}$
	III–IV	k_i				$s_i + s_{i+1} - a$

Im Vergleich zur Dreistimmigkeit kommt jetzt nur noch das Verhältnis von erster und vierter Stimme hinzu. Ansonsten sind die Intervalle zwischen der vierten Stimme einerseits und der zweiten oder dritten Stimme andererseits mit Intervallen identisch, die bereits zwischen den ersten drei Stimmen bestehen. Für die Intervalle zwischen erster und vierter Stimme wird diese Bezeichnung eingeführt:

$$m_i = s_i + s_{i+3} - a$$

Hieraus folgt

$$m_i = l_{i+1} + k_i$$

wegen

$$m_i = (s_{i+3} - s_{i+1}) + (s_{i+1} + s_i - a)$$

und

$$k_i = m_i - l_{i+1}$$

Außerdem gilt

$$m_i = k_{i+2} - l_i$$

wegen

$$m_i = (s_{i+3} + s_{i+2} - a) - (s_{i+2} - s_i)$$

Da die k_i , l_i und m_i alle Konsonanzen sind, gilt $k_i, l_i, m_i \in \{0, 2, 3, 4, 5\}$ für alle i .

An der Beziehung $m_i = k_{i+2} - l_i$ wird ein wesentlicher Unterschied zur Dreistimmigkeit sichtbar: Dort müssen die k_i nur zu ihren Nachbarn konsonieren. Um das zu gewährleisten, müssen die l_i nicht einzeln bestimmt werden. Das ändert sich in der Vierstimmigkeit. Hier gibt es Konsonanzbeziehungen zwischen Gliedern der Folge k_i und Gliedern der Folge l_i , und zwar die Beziehung

$$m_i = k_{i+2} - l_i.$$

6.2 Umkehrungskanonis mit mehr als zwei Stimmen

Deswegen müssen die l_i in der Vierstimmigkeit explizit bestimmt werden. Das geschieht nach der Formel

$$l_i = k_{i+1} - k_i.$$

k_{i+2} muss also nicht nur zu k_{i+1} konsonieren, sondern auch zu l_i . Das Intervall zwischen beiden ist m_i . Grundlage der Konstruktion sind diese beiden Formeln:

$$\begin{aligned} l_i &= k_{i+1} - k_i \\ m_i &= k_{i+2} - l_i \end{aligned}$$

An dieser Tabelle lässt sich erkennen, wie das Verfahren angewendet wird:

k_i	0	2	2	4	2	2	0	
l_i	2	0	2	5	0	5		
m_i	0	4	0	4	0			
s_i	0	6	2	6	4	4	4	2
	1	5	3	5	5	3	5	1
	2	4	4	4	6	2	6	0
*	3	3	5	3	0	1	0	6
	4	2	6	2	1	0	1	5
	5	1	0	1	2	6	2	4
	6	0	1	0	3	5	3	3

Die Zeile mit dem Sternchen ergibt diesen Satz:

6 Der Umkehrkanon

The musical score consists of four systems, each with two staves (treble and bass clef) and a set of interval numbers below the notes. The key signature has one flat (B-flat).

System 1:

- Staff I: s: 3 3 5 3 0 1 0 6
- Staff II: 6 - s: 3 3 1 3 6 5 6 0
- Staff III: s: 3 3 5 3 0 1 0 6
- Staff IV: 6 - s: 3 3 1 3 6 5 6 0

System 2 (Teilkanon):

- Staff I: k: 0 2 2 4 2 2 0
- Staff II: (no numbers)

System 3 (Teilkanon):

- Staff I: l: 2 0 2 5 0 5
- Staff III: (no numbers)

System 4 (Teilkanon):

- Staff I: m: 0 4 0 4 0
- Staff IV: (no numbers)

Damit keine Parallelen entstehen, müssen die Folgen von zwei Nullen, Dreien oder Vieren bei den k_i , l_i und m_i vermieden werden. Hier gibt es dann zwar auch noch Möglichkeiten, nämlich Quartparallelen oder Wiederholungen perfekter Intervalle. Es wäre jedoch viel zu wenig ergiebig, dies alles genau zu untersuchen.

Das formale Verfahren lässt sich in ein eher musikalisches umsetzen: Wenn ein neuer Zusammenklang festgelegt worden ist, bestimmt man das Intervall zwischen ihm und seinem Vorgänger und trägt dieses Intervall in das System für den Abstand 2 ein. Bei der Wahl des nächsten Zusammenklangs muss der entsprechende Ton nicht nur zu seinem Vorgänger konsonieren, sondern auch zu dem zuletzt bestimmten Ton der Zeile für den Abstand 2.

Für das Beispiel ergibt sich damit dieses Zusammenklangsschema:

6.2 Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen

The image shows a musical score with five staves. The first three staves are labeled 'Abstand 1', 'Abstand 2', and 'Abstand 3'. The fourth staff is labeled 'Melodiegerüst' and the fifth 'Umkehrung'. The score is written in treble clef. The 'Abstand 1' staff shows a sequence of notes with lines connecting them to the 'Abstand 2' staff. The 'Abstand 2' staff shows a sequence of notes with lines connecting them to the 'Abstand 3' staff. The 'Melodiegerüst' staff shows a sequence of notes. The 'Umkehrung' staff shows a sequence of notes, which is the inversion of the melody in the 'Melodiegerüst' staff.

Die konstitutiven Konsonanzbeziehungen sind durch die verbindenden Linien zwischen den entsprechenden Tönen dargestellt. Die Linien, die vom System für den Abstand 2 zum System für den Abstand 1 führen, entsprechen den Tönen für den Abstand 3. Die Zeile für den Abstand 3 wird für die Konstruktion selbst nicht benötigt.

An diesem Beispiel, aber auch an den anderen Versionen in der Tabelle wird ein Problem deutlich, das bei diesem Kanon leicht auftritt. Die Gerüste reduzieren sich auf Dreiklangsbrechungen oder werden in anderer Hinsicht melodisch ungünstig. Aus der Tonsatzperspektive ist es sinnvoll, jeweils alle sieben Möglichkeiten zu bestimmen. Aber auch für die Analyse ist diese Überlegung wichtig, weil so gezeigt werden kann, ob die komponierte Lösung ihren Alternativen überlegen ist und wenn ja, warum.

6.2.5 Bach, *Weihnachts-Oratorium*, „Lasset uns nun gehen“

Solch ein vierstimmiger Kanon steht in Bachs *Weihnachts-Oratorium*.²¹

The image shows a musical score for a four-part canon. The top system is labeled 'Gerüst' (organ) and the bottom system is labeled 'Chor' (choir). Both systems are in G major (one sharp) and 3/4 time. The organ part shows the original melody and its inversions at an interval of one third. The choir part shows the original melody and its inversions at an interval of one third. The lyrics are 'Las-set uns nun ge-hen gen Beth - le - hem'. Below the organ part, the numbers 4, 2, 2 are written, indicating the sequence of intervals in the canon.

Beim Umkehrungskanon im Abstand 1 entsteht die Zusammenklangsfolge 4 2 2. Damit ergibt sich diese Tabelle:

$a = 3$				
k_i	4	2	2	
l_i	5	0		
m_i	4			
s_i	0	0	5	0
	1	6	6	6
	2	5	0	5
	3	4	1	4
	4	3	2	3
*	5	2	3	2
	6	1	4	1

Wie im Beispiel ist hier als Achse der Ton a angenommen. Das ergibt dann für die Umkehrungsformel $a = 3$.

Melodisch am schönsten ist wohl die Folge in der Zeile mit dem Sternchen, also der Quintsprung, eine Sekunde aufwärts und wieder zurück. Diese Folge liegt dem Chor aus

²¹ Bach, *Weihnachts-Oratorium*, BWV 248, dritte Kantate, Nr. 26, Chor, „Lasset uns nun gehen gen Bethlehem“.

dem *Weihnachts-Oratorium* zu Grunde. Die Versionen mit einem anderen Anfangston scheinen musikalisch weniger brauchbar. Darunter sind Dreiklangsbrechungen, ein Tonleiterausschnitt und zwei Versionen, die überhaupt nur aus zwei verschiedenen Tönen bestehen. In Notenschrift sieht die Konstruktion so aus:

Abstand 1

Abstand 2

Abstand 3

Melodiegerüst

Umkehrung

Die Töne, die jeweils auf der Drei des Taktes stehen, bilden untereinander genauso einen Kanon. Dieser Kanon ist allerdings so kurz, dass er trotz der vier Einsätze nie die Vierstimmigkeit erreicht, sondern immer dreistimmig bleibt. Deshalb gibt es keinen Wert für m . Für das Zusammenklangsschema ergibt sich diese Tabelle:

$a = 3$			
k_i	2	5	
l_i	3		
s_i^*	0	5	3
	1	4	4
	2	3	5
	3	2	6
	4	1	0
	5	0	1
	6	6	2

Die Zeile mit dem Sternchen entspricht der Stelle aus dem *Weihnachts-Oratorium*. Wenn diese Tonfolge in das Notenbeispiel aufgenommen wird, ergeben sich zwei verschiedene Gerüste, eins für die Zählzeiten Eins und Zwei und ein anderes für die Zählzeit Drei:

6 Der Umkehrungskanon

Gerüst Drei

Gerüst Eins

Chor

6.2.6 Brahms, *Streichsextett G-Dur*

Ein vierstimmiger Kanon mit Umkehrungen steht am Beginn der Durchführung von Brahms' *G-Dur-Sextett*.²² Zwischen den Stimmen, die Umkehrungen voneinander sind, entstehen der Reihe nach Terz, Prim und Sext. Dem entsprechen dieses Zusammenklangs-schema:

Abstand 1

Abstand 2

Abstand 3

Gerüst

und diese Tabelle:

²² Brahms, *Streichsextett G-Dur*, op. 36, erster Satz, T. 229.

6.2 Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen

$a = 4$				
k_i	2	0	5	
l_i	5	5		
m_i	0			
s_i	0	6	5	4
*	1	5	6	3
	2	4	0	2
	3	3	1	1
	4	2	2	0
	5	1	3	6
	6	0	4	5

Auch hier sind viele Lösungen nur Tonleitern oder Akkordbrechungen. Der Satz von Brahms entspricht der Zeile mit dem Sternchen:

Da die Kanonmelodie das Hauptthema ist, war die vierstimmige Imitation sicher nicht die Grundlage für die Konstruktion des Themas. Trotzdem ist die Analyse nicht überflüssig oder musikfremd. Sie zeigt, warum der Kanon regulär ist, und sie zeigt, dass er der melodischste von sieben Kanons mit derselben Zusammenklangsstruktur ist. Dieses Ergebnis scheint selbst dann sinnvoll, wenn es keinerlei Anhaltspunkte dafür gibt, dass der Komponist tatsächlich aus genau diesen sieben Möglichkeiten ausgewählt hat. Die Frage, welche Zusammenklangsstrukturen generell musikalisch sinnvoll sind, ist damit natürlich weder erörtert noch beantwortet. Hier wären weitere Untersuchungen möglich.

7 Der Proportionskanon

7.1 Grundlagen – Brahms, *Requiem*, „Freude und Wonne“

Im Vergrößerungskanon¹ gibt es spezielle Gesetzmäßigkeiten. Gut erkennbar sind sie in diesem Abschnitt aus Brahms' *Requiem*:²

Sopran
Freu-de und Won-ne wer-den sie er-grei-fen,
Tenor
Freu - de und Won - - - ne,

Die Notenwerte des Tenors sind doppelt so groß wie die Werte des Soprans. Damit die Gesetzmäßigkeit des Kanons erkennbar wird, ist der Sopran im nächsten Notenbeispiel in Viertel unterteilt und der Tenor in Halbe.

Zeitpunkte
Sopran
Zeitpunkte augmentiert
Tenor

1 2 3 4 | 5 6 7 8 | 9 10 11 12 | 13 14 15 16 | 17
f(1) f(2) | f(3) f(4) | f(5) f(6) | f(7) f(8) | f(9)

Die Viertelschläge sind durchnummeriert. Über dem Tenor steht jeweils, welcher ursprüngliche Zeitpunkt imitiert wird. Dabei bedeutet die Angabe $f(t)$, dass zum Zeitpunkt $f(t)$ im Tenor derjenige Ton imitiert wird, der zum Zeitpunkt t im Sopran erklingt.

Aus den Zeitpunkten der Imitation lassen sich Ketten bilden, z. B. so: Der Ton, der zum Zeitpunkt 2 im Sopran erklingt, wird zum Zeitpunkt 3 im Tenor imitiert. Der Sopranon zum Zeitpunkt 3 wird zum Zeitpunkt 5 imitiert. Der Sopranon zum Zeitpunkt 5 wird

¹ Vergrößerungs- und Verkleinerungskanons unterscheiden sich nur insofern, als jeweils eine andere Stimme als Originalgestalt aufgefasst wird. Satztechnisch sind sie gleich. Weil es für die Vorstellung einfacher ist, wird im Folgenden vom Vergrößerungskanon ausgegangen.

² Brahms, *Requiem*, op. 45, zweiter Satz, T. 233.

7 Der Proportionskanon

zum Zeitpunkt 9 imitiert und der Sopranon zum Zeitpunkt 9 wird zum Zeitpunkt 17 imitiert. In Funktionsschreibweise lässt sich das so darstellen:

$$\begin{aligned}f(2) &= 3 \\f(3) &= 5 \\f(5) &= 9 \\f(9) &= 17\end{aligned}$$

Eine solche Folge von Zeitpunkten wie 2 3 5 9 17 wird im Folgenden „Zeitpunktfolge“ genannt.

Wenn die Zusammenklänge, die zu diesen Zeitpunkten erklingen, zu einem zweistimmigen Satz in gleichen Notenwerten zusammengestellt werden, entsteht ein einfacher Unteroktavkanon.

Zeitpunkte

Sopran

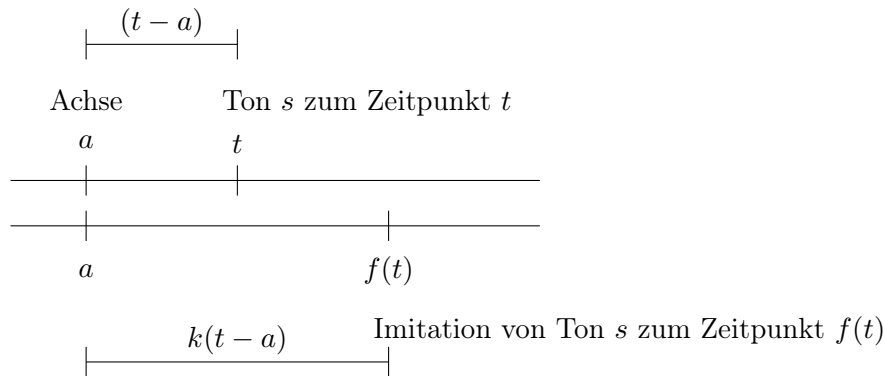
Tenor

Dabei kommen natürlich nur Fortschreitungen vor, die im Unteroktavkanon möglich sind: die Quarte abwärts und die Terzen in beide Richtungen. Die melodischen Fortschreitungsregeln gelten also auch im Proportionskanon,³ aber nicht für Zeitpunkte in einem bestimmten, konstanten rhythmischen Einsatzabstand, sondern für Zeitpunkte, die in einer Zeitpunktfolge aufeinander folgen.

Um die Gesetzmäßigkeiten solcher Zeitpunktfolgen zu beschreiben, sind die Begriffe „Faktor“ und „Achse“⁴ geeignet. Der Faktor gibt an, in welchem Verhältnis die rhythmischen Werte der nachahmenden und der ursprünglichen Stimme zueinander stehen. Im Beispiel ist es 2. Die Achse ist derjenige Zeitpunkt, der bei der Vergrößerung auf sich selbst abgebildet wird, also im Beispiel der Zeitpunkt 1. In den Formeln wird der Faktor mit k bezeichnet und die Achse mit a . Allgemein betrachtet, liegt diese Situation vor:

³ Der Begriff „Proportionskanon“ wird hier nur für Sätze verwendet, bei denen die Tondauern in einem konstanten Verhältnis vergrößert oder verkleinert sind. Bei manchen Kanons, die in Mensuralnotation notiert sind, ist es komplizierter. Siehe dazu Apel S. 196 f. Darauf wird im Folgenden nicht eingegangen.

⁴ „Achse“ wird hier anders verwendet als beim Umkehrkanon. Um Verwechslungen zu vermeiden, kann man den Begriff näher bestimmen: beim Augmentationskanon spricht man von einer „Zeitachse“ und beim Umkehrkanon von einer „Tonachse“. Darauf wurde jedoch im Folgenden verzichtet.



Der augmentierte Abschnitt ist k -mal so lang wie der nicht augmentierte. Deswegen gilt:

$$f(t) - a = k(t - a)$$

Daraus folgt:⁵

$$f(t) = kt - (k - 1)a$$

Das ist die allgemeine Rekursionsformel für die Zeitpunktfolgen.

Im Beispiel ist $a = 1$ und $k = 2$. Damit ergibt sich die Rekursionsformel

$$f(t) = 2t - 1$$

Mit dieser Gleichung können die Glieder der Folge 2 3 5 9 17 der Reihe nach berechnet werden.

$$\begin{aligned}
 3 &= 2 \times 2 - 1 \\
 5 &= 2 \times 3 - 1 \\
 9 &= 2 \times 5 - 1 \\
 17 &= 2 \times 9 - 1
 \end{aligned}$$

Genauso lassen sich noch weitere Zeitpunktfolgen bilden, und zwar 4 7 13, 6 11 und 8 15. Das sind aber immer noch nicht alle kontrapunktischen Abhängigkeiten zwischen den Tönen des Kanons, denn auch die Töne an den Ausgangspunkten dieser Zeitpunktfolgen hängen vom Rest des Kanons ab.

⁵ Die Zwischenschritte sind diese:

$$\begin{aligned}
 f(t) - a &= k(t - a) \\
 f(t) - a &= kt - ka \\
 f(t) &= kt - ka + a \\
 f(t) &= kt - (ka - a) \\
 f(t) &= kt - (k - 1)a
 \end{aligned}$$

7 Der Proportionskanon

Zeitpunkte	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
Sopran	
Zeitpunkte augmentiert	f(1) f(2) f(3) f(4) f(5) f(6) f(7) f(8) f(9)
Tenor	

Der Sopranon zum Zeitpunkt 4 konsoniert zum gleichzeitig erklingenden Tenorton. Dieser Tenorton imitiert den Sopranon zum Zeitpunkt 2. Allerdings treten die beiden Töne nicht gleichzeitig ein, sondern, wenn der Sopranon einsetzt, erklingt der Tenorton schon. Genauso ist es bei allen Sopranönen an geradzahigen Zeitpunkten.

Hier läge es nahe, eine Zeitpunktfolge zu konstruieren, in der vor der 4 die 2 steht. Dies widerspricht jedoch dem Konzept der Zeitpunktfolgen. In der Zeitpunktfolge, die mit der 2 beginnt, folgt auf 2 nämlich 3 und nicht 4. Hier liegt also eine Beziehung vor, die mit dem Konzept der Zeitpunktfolgen bisher noch nicht erfasst wird. Um die Gesetzmäßigkeit dafür herauszufinden, muss diese Frage geklärt werden:

Zu welchem Zeitpunkt erklingt in der nicht augmentierten Stimme derjenige Ton, der in der augmentierten Stimme zu einem gegebenen Zeitpunkt imitiert wird?

Dazu wird zu der Funktion $f(t)$ die Umkehrfunktion $g(t)$ gebildet. Dann gilt

$$g(f(t)) = t$$

Aus

$$f(t) = kt - (k - 1)a$$

folgt

$$kt = f(t) + (k - 1)a$$

und

$$t = \frac{f(t) + (k - 1)a}{k}$$

Es gilt also

$$g(t) = \frac{t + (k - 1)a}{k}$$

Im Beispielkanon sind $a = 1$ und $k = 2$. Das ergibt

$$g(t) = \frac{t + 1}{2}$$

Mit dieser Formel wird die Zeitpunktfolge 2 3 5 9 17 nach links verlängert.⁶ Das ergibt: 1,5 2 3 5 9 17

Diese neue, nach links verlängerte Folge beginnt also mit einem nicht ganzzahligen Wert. Das hat diese Bedeutung: Am errechneten Zeitpunkt beginnt der Ton nicht, sondern dort klingt er nur weiter.

Weil zum Zeitpunkt 1,5 aber derselbe Ton erklingt wie zum Zeitpunkt 1, kann für die Zusammenklangsbeziehung statt der 1,5 genauso der kleinere, ganzzahlige Wert angenommen werden. Der exakte Wert 1,5 wird also auf den nächstkleineren ganzzahligen Wert 1 abgerundet. Statt eines unbetonten Achtels gilt das Viertel davor.

Deshalb wird zwischen der Zeitpunktfolge und der Zusammenklangsfolge unterschieden. Aus der Zeitpunktfolge 1,5 2 3 5 9 17 ergibt sich die Zusammenklangsfolge 1 2 3 5 9 17. Diese Überlegung wird für sämtliche Zeitpunktfolgen durchgeführt und außerdem auch noch für diejenigen geradzahligen Zeitpunkte, die selbst nicht mehr imitiert werden. Die Ergebnisse stehen hier:

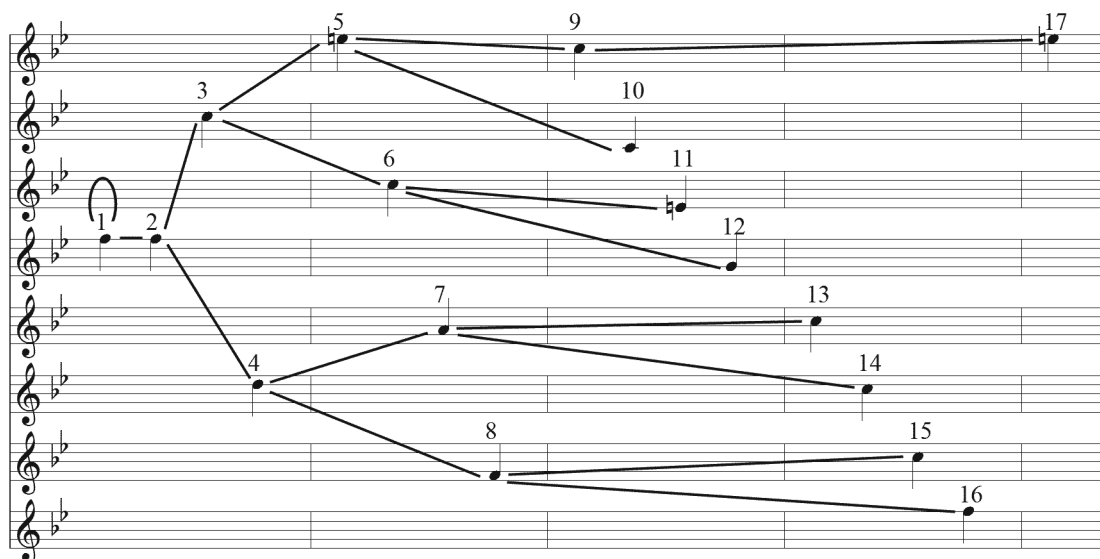
Zeitpunktfolge	Zusammenklangsfolge
1,5 2 3 5 9 17	1 2 3 5 9 17
2,5 4 7 13	2 4 7 13
3,5 6 11	3 6 11
4,5 8 15	4 8 15
5,5 10	5 10
6,5 12	6 12
7,5 14	7 14
8,5 16	8 16

Hier wird ein wichtiger Unterschied zwischen den Zeitpunktfolgen und den Zusammenklangsfolgen sichtbar. Ein bestimmter Zeitpunkt gehört immer nur einer einzigen Zeitpunktfolge an. Das ist bei den Zusammenklangsfolgen anders. Viele Zeitpunkte kommen in zwei verschiedenen Zusammenklangsfolgen vor. Die Zusammenklangsfolgen hängen sogar alle untereinander zusammen. Sie lassen sich zu einem zusammenhängenden⁷ Graphen zusammenfassen, und zwar so:

⁶ Die Verlängerung einer Folge nach links ist streng genommen die Konstruktion einer neuen Folge, bei der alle Glieder der ursprünglichen Folge um eine Position nach rechts verschoben werden und auf dem ersten Platz ein neues Glied hinzukommt.

⁷ Jungnickel S. 18.

7 Der Proportionskanon



Eine solche Darstellung eines Augmentationskanons wird im Folgenden als „Tongraph“ bezeichnet. Der Graph ist gerichtet,⁸ d. h. die Verbindungen sind alle von links nach rechts zu lesen. Außerdem ist er ein so genannter „Baum“.⁹ Er verzweigt sich von der „Wurzel“¹⁰ bis in die „Blätter“.¹¹ Der Achse entspricht die Schleife¹² beim Zeitpunkt 1. Die Fortschreitungen zwischen den verbundenen Tönen entsprechen den Regeln des Unteroktavkanons. Die möglichen Schritte sind die Prim, die Terz aufwärts, die Terz abwärts, die Quarte abwärts und andere Intervalle, die sich dadurch ergeben, dass die Zieltöne dieser Fortschreitungen um eine Oktave versetzt werden.

Was oben für die Zeitpunkfolge 2 3 5 9 17 gezeigt worden ist, gilt für jede Linie von der Wurzel bis zu einem Blatt. Stets ergibt sich ein korrekter Unteroktavkanon.

Wenn aus solch einem Tongraphen die Töne entfernt werden, bleibt ein Graph übrig, dessen Struktur nur noch von diesen Merkmalen abhängt: der Achse, dem Faktor und der Anzahl der Zeitpunkte. Er ist für alle Kanons gleich, bei denen diese Merkmale gleich sind. Solch ein reduzierter Graph wird „Zeitstrukturgraph“ genannt. Etwas Vergleichbares braucht man bei den gewöhnlichen Kanons nicht; denn bei ihnen ist die Zeitstruktur linear, anders bei den Proportionskanons: dort entspricht sie einem Graphen, und wenn beide Stimmen gleichzeitig beginnen, einem Baum.

⁸ Jungnickel S. 29.

⁹ Das ist ein kreisfreier zusammenhängender Graph. Siehe Jungnickel S. 19 f. Von der Schleife wird dabei abgesehen.

¹⁰ Jungnickel S. 30 f.

¹¹ Jungnickel S. 20.

¹² Jungnickel S. 20.

7.2 Durchgangsdissonanzen – Brahms, *Requiem*, „Ich will euch wiedersehen“

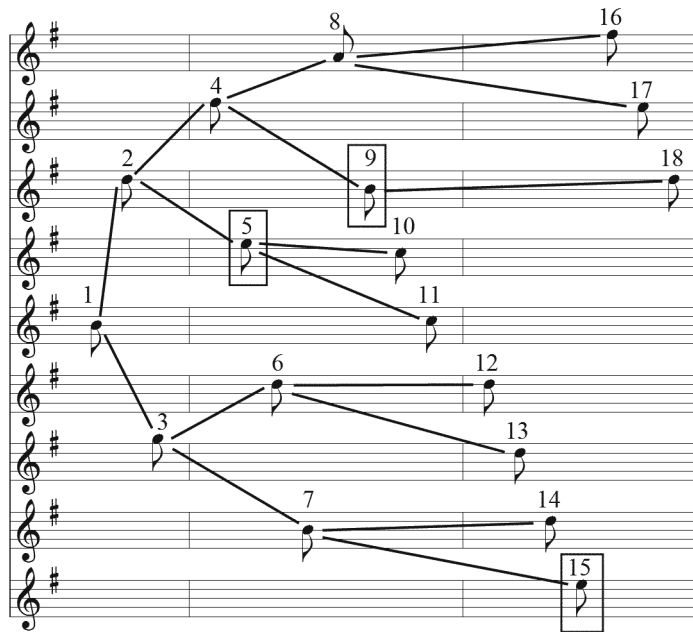
Im nicht augmentierten Kanon können in ein reguläres Gerüst Durchgangsdissonanzen eingefügt werden, und zwar ohne große Einschränkungen. Das ist im Augmentationskanon anders. Warum, wird in diesem Abschnitt aus Brahms' *Requiem* deutlich.¹³

0 1 2 3 | 4 5 6 7 8 9 10 11 | 12 13 14 15 16 17 18 |

Ich will euch trö - - sten, ich

f(0) f(1) f(2) f(3) f(4) f(5) f(6) f(7) f(8) f(9)

Der Faktor ist 2. Die Achse ist der Zeitpunkt vor dem ersten Ton. Der Tongraph sieht so aus:



Der Satz enthält drei Durchgangsdissonanzen. Sie sind im Graphen eingerahmt. Alle werden über Fortschreitungen erreicht, die im Unteroktavkanon zu Dissonanzen führen, die Sekunde aufwärts, die Quinte abwärts und die Quarte aufwärts. Wenn diese Töne

¹³ Brahms, *Requiem*, op. 45, fünfter Satz, „Ihr habt nun Traurigkeit“, T. 62.

im Tenor imitiert werden, sind sie keine Durchgänge mehr. Bildlich gesprochen, dürfen Durchgänge also nur nach links dissonieren, nach rechts aber nicht. Nach links stehen sie nämlich auf leichter Zeit, nach rechts jedoch auf schwerer. Deswegen können sie nach rechts auch keine Durchgänge sein. Deshalb wird das e auf dem Zeitpunkt 5 nach rechts jeweils um eine Terz abwärts weitergeführt, also um ein Intervall, das im Unteroktavkanon zu einer Konsonanz führt. Ähnlich ist es beim h zum Zeitpunkt 9.

Generell müssen also im Proportionskanon auch Durchgangsnoten in den Graphen aufgenommen werden, und zwar dann, wenn sie imitiert werden.

7.3 Umkehrung – Bach, *Kunst der Fuge*, Themenstruktur

Nach diesen Überlegungen geht es noch einmal um das Thema der *Kunst der Fuge*. Oben¹⁴ waren schon zwei Engführungsmöglichkeiten untersucht worden, die Engführung mit der Umkehrung im Abstand einer halben Note und die Engführung mit der geraden Bewegung im doppelten Abstand. Nun soll geklärt werden, warum sich das Thema noch für zwei weitere Engführungen eignet, für die Engführungen mit der augmentierten und mit der diminuierten Umkehrung.

Diese beiden Untersuchungen lassen sich zu einer einzigen zusammenfassen. Für die Engführung mit der diminuierten Umkehrung ist nämlich nur erforderlich, dass die Engführung mit der augmentierten Umkehrung als kompletter Satz umgekehrt werden kann. Warum das so ist, wird weiter unten erklärt. Der Kanon mit der diminuierten Umkehrung braucht also erst einmal nicht weiter beachtet zu werden.

Genauso wie im Proportionskanon in gerader Bewegung ist es im Proportionskanon in der Umkehrung: Die Fortschreitungsregeln gelten nicht für Töne im rhythmischen Einsatzabstand, sondern für aufeinander folgende Töne im Tongraphen. Es muss also der Tongraph für diesen Satz bestimmt werden:

Die Zeitachse ist 5, also die Mitte des Themas. Mit $k = 2$ und $a = 5$ ergeben sich die Rekursionsformeln

$$f(t) = 2t - 5$$

und

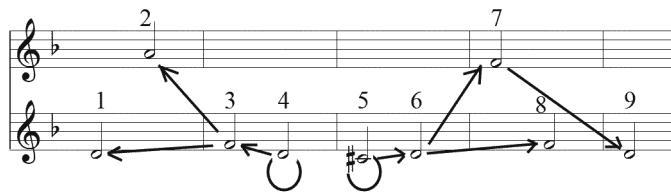
¹⁴ S. 186 für die Umkehrung und S. 206 für beide Möglichkeiten.

$$g(t) = \frac{t + 5}{2}$$

Das ergibt diese Zeitpunkt- und Zusammenklangsfolgen:

Zeitpunktfolge	Zusammenklangsfolge
3,5 2	3 2
4,5 4 3 1	4 4 3 1
5,5 6 7 9	5 6 7 9
6,5 8	6 8

Weil die Achse in der Mitte des Satzes liegt, beginnt die Augmentation vor der Originalgestalt und zum Zeitpunkt der Achse wird die Augmentation von der Originalgestalt überholt. Deswegen können sich spätere Glieder der Zeitpunktfolge auf frühere Zeitpunkte beziehen; so ist es z. B. beim Tenorton zum Zeitpunkt 3. Er wird im Sopran zum Zeitpunkt $f(3)$, also 1, imitiert. Das abgeleitete Ereignis, die Imitation des Tenortons, ereignet sich vor dem Ereignis, von dem es abgeleitet ist. Hier unterscheiden sich zeitliche Folge und Ableitungsfolge. Manche Verbindungen sind also von rechts nach links zu lesen. Deshalb ist die Richtung der Verbindungen mit Pfeilen angegeben. So ergibt sich dieser Graph:



Bis auf zwei Ausnahmen entsprechen sämtliche Verbindungen dem Basisgraphen zur Umkehrung, und zwar mit den Fortschreitungen, die zu unvollkommenen Konsonanzen oder Primen führen:¹⁵



Die beiden Ausnahmen sind die Schleifen an den Zeitpunkten 4 und 5. Die erste führt zu einer Quinte. Der Satz steht dann streng genommen nicht mehr im doppelten Kontrapunkt der Oktave, da sich bei der Oktavversetzung Quartan zum Bass ergeben können. Das hat Bach jedoch nicht grundsätzlich vermieden.¹⁶ Allerdings lässt sich wohl kaum vollständig klären, unter welchen Bedingungen er solche Quartan akzeptiert hat. Die Schleife bei *cis* führt zu dem Zusammenklang *cis-b*. Diese verminderte Septime ist satztechnisch korrekt, weil das *b* nach *a* aufgelöst wird.

¹⁵ S. 186

¹⁶ Bach, *Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus VI*, T. 48.

7 Der Proportionskanon

Hier wird erkennbar, warum sich die Umkehrung für einen Kanon mit dieser Zeitstruktur besonders gut eignet. Eine nahe liegende Alternative wäre die Imitation in einer geraden Bewegung mit einer vollkommenen Konsonanz als intervallischem Einsatzabstand. Dabei ergibt sich an den Zeitpunkten 4 und 5 jeweils der Zusammenklang des intervallischen Einsatzabstands. Die Töne an diesen Zeitpunkten müssen also gleich sein, sonst entstehen fehlerhafte Parallelen. In diesen beiden Sätzen wird das Problem deutlich:

Der Tongraph lässt sich so erweitern, dass daraus außerdem noch hervorgeht, warum das Thema auch in der nicht augmentierten Umkehrung eingeführt werden kann. Dazu wird ein Graph erstellt, der die Zusammenklängebeziehungen für beide Imitationsarten enthält; das Konzept des Zeitstrukturgraphen wird also auf den nicht augmentierten Kanon übertragen. Dort hängen immer diejenigen Zeitpunkte zusammen, die im rhythmischen Einsatzabstand aufeinander folgen. Der Graph dafür sieht so aus:

Nun werden beide Graphen zusammengesetzt:

Die dünnen Linien gehören zum nicht augmentierten Kanon, die dicken zum augmentierten. Hier wird deutlich, dass die Verbindungen dem Basisgraphen zur Umkehrung entsprechen, mit Ausnahme der beiden Schleifen.

Der Graph zeigt, wie die melodische Struktur des Themas mit seinen kontrapunktischen Möglichkeiten zusammenhängt, und zwar wird deutlich, warum das Gerüst in halben Noten in der einfachen und in der augmentierten Umkehrung eingeführt werden kann.

Außerdem lässt sich auch erkennen, warum das Thema in der geraden Bewegung im Abstand einer ganzen Note eingeführt werden kann. Es gibt ja nur zwei Verbindungen,

die zu einer Prim oder Oktave führen, die von 1 nach 2 und die von 7 nach 8. Da diese beiden Verbindungen nicht unmittelbar aufeinander folgen, können keine fehlerhaften Parallelen entstehen.¹⁷

Mit dem Graphen können jetzt zwei Fragen erörtert werden, die für die Konzeption des Themas interessant sind:

- Wie lässt sich die Verteilung der vollkommenen und unvollkommenen Konsonanzen erklären?

- Ist eine solche Konstruktion genauso gut mit Kanons in gerader Bewegung möglich?

Zur ersten Frage: Generell hat Bach die unvollkommenen Konsonanzen vorgezogen. Es ist jedoch kaum möglich, das Thema so zu schreiben, dass sich nur unvollkommene Konsonanzen ergeben. Die Zeitpunkte 1, 2 und 3 bilden ein Dreieck. Es gibt nur zwei Möglichkeiten, für die Ecken dieses Dreiecks Töne auszuwählen, sodass sich nur unvollkommene Konsonanzen ergeben: *e-e-h* oder *g-g-c*. Beides ist aber bei einem Fugenthema in d-Moll ausgeschlossen.

Mindestens eine Seite des Dreiecks entspricht also einer vollkommenen Konsonanz. In Bachs Thema ist es die Verbindung von 1 nach 2. Musikalisch ist das sinnvoll, weil das Thema dadurch mit der Folge von Grundton und Quinte beginnt.

Der Graph enthält noch zwei weitere solcher Dreiecke, und zwar bei 6, 7, 8 und 7, 8, 9. Hier ergibt jeweils die Verbindung von 7 und 8 eine vollkommene Konsonanz. Das ist deswegen günstig, weil das Problem so für zwei Dreiecke gleichzeitig gelöst wird.

Zur zweiten Frage: Es gibt noch einen weiteren Grund, warum die Umkehrung bei dieser Zeitstruktur besonders gut geeignet ist. Zwei Verbindungen müssen nämlich vorwärts und rückwärts regulär sein, die zwischen 2 und 3 und die zwischen 3 und 4. Beim Umkehrungskanon führen alle Verbindungen in beiden Richtungen immer zu demselben Zusammenklang. Deshalb ist die Umkehrung besonders gut geeignet. Ganz anders ist es z. B. beim Unterquintkanon. Dort gibt es nur eine einzige Fortschreitung, die vorwärts und rückwärts regulär ist, nämlich die Prim. Wegen des Parallelenverbots müsste auch noch zwischen 4 und 5 eine Prim stehen. An den Zeitpunkten 2, 3, 4 und 5 stünde also viermal derselbe Ton. Ein solcher Kanon wäre musikalisch unsinnig.

Damit ist gezeigt, warum sich das Gerüst aus halben Noten mit der augmentierten und mit der diminuierten Umkehrung engführen lässt. Diese Erklärung reicht für die Engführungen mit der punktierten Form des Themas. Die Engführung mit der *diminuierten* Umkehrung steht gleich am Beginn von *Contrapunctus VI*,¹⁸ der ersten Fuge, in der das Thema in verschiedenen rhythmischen Werten erscheint.

¹⁷ Siehe S. 186

¹⁸ Bach, *Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus VI*, T. 1.

7 Der Proportionskanon

The first system of the musical score consists of three staves. The top staff is in treble clef, the middle in alto clef, and the bottom in bass clef. The key signature has one flat (B-flat) and the time signature is common time (C). The music features a complex rhythmic pattern with many beamed notes and rests.

Die andere Version, die Engführung mit der *augmentierten* Umkehrung, steht weiter hinten.¹⁹

The second system of the musical score consists of six staves, arranged in two groups of three. The top group has staves in treble, alto, and bass clefs. The bottom group also has staves in treble, alto, and bass clefs. The key signature has one flat and the time signature is common time. The music continues with complex rhythmic patterns and includes a trill in the top staff of the second group.

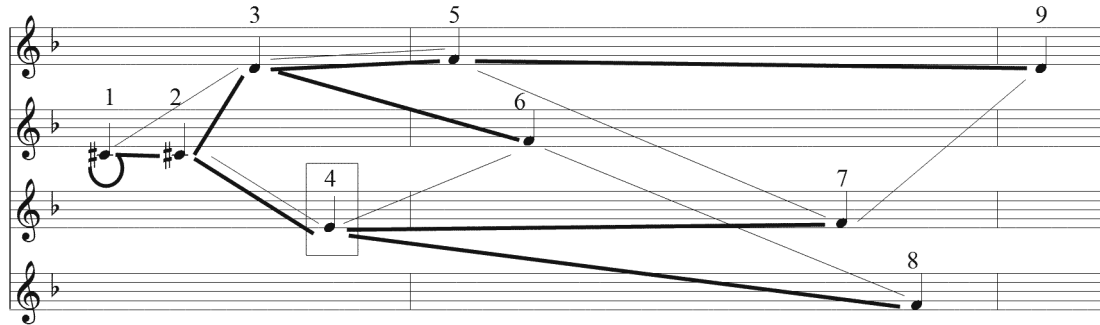
Die kontrapunktische Regularität dieser beiden Engführungen beruht nur auf dem Themengerüst aus halben Noten; denn die Durchgangstöne sind so kurz, dass sie kontrapunktisch irrelevant sind, auch in der Stimme mit den größeren Notenwerten. Das liegt an den Punktierungen und an der damaligen Aufführungspraxis. Die Punktierungen der größeren Notenwerte wurden rhythmisch an die Punktierungen der kleineren Notenwerte angeglichen, d. h. statt punktierter Viertel und Achtel wurden doppelt punktierte Viertel und Sechzehntel gespielt.²⁰

Diese Engführungen sind aber nicht nur mit der punktierten Form des Themas möglich, sondern auch mit der Originalform. Um das zu erklären, werden die kürzeren Notenwerte berücksichtigt. Dazu wird der Graph erweitert, allerdings nur der für die zweite Hälfte

¹⁹ Bach, *Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus VI*, T. 35

²⁰ Quantz S. 58.

des Themas. Die kürzeren Werte werden dadurch erfasst, dass die Zeitpunkte in Vierteln gezählt werden. Dann ergibt sich dieser Graph:



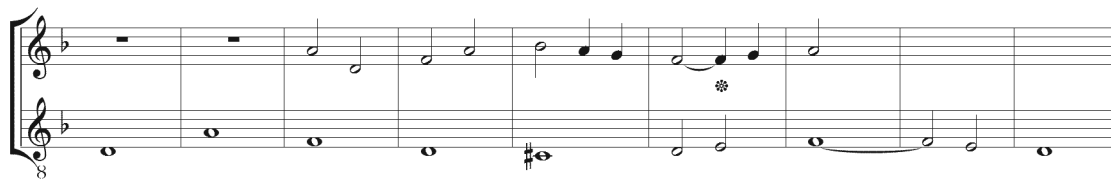
Dieser Graph enthält einige Verbindungen, die zu Dissonanzen führen. Für die Verbindung von 1 nach 2 gilt dasselbe wie für die Schleife bei 1. Die verminderte Septime, die dadurch entsteht, ist korrekt, weil sie korrekt aufgelöst wird. Die Verbindung von 2 nach 4 braucht nicht zu interessieren, weil 4 als Durchgang aufgefasst wird. Dasselbe gilt für die Verbindung von 4 nach 6. Sie betrifft nur die nicht augmentierten Kanons. In denen gilt das *e* beim Zeitpunkt 4 jedoch in beide Richtungen als Durchgang.

Schwierig sind die Verbindungen vom *e* beim Zeitpunkt 4 zum *f* bei den Zeitpunkten 7 und 8. Hier entsteht eine Dissonanz, die nicht als Durchgang aufgefasst werden kann, sondern nur als Vorhalt. Damit aber die Auffassung als Vorhalt möglich ist, muss in die Originalmelodie ein *e* als Auflösungsston eingefügt werden. Die einfachste Lösung bestände darin, das *f* zum Zeitpunkt 8 durch ein *e* zu ersetzen. Im Hinblick auf die nicht augmentierte Imitation wäre dieses *e* zum Zeitpunkt 8 ein Durchgang und im Hinblick auf die augmentierte wäre es die korrekte Auflösung eines Vorhalts. Dabei entsteht dieser Satz:



Nun lässt sich auch die letzte Engführungsmöglichkeit klären, die oben erwähnt worden ist, die Engführung mit der diminuierten Umkehrung. Sie entsteht, wenn die Engführung mit der augmentierten Umkehrung als kompletter Satz umgekehrt wird. Aus der augmentierten Umkehrung wird das augmentierte Original und aus dem Original die Umkehrung. Beide Stimmen stehen zueinander in demselben Verhältnis wie Original und diminuierte Umkehrung, nur mit doppelten Notenwerten. Eine solche Umkehrung des kompletten Kanons ist aber mit der letzten Fassung nicht möglich. Dabei entsteht nämlich dieser Satz:

7 Der Proportionskanon

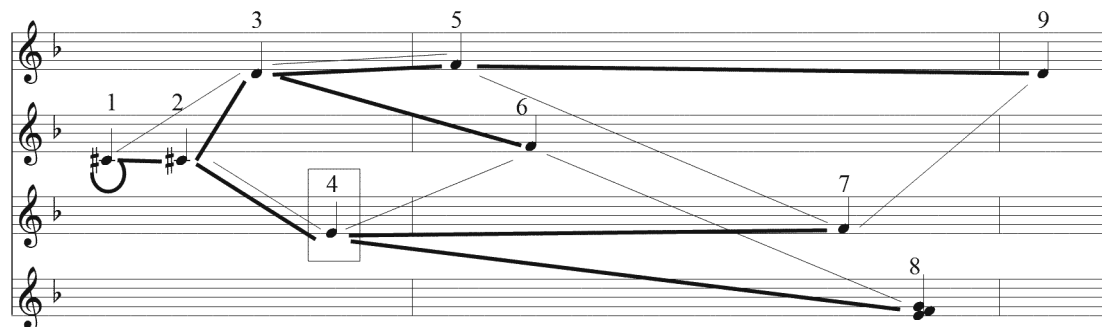


Hier wird der Vorhalt nicht richtig aufgelöst. Aus der korrekten Auflösung nach unten wird eine satztechnisch falsche Auflösung nach oben.

Dieses Problem verschwindet durch die verzierte Auflösung des Vorhalts im Original. Dadurch erscheinen nach dem *f* sowohl *g* als auch *e*. So entsteht in beiden Versionen eine korrekte Auflösung des Vorhalts nach unten. Sie erscheint nur in der einen Version auf der zweiten Achtel, in der anderen auf der vierten.



Für den Tongraphen heißt das, dass der Ton zum Zeitpunkt 8 wahlweise als *e*, *f* und *g* aufgefasst werden kann. Das lässt sich durch einen Mehrklang abbilden, z. B. so:



Damit ist gezeigt, inwiefern das Thema der *Kunst der Fuge* auch in der Originalform ohne die Punktierungen die Bedingungen für diese vier Engführungen erfüllt: den Umkehrkanon in augmentierter, nicht augmentierter und diminuierter Form und den Kanon in der geraden Bewegung.

Selbstverständlich gibt es noch weitere Engführungsmöglichkeiten, aber es würde viel zu weit führen, sie alle zu untersuchen. Außerdem sind dazu andere Untersuchungsmethoden notwendig, Algorithmen, mit denen sich Kombinationen von vorgegebenen Themen finden lassen. Damit geht es jetzt weiter.

8 Der zweistimmige Kanon

8.1 Das Hilfstonverfahren

8.1.1 Der Weg zum Hilfstonverfahren

Wie findet man zu einem gegebenen Thema die möglichen Imitationen? Theoretisch lassen sich sämtliche regulären Imitationen so finden: Erst werden sämtliche Imitationen konstruiert und anschließend werden aus diesen die regulären herausgesucht. Das dauert lange und führt fast zwangsläufig zu Fehlern. Zum Glück ist es auch nicht nötig. Denn für die Lösung dieses Problems gibt es einen Algorithmus, das „Hilfstonverfahren“. Zuerst wird dargestellt, wie es gefunden worden ist. Danach wird es bewiesen.

Um einen Kanon in einem bestimmten rhythmischen Einsatzabstand zu finden, wird in diesem rhythmischen Einsatzabstand ein Kanon mit einem beliebigen intervallischen Einsatzabstand geschrieben. Der Einfachheit halber werde die Oktave gewählt. Dabei wird keine Rücksicht auf satztechnische Korrektheit genommen. Es können also Dissonanzen und falsche Parallelen auftreten. Wegen dieser möglichen Regelverstöße wird der Satz „abstrakter Kanon“ genannt. Die Intervalle, die sich dabei zwischen den beiden Stimmen ergeben, stehen in Zahlen unter den zweistimmigen Satz.

c^1	d^1	f^1	e^1	d^1	c^1	
	c	d	f	e	d	c
	9	10	7	7	7	

Wenn die nachahmende Stimme auf einem anderen Ton beginnt, ändert sich das Schema, z. B. so:

c^1	d^1	f^1	e^1	d^1	c^1	
	d	e	g	f	e	d
	8	9	6	6	6	

Bei einem anderen Einsatzton entsteht also eine Zahlenfolge, deren Glieder um einen konstanten Betrag von den entsprechenden Gliedern der ursprünglichen Folge verschieden sind. Im Beispiel sind sie alle um eins kleiner.

Für die Suche nach einem Kanon, in dem nur Konsonanzen vorkommen, stellt sich die Frage, ob es einen Einsatzton gibt, bei dem sämtliche Zahlen konsonanten Intervallen entsprechen. Genauso gut kann untersucht werden, ob es eine Zahl gibt, deren Addition zu sämtlichen Zahlen der unteren Reihe dazu führt, dass lauter Zahlen entstehen, die konsonanten Intervallen entsprechen. Dies ist natürlich nicht gut zu erkennen, weil Zahlen musikalisch nicht aussagekräftig sind. Sie lassen sich aber durch Töne symbolisieren,

8 Der zweistimmige Kanon

werden also gleichsam in Töne rückübersetzt. Dazu werden die Intervalle, die durch die Zahlen bezeichnet sind, jeweils über dem Ton errichtet, mit dem die zweite Stimme begonnen hatte, im Beispiel also über dem *c* und dem *d*. Die so konstruierten Töne werden „Hilfstöne“ genannt. Sie stehen fett gedruckt im folgenden Schema in der zweiten Zeile von unten.

c^1	d^1	f^1	e^1	d^1	c^1	
	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
	9	10	7	7	7	
	d^1	e^1	h	h	h	
	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	

Diese Hilfstöne sind erstaunlicherweise unabhängig von dem Einsatzton der zweiten Stimme. Wenn der abstrakte Kanon mit einem anderen intervallischen Einsatzabstand gebildet wird, ergeben sich dieselben Hilfstöne. Das zeigt die Erweiterung des zweiten Beispiels.

c^1	d^1	f^1	e^1	d^1	c^1	
	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>g</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>d</i>
	8	9	6	6	6	
	d^1	e^1	h	h	h	
	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	

In beiden Fällen sind die fett gedruckten Töne gleich. Um herauszufinden, ob eine vollständig konsonante Imitation zu dem gegebenen Cantus firmus existiert, wird untersucht, ob es Töne gibt, die zu sämtlichen Hilfstönen konsonant sind. Das sind *g* und *h*¹. Auf diesen Tönen kann die nachahmende Stimme einsetzen, ohne dass es Dissonanzen gibt. Diese Töne werden „Einsatztöne“ genannt.

Wenn der abstrakte Kanon von *g* aus gebildet wird, ergibt sich dieses Schema:

c^1	d^1	f^1	e^1	d^1	c^1	
	<i>g</i>	<i>a</i>	c^1	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>g</i>
	5	6	3	3	3	
	d^1	e^1	h	h	h	
	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	

Offensichtlich bilden die beiden oberen Zeilen einen korrekten Unterquartkanon. In Noten sieht er so aus:

Dabei gleichen die Intervalle zwischen erster und zweiter Stimme jeweils den darunter stehenden Intervallen zwischen dem Einsatzton und den Hilfstönen.

Von dem Einsatzton h^1 aus ergibt sich ein Oberseptkanon. Das Schema muss hierzu etwas abgewandelt werden, weil die nachahmende Stimme über dem Cantus firmus liegt. In diesem Fall ergeben sich die bekannten Hilfstöne, wenn sie um das betreffende Intervall *unterhalb* des Einsatztons liegen.

	h^1	c^2	e^2	d^2	c^2	h^1
c^1	d^1	f^1	e^1	d^1	c^1	
	6	5	8	8	8	
	h^1	h^1	h^1	h^1	h^1	
	d¹	e¹	h	h	h	

Wie das letzte Beispiel zeigt, führt das Verfahren zu Tonsätzen, die ausschließlich aus Konsonanzen bestehen. Dabei können fehlerhafte Parallelen auftreten. Der gefundene Satz muss also stets noch geprüft werden. Insofern ist das Verfahren unvollständig. Es liefert notwendige Bedingungen, aber noch keine hinreichenden.

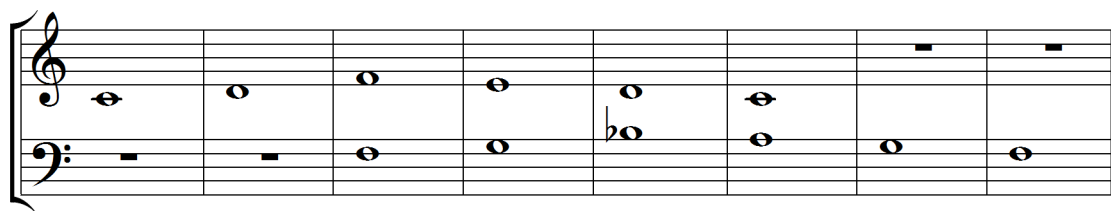
Die Hilfstöne lassen sich so ermitteln:

- Es wird ein abstrakter Kanon im gewünschten rhythmischen Einsatzabstand geschrieben. Dabei ist gleichgültig, mit welchem Ton die zweite Stimme beginnt.
- Die Intervalle zwischen erster und zweiter Stimme werden in Ziffern unter den Satz geschrieben.
- Die Folge der Hilfstöne wird gebildet, indem die Intervalle des abstrakten Kanons über dem Einsatzton der zweiten Stimme errichtet werden. Falls die zweite Stimme über der ersten liegt, liegen die Hilfstöne unter dem Einsatzton der zweiten und umgekehrt.
- Es werden diejenigen Töne bestimmt, die zu sämtlichen Hilfstönen konsonieren. Für diese Töne gilt: Ein Kanon, bei dem die zweite Stimme auf einem dieser Töne einsetzt, besteht ausschließlich aus Konsonanzen.

Das Verfahren funktioniert auch für Kanons im Abstand von zwei, drei oder vier Tönen. Für den Abstand 2 ergibt sich dieses Schema:

c^1	d^1	f^1	e^1	d^1	c^1		
		c	d	f	e	d	c
		11	9	6	6		
		f¹	d¹	a	a		
		c	c	c	c		

Als Einsatztöne kommen also nur die zu f^1 , d^1 und a konsonanten Töne in Frage, also d , f , f^1 , a^1 . Für f ergibt sich dieser Kanon:



Wenn alle Einsatzmöglichkeiten für eine imitierende Stimme bestimmt werden sollen, müssen dementsprechend auch die Hilfstöne für sämtliche rhythmischen Einsatzabstände bestimmt werden. Erstaunlicherweise ist das sogar einfacher. Um das zu zeigen, werden die Einzelergebnisse für sämtliche rhythmischen Einsatzabstände zusammengestellt:

c^1	d^1	f^1	e^1	d^1	c^1
c^1					
c^1	d^1				
c^1	e^1	f^1			
c^1	h	d^1	e^1		
c^1	h	a	c^1	d^1	
c^1	h	a	g	h	c^1

Hier sind spaltenweise die Hilfstöne für die verschiedenen rhythmischen Einsatzabstände eingetragen. Ganz links steht die Spalte für den Abstand 0. Dann folgen von links nach rechts die Spalten mit dem jeweils um eins größeren Abstand. In den Zeilen stehen die Hilfstöne für einen bestimmten Ton der ersten Stimme, in der ersten Zeile für den ersten Ton der ersten Stimme, in der zweiten für den zweiten usw. Hier wird der Zusammenhang zwischen dem Cantus firmus und den Hilfstönen deutlich. Offensichtlich steht der originale Cantus firmus in der Diagonale von links oben nach rechts unten. Wenn die Zeilen von rechts nach links gelesen werden, so wird die Umkehrung des Cantus firmus erkennbar.

Dieser Zusammenhang ist überraschend. Allerdings ist er wohl auch bei längerem Nachdenken kaum verständlich. Er lässt sich offenbar nicht recht anschaulich machen. So schwer es auch scheint, die gefundene Beobachtung als Gesetzmäßigkeit zu akzeptieren, so leicht ist es, sich von ihrer Gültigkeit zu überzeugen. Ganz gleich, auf welche Cantus firmi das Verfahren angewandt wird, immer ergibt sich in der Diagonale die Originalmelodie und in den Zeilen die Krebsumkehrung. Warum das so ist, wird im Folgenden deutlich.¹

8.1.2 Die Begründung des Hilfstonverfahrens

Weil es besser verständlich ist, werden die Überlegungen erst für den allgemeinen Fall des Quodlibets durchgeführt, also die Kombination von zwei verschiedenen Melodien. Anschließend wird das Ergebnis auf den speziellen Fall des Kanons übertragen. Dazu sind

¹ Ein formaler Beweis steht unten auf S. 318 ff.

noch einige Voraussetzungen nötig. Die erste wird als „Parallelitätslemma“ bezeichnet. Worum es dabei geht, wird hier deutlich:

An den Zeitpunkten A und B erklingen Sexten. Von A nach B bewegen sich beide Stimmen um eine Sekunde aufwärts. Die Zusammenklänge sind identisch und ebenso die Fortschreitungen. Außerdem wird aus dem Beispiel deutlich, dass diese Gesetzmäßigkeit unabhängig davon ist, welche Töne in den Stimmen zwischen A und B erklingen. Hier muss also keine Parallelbewegung vorliegen.

Das Parallelitätslemma lässt sich so formulieren:

Gleiche Zusammenklänge zweier Stimmen an verschiedenen Zeitpunkten implizieren gleiche Fortschreitungen zwischen den Zeitpunkten. Gleiche Fortschreitungen zweier Stimmen zwischen verschiedenen Zeitpunkten implizieren gleiche Zusammenklänge an den Zeitpunkten.

Eine weitere Voraussetzung ist diese: Das intervallische Verhältnis von zwei Tönen ist in Größe und Richtung identisch mit dem intervallischen Verhältnis ihrer Abbilder in der Krebsumkehrung. Diese Gesetzmäßigkeit wird „Krebsumkehrungslemma“ genannt. Es wird hier deutlich:

8 Der zweistimmige Kanon

Im oberen System steht die Krebsumkehrung der Tonfolge aus dem unteren System. Unten sind zwei Töne mit P und Q bezeichnet, ihre Abbilder oben entsprechend mit P' und Q'. Das Intervall vom früheren zum späteren Ton ist in beiden Fällen eine Sekunde aufwärts, also dasselbe intervallische Verhältnis. Krebs und Umkehrung jeweils für sich allein würden die Richtung des Intervalls ändern. Beide Spiegelungen zusammen heben sich jedoch auf.

Nun zur Kombination von zwei gegebenen Themen. Sie werden als Thema I und Thema II bezeichnet. In diesem Notenbeispiel sind zwei Takte speziell gekennzeichnet.

The diagram illustrates the relationship between three musical systems over two measures: 'Einsatztakt' (first measure) and 'Bezugstakt' (second measure).
 - **Thema I** (top system): Shows a sequence of notes. In the 'Bezugstakt', the note is labeled 'P'.
 - **Rückdrehung** (middle system): Shows a rest in the 'Einsatztakt' and a note in the 'Bezugstakt' that is an octave higher than the corresponding note in Thema I. The interval between the 'Einsatztakt' rest and the 'Bezugstakt' note is labeled 'Oktave'. The interval between this note and the 'Bezugstakt' note of Thema I is labeled 'identisch'. The interval between this note and the 'Bezugstakt' note of Thema II is labeled 'Q'-Terz abw.'.
 - **Thema II** (bottom system): Shows a rest in the 'Einsatztakt' and a note in the 'Bezugstakt'. The interval between the 'Einsatztakt' rest and the 'Bezugstakt' note is labeled 'Oktave'. The interval between this note and the 'Bezugstakt' note of Thema I is labeled 'P'-Terz abw.'. The interval between this note and the 'Bezugstakt' note of Thema II is labeled 'Oktave'.

„Einsatztakt“ ist der Takt, in dem der Cantus firmus II einsetzt. „Bezugstakt“ ist derjenige Takt, für den untersucht werden soll, ob ein reguläres Intervallverhältnis vorliegt. Zwischen den beiden Systemen mit den Themen enthält das Notenbeispiel noch ein drittes, kleineres System mit der Bezeichnung „Rückdrehung“. Der Ausdruck bezeichnet eine bestimmte Krebsumkehrung von Thema II, und zwar diejenige, die im Bezugstakt auf dem Ton von Thema I endet. Die Rückdrehung erklingt nicht, sondern dient nur zum Beweis. Hier gilt dieser Zusammenhang: Das intervallische Verhältnis von Thema II im Einsatztakt zu Thema II im Bezugstakt ist wegen des Krebsumkehrungslemmas identisch mit dem Verhältnis von Rückdrehung im Einsatztakt und Rückdrehung im Bezugstakt. Im Beispiel bewegen sich beide Stimmen eine Terz abwärts. Die Rückdrehung und Thema II haben also vom Einsatztakt zum Bezugstakt dieselbe Fortschreitung. Wegen des Parallelitätslemmas folgt daraus: Der Zusammenklang von Rückdrehung und Thema II im Einsatztakt ist identisch mit dem Zusammenklang zwischen Rückdrehung und Thema II im Bezugstakt. Die Rückdrehung im Bezugstakt hat aber definitionsgemäß denselben Ton wie Thema I. Deswegen ist das Intervall zwischen Rückdrehung und Thema II im Einsatztakt identisch mit dem Intervall zwischen Thema I und Thema II im Bezugstakt. Da die Rückdrehung nicht von der originalen Tonhöhe von Thema II abhängt, bleibt die Identität der drei speziell bezeichneten Simultanintervalle auch bei einer Versetzung von Thema II erhalten.

Hier setzt Thema II im Einsatztakt auf *f* ein. Dadurch ändert sich die Rückdrehung nicht. Wo oben eine Oktave stand, steht jetzt eine Sexte.

Der Ton, der im Beispiel mit Q' bezeichnet ist, das d^2 , steht also zum Einsatzton von Thema II in demselben Intervallverhältnis wie Thema I zu Thema II im Bezugstakt. Ein Ton mit dieser Eigenschaft wird „Hilfston“ genannt. Im Beispiel ist also d^2 der Hilfston für den vierten Takt beim Einsatz im zweiten Takt.

Allgemein gilt: Ein Hilfston zu einem Einsatztakt und einem Bezugstakt ist der Ton der Rückdrehung im Einsatztakt. Die Bezeichnung „Hilfston“ wurde gewählt, weil die Hilfstöne dabei helfen, die regulären Einsätze zu finden. Wenn nämlich bekannt ist, dass der Hilfston für den vierten Takt beim Einsatz im zweiten d^2 ist, dann folgt daraus, dass bei einem Einsatz mit d^1 im zweiten Takt im vierten Takt eine Oktave als Zusammenklang der beiden Themen entsteht. Es wird also möglich, den Zusammenklang der beiden Themen zu erkennen, ohne den zweistimmigen Satz auszuführen.

Um beurteilen zu können, ob eine bestimmte Kombination der beiden Themen regulär ist, müssen alle entstehenden Zusammenklänge bekannt sein. Für das Beispiel müssen dann insgesamt drei Hilfstöne bestimmt werden, nicht nur der Hilfston für den vierten Takt als Bezugstakt, sondern auch die Hilfstöne für den zweiten und den dritten Takt als Bezugstakt. Deswegen enthält das folgende Notenbeispiel zusätzlich die entsprechenden Rückdrehungen, im zweiten System für den zweiten Takt als Bezugstakt, im dritten für den dritten usw. Dabei ist der Bezugstakt der Rückdrehungen jeweils der Takt, in dem die Rückdrehung endet. Das folgt aus der Definition.

8 Der zweistimmige Kanon

Th. I

Rd.

Rd.

Rd.

Th. II

Der Einsatzton von Thema II steht zu den Hilfstönen darüber der Reihe nach im Verhältnis einer Quinte, einer Dezime und einer Oktave. Diese Intervalle ergeben sich auch als Zusammenklänge im Quodlibet vom zweiten bis zum vierten Takt. Hier wird der wesentliche Vorteil der Hilfstöne sichtbar:

Die Intervalle zwischen den Themen entsprechen den Intervallen zwischen dem Einsatzton von Thema II und den Hilfstönen.

Auch hier gilt: Wenn Thema II nicht mit d^1 einsetzt, sondern mit f^1 , ergeben sich die Intervalle Terz, Oktave und Sexte, und zwar sowohl zwischen Einsatzton und den drei darüber stehenden Hilfstönen als auch zwischen den beiden Themen.

Um einen Überblick über sämtliche möglichen Einsätze von Thema II zu finden, werden sämtliche Hilfstöne bestimmt. Das sieht dann so aus:

Th. I

Rd.

Rd.

Rd.

Rd.

Rd.

Rd.

Hier stehen die Hilfstöne für sämtliche Kombinationen der beiden Themen. Es gibt also zu jedem Paar aus einem *Einsatztakt* und einem *Bezugstakt* einen Ton, der zum Einsatzton von Thema II in demselben Intervallverhältnis steht wie Thema I zum Thema II im Bezugstakt. Eine solche Aufstellung wird „Hilfstonschema“ genannt. Das Verfahren wird als „Hilfstonverfahren“ bezeichnet.

Das Hilfstonschema enthält sämtliche Bedingungen für einen vollständig konsonanten Satz, und zwar gilt:

Ein zweistimmiger Satz aus Thema I und Thema II besteht genau dann ausschließlich aus Konsonanzen, wenn der Einsatzton von Thema II zu sämtlichen Hilfstönen des Einsatztaktes konsoniert. Die Folge der Zusammenklänge des zweistimmigen Satzes ist identisch mit der Folge der Zusammenklänge zwischen Einsatzton von Thema II und den Hilfstönen der betreffenden Spalte, von oben nach unten gelesen.

Mit solch einem Schema können also die regulären Kombinationen der beiden Themen schnell und vollständig gefunden werden. Aus Platzgründen wird das Notenbeispiel in eine Tabelle übertragen.

Thema I			g^1	a^1	c^2	h^1	a^1	g^1
Hilfstöne	h^1	c^2	g^1					
		c^2	d^2	a^1				
			e^2	f^2	c^2			
				d^2	e^2	h^1		
					c^2	d^2	a^1	
						h^1	c^2	g^1
Töne, die zu sämtlichen Hilfstönen ihres Einsatztaktes konsonieren	$h d e$ $f g$	$c e f$ $g a$	$g h$	$d f a$	$a c e$ g	$g h d$ f	$f a c$ e	$c d e$ $g h$

Im Allgemeinen ist diese Tabellendarstellung wesentlich übersichtlicher und sie spart Platz. Deshalb wird sie im Folgenden meist vorgezogen.

In der ersten Zeile steht Thema I, darunter stehen die Hilfstöne. Sie sind so angeordnet wie im Notenbeispiel. In den Zeilen stehen die Rückdrehungen. Bezugstakt ist dabei jeweils derjenige Takt, in dem der letzte Ton der Zeile steht. Das heißt: sämtliche Hilfstöne einer Zeile haben denselben Bezugstakt. In den Spalten stehen untereinander die Hilfstöne für den Einsatz in dem betreffenden Takt. Das heißt, sämtliche Hilfstöne einer Spalte beziehen sich auf denselben Einsatztakt.

Auf den Diagonalen von links oben nach rechts unten steht Thema I, ganz rechts in der originalen Tonhöhe, links davon in unterschiedlichen Versetzungen.

Die unterste Zeile ist neu. Hier sind die Töne eingetragen, die zu sämtlichen Hilfstönen für ihren Einsatztakt konsonieren. Nur mit diesen Tönen kann Thema II in dem betreffenden Takt einsetzen; denn nur dann entsteht ein Satz aus lauter Konsonanzen.

Im Beispiel sind auch Quartan als Konsonanzen aufgefasst. Das ist im Satz mit mehr als zwei Stimmen möglich. Allerdings ergeben sich in einem Fall Parallelen. Wie sich so etwas vermeiden lässt, wird weiter unten erklärt.

Das Hilfstonschema wird also so konstruiert:

- In der ersten Zeile wird Thema I so eingetragen, dass es mit der letzten Spalte schließt.
- Auf der von links oben nach rechts unten verlaufenden Diagonale, die unter dem Anfangston von Thema I beginnt, wird ebenfalls Thema I eingetragen.
- Ausgehend von den Tönen der Diagonale werden die Rückdrehungen in den Zeilen eingetragen, also die Krebsumkehrungen von Thema II. Dabei ist es am einfachsten, mit der untersten Zeile zu beginnen und die Umkehrung von rechts nach links einzutragen. Von links nach rechts gelesen, ist es dann die Krebsumkehrung.²

In den Spalten ergeben sich die Hilfstöne für die einzelnen rhythmischen Einsatzabstände. Wie mit diesem Schema Kombinationen konstruiert werden, zeigt ein Beispiel. So sollen z. B. die möglichen Einsätze im dritten Takt von Thema I bestimmt werden. Aus dem Hilfstonschema geht hervor, dass die Einsatzöne zu c^2 und e^2 konsonieren müssen. Dies sind a , c , e und g . Die Sätze dazu sind diese:

Von diesen vier Lösungen lassen sich alle übrigen durch Oktavversetzungen ableiten.³

8.1.3 Spezialfall Kanon

Mit dem Hilfstonverfahren lassen sich alle Kanons finden, die mit einer bestimmten Melodie möglich sind. Ein Kanon lässt sich nämlich als Quodlibet aus zwei identischen

² Der Beginn von unten ist deswegen vorzuziehen, weil dann gleich bei der ersten Zeile die Umkehrung von Thema II auswendig gelernt werden kann und bei den folgenden, darüber stehenden Zeilen nur eine verkürzte Version eintragen werden muss.

³ Dabei gibt es allerdings noch Einschränkungen. Im ersten und vierten Fall dürfen die Stimmen beim zweistimmigen Satz nicht vertauscht werden.

Themen auffassen. Unter dieser Voraussetzung wird das Hilfstonverfahren auf den Kanon übertragen. Dabei wird die Rückdrehung nicht von einem zweiten Thema gebildet, sondern ebenfalls von dem einzigen, vorgegebenen Thema. Für die Melodie von oben ergibt sich dieses Hilfstonschema:

Thema						g^1	a^1	c^2	h^1	a^1	g^1
Hilfstöne	g^1	f^1	e^1	d^1	f^1	g^1					
		a^1	g^1	f^1	e^1	g^1	a^1				
			c^2	h^1	a^1	g^1	h^1	c^2			
				h^1	a^1	g^1	f^1	a^1	h^1		
					a^1	g^1	f^1	e^1	g^1	a^1	
						g^1	f^1	e^1	d^1	f^1	g^1

Diese Tabelle kann man sogar noch verkleinern. Es ist nämlich egal, ob Thema II vor Thema I einsetzt oder danach; denn die Themen sind identisch. So entspricht z. B. eine Vorimitation um einen Takt in der Unterquinte einer Nachimitation um einen Takt in der Oberquinte. Die Sätze, die dabei entstehen, sind nur Versetzungen voneinander. Die Spalten für die Vorimitation können also aus dem Hilfstonschema entfernt werden. Dann entsteht diese einfachere Version:

Thema	g^1	a^1	c^2	h^1	a^1	g^1
Hilfstöne	g^1					
	g^1	a^1				
	g^1	h^1	c^2			
	g^1	f^1	a^1	h^1		
	g^1	f^1	e^1	g^1	a^1	
	g^1	f^1	e^1	d^1	f^1	g^1
Töne, die zu sämtlichen Hilfstönen ihres Einsatztaktes konsonieren	$g h c d e$	$d f$	$c e a$	$d g h$	$c d f a$	$c d e g h$

Hier wird eine Gesetzmäßigkeit deutlich, die für den Kanon typisch ist:

Der Hilfston für jeden beliebigen Bezugstakt ist beim Einsatz im ersten Takt immer der erste Ton des Themas.

Dies lässt sich mit Hilfe des Krebsumkehrungslemmas einsehen.

Die Töne Q und P' sind definitionsgemäß identisch, da die Rückdrehung immer mit dem entsprechenden Ton von Thema I im Bezugstakt schließt. Außerdem ist die Rückdrehung im Falle des Kanons die Krebsumkehrung von Thema I, da es keine verschiedenen Themen gibt, – oder anders ausgedrückt – da die beiden Themen des Quodlibets identisch sind. Deswegen kann das Krebsumkehrungslemma angewandt werden und nach dem Krebsumkehrungslemma ist das Intervall zwischen P' und Q identisch mit dem Intervall zwischen P und Q'. Weil P' und Q identisch sind, folgt daraus, dass P und Q' auch identisch sind. Damit ist die Feststellung von oben bewiesen.

Bei den Kanons zu einer Melodie gibt es zwei triviale Fälle:

- Beide Stimmen setzen gleichzeitig ein.
- Die zweite Stimme setzt mit dem Schlussston der ersten ein.

Im ersten Fall entsteht eine Parallelführung, im zweiten eine Verschränkung. Die entsprechenden Sätze sind zwar strukturell Kanons, aber sie wirken nicht so. Deshalb sind sie für die Analyse häufig uninteressant. Dann werden die Einsatztöne gar nicht erst bestimmt und im Hilfstonschema steht in der Zeile der Einsatztöne in der ersten Spalte ein ‚P‘ für „Parallelführung“ und in der letzten ein ‚V‘ für „Verschränkung“.

Die Identität des ersten Tons von Thema I und des Hilfstons für den Einsatz im ersten Takt ist sogar ganz nützlich. So lässt sich überprüfen, ob bei der Bildung der Rückdrehungen Fehler unterlaufen sind.

Ganz allgemein wird das Hilfstonschema zu einem gegebenen Thema so konstruiert:

- In der ersten Zeile wird das Thema eingetragen.
- Auf der von links oben nach rechts unten verlaufenden Diagonale wird ebenfalls das Thema eingetragen.
- Ausgehend von den Tönen der Diagonale werden die Rückdrehungen in den Zeilen eingetragen. Dabei ist es am einfachsten, mit der untersten Zeile zu beginnen. Die Rückdrehung endet im Anfangstakt des Themas. Zur Kontrolle dient die Identität zwischen Hilfston im ersten Takt und Anfangston des Themas.

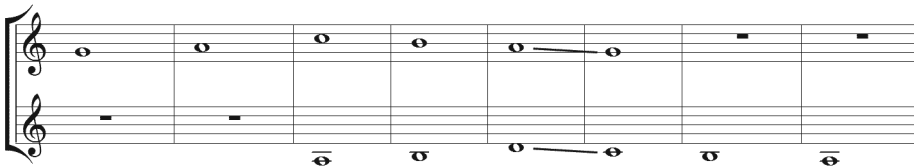
In den Spalten ergeben sich dann die Hilfstöne für die einzelnen rhythmischen Einsatzabstände.

8.1.4 Parallelenvermeidung

Ein satztechnisches Problem ist die Einhaltung des Parallelenverbots. Das Hilfstonverfahren sorgt nur dafür, dass die gefundenen Imitationen aus Konsonanzen bestehen. Damit ist jedoch noch nicht sicher, dass der Satz insgesamt regulär ist. Es können nämlich Parallelen auftreten. Dies lässt sich am Beispiel von oben zeigen. Hier steht noch einmal das Hilfstonschema:

Thema	g^1	a^1	c^2	h^1	a^1	g^1
Hilfstöne	g^1					
	g^1	a^1				
	g^1	h^1	c^2			
	g^1	f^1	a^1	h^1		
	g^1	f^1	e^1	g^1	a^1	
	g^1	f^1	e^1	d^1	f^1	g^1
Töne, die zu sämtlichen Hilfstönen ihres Einsatztaktes konsonieren	$g\ h\ c\ d$ e	$d\ f$	$c\ e\ a$	$d\ g\ h$	$c\ d\ f\ a$	$c\ d\ e\ g$ h

Die Hilfstöne für den Einsatz im dritten Takt sind c^2 , a^1 und zweimal e^1 . Zu allen Tönen konsoniert a . Das ergibt diesen Kanon:

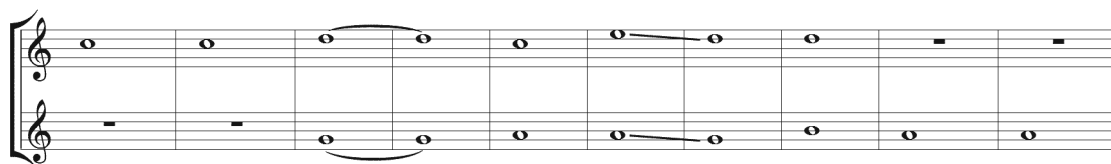


Er enthält Quintparallelen. Wie kommt es dazu? Wenn an einer Stelle zwei oder mehr identische Hilfstöne aufeinander folgen, die im Abstand einer vollkommenen Konsonanz zum Einsatzton stehen, so ergeben sich im Kanon mehrfach hintereinander dieselben vollkommenen Konsonanzen. Falls das Thema keine Tonwiederholungen enthält, die Melodie sich also fortbewegt, entstehen satztechnisch fehlerhafte Parallelen. In diesem Fall müssen also Einsatztöne vermieden werden, die zu mehreren aufeinander folgenden Hilfstönen im Verhältnis einer perfekten Konsonanz stehen.

Schwieriger wird es bei einem Thema mit Tonwiederholungen. Hier können zwei vollkommene Konsonanzen nacheinander satztechnisch richtig sein, z. B. bei dieser Melodie $c-c-d-d-c-e-d-d$. Hier ergibt sich dieses Hilfstonschema:

Melodie	c^2	c^2	d^2	d^2	c^2	e^2	d^2	d^2
Hilfstöne	c^2							
	c^2	c^2						
	c^2	d^2	d^2					
	c^2	c^2	d^2	d^2				
	c^2	h^1	h^1	c^2	c^2			
	c^2	e^2	d^2	d^2	e^2	e^2		
	c^2	h^1	d^2	c^2	c^2	d^2	d^2	
	c^2	c^2	h^1	d^2	c^2	c^2	d^2	d^2
Einsatztöne			g^1					

Wenn die zweite Stimme im dritten Takt in der Unterquart einsetzt, entsteht dieser Kanon:



Wie aus dem Hilfstonschema hervorgeht, wird das Intervall des dritten Taktes im vierten wiederholt und das Intervall des sechsten Taktes im siebten. Der Einsatz auf g^1 führt also zweimal zu der Folge von zwei Quinten. Die erste der beiden Stellen ist satztechnisch richtig, weil sich keine der beiden Stimmen bewegt. Dort stehen im Notenbeispiel Haltebögen. Die zweite Stelle ist dagegen satztechnisch falsch, da die Stimmen fortschreiten. Es gibt ein Verfahren, solche Fehler zu vermeiden. Dazu werden die Tonwiederholungen des Themas im Schema markiert. Dann lässt sich direkt ablesen, ob fehlerhafte Parallelen entstehen. Die Hilfstöne werden so gekennzeichnet:

Wenn der Bezugstakt eines Hilfstons einen Ton enthält, der unmittelbar danach im Thema wiederholt wird, so wird der entsprechende Hilfston durch einen nachgestellten Bindestrich markiert. Ein so markierter Hilfston wird „wiederholbarer“ Hilfston genannt.

Praktischerweise werden diejenigen Töne des Themas, auf die derselbe Ton folgt, schon gleich in der ersten Zeile mit dem Bindestrich hinter dem Tonbuchstaben gekennzeichnet. Beim Abtragen der Rückdrehung eines markierten Tons werden dann sämtliche Hilfstöne derselben Zeile entsprechend markiert.⁴ Dadurch ändert sich das Schema so:

⁴ Es ist übrigens genauso gut möglich, stattdessen die entsprechenden Töne in den Rückdrehungen zu markieren. Dies braucht hier jedoch nicht ausgeführt zu werden.

Melodie	c^2-	c^2	d^2-	d^2	c^2	e^2	d^2-	d^2
Hilfstöne	c^2-							
	c^2	c^2						
	c^2-	d^2-	d^2-					
	c^2	c^2	d^2	d^2				
	c^2	h^1	h^1	c^2	c^2			
	c^2	e^2	d^2	d^2	e^2	e^2		
	c^2-	h^1-	d^2-	c^2-	c^2-	d^2-	d^2-	
	c^2	c^2	h^1	d^2	c^2	c^2	d^2	d^2
Einsatztöne	* g	...	c^1g^2

Offenbar unterscheiden sich die beiden Hilfstonfolgen in der Spalte unter dem dritten Ton. Die Töne sind zwar gleich, es sind jeweils zweimal d^2 und einmal h^1 . Doch die Markierungen sind unterschiedlich. Beim ersten Mal ist das erste d^2 markiert, beim zweiten Mal das zweite. Das hat für den Beispielkanon von oben diese Konsequenzen: Bei einem Einsatz im dritten Takt mit g^1 ergibt die erste Folge der Quinten eine unproblematische Tonwiederholung. Hier ist nämlich das erste d^2 markiert. Die zweite Folge führt jedoch zu den fehlerhaften Quinten, weil hier erst das zweite d^2 markiert ist. Außerdem ist erkennbar, dass im fünften Takt mit c^1 oder g^2 eingesetzt werden kann, ohne dass fehlerhafte Parallelen entstehen.

Zu fehlerhaften Parallelen kommt es, wenn von zwei aufeinander folgenden identischen Hilfstönen, die in einer vollkommenen Konsonanz zum Einsatzton stehen, der erste nicht als wiederholbar markiert ist. Aus dieser Beobachtung lässt sich diese Regel ableiten: Ein Einsatz auf einem Ton, der zu zwei aufeinander folgenden Hilfstönen im Verhältnis einer vollkommenen Konsonanz steht, darf nur erfolgen, wenn der erste dieser Hilfstöne wiederholbar ist.

8.1.5 Bach, *h-Moll-Messe*, Credo, Exposition

Das Credo von Bachs *h-Moll-Messe*⁵ beginnt mit einer Fuge über das Thema



Dazu schreibt Walter Blankenburg:⁶

Dieses Thema ist der Anfang einer mittelalterlichen gregorianischen Credo-Weise, die auch in der lutherischen Liturgie im Gebrauch geblieben ist und

⁵ Bach, *Messe h-Moll*, BWV 232, Credo.

⁶ Blankenburg S. 63.

8 Der zweistimmige Kanon

somit gemeinsames konfessionelles Gut darstellt. Schon Michael Praetorius z. B. hatte sie mehrstimmig bearbeitet, und Bach selbst kannte sie aus dem Leipziger Gesangbuch des Gottfried Vopelius von 1682.

Die Fuge hat sieben thematische Stimmen, fünf davon sind Chorstimmen; die beiden übrigen werden von den ersten und zweiten Violinen gespielt. Dazu kommt noch eine freie Stimme, eine Viertelkette im Continuo. Für die Einsätze gelten diese Bedingungen:

- Alle Einsätze sind volltaktig.
- Benachbarte Einsätze werden enggeführt.
- Die Stimmen setzen nach diesem Schema ein:



Aus diesen Bedingungen lässt sich ableiten, wann die Stimmen einsetzen. Das Hilfstoneschema für das Thema sieht so aus:

	>		>		>		>	
Thema	e^1	e^1	c^1	d^1	c^1	h	e^1	f^1
Hilfstöne	e^1							
	e^1	e^1						
	e^1	c^1	c^1					
	e^1	f^1	d^1	d^1				
	e^1	d^1	e^1	c^1	c^1			
	e^1	d^1	c^1	d^1	h	h		
	e^1	a^1	g^1	f^1	g^1	e^1	e^1	
	e^1	f^1	h^1	a^1	g^1	a^1	f^1	f^1
Einsatztöne		a	g	fa	e	e	ahc	$fahcd$

Damit die beiden Stimmen einander metrisch entsprechen, muss die zweite Stimme nach zwei, vier oder sechs ganzen Noten einsetzen. Im Schema steht über den entsprechenden Spalten ein Akzentzeichen.

Die intervallischen Einsatzabstände ergeben sich aus dem Einsatzschema. Das sind Ober- und Unterquinte, Unterquarte und Oktave. Diesen Intervallen entsprechen im Hilfstoneschema die Einsatzöne h , a und e . Wegen der Metrik werden nur die Spalten berücksichtigt, über denen ein Akzentzeichen steht.

Die einzige Spalte mit Akzent, in der der Einsatzton e steht, ist die fünfte. Daraus folgt:

Einsätze im Oktavabstand erfolgen nach vier ganzen Noten.

Entsprechend gilt: Die einzige Spalte mit Akzent, in der die Einsatz­töne *a* und *h* stehen, ist die siebte. Daraus folgt:

Einsätze im Quint- oder Quartabstand erfolgen nach sechs ganzen Noten.

Damit ergibt sich das thematische Gerüst der Exposition:

Die Metrik der Einsätze, das Einsatzschema und die Bedingung, benachbarte Einsätze engzuführen, implizieren den zeitlichen Abstand der Einsätze. Die Bedingungen beziehen sich zwar nicht auf genaue Einsatzzeiten, sie haben sie aber zur Folge, und zwar deswegen, weil ein Zusammenhang besteht zwischen der melodischen Gestalt des Themas, der Art, wie es imitiert wird, und der formalen Disposition, die von diesen Imitationsmöglichkeiten Gebrauch macht.

Hier könnte eingewandt werden, die Bedingungen seien willkürlich gewählt und deswegen seien die Schlussfolgerungen logisch richtig, aber analytisch wertlos. Zu jedem Stück ließen sich Bedingungen konstruieren, aus denen man das ganze Stück ableiten könne, wenn die Bedingungen nur kompliziert genug gewählt würden. Dieser Einwand wird widerlegt durch den Nachweis, dass die Bedingungen im Kontext des Werkes musikalisch sinnvoll sind.

Lückenlos eingeführt wird nicht nur in der Exposition, sondern in der ganzen Fuge. Die Einsatzfolge ist durch den Notentext vorgegeben. Beides lässt sich auch beim Hören wahrnehmen und deswegen sind diese beiden Bedingungen musikalisch sinnvoll.

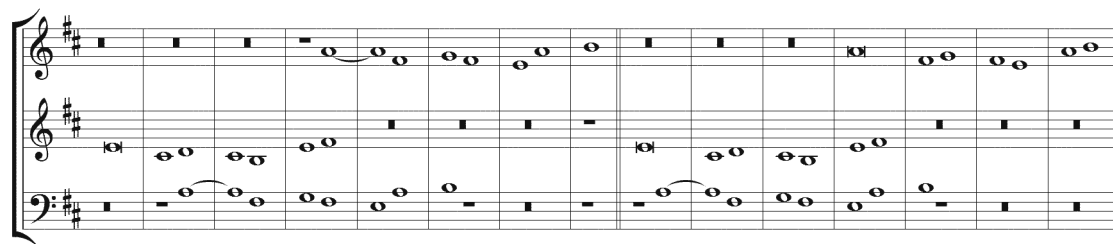
Problematisch ist eventuell die Bedingung, dass das Thema nur am Taktanfang beginnt. Das Argument, dadurch werde die originale Metrik des Themas beibehalten, setzt voraus, dass die erste Takthälfte tatsächlich schwerer ist als die zweite. Zu Anfang nimmt man das sicher auch so wahr, aber im weiteren Verlauf der Fuge beginnt das Thema auch in der Mitte der Takte, ohne dass dies als irreguläre Betonung wirkt. Die Metrik entspricht hier offenbar dem alten Allabreve-Takt im Sinne von Kirnberger,⁷ d. h. Anfang und Mitte

⁷ Siehe dazu Kirnberger, Teil 2, 1. Abt., S. 122:

8 Der zweistimmige Kanon

des Taktes sind gleich schwer. Unter dieser Voraussetzung ist es musikalisch nicht mehr sinnvoll, anzunehmen, dass das Thema aus Gründen der Metrik nur am Taktanfang beginnen kann. Für die Exposition ist das metrische Kriterium eventuell noch gültig, für den Rest der Fuge aber nicht.

Stattdessen kommt ein anderes Kriterium für die Einsatzabstände in Frage: die thematische Dichte. Zwar werden je zwei benachbarte Einsätze enggeführt, aber zu keinem Zeitpunkt erscheint das Thema gleichzeitig in drei verschiedenen Stimmen, obwohl das möglich wäre, z. B. so:

The image shows a musical score for a two-voice canon in G major, consisting of three staves: two treble clefs and one bass clef. The music is written in a rhythmic pattern of eighth and sixteenth notes, with rests. The first staff (top) starts with a quarter rest, followed by eighth notes. The second staff (middle) starts with a quarter note, followed by eighth notes. The third staff (bottom) starts with a quarter note, followed by eighth notes. The score is divided into two systems of four measures each, with a double bar line between them. The key signature has one sharp (F#).

Es gibt zwar einige Quartetten. Sie ließen sich aber durch den hinzugefügten Bass gut einbinden. Die dreistimmigen Engführungen sind also möglich. Bach hat sie jedoch nicht verwendet. Im Gegenteil: Er hat die thematische Dichte so gering gehalten, dass es gerade noch zu Engführungen kommt. Vor den Themeneinsätzen gibt es sogar jeweils einen kurzen Abschnitt, in dem das Thema nur in einer einzigen Stimme erscheint. Das kann man oben im thematischen Gerüst nachvollziehen.

Wenn man die Bedingung der Metrik durch die neue Bedingung der thematischen Dichte ersetzt, lässt sich die zeitliche Struktur der Exposition ableiten.

Weil es vor den Themeneinsätzen jeweils einen kurzen Abschnitt gibt, in dem das Thema nur in einer einzigen Stimme erscheint, ist die Summe von zwei aufeinander folgenden rhythmischen Einsatzabständen größer als die Länge des Themas; und weil das Thema acht ganze Noten lang ist, muss die Summe von zwei aufeinander folgenden rhythmischen Einsatzabständen größer sein als acht ganze Noten.

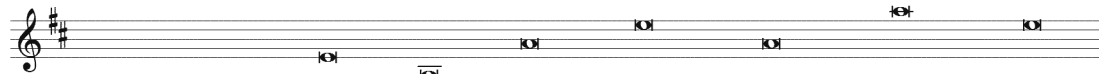
Oktavkanons sind nur möglich im Abstand von vier oder fünf ganzen Noten. Damit die Summe von benachbarten Abstandszahlen größer als acht ist, müssen die Abstände für die Kanons neben dem Oktavkanon mindestens fünf oder vier betragen. In diesen beiden Abständen sind jedoch keine Quart- oder Quintkanons möglich. Deshalb muss für die Quart- und Quintkanons ein größerer Abstand gewählt werden, also sechs oder

Der Vierzeittelтакт [...] ist so wie der $\frac{2}{1}$ Takt nicht mehr im Gebrauch [...]. Sie sind hier nur angeführt worden, weil man noch hin und wieder alte Stücke in diesen Taktarten ansichtig wird. [...] Junge Tonsetzer müssen sich nicht irre machen lassen, wenn sie Kirchenstücke im Allabrevetakt ansichtig werden, wo vier Zweyviertelnoten zwischen zween Taktstrichen zusammengebracht sind, und daraus schließen, daß es der $\frac{4}{2}$ Takt sey. Dieses geschieht bloß aus Bequemlichkeit des Tonsetzers um die vielen Taktstriche und Bindungen zu vermeiden [...]. Dadurch wird aber das Wesen des C Taktes nicht verändert, der immer von zwey zu zwey halben Taktnoten sein gleiches Taktgewicht behält, und den Niederschlag und Aufschlag des Taktschlagens bestimmt, auch wenn vier, sechs und mehrere Takte ohne Taktstrich zusammengesetzt werden [...].

sieben. Bei Engführungen nach sieben ganzen Noten würde die zweite Stimme auf dem letzten Ton einsetzen. Das wirkt aber nur wie eine Verschränkung; deshalb sind solche Engführungen nicht sinnvoll und werden auch nicht berücksichtigt. Für die Quint- oder Quartkanons kommt also nur der Abstand von sechs ganzen Noten in Frage.

Bei den Oktavkanons sind Einsätze im Abstand von vier und fünf Takten möglich. Hier scheint es musikalisch sinnvoll, den kleineren Abstand vorzuziehen, also vier.

Unter diesen Voraussetzungen ergeben sich die Abstände des Originals:



	Tenor	Bass	Alt	Sopran I	Sopran II	Violine I	Violine II
Abstand:	6	4	6	6	4	6	6
Abstandssumme:	10	10	12	10	10	10	10

Die Summe aufeinander folgender Einsatzabstände ist immer größer als acht, nämlich meistens zehn und einmal zwölf.

Hier stellt sich die Frage, ob es musikalisch sinnvoll ist, anzunehmen, dass das Thema vor neuen Einsätzen jeweils mindestens einen Takt lang nur in einer Stimme erklingt. Diese Annahme ist nicht so weit hergeholt, wie es auf den ersten Blick vielleicht scheint. Sie gilt auch für die zweite Durchführung, sie ist vom Hören her nachvollziehbar und außerdem ist sie auch formal sinnvoll. So kann nämlich die thematische Dichte in der dritten Durchführung noch gesteigert werden.

8.1.6 Bach, *h-Moll-Messe*, Credo, die zweite Durchführung

Die ununterbrochene Engführung wird fortgesetzt. Exposition und zweite Durchführung überschneiden sich. Die Stimmen setzen nach diesem Schema ein:



Stimme	Eintrittszeitpunkt
Violine II	1. Takt
Tenor	2. Takt
Alt	3. Takt
Sopran II	4. Takt
Sopran I	5. Takt
Violine II	6. Takt
Violine I	7. Takt

Die zweite Durchführung unterscheidet sich in mehreren Merkmalen von der Exposition. Die auffälligsten sind diese:

- Jeder Einsatz ist höher als der davor.
- Es gibt andere Engführungen.
- Einige Einsätze beginnen auch in der Mitte des Taktes.
- In den meisten Einsätzen weicht die Intervallstruktur vom Original ab.

8 Der zweistimmige Kanon

- Das Thema setzt auf vier verschiedenen Tonstufen ein, nicht nur auf zweien, wie in der Exposition.

Für die thematische Dichte gilt dasselbe wie in der Exposition: Alle Einsätze werden mit den Nachbareinsätzen enggeführt. Vor den Themeneinsätzen steht ein kurzer Abschnitt, in dem das Thema nur in einer einzigen Stimme erklingt. Aus diesen Bedingungen folgen auch für die zweite Durchführung die genauen zeitlichen Einsatzabstände.

Engführungen nach sieben ganzen Noten werden nicht berücksichtigt aus denselben Gründen wie oben. Der Kanon in der Obersekunde bzw. Unterseptime kann also nur nach drei ganzen Noten einsetzen. Damit steht der rhythmische Einsatzabstand für drei Kanons fest.

Daraus lässt sich der rhythmische Abstand der übrigen Kanons ableiten. Die Summe benachbarter Abstände muss größer sein als acht. Neben den Dreien müssen also Sechsen stehen. Der rhythmische Abstand beim Oberquartkanon beträgt also immer sechs ganze Noten und nicht etwa nur drei. Daraus ergibt sich die zeitliche Struktur der zweiten Durchführung:

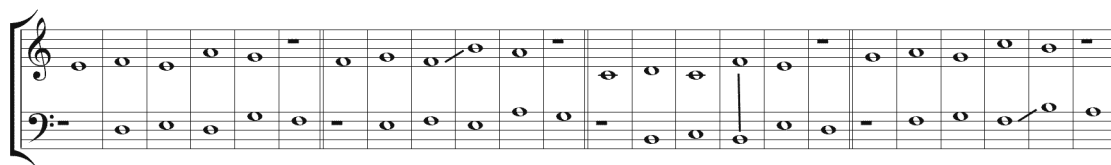
	noch Exposition		2. Durchführung				
	Violine II	Tenor	Alt	Sopran II	Sopran I	Violine II	Violine I
Abstände	3	6	6	3	9	6	3
Abstandssumme:		9	12	9	9	9	

Das thematische Gerüst sieht so aus:

8.1.7 Verminderte und übermäßige Intervalle

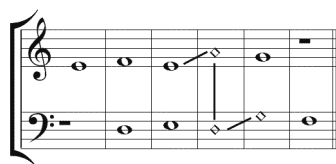
In der Exposition erscheint das Thema nur auf zwei Tonstufen, danach auch auf anderen. Ein Thema lässt sich aber nicht beliebig versetzen; sonst entstehen leicht verminderte

Quinten oder übermäßige Quarten. Für mehrstimmige Sätze wie etwa Engführungen gilt das erst recht. Deshalb wird nun geklärt, auf welchen Stufen ein Satz stehen kann, ohne dass übermäßige oder verminderte Intervalle entstehen. Das Problem sieht man hier:



Der Kanon ganz links ist regulär. Daneben stehen drei Versetzungen dieses Kanons. Alle enthalten einen Fehler. Die Fehler entstehen dadurch, dass eine Quarte oder Quinte des Ausgangskanons so versetzt wird, dass sie auf die Töne *h* und *f* fällt. Dadurch ist sie dann nicht mehr rein, sondern übermäßig oder vermindert.

Um das zu vermeiden, bestimmt man bei den Quinten und Quartan denjenigen Ton, der bei einer Versetzung nicht zu einem *h* werden darf. Das ist bei Quinten der untere und bei Quartan der obere Ton. Diese Töne werden „kritische Töne“ genannt. Im Notenbeispiel haben sie einen rhombenförmigen Notenkopf:



Wenn der Kanon so versetzt wird, dass ein kritischer Ton auf die Position des Leittons fällt, entsteht eine verminderte Quinte oder übermäßige Quarte. Konkret heißt das:

Weil *a* ein kritischer Ton ist, darf der Kanon nicht so versetzt werden, dass aus dem *a* ein *h* wird. Also darf der Kanon nicht um eine Sekunde nach oben versetzt werden.

Entsprechend gilt: Weil das *d* kritisch ist, darf er keine Terz abwärts versetzt werden, und weil das *g* kritisch ist, darf er keine Terz aufwärts versetzt werden. Das sind die drei möglichen Fehler, die sich bei einer Versetzung ergeben können. Sie stehen oben rechts neben dem Original.

Diese Überlegung lässt sich auf Sätze in beliebigen Tonarten übertragen. Dann ist der Ton, der vermieden werden muss, nicht das *h*, sondern die siebte Stufe der Durtonleiter, die dem diatonischen Tonmaterial entspricht.

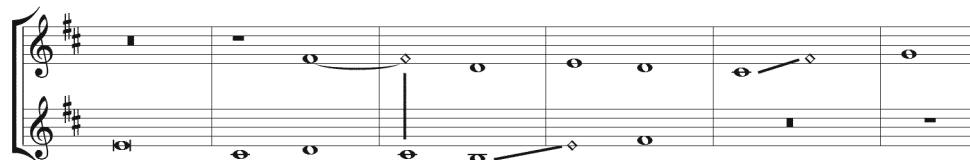
In der zweiten Durchführung des Credos gibt es im Satz der thematischen Stimmen keine übermäßigen oder verminderten Intervalle. Das hängt zusammen mit den Versetzungen und den Vorzeichen. Um diesen Zusammenhang nachzuvollziehen, wird untersucht, wie sich die Engführungen der zweiten Durchführung versetzen lassen, also die Engführung in der Unterseptime und Obersekunde nach drei ganzen Noten und in der Oberquarte nach sechs ganzen Noten.

Dabei kann von Oktavlagen abstrahiert werden; denn übermäßige Quarte und verminderte Quinte sind Komplementärintervalle. In dieser Hinsicht entsprechen sich auch Untersept-

8 Der zweistimmige Kanon

und Obersekundkanon. Es müssen also nur zwei Kanons untersucht werden, der in der Obersekunde nach drei ganzen Noten und der in der Oberquarte nach sechs ganzen Noten.

Im ersten sind die kritischen Töne *e* und *fis*:



Das diatonische Tonmaterial entspricht D-Dur. Die Fuge steht zwar in A-Mixolydisch, aber um zu bestimmen, auf welchen Stufen die Quartan und Quinten rein bleiben, reicht es, das diatonische Tonmaterial einer Durtonleiter zuzuordnen, hier ist das D-Dur. Der Kanon darf also nicht so versetzt werden, dass ein kritischer Ton zu *cis* wird, d. h. nicht um eine Terz oder eine Quarte abwärts. Die erste Stimme der Engführung darf also nicht mit *h* oder *cis* beginnen oder, wenn auch andere tonale Regionen in Frage kommen: Die Engführung darf nicht mit der sechsten oder siebten Tonstufe derjenigen Durtonleiter anfangen, die dem Tonvorrat entspricht.

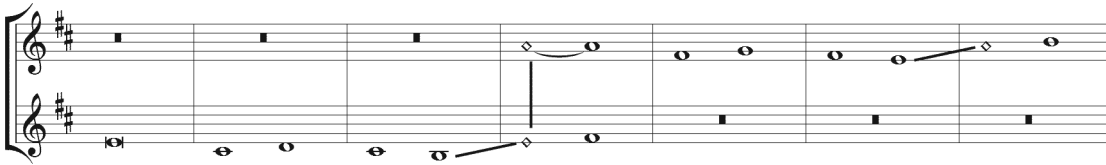
Ein Fugenthema erscheint üblicherweise auf verschiedenen Stufen. Dabei werden auch verschiedene tonale Regionen berührt. Typisch sind nach Marpur⁸ die Grundtonart, die Ober- und Unterquinttonart und die drei Parallelen dazu. Die Paralleltonarten müssen nicht eigens untersucht werden, denn jedem Paar paralleler Tonarten entspricht hinsichtlich des Tonmaterials dieselbe Durtonleiter. Insgesamt müssen also drei Tonarten berücksichtigt werden: die Ausgangstonart, die Ober- und die Unterquinttonart.

In der folgenden Tabelle steht, in welchen Kanons die Quinten und Quartan rein sind und in welchen nicht, und das für jede der drei Tonarten. Angegeben sind jeweils die Anfangstöne der ersten Stimme.

Obersekundkanon nach drei ganzen Noten			
	Unterquinttonart	Grundtonart	Oberquinttonart
Kanons <i>ohne</i> verminderte Quinten oder übermäßige Quartan	<i>g a h c d</i>	<i>d e fis g a</i>	<i>a h cis d e</i>
Kanons <i>mit</i> verminderten Quinten oder übermäßigen Quartan	<i>e fis</i>	<i>h cis</i>	<i>fis gis</i>

Beim Oberquartkanon nach sechs ganzen Noten sind die kritischen Töne *e* und *a*:

⁸ Marpur 1. Bd. S. 99–104.



Ein Tritonus entsteht, wenn die erste Stimme auf der vierten oder der siebten Stufe der Durtonleiter einsetzt, die der jeweiligen Tonart entspricht. Das ergibt diese Tabelle:

Oberquartkanon nach sechs ganzen Noten			
	Unterquinttonart	Grundtonart	Oberquinttonart
Kanons <i>ohne</i> verminderte Quinten oder übermäßige Quartan	<i>g a h d e</i>	<i>d e fis a h</i>	<i>a h cis e fis</i>
Kanons <i>mit</i> verminderten Quinten oder übermäßigen Quartan	<i>c fis</i>	<i>g cis</i>	<i>d gis</i>

In der folgenden Tabelle stehen die möglichen und die tatsächlichen Einsätze:

Einsatztöne nach dem Einsatzschema		<i>e</i>	<i>fis</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>fis</i>	<i>h</i>	<i>cis</i>
Mögliche Tonarten	Unterquinttonart			+				
	Grundtonart	+	+	+	+	+		
	Oberquinttonart	+	+	+	+	+	+	
Komponierte Tonarten	Grundtonart	+	+	+	(+)			
	Oberquinttonart				+	+	+	

Die Spalten entsprechen den Einsatztönen, die Zeilen den Tonarten. Ein Pluszeichen unter einem Ton heißt: in der Tonart der entsprechenden Zeile ist mit dem folgenden Einsatz eine Engführung möglich, in der alle Quartan und Quinten rein sind.

Bis auf die letzte sind alle Engführungen sowohl in der Grund- als auch in der Oberquinttonart möglich. Nur in den letzten beiden Einsätzen muss der Ton *gis* heißen und nicht *g*, damit die Quinten und Quartan rein bleiben.

Die zweite Durchführung wechselt von der Grund- in die Oberquinttonart. Wie man aus der Tabelle ersehen kann, geschieht dieser Wechsel beim zweiten Einsatz auf *e*. Dies ist insofern interessant, als der Einsatz auf *e* der einzige ist, der weder den Ton *g* noch den Ton *gis* enthält.

Übrigens hat Bach auch übermäßige Quartan und verminderte Quinten geschrieben, auch im Satz der thematischen Stimmen.⁹ Durch diese Feststellung wird aber die Argumenta-

⁹ Zum Beispiel steht in T. 37 ein Tritonus im ersten Sopran; Bach, *h-Moll-Messe*, T. 37. Siehe unten S. 402.

tion nicht widerlegt, sondern ihre Gültigkeit wird auf die ersten beiden Durchführungen eingeschränkt.

8.1.8 Intervallgetreue Engführung – Schütz, *Auferstehungs-Historie*

Bei manchen Kanons fällt es auf, dass die Intervallstruktur genau beibehalten wird. Die Analyse muss das berücksichtigen. Das heißt: Um die Imitationsstruktur nachzuvollziehen, muss man gezielt nach denjenigen Imitationen suchen, bei denen die genaue Größe der Intervalle beibehalten wird. In diesem Zusammenhang ist es sinnvoll, zwischen unterschiedlichen Imitationen zu unterscheiden, solchen, bei denen jedes Intervall mit einem Intervall beantwortet wird, das aus derselben Anzahl von Sekundschritten besteht, und solchen, bei denen die Intervalle exakt beibehalten werden. Die Imitationen der ersten Art werden „stufengetreu“ genannt, die anderen „intervallgetreu“.¹⁰

Eine Imitation ist intervallgetreu, bei der die Intervalle in der Imitation exakt beibehalten werden, große Intervalle also durch große beantwortet werden und kleine Intervalle durch kleine. Bei einer stufengetreuen Beantwortung bleibt die Anzahl der Stufen erhalten, eine Terz bleibt eine Terz. Die genaue Größe der Stufen ist jedoch variabel. Ob die Terz groß oder klein ist, richtet sich nach der Leiter und nicht nach der Größe der Terz, die imitiert wird. Selbstverständlich ist jede intervallgetreue Imitation auch stufengetreu; umgekehrt gilt das nicht.

Um die intervallgetreuen Imitationen zu einer Melodie zu finden, werden die Umkehrungen im Hilfstonschema intervallgetreu ausgeführt. Dies wird genauso begründet wie bei dem Verfahren für die stufengetreue Imitation.¹¹

Ein Beispiel für eine intervallgetreue Imitation steht in Schütz' *Auferstehungs-Historie*:¹²

The image shows a musical score for two voices. The top staff is in G-clef (Soprano) and the bottom staff is in C-clef (Alto). Both staves have a '8' below the first measure. The lyrics are: 'und ge - kreu - zi - get wer - - - den,'. The music consists of a few notes in the upper staves and whole rests in the lower staff.

¹⁰ Die Unterscheidung findet sich schon bei Zarlino. Die Begriffe sind von Rempp übernommen; siehe Rempp S. 174.

¹¹ Bei der Beweisführung werden sämtliche Operationen intervallgetreu ausgeführt, also gemäß dem Tonsystem, das der Notenschrift entspricht. Dieses Tonsystem ist von der Notation her pythagoreisch und von seiner mathematischen Struktur zweidimensional. Jedes Intervall lässt sich durch eine Kombination von Oktaven und Quinten darstellen. Der Unterschied zwischen reinen und pythagoreischen Terzen bezieht sich nur auf die Stimmung, wird jedoch nicht notiert und ist für das Tonsystem irrelevant. Die Operationen, die zum Beweis des Hilfstonverfahrens verwendet werden, lassen sich auf mehrdimensionale Tonsysteme übertragen, also – mathematisch gesprochen – auf Moduln, siehe S. 322.

¹² Schütz, *Auferstehungs-Historie*, Die zweene Männer im Grabe, S. 14, T. 28.

Auffällig ist die verminderte Quarte. Sie hebt das Wort „gekreuziget“ hervor, ist also inhaltlich begründet. Deswegen ist es sinnvoll, dass die verminderte Quarte in beiden Stimmen erscheint. Um nachzuvollziehen, welche Imitationsmöglichkeiten es dafür gibt, muss also das Hilfstonschema für die intervallgetreue Imitation benutzt werden. In dieser Tabelle steht es links:

	intervallgetreu				stufengetreu			
Thema	<i>h</i>	<i>c</i> ¹	<i>gis</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c</i> ¹	<i>g</i>	<i>a</i>
Hilfstöne	<i>h</i>				<i>h</i>			
	<i>h</i>	<i>c</i> ¹			<i>h</i>	<i>c</i> ¹		
	<i>h</i>	<i>fisis</i>	<i>gis</i>		<i>h</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	
	<i>h</i>	<i>c</i> ¹	<i>gis</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c</i> ¹	<i>g</i>	<i>a</i>
Einsatztöne			<i>e h</i>	<i>a c cis d e f fisis</i>		<i>f a c</i>	<i>e h</i>	<i>a c d e f</i>

Rechts daneben steht das Schema für die stufengetreue Beantwortung. Die Schemata sind sehr ähnlich. Man kann sogar das eine aus dem anderen ableiten. Das Hilfstonschema für die stufengetreue Beantwortung entsteht dadurch, dass die Hilfstöne für die intervallgetreue Beantwortung durch die jeweiligen Stammtöne ersetzt werden, aus *gis* wird *g* und aus *fisis* wird *f*.

Eine Ableitung in der umgekehrten Richtung ist nicht möglich. Wenn sowohl die intervallgetreuen als auch die stufengetreuen Imitationen interessieren, muss zuerst das Schema für die intervallgetreue Beantwortung erstellt werden. Anschließend wird das andere daraus abgeleitet.

Zurück zur *Auferstehungs-Historie*: Einsätze auf dem ersten Ton wären bloß Parallelführungen. Auf dem zweiten Ton ist keine intervallgetreue Beantwortung möglich. Es gibt nämlich keinen Ton, der zu *c* und *fisis* konsoniert.

Wenn die zweite Stimme erst auf dem vierten Ton der ersten Stimme einsetzt, wirkt der Satz nicht wie eine Engführung, sondern nur wie eine Verschränkung.

Die zweite Stimme kann also nur an einer einzigen Stelle sinnvoll einsetzen: beim dritten Ton der ersten Stimme. Hier gibt es zwei gute Einsätze, auf *e* und auf *h*. Dabei entsteht eine Parallelbewegung in den guten imperfekten Konsonanzen. Für die Besetzung von zwei Tenören ist die Imitation im Einklang klanglich günstiger als die in der Quarte oder Quinte, denkbar wären aber sicher alle Lösungen. Was aber nur beim Kanon im Einklang oder der Oktave möglich ist, das ist die Orgelpunktkonstruktion. Sie wäre beim Unterquint- oder Oberquartkanon ausgeschlossen.

Die Wirkung der intervallgetreuen Imitation wird besonders deutlich, wenn man sie mit einer Imitation vergleicht, die bloß stufengetreu ist, z. B. mit dieser:



In der zweiten Stimme fehlt die charakteristische verminderte Quarte. Dadurch verliert die Imitation an Intensität. Die Wirkung der Stelle hängt also entscheidend ab von der intervallgetreuen Imitation.

8.1.9 Sequenzierende Kanons – Brahms, 4. *Symphonie*

Das Finale von Brahms' vierter Symphonie¹³ ist eine Passacaglia über das Thema



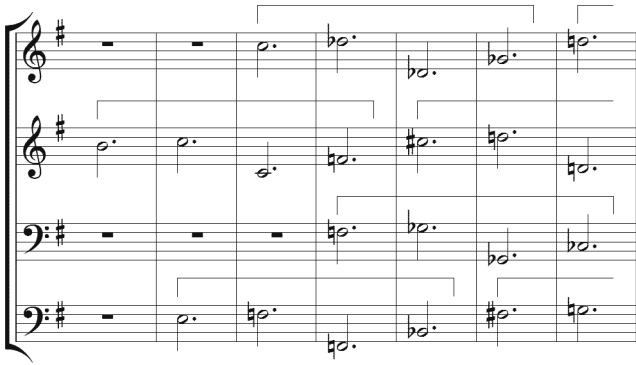
Die letzte Variation geht in eine Coda über.¹⁴ Das Thema bleibt auf dem fünften Ton stehen, der Ton wird wiederholt und dann folgt eine Steigerung. Sie beginnt mit einem sequenzierenden Kanon über die letzten vier Töne des Themas.

Das Vier-Ton-Motiv erscheint in den Außenstimmen. Der Bass imitiert den Sopran nach zwei Takten in der großen Unterseptim. Das Sequenzintervall ist die große Sekunde. Mit demselben Motiv sind aber noch viele andere sequenzierende Engführungen möglich; d. h. Brahms hat nicht den einzig möglichen sequenzierenden Kanon geschrieben und sicher auch nicht irgendeinen beliebigen, sondern einen ganz bestimmten. Diese Erkenntnis führt zu der Frage, ob sich Brahms' Kanon als Auswahl nach Kriterien deuten lässt, und wenn ja, welche Kriterien das sind. Um dies zu klären, werden mögliche Alternativen untersucht. Dabei geht es im Wesentlichen um die imitatorischen Möglichkeiten, die das Vier-Ton-Motiv bietet. Sie werden mit dem Hilfstonverfahren bestimmt. Zur leichteren Lesbarkeit wird dabei das Vier-Ton-Motiv so transponiert, dass es mit *h* beginnt statt mit *ais*, also wie in der Engführung und nicht wie im Thema.

Zur Untersuchung: Die Anzahl der Kanonstimmen darf nur so hoch sein, dass die Fasslichkeit nicht darunter leidet. Bei mehr als zwei Kanonstimmen wäre das aber der Fall. Vierstimmige Versionen sind möglich, z. B. diese:

¹³ Brahms, 4. *Symphonie*, op. 98, vierter Satz.

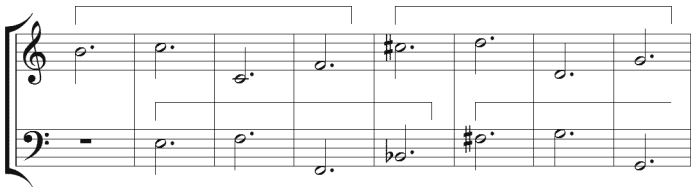
¹⁴ Brahms, 4. *Symphonie*, op. 98, vierter Satz, T. 261.



Aber hier wäre der Kanon kaum noch zu erkennen, erst recht nicht, wenn außerdem noch Harmoniestimmen dazukämen. Die höhere Komplexität wäre durch einen Verlust an Fasslichkeit erkaufte. Deshalb ist die Zweistimmigkeit vorzuziehen. Dann kann der Kanon in den Außenstimmen liegen und wird besonders deutlich.

Ebenfalls zur größeren Deutlichkeit führt der Beginn mit der Oberstimme.

Nicht nur die Stimmenzahl, auch die rhythmischen Einsatzabstände könnten anders sein, z. B. so:



Bei Brahms beträgt der Abstand jeweils zwei Takte. Dafür sprechen mehrere Argumente: Dieser Abstand erleichtert eine ausgeprägte Zwei-Takt-Metrik und die war für Brahms offenbar wichtig. Sie wird nämlich noch durch die Harmonisierung verstärkt.

Beim Einsatz im Abstand von drei Takten ergibt sich nur eine Verschränkung und die wirkt kaum noch wie ein Kanon. Auch deswegen ist der Abstand von zwei Takten vorzuziehen.

Im Gegenbeispiel oben erfolgen die Einsätze des Vier-Ton-Motivs im Abstand von einem Takt und drei Takten. Der größere von beiden Abständen, also der Drei-Takt-Abstand, ist also größer als bei Brahms. Oder anders gesagt: Beim Abstand von zwei Takten wird der größte rhythmische Einsatzabstand so klein wie möglich.

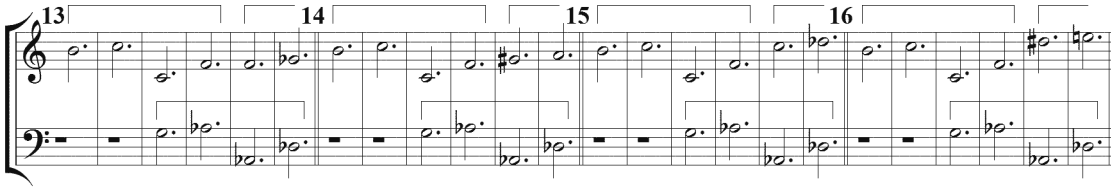
Die Sequenzstruktur des Kanons hängt ab von den imitatorischen Möglichkeiten des Vier-Ton-Motivs. Welche das sind, geht aus dem Hilfstonschema hervor. Dabei wird nur die intervallgetreue Imitation berücksichtigt. Sie ist hier sicher sinnvoller als die stufengetreue, denn die Stelle ist eine modulierende Steigerung, und in einer Modulation gibt es keine feste Leiter, aus der sich die genaue Größe der Intervalle ergeben könnte. Das Schema ist dieses:

8 Der zweistimmige Kanon

Thema	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
Hilfstöne	<i>h</i>			
	<i>h</i>	<i>c</i>		
	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	
	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
Einsatztöne	<i>P</i>	<i>eg</i>	<i>aceg</i>	<i>V</i>

Für einen Einsatz im dritten Takt gibt es also vier Möglichkeiten:

Aus diesen Kanons werden kanonische Sequenzen, wenn das Vier-Ton-Motiv zum zweiten Mal in der ersten Stimme einsetzt. Dabei muss es dann mit dem Vier-Ton-Motiv in der zweiten Stimme einen korrekten Kanon bilden. Hier gibt es wieder jeweils vier Möglichkeiten. So ergeben sich mit den vier ursprünglichen Einsatzintervallen insgesamt sechzehn kanonische Sequenzen. Keine Sorge! Die werden jetzt nicht alle minutiös untersucht, sondern nur abgebildet. Mit geeigneten Kriterien lassen sich die brauchbaren rasch herausfiltern.

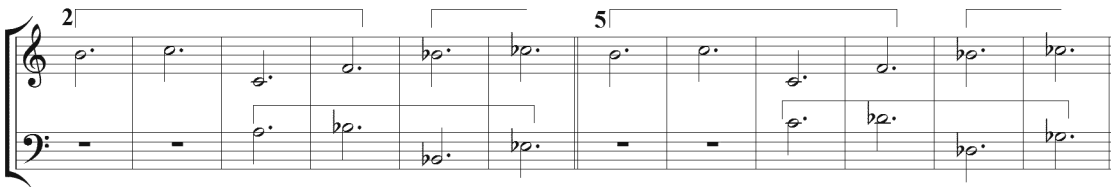


Zu einer Steigerung passt eine Aufwärtssequenz. Um zu erkennen, welche Kanons aufwärts sequenzieren, werden alle in einer Tabelle erfasst. Darin bekommt das Sequenzintervall eine eigene Spalte.

Kanons		Einsatzabstände		Sequenzintervall	typisches Steigerungsintervall
1		große 2↓	große 2↓	große 3↓	
2	5	große 2↓	kleine 2↑	kleine 2↓	
3	9	große 2↓	4↑	kleine 3↑	+
4	13	große 2↓	kleine 6↑	übermäßige 4↑	
6		kleine 2↑	kleine 2↑	große 2↑	+
7	10	kleine 2↑	4↑	übermäßige 4↑	
8	14	kleine 2↑	kleine 6↑	kleine 3↓	
11		4↑	4↑	große 2↓	
12	15	4↑	kleine 6↑	kleine 2↑	+
16		kleine 6↑	kleine 6↑	große 3↑	

Hier ist von den genauen Oktavlagen abstrahiert. Oberquinte und Unterquarte werden also nicht voneinander unterschieden.

Manche Kanons sind sehr ähnlich, z. B. 2 und 5.



Beide sequenzieren um einen Halbtonschritt abwärts und beide kombinieren einen Kanon um eine große Sekunde abwärts mit einem Kanon um eine kleine Sekunde aufwärts. Das Sequenzintervall ist dasselbe, nur die Reihenfolge der intervallischen Einsatzabstände ist vertauscht. Solche Kanons stehen in derselben Zeile.

Für eine Steigerung sind nicht alle Sequenzintervalle gleich gut geeignet. Üblich sind bei Brahms die beiden Sekunden und die kleine Terz.¹⁵ Insofern kommen also fünf Kanons in Frage: 3, 6, 9, 12 und 15. In den entsprechenden Zeilen steht ein Pluszeichen.

¹⁵ Die folgenden Stellen stammen alle jeweils aus der Coda des Satzes: Im vierten Satz der *1. Symphonie*, op. 68, steht eine Halbtonsequenz, T. 375. Ab T. 384 wird sie zu einer diatonischen Sekundensequenz.

8 Der zweistimmige Kanon

Für die beiden Kanonpaare gilt: 12 ist besser als 15, und zwar wegen der Zusammenklänge. In 15 gibt es nämlich Quarten, in 12 dagegen nicht. 3 ist aus demselben Grund besser als 9. Zu wählen bleibt also zwischen 3, 6 und 12.

3 und 12 enthalten jeweils ein einziges typisches Sequenzintervall, 6 dagegen zwei. Indirekt ist 6 nämlich auch noch eine Halbtonsequenz. Das erkennt man, wenn man die Stimmen in einer Oktave zusammenzieht:

The image shows a musical score with three systems. The first system is a two-voice canon with intervals of 3, 6, and 12 indicated by brackets above the notes. The second system shows the same intervals compressed into one octave, with a bracket labeled 'Halbtonsequenz' under the notes of the interval 6.

Wenn man von Oktavlagen absieht, entsteht bei 6 eine Halbtonsequenz mit einem zwei-taktigen Sequenzabschnitt. Bei den anderen Kanons geschieht nichts Vergleichbares, d. h.: 6 verbindet die Ganztonsequenz der Melodik mit der Halbtonsequenz, die sich aus der Imitation ergibt. Deswegen lässt sich 6 auch mit einer Halbtonsequenz harmonisieren. 6 ist also für die formale Funktion der Stelle besser geeignet als 3 oder 12. Folglich bleibt 6 übrig als geeignetste von vielen Möglichkeiten und 6 ist der Kanon von Brahms. Das zeigt: Brahms' Kanon lässt sich als Auswahl nach Kriterien deuten, und zwar nach diesen:

- Die Fasslichkeit ist wichtiger als die Komplexität. Insofern ist ein zweistimmiger Kanon sinnvoller als ein drei- oder vierstimmiger.
- Der rhythmische Einsatzabstand begünstigt eine ausgeprägte Zwei-Takt-Metrik.
- Bloße Verschränkungen werden vermieden.
- Der größte rhythmische Einsatzabstand wird möglichst klein.
- Durch den Beginn mit der Oberstimme ist die kanonische Struktur leichter fasslich als bei einem Beginn mit der Unterstimme.
- Die Struktur ist typisch für eine Coda bei Brahms: eine Steigerung in Form einer modulierenden Aufwärtssequenz mit einem kleinen Sequenzintervall. Gebräuchlich sind die kleine und große Sekunde und die kleine Terz.

Im ersten Satz der *2. Symphonie*, op. 73, steht eine Kleinsekundsequenz, T. 457, im vierten Satz eine Großsekundsequenz, T. 393. Im ersten Satz der *3. Symphonie*, op. 90, stehen Kleinterz- und Großsekundsequenz, T. 187 und 192, im ersten Satz der *4. Symphonie*, op. 98, steht eine Großsekundsequenz in T. 407.

- Der Kanon kombiniert zwei solcher typischen Intervalle: Bezogen auf die Melodie ist er eine Sequenz im Ganztonabstand nach vier Takten, und wenn man von den Oktavlagen abstrahiert, ist er eine Sequenz im Halbtonabstand nach zwei Takten.
- Die Imitation ist intervallgetreu, passend zur Modulation.
- Der Kanon kann in den Außenstimmen liegen, ohne dass Quartan zum Bass entstehen.

Bei diesem Kanon passt Christian Martin Schmidts These zur Funktion des Kontrapunkts bei Brahms:¹⁶.

Für Brahms [...] geben die kontrapunktischen Verfahren ein Mittel an die Hand, die beibehaltenen Intervallkonstellationen zu variieren – sie werden zu einer Technik der motivisch-thematischen Verarbeitung. Ziel ist [...] die Vereinheitlichung des Tonsatzes durch Stimmen, die [...] in der Intervallkonfiguration miteinander verbunden sind.

In seiner Analyse der vierten Sinfonie¹⁷ erwähnt Schmidt die kanonische Sequenz jedoch nicht. Offenbar hat er sie nicht bemerkt.

Michael Mäckelmann¹⁸ erkennt die kanonische Sequenz und beschreibt auch die Struktur:

Ausgehend von dem auf der Subdominante einsetzenden Anfang des Variations-themas, der sich bereits in den Takten 257–260 aufbaut, entwickelt sie [die Coda] sich zunächst aus einer fortspinnungsartigen Sequenz (T. 261–273, vgl. den Kanon im Halbtonabstand zwischen den Holzbläsern und tiefen Streichern), die in einen scharf akzentuierten Marcato-Abschnitt mündet (T. 273–280).

Der Zusammenhang der kanonischen Sequenz mit der melodischen Struktur des Themas wird jedoch nicht untersucht.

8.1.10 Durchgänge – Bach, *Aus tiefer Not schrei ich zu dir*

Kanons mit Durchgängen und Wechselnoten werden so bestimmt: Vom vorgegebenen Thema bildet man ein undiminuiertes Gerüst, d. h. man entfernt die Durchgänge und Wechselnoten und verlängert die betonten Töne entsprechend. Dann wird z. B. aus diesem Thema

¹⁶ Schmidt, Brahms und seine Zeit, S. 112 f.

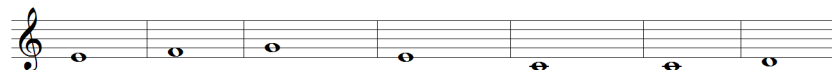
¹⁷ Schmidt, Brahms 4. Sinfonie.

¹⁸ Mäckelmann S. 68

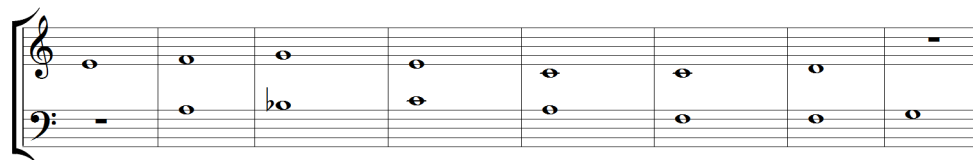
8 Der zweistimmige Kanon



dieses Gerüst



Dazu werden die möglichen Kanons bestimmt. Einer davon ist dieser:



Genauso ein Kanon ist dann meist auch mit der ursprünglichen, diminuierten Melodie möglich:



Meistens bleibt ein Satz nämlich auch dann regulär, wenn man in ein reguläres Gerüst Durchgänge und Wechselnoten einfügt. Es gibt zwar Ausnahmen, z. B.



Hier führt die Diminution zu Quintparallelen. Aber es wäre viel zu aufwendig, für solche Probleme spezielle Lösungen zu suchen. Man konstruiert den Kanon mit Diminutionen und prüft, ob er regulär ist.

Ein besonderer Fall ist die stufenweise Viertelbewegung nach einer betonten Halben.



Hier ist nämlich offen, welches Viertel dissoniert. Satztechnisch möglich ist beides. Dabei entsteht je nachdem ein halbschwerer¹⁹ oder ein unbetonter Durchgang. Deswegen muss für die entsprechende Zählzeit gar kein Hilfston bestimmt werden. Im Hilfstonschema

¹⁹ Daniel Kontrapunkt S. 200–203.

bleiben also sämtliche Felder frei, deren Bezugs- oder Entsprechungstakt die Stelle mit der Durchgangsbewegung ist.

Wichtig wird das z. B. im Zusammenhang mit Bachs Choralvorspiel *Aus tiefer Not schrei ich zu dir*.²⁰ Die erste Choralzeile ist diese:



Die Viertelbewegung steht an der fünften möglichen Einsatzposition. Die fünfte Zeile und die fünfte Diagonale des Hilfstonschemas bleiben also leer. Das sieht so aus:

	+		+		+		+	
Thema	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>h</i>	<i>c</i>		<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h</i>
Hilfstöne	<i>h</i>							
	<i>h</i>	<i>e</i>						
	<i>h</i>	<i>fis</i>	<i>h</i>					
	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>g</i>	<i>c</i>				
	<i>h</i>		<i>fis</i>	<i>g</i>	<i>d</i>	<i>g</i>		
	<i>h</i>	<i>cis</i>		<i>gis</i>	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	
	<i>h</i>	<i>cis</i>	<i>dis</i>		<i>ais</i>	<i>h</i>	<i>fis</i>	<i>h</i>
Einsatztöne intervallgetreu	P	<i>a</i>	h	<i>e</i>	fis	<i>e g h</i>	<i>d fis a cis</i>	V

Hier zeigt sich, wie gut man mit dem Hilfstonverfahren eine Engführung auf Prinzipien zurückführen kann. Bei Bachs Imitationen wird das Thema nämlich möglichst wenig verändert, d. h. die originale Metrik und die originale Intervallstruktur bleiben erhalten. Das ist der Fall bei Einsätzen in der Prim oder Quint in den Spalten mit dem Pluszeichen, also auf dem dritten Thementon im Einklang und auf dem fünften und siebten in der Oberquint. Die entsprechenden Einsatztöne sind im Hilfstonschema fett gedruckt und nicht kursiv. Zwei dieser drei Möglichkeiten stehen am Anfang des Choralvorspiels, zwischen Tenor und Sopran und zwischen Sopran und Alt:

²⁰ Bach, *Klavierübung*, 3. Teil, Nr. 18, *Aus tiefer Not schrei ich zu dir*, BWV 686.

8 Der zweistimmige Kanon

Die erste Einführung, also die zwischen Tenor und Sopran ist unter den gegebenen Bedingungen diejenige mit dem kleinsten möglichen rhythmischen Einsatzabstand. An den Stellen mit der Viertelbewegung steht jeweils eine Durchgangsdissonanz zwischen Sopran und Tenor. Die dissonierenden Töne sind mit einem Sternchen gekennzeichnet. Im Tenor ist der Durchgang unbetont, im Sopran ist er dagegen halbschwer.

Übrigens fehlt der Durchgang in der Urform der Melodie.²¹ Dann ist die entsprechende Imitation nicht möglich:



Bachs Imitationen ließen sich also nicht finden, wenn man nur die undiminierte Form der Melodie untersucht. Deshalb sind die Überlegungen zum halbschweren Durchgang analytisch relevant. In diesem Zusammenhang liegt die Vermutung nahe, Bach habe den Durchgang eingefügt, um die Imitationen möglich zu machen. Das ist jedoch falsch; denn Bach hat die Melodie regelmäßig mit dem Durchgang verwendet.²²

8.2 Unendliche Kanons

8.2.1 Grundlagen

Bei unendlichen Kanons besteht die Melodie aus der Wiederholung oder Sequenzierung eines Abschnitts, z. B. so:



Hier wird ein Abschnitt von drei Tönen sequenziert, und zwar in Terzen aufsteigend. Für die Melodie ergibt sich dieses Hilfstonschema:

²¹ *Erfurter Enchiridion*, S. 29.

²² Im ersten, vierten und sechsten Satz der Kantate *Aus tiefer Not schrei ich zu dir*, BWV 38, und in dem anderen Choralvorspiel aus der *Klavierübung*, 3. Teil, Nr. 19, *Aus tiefer Not schrei ich zu dir*, BWV 687.

Melodie	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
Hilfstöne	c								
	c	f							
	c	a	d						
	<i>c</i>	d	h	<i>e</i>					
	<i>c</i>	<i>f</i>	g	<i>e</i>	<i>a</i>				
	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>f</i>			
	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>d</i>	<i>g</i>		
	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>c</i>	
	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>e</i>	<i>a</i>
Einsatztöne	<i>ae</i>	<i>dfa</i>	<i>ghd</i>	<i>cg</i>	<i>fac</i>	<i>hdf</i>	<i>eh</i>	usw.	

Hier lassen sich drei wichtige Gesetzmäßigkeiten ablesen, je eine für die Spalten, die Diagonalen und die Einsatztöne.

- In den einzelnen Spalten wiederholen sich Folgen von drei Tönen. Der wiederholte Abschnitt ist genauso lang wie der sequenzierte Melodieabschnitt.
- In den Diagonalen von links oben nach rechts unten ergeben sich Sequenzen. Diese Sequenzen entsprechen der Sequenz der Melodie, also nach drei Tönen erscheint der gleiche Melodieabschnitt, nur um eine Terz aufwärts versetzt.
- Bei den Einsatztönen ergibt sich eine Wiederholung oder Sequenz mit derselben Struktur wie in der Melodie.

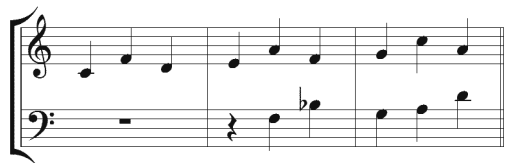
Der regelmäßigen Struktur der Melodie entspricht eine regelmäßige Struktur des Hilfstonschemas. Um die Einsatztöne zu bestimmen, reichen die groß gedruckten Hilfstöne – alle anderen sind Wiederholungen oder Sequenzen davon –, und um die groß gedruckten Hilfstöne zu bestimmen, muss das Schema nur diejenigen Hilfstöne umfassen, die nicht kursiv gedruckt sind. Dafür reicht ein Melodieabschnitt, der um eins kleiner ist als die doppelte Länge des sequenzierten Melodieabschnitts. Im Beispiel ist der sequenzierte Melodieabschnitt drei Töne lang. Also reichen die ersten fünf Melodietöne. Diese Zahl ergibt sich so: Um alle Hilfstöne für den Einsatz beim letzten Ton des sequenzierten Melodieabschnitts zu bestimmen, braucht man in der Spalte für den letzten Ton des sequenzierten Melodieabschnitts genauso viele Hilfstöne, wie der sequenzierte Melodieabschnitt lang ist. Der erste Hilfston dieser Spalte ist schon da, wenn man so viel Spalten hat, wie der sequenzierte Melodieabschnitt lang ist. Für die übrigen Hilfstöne dieser Spalte braucht man dann noch weitere Zeilen, und zwar eine weniger, als der sequenzierte Melodieabschnitt lang ist.

Die Einsatztöne bestimmt man nur für die Länge des sequenzierten Melodieabschnitts und ergänzt die übrigen durch Wiederholung oder Sequenzierung. Das ist so, als ob man in der zweiten Kanonstimme eine Anzahl von Sequenzabschnitten entfernt. So wird aus diesem Kanon

8 Der zweistimmige Kanon



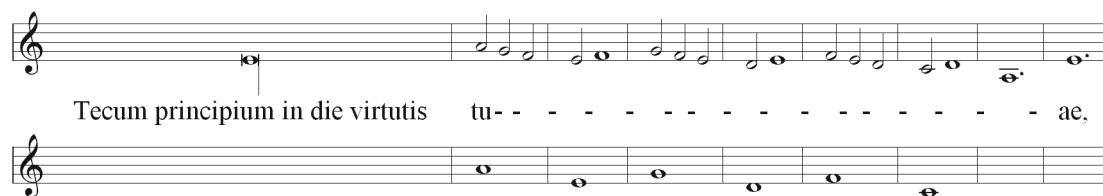
dieser:



Im unteren Kanon setzt die zweite Stimme einen sequenzierten Melodieabschnitt später ein und um das Sequenzintervall höher.

8.2.2 Monteverdi, *Marien-Vesper*, Kanonische Melismen I

In Monteverdis *Marien-Vesper*²³ gibt es viele Kanons über sequenzierende Melismen. Diese Melismen beruhen auf einem Wechsel von zwei Intervallen in entgegengesetzter Richtung, z. B. von fallender Quarte und steigender Terz²⁴ oder von fallender Terz und steigender Sekunde.²⁵ Sie sind also Zickzack-Bewegungen im Sinne von Möllers²⁶ bzw. Gegenschriftsequenzen im Sinne von Froebe.²⁷ Solch ein Melisma²⁸ sieht z. B. so aus:



Oben steht die originale Melodie, darunter das Gerüst. Der sequenzierte Melodieabschnitt ist zwei Gerüsttöne lang. Für die Bestimmung der Hilfstöne und der Imitationen reicht deshalb ein Melodieabschnitt, der um eins kleiner ist als die doppelte Länge des sequenzierten Melodieabschnitts, also drei Töne. So ergibt sich dieses Hilfstonschema:

²³ Monteverdi, *Marien-Vesper*, III. Dixit Dominus.

²⁴ Monteverdi, *Marien-Vesper*, III. Dixit Dominus, T. 86, 102, 109, 145, 154.

²⁵ Monteverdi, *Marien-Vesper*, III. Dixit Dominus, T. 24, 39.

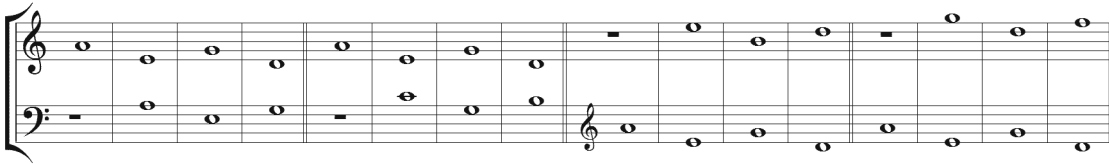
²⁶ Möllers Analyse S. 75 f.

²⁷ Froebe S. 15 f.

²⁸ Monteverdi, *Marien-Vesper*, III. Dixit Dominus, T. 85

Thema	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>g</i>
Hilfstöne	a		
	a	e	
	<i>a</i>	c	<i>g</i>
Einsatztöne	<i>P</i>	<i>aceg</i>	<i>P</i>

Die entscheidenden Hilfstöne sind wieder groß gedruckt. Interessant sind hier die Einsätze im zweiten Takt:



Im folgenden Notenbeispiel steht oben das Gerüst und darunter stehen die entsprechenden diminuierten Sätze wie bei Monteverdi.²⁹

Weil es so viele Einsatzmöglichkeiten gibt, lassen sich leicht Kanons mit mehr als zwei Stimmen schreiben. Dazu werden die beiden zweistimmigen Kanons gleichsam ineinander geschoben und es entsteht ein dreistimmiger Kanon:

²⁹ Monteverdi, *Marien-Vesper*, III. Dixit Dominus, T. 86.

8 *Der zweistimmige Kanon*

So steht es bei Monteverdi.³⁰ Hier ahnt man vielleicht schon, wie sich das Hilfstonverfahren auf Kanons mit mehr als zwei Stimmen übertragen lässt.

³⁰ Monteverdi, *Marien-Vesper*, III. Dixit Dominus, T. 86. Zur Analyse der mehrstimmigen kanonischen sequenzierenden Melismen siehe 301 ff.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

9.1 Grundlagen

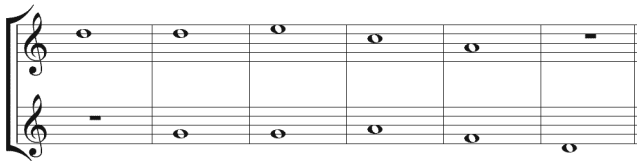
In Kanons mit mehr als zwei Stimmen ist jedes beliebige Stimmenpaar ein zweistimmiger Kanon. Das heißt, vielstimmige Kanons sind Kombinationen von mehreren zweistimmigen Kanons. Um zu einer gegebenen Melodie die vielstimmigen Kanons zu finden, muss also untersucht werden, wie mehrere zweistimmige Kanons kombiniert werden können.¹ Das Verfahren wird an diesem Thema dargestellt:



Dafür ergibt sich dieses Hilfstonschema:

Thema	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
Hilfstöne	<i>d</i>				
	<i>d</i>	<i>d</i>			
	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>e</i>		
	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	
	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
Mögliche Einsatzöne	<i>fgah</i>	<i>g</i>	<i>ceg</i>	<i>cefa</i>	<i>cdefa</i>

Im zweiten Takt ist z. B. ein Einsatz auf *g* möglich:



Wann und auf welchem Ton kann hier noch eine dritte Kanonstimme einsetzen? Um das zu bestimmen, werden in den Ausgangskanon noch zwei weitere Systeme eingefügt.

¹ Siehe hierzu auch Rovenko S. 164–168. Dabei bezieht sich Rovenko ausdrücklich auf Bellermann.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

The image shows a musical score for two voices. The first voice (1. St.) is on a treble clef staff, starting with a whole note 'Einsatzton' (entry tone) in the first measure, followed by a sequence of quarter notes in the subsequent measures. The second voice (2. St.) is on a treble clef staff, starting with a whole note 'Einsatzton' in the second measure, followed by a sequence of quarter notes. Below each voice staff are two additional systems: 'Einsatztöne z. 1. St.' and 'Einsatztöne z. 2. St.'. These systems contain quarter notes without stems, indicating the entry tones for other voices that can be added to the canon.

In diesen zusätzlichen Systemen stehen Viertelnoten ohne Hals. Sie zeigen an, auf welchen Tönen eine weitere Stimme einsetzen kann, sodass ein korrekter Kanon mit der Stimme darüber entsteht. Von Oktavlagen ist dabei abstrahiert. Links steht als ganze Note jeweils der Ton, mit dem die Kanonstimme einsetzt, auf die sich das System bezieht. Solche zusätzlichen Systeme werden im Folgenden „Einsatztonsysteme“ genannt.

Das Einsatztonsystem zur ersten Stimme enthält die Töne, die mit dem Hilfstonverfahren bestimmt worden sind. Das Einsatztonsystem zur zweiten Stimme ist aus dem Einsatztonsystem für die erste Stimme abgeleitet, und zwar durch eine Versetzung um einen Takt nach hinten und um eine Quinte abwärts, also um den rhythmischen und intervallischen Einsatzabstand des Kanons. Dies muss so sein, weil die zweite Stimme einen Takt später und eine Quinte tiefer einsetzt.

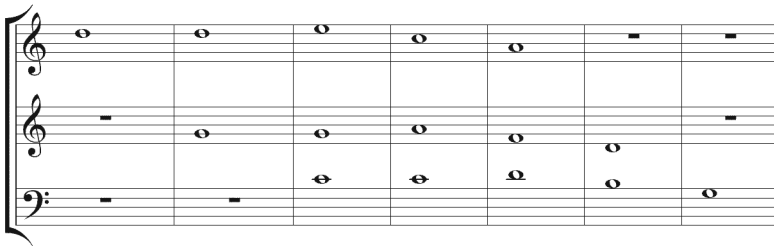
Eine dritte Stimme kann dort einsetzen, wo sowohl mit der ersten als auch mit der zweiten Stimme ein Kanon möglich ist. Die Einsatztöne der dritten Stimme müssen also Einsatztöne zur ersten und zur zweiten Stimme sein.

Um diese Töne zu finden, bestimmt man in jedem Takt die Töne, die sowohl im Einsatztonsystem zur ersten Stimme stehen als auch im Einsatztonsystem zur zweiten. Dabei wird wieder von den Oktavlagen abstrahiert. Diese Töne stehen in einem weiteren System, ganz unten:

This image shows a musical score similar to the one above, but with an additional system at the bottom. The first voice (1. St.) and the second voice (2. St.) are shown with their respective 'Einsatzton' labels. Below them are the systems for 'Einsatztöne z. 1. St.' and 'Einsatztöne z. 2. St.'. At the very bottom is a system labeled 'Einsatztöne z. 1. u. 2. St.', which contains quarter notes without stems, representing the entry tones for a third voice that can enter at the intersection of the first and second voice's entry points.

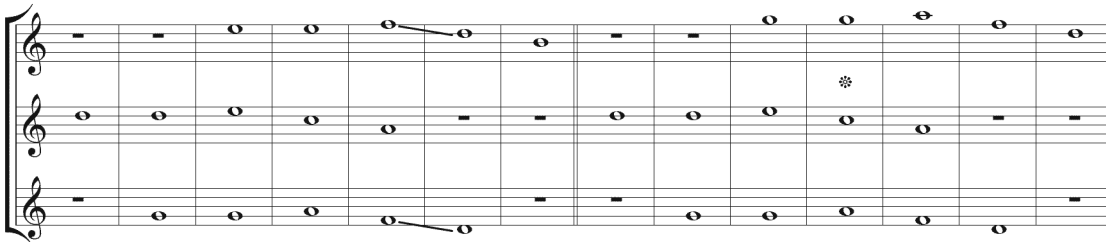
Auf den Tönen im unteren System kann eine dritte Kanonstimme einsetzen; denn die Takte im unteren System enthalten jeweils die Schnittmengen aus den Takten im zweiten und vierten System. Ein Sonderfall ist der sechste Takt. Das Thema ist in der ersten Stimme schon beendet. Die Einsatztöne hängen also nur noch von der zweiten Stimme ab. Deshalb stehen hier sämtliche Einsatztöne zur zweiten Stimme. Im Folgenden wird so verfahren: Vor dem Beginn und nach dem Ende des Themas in einer Stimme steht im Einsatztonsystem zu dieser Stimme nichts, aber es wird angenommen, dass über die Einsätze vor dem Beginn des Themas nichts bekannt ist und dass nach dem Ende des Themas stets alle Einsatztöne möglich sind.

Im dritten Takt gibt es nur einen einzigen Einsatz, den auf *c*:



Die Oktavlagen in den Notenbeispielen sind so gewählt, dass keine Satzfehler entstehen. Wie man geeignete Oktavlagen systematisch bestimmt, wird weiter unten gezeigt.²

Die Einsatztöne *e* und *g* passen zur ersten Stimme, aber nicht zur zweiten. Deshalb entstehen Fehler, wenn die dritte Stimme auf *e* oder *g* einsetzt:



Links stehen fehlerhafte Parallelen und rechts steht eine fehlerhafte Septime.

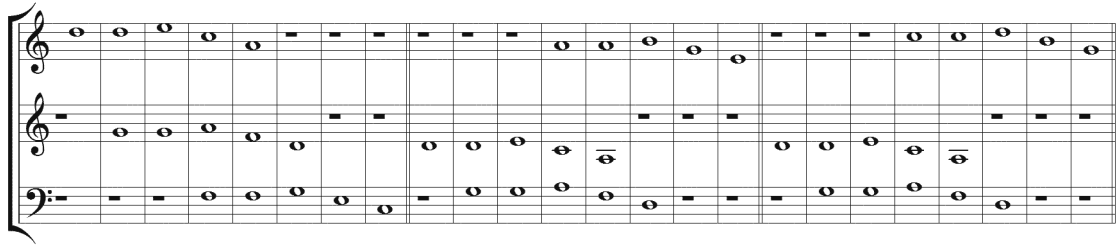
Eine zweite Stimme kann schon im ersten Takt einsetzen oder eine dritte auch schon im zweiten. Dann entstehen Parallelführungen. Dieser Fall wird später erörtert.³

Im vierten Takt kann die dritte Stimme auf *f*, *a* und *c* einsetzen. Dabei ergeben sich diese Sätze:

² S. 293 ff.

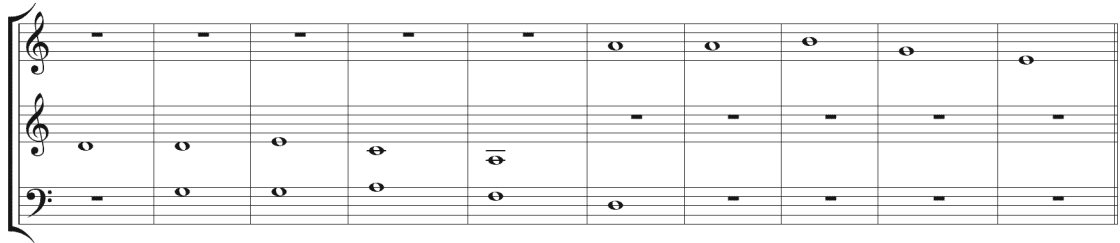
³ S. 299 ff.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

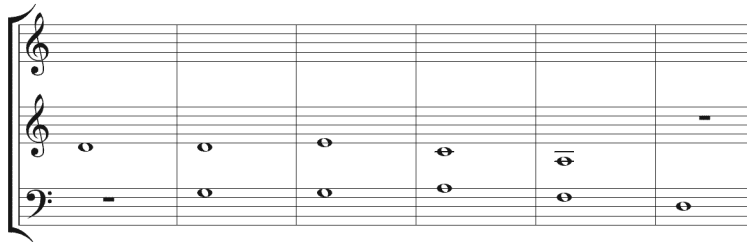


Die Überlegungen für den fünften Takt sind analog.

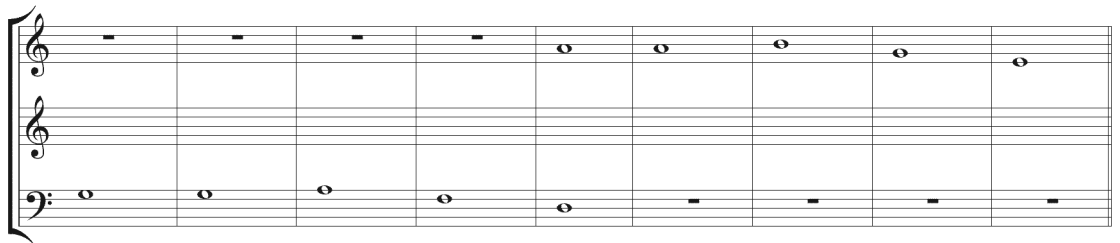
Wenn die dritte Stimme erst im sechsten Takt einsetzt, ist das Thema in der ersten Stimme schon beendet. Dann ist der Satz nirgends real dreistimmig, sondern es werden nur zwei zweistimmige Kanons verkettet. Die dritte Stimme kann im sechsten Takt auf sämtlichen Einsatzönen zur zweiten Stimme einsetzen, d. h. auf *f*, *g*, *a*, *h* und *d*. Für *a* ergibt sich dieser Kanon:



Hier sind zwei zweistimmige Kanons verkettet, und zwar diese:



und



Jeder Zusammenklang des dreistimmigen Kanons ist in einem dieser beiden zweistimmigen Kanons enthalten.

Wenn die zweite Stimme erst im dritten Takt einsetzt, sind drei Fälle zu unterscheiden, je nachdem, auf welchem Ton sie einsetzt, auf *c*, *e* oder *g*. Für jeden dieser drei Fälle ergibt sich so ein Schema wie oben. Das für *c* sieht so aus:

1. St.
Einsatztöne z. 1. St.
2. St.
Einsatztöne z. 2. St.
Einsatztöne z. 1. u. 2. St.

Die dritte Stimme kann z. B. im vierten Takt auf *f* einsetzen:

Das Verfahren hängt nicht von der Anzahl der Stimmen ab. Sie ist theoretisch unbegrenzt. Zum Beispiel soll dieser Kanon zur Vierstimmigkeit erweitert werden:

Dafür ergibt sich dieses Schema:

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Die Kanonstimmen selbst sind hier nicht mehr abgebildet, nur noch die Einsatztonsysteme und das System für die Schnittmengen. Die vierte Stimme kann auf den Tönen der untersten Zeile einsetzen. Im vierten Takt gibt es also nur einen einzigen Einsatzton, nämlich *f*. Dazu gehört dieser Satz:

Für jeden weiteren Einsatz kommt eine weitere Einsatztonzeile hinzu. Das Schema wird also schrittweise aufgebaut. Es wächst, wenn weitere Kanonstimmen hinzukommen. Für den vierstimmigen Kanon ergeben sich der Reihe nach diese Schemata:

Einsatztonzeilen	(<i>d</i>)	<i>g</i>	<i>ceg</i>	<i>cefa</i>	<i>cdefa</i>	
		(<i>g</i>)	<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>fahd</i>	<i>fgahd</i>
Schnittmengen			<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>dfa</i>	<i>fgahd</i>

Einsatztonzeilen	(<i>d</i>)	<i>g</i>	<i>ceg</i>	<i>cefa</i>	<i>cdefa</i>		
		(<i>g</i>)	<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>fahd</i>	<i>fgahd</i>	
			(<i>c</i>)	<i>f</i>	<i>hdf</i>	<i>hdeg</i>	<i>hcdeg</i>
Schnittmengen				<i>f</i>	<i>df</i>	<i>hdg</i>	<i>hcdeg</i>

Aus Platzgründen sind die Schemata nicht in Notenschrift abgebildet, sondern in Tonbuchstaben. Die Zeilen entsprechen den Einsatztonsystemen. Sie werden „Einsatztonzeilen“ genannt. Die Spalten entsprechen den Takten. Die Anfangstöne der Stimmen, auf die sich die Einsatztonsysteme beziehen, stehen jeweils ganz links und sind eingeklammert. Solch ein Schema wird im Folgenden als „Vielstimmigkeitsschema“ bezeichnet.

Um den Einsatz einer fünften Stimme zu finden, wird das Schema noch einmal erweitert:

Einsatztonzeilen	(d)	<i>g</i>	<i>egc</i>	<i>efac</i>	<i>defac</i>			
		(g)	<i>c</i>	<i>acf</i>	<i>ahdf</i>	<i>gahdf</i>		
			(c)	<i>f</i>	<i>dfh</i>	<i>degh</i>	<i>cdegh</i>	
				(f)	<i>h</i>	<i>ghe</i>	<i>gace</i>	<i>fgace</i>
Schnittmengen					∅	<i>gh</i>	<i>gce</i>	<i>fgace</i>

Hier wird deutlich: Im fünften Takt kann keine weitere Stimme mehr einsetzen. Zur vierten Stimme passt nur ein Einsatz auf *h*. Der passt aber nicht zur ersten. Reale Fünfstimmigkeit wäre nur möglich, wenn in jedem Takt eine Stimme einsetzt. Das ist bei diesem Thema ausgeschlossen.

Allerdings ist im sechsten Takt ein Einsatz auf *g* oder *h* möglich. Dann werden zwei vierstimmige Kanons verkettet.

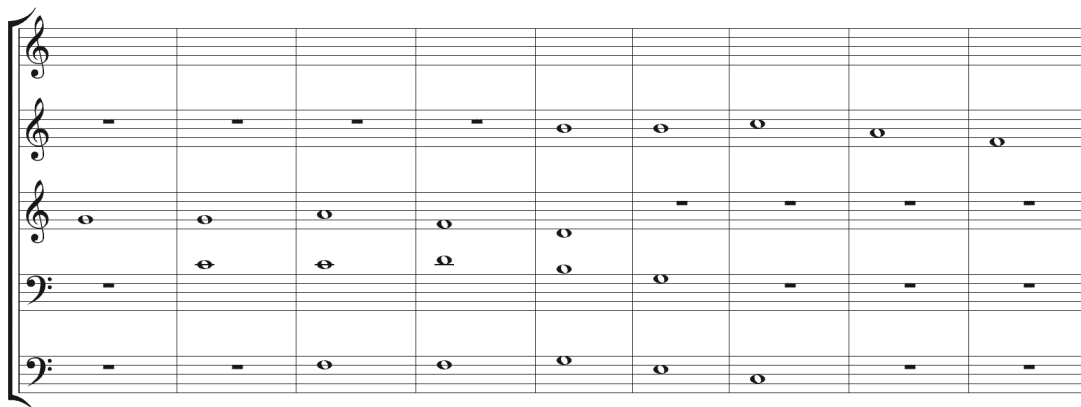
The musical score consists of five staves. The first four staves represent two four-part canons. The first canon starts in measure 1 and ends in measure 5. The second canon starts in measure 6 and continues through measure 10. The notes are placed on the staves to show the entry points and subsequent notes for each voice part.

Hier sind diese beiden vierstimmigen Kanons verkettet:

This musical score shows the two four-part canons from the previous block joined together. The first canon occupies measures 1 through 5, and the second canon occupies measures 6 through 10. The notation is identical to the previous score, showing the entry points and subsequent notes for each voice part.

und

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen



Um einen Überblick über möglichst viele Kanons zu bekommen, bildet man die Einsatz-
tonsysteme für sämtliche möglichen zweiten Stimmen und fasst sie zu einem umfangrei-
chen Vielstimmigkeitsschema zusammen. Das geschieht so:

Das Hilfstonschema wird gebildet. Die Einsatzztöne werden in die unterste Zeile unter die
Hilfstöne geschrieben.

Thema	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
Hilfstöne	<i>d</i>				
	<i>d</i>	<i>d</i>			
	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>e</i>		
	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	
	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
Mögliche Einsatzztöne	<i>fgah</i>	<i>g</i>	<i>egc</i>	<i>efac</i>	<i>defac</i>

Darauf wird die unterste Zeile aus dem Hilfstonschema in die oberste Zeile des Vielstim-
migkeitsschemas übertragen. Dann werden der Reihe nach die Einsatzztöne aus der ersten
Zeile nach unten kopiert. Dabei kommt jeder Einsatzzton in eine eigene Zeile und wird
eingeklammert. Er steht unter dem entsprechenden Ton in der ersten Zeile.

(<i>d</i>)	<i>g</i>	<i>egc</i>	<i>efac</i>	<i>defac</i>
	(<i>g</i>)			
		(<i>c</i>)		
		(<i>e</i>)		
		(<i>g</i>)		
			(<i>c</i>)	
			(<i>e</i>)	
			(<i>f</i>)	
			(<i>a</i>)	
				(<i>c</i>)
				(<i>d</i>)
				(<i>e</i>)
				(<i>f</i>)
				(<i>a</i>)

Die Zeilen werden nach rechts ergänzt, und zwar so, dass sich jeweils Versetzungen der ersten Zeile ergeben.

(d)	<i>g</i>	<i>ceg</i>	<i>cefa</i>	<i>cdefa</i>				
	(g)	<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>fahd</i>	<i>fgahd</i>			
		(c)	<i>f</i>	<i>hdf</i>	<i>hdeg</i>	<i>hcddeg</i>		
		(e)	<i>a</i>	<i>dfa</i>	<i>dfgh</i>	<i>defgh</i>		
		(g)	<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>fahd</i>	<i>fgahd</i>		
			(c)	<i>f</i>	<i>hdf</i>	<i>hdeg</i>	<i>hcddeg</i>	
			(e)	<i>a</i>	<i>dfa</i>	<i>dfgh</i>	<i>defgh</i>	
			(f)	<i>h</i>	<i>egh</i>	<i>egac</i>	<i>efgac</i>	
			(a)	<i>d</i>	<i>ghd</i>	<i>ghce</i>	<i>gahce</i>	
				(c)	<i>f</i>	<i>hdf</i>	<i>hdeg</i>	<i>hcddeg</i>
				(d)	<i>g</i>	<i>ceg</i>	<i>cefa</i>	<i>cdefa</i>
				(e)	<i>a</i>	<i>dfa</i>	<i>dfgh</i>	<i>defgh</i>
				(f)	<i>h</i>	<i>egh</i>	<i>egac</i>	<i>efgac</i>
				(a)	<i>d</i>	<i>ghd</i>	<i>ghce</i>	<i>gahce</i>

Einsätze einer möglichen zweiten Stimme stehen in der ersten Zeile. Um einen weiteren Einsatz zu finden, markiert man die Einsatztonzeilen für diejenigen Stimmen, die bereits eingesetzt haben, z. B. durch Fettdruck. Ein weiterer Einsatz ist möglich, wenn der Einsatzton zum Einsatzzeitpunkt in jeder markierten Einsatzzeile steht. Schnittmengen fehlen hier noch. Sie können erst gebildet werden, wenn klar ist, welcher Kanon erweitert werden soll.

9.2 Haydn, *Symphonie D-Dur*, Hob. I:13, Mozart, *F-Dur-Messe*

Es gibt ein Thema, das Mozart in vielen Werken verwendet hat:⁴



Am bekanntesten ist es wohl aus der so genannten *Jupiter-Symphonie*.⁵ Dort ist es das Hauptthema des letzten Satzes. Wichtig ist es auch in der *F-Dur-Messe*, KV 192, als Hauptthema des Credo.⁶ Auch bei Haydn kommt es vor, als Finalthema der *D-Symphonie*, Hob. I:13.⁷ Mit diesem Vier-Noten-Motiv sind viele Engführungen möglich. Da sie

⁴ Mozart, *Missa brevis* F-Dur, KV 192, Credo; *Symphonie Es-Dur*, KV 16, zweiter Satz, T. 7; *Symphonie B-Dur* KV 319, erster Satz, T. 143; *Symphonie C-Dur*, KV 551, vierter Satz; *Violinsonate Es-Dur* KV 481, erster Satz, T. 105.

⁵ Mozart, *Symphonie C-Dur*, KV 551.

⁶ Mozart, *Missa brevis* F-Dur, KV 192, Credo.

⁷ Haydn, *Symphonie D-Dur*, Hob. I:13, vierter Satz.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

von der Themengestalt abhängen, ähneln sie sich, selbst in verschiedenen Werken. Besonders deutlich wird das in Haydns Symphonie und Mozarts Messe. Bei Haydn steht das Thema in D-Dur, bei Mozart in F-Dur. Untersucht wird es hier in C-Dur, der Einfachheit halber. Die Hilfstonschemata sind diese:

Thema	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
Hilfstöne (stufengetreu)	<i>c</i>			
	<i>c</i>	<i>d</i>		
	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	
	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
Mögliche Einsatztöne		<i>gh</i>	<i>hdfa</i>	<i>cegah</i>

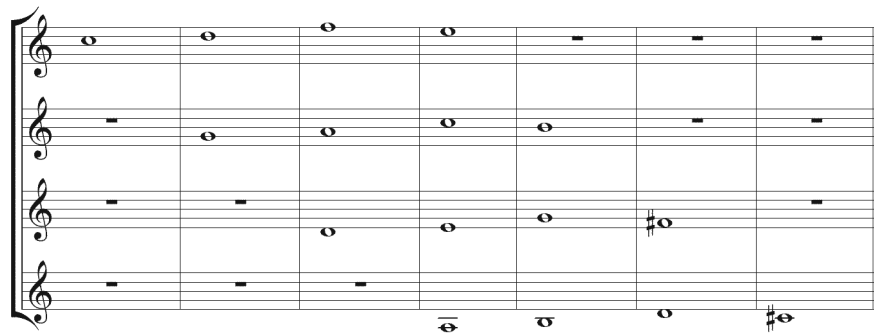
Thema	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
Hilfstöne (intervallgetreu)	<i>c</i>			
	<i>c</i>	<i>d</i>		
	<i>c</i>	<i>es</i>	<i>f</i>	
	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
Mögliche Einsatztöne		<i>g</i>	<i>bdfa</i>	<i>cciseggisah</i>

Dafür ergeben sich diese Vielstimmigkeitsschemata:

stufengetreu						
(<i>c</i>)	<i>gh</i>	<i>df</i>	<i>cegah</i>			
	(<i>g</i>)	<i>df</i>	<i>ac</i>	<i>ghdef</i>		
	(<i>h</i>)	<i>fa</i>	<i>ce</i>	<i>hdfga</i>		
		(<i>h</i>)	<i>fa</i>	<i>ce</i>	<i>hdfga</i>	
		(<i>d</i>)	<i>ac</i>	<i>eg</i>	<i>dfahc</i>	
		(<i>f</i>)	<i>ce</i>	<i>gh</i>	<i>facde</i>	
		(<i>a</i>)	<i>eg</i>	<i>hd</i>	<i>acefg</i>	
			(<i>c</i>)	<i>gh</i>	<i>df</i>	<i>cegah</i>
			(<i>e</i>)	<i>hd</i>	<i>fa</i>	<i>eghcd</i>
			(<i>g</i>)	<i>df</i>	<i>ac</i>	<i>ghdef</i>
			(<i>a</i>)	<i>eg</i>	<i>hd</i>	<i>acefg</i>
			(<i>h</i>)	<i>fa</i>	<i>ce</i>	<i>hdfga</i>

intervallgetreu						
(c)	<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>c cis e g</i> <i>gis a h</i>			
	(g)	<i>d</i>	<i>f a c e</i>	<i>g gis h d</i> <i>dis e fis</i>		
		(b)	<i>f</i>	<i>as c es g</i>	<i>b h d f fis g a</i>	
		(d)	<i>a</i>	<i>c e g h</i>	<i>d dis fis a ais h</i> <i>cis</i>	
		(f)	<i>c</i>	<i>es g b d</i>	<i>f fis a c cis d e</i>	
		(a)	<i>e</i>	<i>g h d fis</i>	<i>a ais cis e eis fis</i> <i>gis</i>	
			(c)	<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>c cis e g gis a h</i>
			(cis)	<i>gis</i>	<i>h dis fis ais</i>	<i>cis cisis eis gis</i> <i>gisis ais his</i>
			(e)	<i>h</i>	<i>d fis a cis</i>	<i>e eis gis h his cis</i> <i>dis</i>
			(g)	<i>d</i>	<i>f a c e</i>	<i>g gis h d dis e fis</i>
			(gis)	<i>dis</i>	<i>fis ais cis eis</i>	<i>gis gisis his dis</i> <i>disis eis fisis</i>
			(a)	<i>e</i>	<i>g h d fis</i>	<i>a ais cis e eis fis</i> <i>gis</i>
			(h)	<i>fis</i>	<i>a cis e gis</i>	<i>h his dis fis</i> <i>fisis gis ais</i>

Bei intervallgetreuer Imitation ist auf dem zweiten Ton nur ein einziger Einsatz möglich, wenn man von Oktavlagen absieht. Es gibt also höchstens eine vierstimmige Engführung, die intervallgetreu ist und bei der die Stimmen im Abstand von einer Note einsetzen. Das ist diese:



Die Einsatztöne steigen in Quartan abwärts. Diese Engführung haben Haydn und Mozart nicht verwendet, jedenfalls nicht in den erwähnten Werken.⁸ Sie ist tonal instabil. Wenn man die Vorzeichen weglässt, wird sie stufengetreu, bleibt aber tonal instabil. Das

⁸ Auch in anderen Werken ist mir keine Stelle aufgefallen.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

ist problematisch unter dem Gesichtspunkt der Form. Die vierstimmige Engführung ist nämlich die größtmögliche kontrapunktische Verdichtung. Als solche gehört sie an den Schluss. Der Schluss aber sollte tonal stabil sein und deswegen sollte auch die vierstimmige Engführung tonal stabil sein.

Die tonale Stabilität einer Engführung ist relativ groß, wenn die Stimmen auf höchstens zwei verschiedenen Tönen einsetzen und wenn diese Einsatzöne im Quart- oder Quintabstand stehen, bei diesem Thema also auf *c* und *g* oder auf *c* und *f*. Dafür ergeben sich diese Vielstimmigkeitsschemata:

Für die Einsatzöne *c* und *g*:

Einsatztonzeilen	(<i>c</i>)	<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>cciseggisa h</i>	
		(<i>g</i>)	<i>d</i>	<i>f a c e</i>	<i>ggishddise fis</i>
Schnittmengen			<i>d</i>	<i>a c e</i>	<i>ggishddise fis</i>

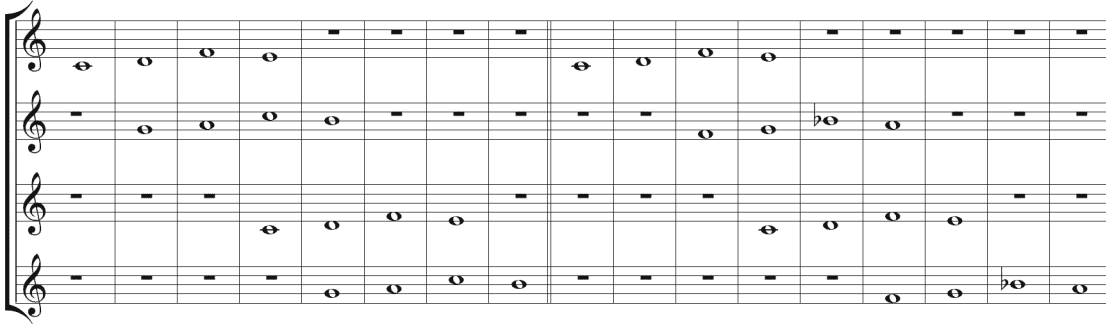
Einsatztonzeilen	(<i>c</i>)	<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>cciseggisa h</i>			
		(<i>g</i>)	<i>d</i>	<i>f a c e</i>	<i>ggishddise fis</i>		
				(<i>c</i>)	<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>cciseggisa h</i>
Schnittmengen					<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>gisa h</i> <i>gisa h</i>

Für die Einsatzöne *c* und *f*:

Einsatztonzeilen	(<i>c</i>)	<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>cciseggisa h</i>		
			(<i>f</i>)	<i>c</i>	<i>esgbd</i>	<i>ffisaccisde</i>
Schnittmengen				<i>c</i>	<i>esgbd</i>	<i>ffisaccisde</i>

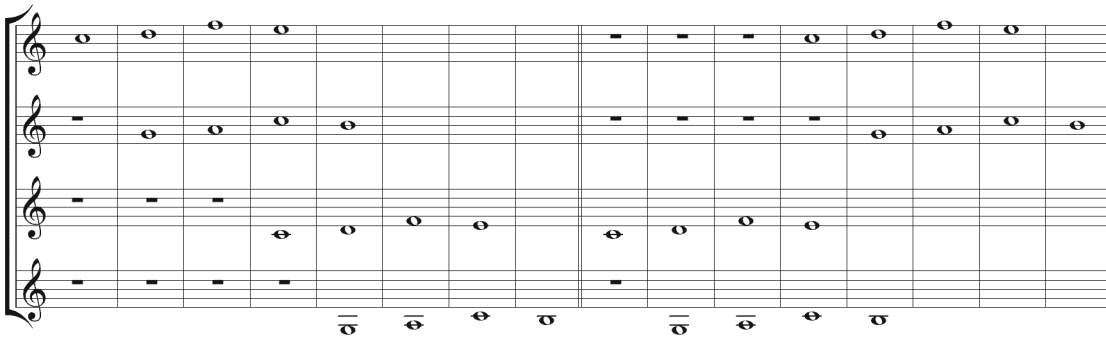
Einsatztonzeilen	(<i>c</i>)	<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>cciseggisa h</i>			
			(<i>f</i>)	<i>c</i>	<i>esgbd</i>	<i>ffisaccisde</i>	
				(<i>c</i>)	<i>g</i>	<i>b d f a</i>	<i>cciseggisa h</i>
Schnittmengen					<i>g</i>	<i>d f a</i>	<i>cciseggisa h</i>

Die Sätze dazu sind diese:



Hier müssen zwar noch die Oktavlagen festgelegt werden; trotzdem lassen sich die beiden Lösungen aber schon vergleichen. Die linke ist günstiger als die rechte: Sie beginnt mit dem kleinsten möglichen rhythmischen Einsatzabstand und sie ist insgesamt kürzer, entspricht also besser dem formalen Prinzip der Verdichtung.

Die Oktavlagen lassen sich verschieden wählen und so stellt sich die Frage, was musikalisch am sinnvollsten ist. Bass können nur die Stimmen sein, die mit *g* beginnen. In den beiden anderen, der ersten und der dritten, ist der Ton *d* oberer Ton einer Quinte oder unterer Ton einer Quarte. Im Bass wäre er also Basston eines irregulären Quartsextakkords. Zwei Einsatzfolgen liegen nahe: Sopran, Alt, Tenor, Bass oder Tenor, Bass, Sopran, Alt. Weniger günstig ist die Folge Sopran, Bass, Tenor, Alt. Hier ist das Intervall zwischen den ersten beiden Einsätzen zu groß. Bei der Folge Tenor, Alt, Sopran, Bass ist der Tenor vorübergehend die tiefste Stimme und dadurch entsteht eine irreguläre Quarte zwischen Alt und Tenor. Die Sätze mit den guten Einsatzfolgen sind diese:



Im ersten Fall ist jede neu einsetzende Stimme eine Außenstimme, d. h. sie liegt nicht zwischen zwei Stimmen, die bereits eingesetzt haben. Die Imitationen sind also gut zu erkennen. Die linke Engführung entspricht den Stellen bei Haydn und Mozart. Beide haben dasselbe Einsatzschema gewählt. Das zeigt, wie sehr solche Engführungen vom Thema abhängen. Deutlich wird aber auch die Hierarchie der Kriterien. Die Dichte der Imitation ist wichtig, aber noch wichtiger ist die tonale Stabilität, die hier durch die Form bedingt ist.

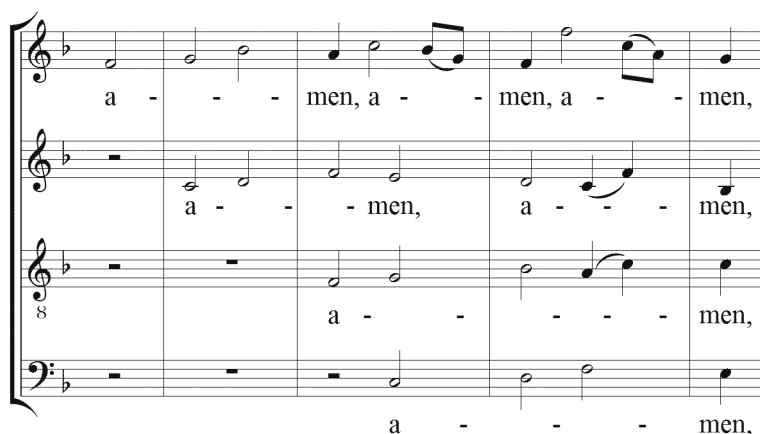
9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Bei Haydn sieht die Stelle so aus: ⁹



The image shows a musical score for Haydn's canon in D major. It consists of four staves. The top two staves are in treble clef, and the bottom two are in bass clef. The key signature has two sharps (F# and C#). The music features a rhythmic pattern of quarter notes and eighth notes, with some rests. The melody is simple and repetitive, characteristic of a canon.

Bei Mozart so:¹⁰



The image shows a musical score for Mozart's canon in F major. It consists of four staves. The top two staves are in treble clef, and the bottom two are in bass clef. The key signature has one flat (Bb). The music features a rhythmic pattern of quarter notes and eighth notes, with some rests. The melody is simple and repetitive, characteristic of a canon. The lyrics are 'a - - men, a - - men, a - - men,'.

Eine kurze Ergänzung: Auch bei stufengetreuer Imitation existiert keine tonal stabilere Lösung in engem Abstand. Es gibt nämlich nur einen einzigen Kanon, der stufengetreu möglich ist, aber nicht intervallgetreu. Das ist der Untersekundkanon. Der ist jedoch in einer Engführung mit zwei Einsatzönen im Quart- oder Quintabstand unbrauchbar. Deshalb werden die stufengetreuen Engführungen nicht eigens untersucht.

9.3 Sequenzierende Verkettung – Mozart, *F-Dur-Messe*, *C-Dur-Symphonie*

Kanons können verkettet werden durch Einsätze nach dem Ende des Themas in der ersten Stimme. Dies lässt sich beliebig lange fortsetzen. Wenn dabei der intervallische und der rhythmische Einsatzabstand jeweils gleich bleiben, entsteht eine sequenzartige Struktur. Bei dem Vier-Ton-Motiv ist auf dem dritten Ton ein Einsatz in der Unterquinte möglich.

⁹ Haydn, *Symphonie D-Dur*, Hob. I:13, vierter Satz, T. 145.

¹⁰ Mozart, *Missa brevis F-Dur*, KV 192, Credo, T. 128.

9.3 Sequenzierende Verkettung – Mozart, F-Dur-Messe, C-Dur-Symphonie

Die fortgesetzte Verkettung führt zu einer Sequenz, die sich, von Oktavlagen abgesehen, in Quinten abwärts bewegt. Solch ein Quintfall erscheint in der Messe,¹¹ aber auch in der *C-Dur-Symphonie*, KV 551.¹² In der Messe sieht er so aus:

36

38

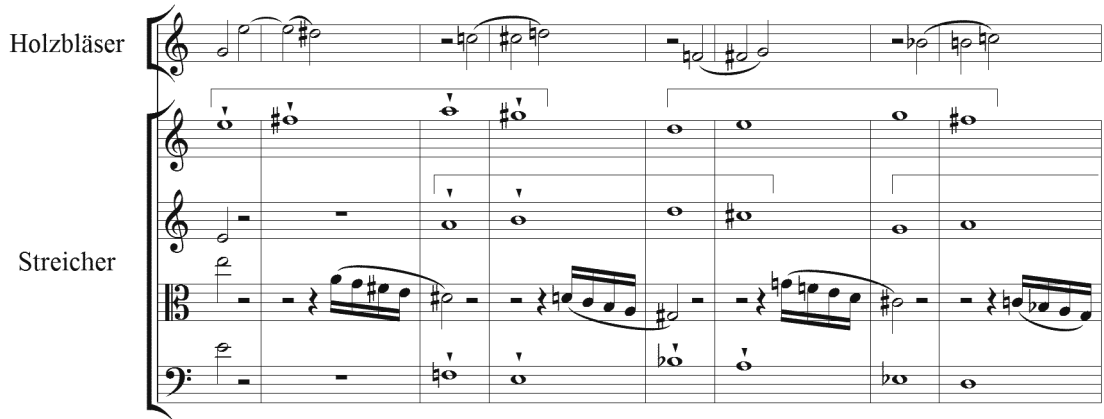
¹¹ Mozart, *Missa brevis F-Dur*, KV 192, Credo, T. 36.

¹² Mozart, *Symphonie C-Dur*, KV 551, vierter Satz, T. 242.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Die Stelle wird wiederholt,¹³ fast ohne Änderung. Erst danach – kurz vor Schluss – erscheint die vierstimmige Engführung. So nimmt die Verdichtung im Verlauf des Satzes zu und es entsteht eine Steigerung.

Die entsprechende Stelle in der Symphonie ist diese:



The image shows a musical score for woodwinds and strings. The top staff is labeled 'Holzbläser' (Woodwinds) and the bottom two staves are labeled 'Streicher' (Strings). The woodwinds part features a melodic line with some rests. The strings part features a complex rhythmic pattern with sixteenth and thirty-second notes, and some rests. The score is written in a key with one sharp (F#) and a common time signature (C).

Den Kanon spielen die 1. und 2. Violinen. Die Sequenz wird bis zum Einsatz auf *f* fortgesetzt. Die Harmonik der Stelle ist außerordentlich kühn: Der übermäßige Quintsextakkord wird in den Dominantseptakkord aufgelöst und nicht in den bloßen Dur-Dreiklang, wie es üblich wäre. Zur Septime gibt es außerdem noch einen Vorhalt von unten. Die Verbindung wird sequenziert, sodass kein eindeutiger tonaler Bezug entsteht. Die Stelle aus der Symphonie wirkt ganz anders als die Parallelstelle aus der Messe und das, obwohl beide auf derselben kontrapunktischen Struktur beruhen.

Der Vergleich von Messe und Symphonie zeigt: Einerseits ist eine bestimmte kontrapunktische Struktur durch die Themengestalt vorgegeben, so sehr, dass sie in verschiedenen Werken gleich ist. Andererseits ist die kontrapunktische Struktur harmonisch kaum festgelegt und deshalb lässt sie sich ganz unterschiedlich gestalten.

9.4 Einsatzbaum – Haydn, *Symphonie G-Dur*, Hob. I:3

Das Finale von Haydns früher *G-Symphonie*¹⁴ ist eine Fuge mit galanten Elementen über dieses Thema:



The image shows a short musical notation for a theme. It is written in a key with one sharp (F#) and a common time signature (C). The notation consists of a single staff with a treble clef, showing a sequence of notes: G4, A4, B4, C5, B4, A4, G4.

Damit sind viele Engführungen möglich. Das Hilfstonschema für die intervallgetreuen ist dieses:

¹³ Mozart, *Missa brevis F-Dur*, KV 192, Credo, T. 100.

¹⁴ Haydn, *Symphonie G-Dur*, Hob. I:3, vierter Satz.

intervallgetreu				
Thema	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>fis</i>	<i>g</i>
Hilfstöne	<i>g</i>			
	<i>g</i>	<i>a</i>		
	<i>g</i>	<i>e</i>	<i>fis</i>	
	<i>g</i>	<i>as</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
Einsatztöne		<i>c</i>	<i>da</i>	<i>gbhcdeese</i>

Besonders geeignet sind die Imitationen in der Oktave, der Quinte oder der Quarte. Im Abstand 1 ist eine Engführung in der Unterquinte möglich und im Abstand 2 in der Oberquinte, im Abstand 3 sogar in der Oberquinte, Unterquinte und Oktave. Das Vielstimmigkeitsschema sieht so aus:

intervallgetreu						
(<i>g</i>)	<i>c</i>	<i>da</i>	<i>gbhcdeese</i>			
	(<i>c</i>)	<i>f</i>	<i>gd</i>	<i>cesefgasa</i>		
		(<i>d</i>)	<i>g</i>	<i>ae</i>	<i>df fisgab h</i>	
		(<i>a</i>)	<i>d</i>	<i>eh</i>	<i>accisdef fis</i>	
			(<i>g</i>)	<i>c</i>	<i>da</i>	<i>gbhcdeese</i>
			(<i>b</i>)	<i>es</i>	<i>fc</i>	<i>bdesdes fges g</i>
			(<i>h</i>)	<i>e</i>	<i>fiscis</i>	<i>hd disefis ggis</i>
			(<i>c</i>)	<i>f</i>	<i>gd</i>	<i>cesefgasa</i>
			(<i>d</i>)	<i>g</i>	<i>ae</i>	<i>df fisgab h</i>
			(<i>es</i>)	<i>as</i>	<i>bf</i>	<i>esges gasbces c</i>
			(<i>e</i>)	<i>a</i>	<i>hfis</i>	<i>eggis ahccis</i>

Die Einsatzfolge wirkt besonders dicht, wenn pro Takt eine neue Stimme einsetzt. Da im zweiten Takt nur der Unterquintkanon möglich ist, müssten die Stimmen der Reihe nach auf *g*, *c*, *f* und *b* einsetzen. Die dritte Stimme kann aber nicht auf *f* einsetzen. Ein vierstimmiger Kanon mit je einem Einsatz pro Takt ist also ausgeschlossen. Deswegen wird untersucht, wie sich die beiden ersten Kanons im Quart- oder Quintabstand zur Vierstimmigkeit erweitern lassen.

Für den Unterquintkanon ergibt sich dieses Vielstimmigkeitsschema:

intervallgetreu						
(<i>g</i>)	<i>c</i>	<i>da</i>	<i>gbhcdeese</i>			
	(<i>c</i>)	<i>f</i>	<i>gd</i>	<i>cesefgasa</i>		
			(<i>g</i>)	<i>c</i>	<i>da</i>	<i>gbhcdeese</i>
			(<i>d</i>)	<i>g</i>	<i>ae</i>	<i>df fisgab h</i>

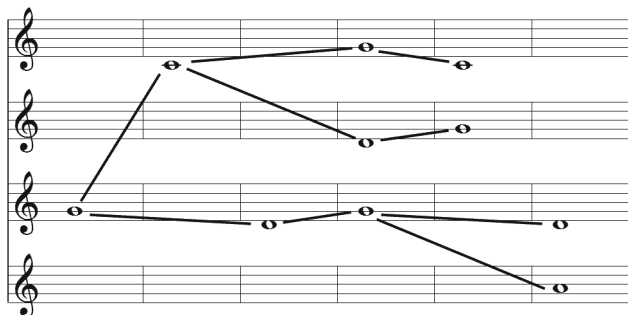
Die dritte Stimme kann im vierten Takt einsetzen, und zwar auf *g* oder auf *d*. Die vierte Stimme kann dann jeweils eine Quinte tiefer einsetzen als die dritte.

Für den Kanon in der Oberquinte im dritten Takt sieht das Vielstimmigkeitsschema so aus:

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

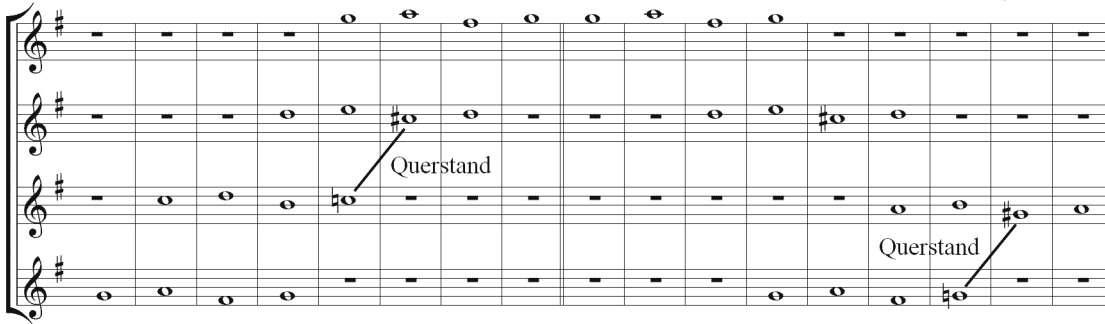
intervallgetreu					
(g)	c	da	gbhcdese		
		(d)	g	ae	df fisgab h
			(g)	c	da
					gbhcdese

Wenn die dritte Stimme erst im fünften Takt einsetzt, werden bloß zwei zweistimmige Kanons verkettet. Es entsteht keine reale Dreistimmigkeit. Die dritte Stimme muss also früher einsetzen, spätestens beim vierten Ton. Das ist nur auf *g* möglich. Die vierte Stimme kann dann erst im sechsten Takt einsetzen, und zwar auf *d* oder auf *a*. Insgesamt gibt es also vier Möglichkeiten. Sie sind hier zu einem Baum zusammengefasst:¹⁵



Die Sätze dazu sind diese:

¹⁵ Zum graphentheoretischen Begriff „Baum“ siehe oben S. 222.



Die Engführungen in der oberen Akkolade sind günstiger als die in der unteren; denn sie enthalten keine Querstände und sie kommen mit nur zwei Einsatzstufen aus, genau wie eine Fugensexposition. Deshalb werden nur noch die Engführungen der oberen Akkolade weiter betrachtet. Die Sätze sind unterschiedlich lang, der erste acht Takte, der zweite neun. Der erste Kanon ist also dichter als der zweite. Deswegen eignet er sich besser für einen formalen Verdichtungsprozess.

Noch dichter wird die Engführung nur, wenn in jedem Takt eine Stimme einsetzt. Wie oben gezeigt,¹⁶ ist das bei intervallgetreuer Imitation nicht möglich. Deshalb wird jetzt untersucht, ob es solche Engführungen in stufengetreuer Imitation gibt. Das Hilfston-schema ist dieses:

stufengetreu				
Thema	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
Hilfstöne	<i>g</i>			
	<i>g</i>	<i>a</i>		
	<i>g</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	
	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
Einsatztöne		<i>ace</i>	<i>ahcd</i>	<i>ghcde</i>

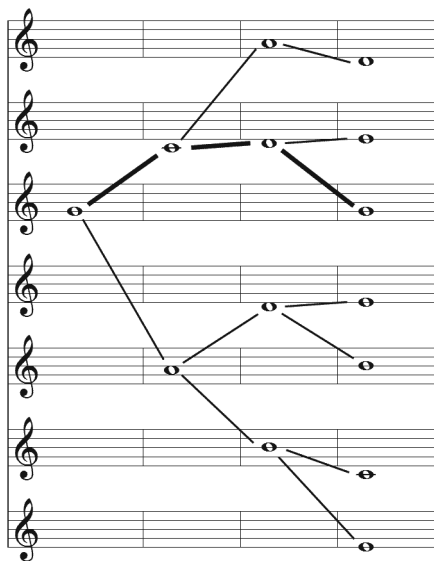
Da nur Engführungen interessieren, bei denen in jedem Takt eine Stimme einsetzt, werden vom Vielstimmigkeitsschema nur die ersten vier Spalten gebraucht. Das sieht so aus:

¹⁶ S. 287.

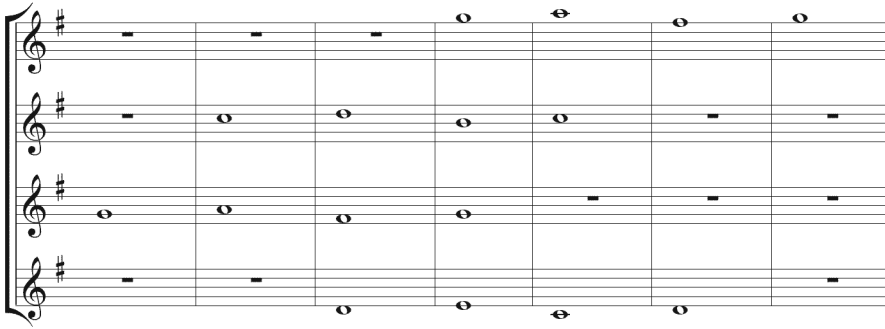
9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

stufengetreu			
(g)	ace	ahcd	ghcde
	(a)	hdf	hcde
	(c)	dfa	defg
	(e)	fac	efga
		(a)	hdf
		(h)	ceg
		(c)	dfa
		(d)	egh
			(g)
			(h)
			(c)
			(d)
			(e)

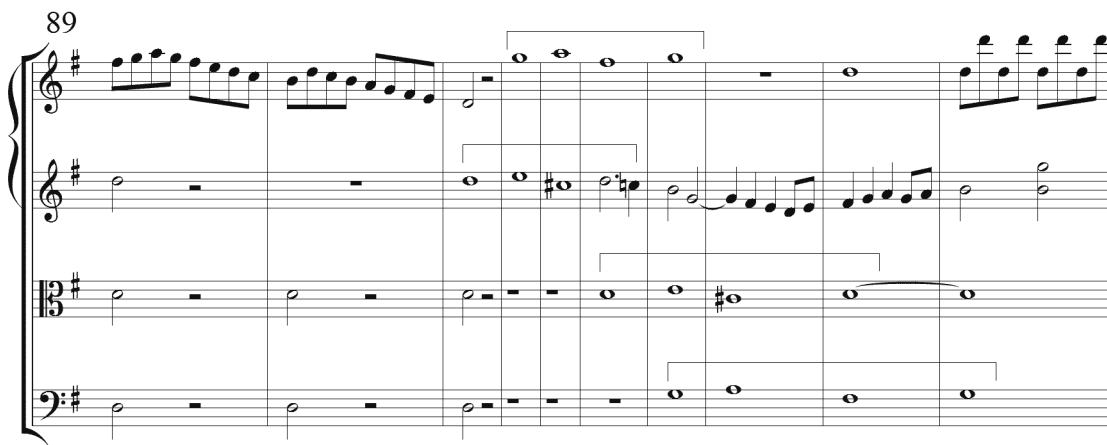
Die vierstimmigen Einsatzschemata lassen sich in einem Baum zusammenfassen:



Bei einer einzigen Engführung stehen alle Einsätze in einem bevorzugten Intervallverhältnis zur ersten Stimme, also in Quinte, Quarte und Einklang. Das Einsatzschema ist durch dickere Linien hervorgehoben. Der Satz dazu ist dieser:



Die Einsätze folgen so dicht wie möglich aufeinander, dichter noch als in den intervallgetreuen Engführungen. Es gibt aber drei verschiedene Einsatzstufen und das Thema erscheint beim dritten Einsatz ohne den charakteristischen Leittonschritt. Vielleicht waren das die Gründe, weshalb Haydn nicht diese Engführung verwendet hat, sondern eine andere, die engste intervallgetreue, den ersten Kanon von oben:¹⁷



Haydns Engführung hat im Vergleich zur besten stufengetreuen diese Vorzüge:

- Sie ist intervallgetreu.
- Die Einsatzfolge ist fasslicher.
- Es gibt nur zwei verschiedene Einsatztöne.

Offenbar war für Haydn die originale Themengestalt wichtiger als die maximale Dichte, d. h. der formale Gesichtspunkt war wichtiger als der kontrapunktische. Die vierstimmige Engführung ist die größtmögliche Verdichtung. Deswegen gehört sie in einer Fuge an den Schluss. Dort erscheint das Thema vorzugsweise in der Originalgestalt. Deshalb ist hier eine intervallgetreue Engführung besser als eine stufengetreue, selbst wenn die stufengetreue etwas dichter ist.

¹⁷ Haydn, *Symphonie G-Dur*, Hob. I:3, vierter Satz, T. 91.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Vor der vierstimmigen Engführung gibt es noch eine zweistimmige:¹⁸

Beide Engführungen treten hervor durch ihre kontrapunktische Struktur und durch das Verschwinden der schnellen Notenwerte. Dadurch wird der Satz gegliedert. Die Engführungen haben also eine formale Funktion. Einsatzschemata und Formkonzeption hängen indirekt voneinander ab.

Mehrere Engführungen bilden häufig untereinander eine Steigerung.¹⁹ Dabei ist in den späteren Engführungen der rhythmische Einsatzabstand kleiner oder die Anzahl der Stimmen größer. Der Tonsatz wird also im Verlauf der Fuge dichter und komplexer. So ist es auch hier: Die erste Engführung ist zweistimmig im Abstand 2; die zweite ist vierstimmig und beginnt mit dem Abstand 1. Deswegen wirkt die zweite Engführung dichter als die erste und so entsteht eine Steigerung. In der vierstimmigen Engführung gibt es zwar auch Einsätze im Abstand 2, für die Wirkung wichtiger ist aber der Abstand 1, mit dem die Engführung beginnt.

Die Einsatztöne innerhalb der Engführungen hängen mit der Tonart des Formteils zusammen. Die erste Engführung steht in e-Moll. Da sie aus formalen Gründen den Einsatzabstand 2 hat, ist sie ein Oberquint- oder Unterquartkanon. Deshalb setzt die erste Stimme auf dem Grundton *e* ein und die zweite auf der Quinte *h*.

Gegen Ende des Satzes ist die Tonart wieder G-Dur. Hier steht die vierstimmige Engführung. Sie beginnt mit einem Unterquintkanon. Deshalb ist die Einsatzfolge hier umgekehrt: Die erste Stimme setzt auf der Quinte *d* ein und die zweite auf dem Grundton *g*. Auch die Tonartendisposition des Satzes entspricht der Gliederung durch die Engführungen. Die Haupttonarten werden hervorgehoben, die Grundtonart zu Beginn durch die

¹⁸ Haydn, *Symphonie G-Dur*, Hob. I:3, vierter Satz, T. 71. Die Bläser sind weggelassen; denn sie verstärken nur die Streicher.

¹⁹ z. B. Bach, *Wohltemperiertes Klavier*, 1. Band, Fuge g-Moll, BWV 861, T. 17 zweistimmig, T. 28 frei dreistimmig;

2. Band, D-Dur-Fuge, BWV 874, T. 17, zweistimmig, eine Halbe, T. 27, zweistimmig, ein Viertel, T. 33, dreistimmig, ein Viertel, T. 44, vierstimmig, ein Viertel.

Schubert, *Messe Es-Dur*, D. 950, Gloria, Fuge über « Cum sancto Spiritu », T. 260. Siehe oben S. 35–37.

Exposition, die Paralleltonart in der Mitte durch die erste Engführung und die Wiederkehr der Grundtonart am Schluss durch eine weitere Engführung.

Die Überlegungen lassen sich so zusammenfassen:

- Die Engführungen bilden untereinander eine Steigerung.
- Die Engführung im Abstand 2 steht vor der Engführung im Abstand 1.
- Die zweistimmige Engführung steht vor der vierstimmigen.
- Die Tonarten der Engführungen sind die Tonarten der jeweiligen Formteile, im Mittelteil ist es die Paralleltonart und im Schlussteil die Grundtonart.
- Die Einsatztöne der Stimmen sind Grundton und Quinte der aktuellen Tonart.
- Ob die Engführung mit dem Grundton oder der Quinte beginnt, hängt von ihrer Struktur ab.

Die Form lässt sich so darstellen:

	Exposition	1. Engführung	2. Engführung	
Tonart	G	e	G	Symmetrie
	Grundtonart	Paralleltonart	Grundtonart	
Stimmzahl		2	4	Steigerung
rhythmischer Einsatzabstand		2	1 (2 / 1)	Steigerung
intervallischer Einsatzabstand		Unterquart	Oberquart usw.	

Von den Tonarten her ist der Satz symmetrisch, den Steigerungsaufbau bekommt er durch die Engführungen. Der formale Aufbau der Fuge entspricht also den kontrapunktischen Möglichkeiten des Themas. Um dies nachzuvollziehen, müssen die kontrapunktischen Möglichkeiten des Themas bestimmt werden.




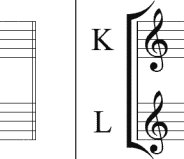
9.5 Oktavlagen

Beim Vielstimmigkeitsschema wird von Oktavlagen abgesehen; denn um alle regulären Sätze zu finden, müssen alle Bestandteile regulärer Sätze berücksichtigt werden. Zusammenklangsquarten können Bestandteile regulärer Sätze sein. Quartan müssen also vorläufig als generell konsonant aufgefasst werden. Dann liegt es nahe, von Oktavlagen zu abstrahieren. Wenn von Oktavlagen abstrahiert wird, müssen auch Quintparallelen vorläufig als regulär betrachtet werden, da sie bei einer geeigneten Wahl der Oktavlagen zu unproblematischen Quartparallelen werden können.

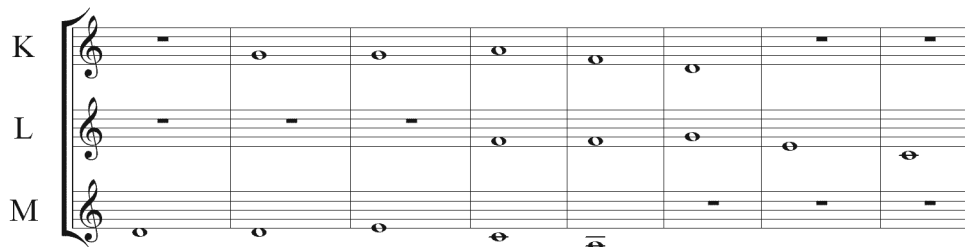
Die gefundenen Tonsätze sind erst einmal abstrakt, d. h. sie sind noch nicht festgelegt auf bestimmte Oktavlagen. Außerdem enthalten sie möglicherweise Quartan zum Bass oder Quintparallelen. Häufig lassen sie sich in korrekte Sätze verwandeln, in denen die Quartan zum Bass als Quartan zwischen Oberstimmen oder als Quinten erscheinen und die Quintparallelen durch unbedenkliche Quartparallelen ersetzt sind.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Vier Fälle sind relevant für die Wahl der Oktavlagen: die Quarte, die Quinte, die Quartparallelen und die Quintparallelen. In der folgenden Tabelle steht, welche Auswirkungen sie auf die Oktavlagen haben.

Quarte	Quinte	Quartparallelen	Quintparallelen
			
L nicht Bass	K nicht Bass	K über L L nicht Bass	L über K K nicht Bass

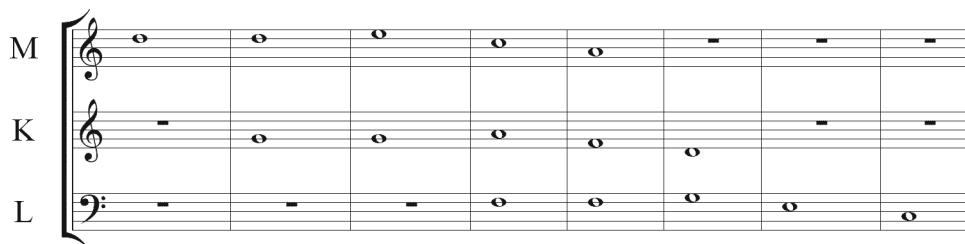
Die Stimmen sind nicht mit „Sopran“ und „Alt“ bezeichnet, sondern mit K und L; denn die Oktavlagen stehen noch nicht fest. Sie müssen so gewählt werden, dass keine Quartan zum Bass und keine Quintparallelen entstehen. Dieser Satz z. B. enthält drei irreguläre Quartan zum Bass:



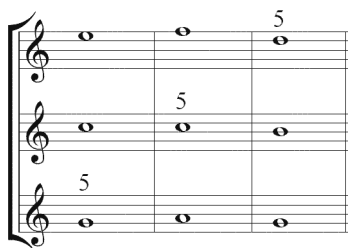
Die Untersuchung ergibt:

- M darf nicht Bass sein wegen T. 2
- M darf nicht Bass sein wegen T. 4
- K darf nicht Bass sein wegen T. 6

Offenbar kann nur L Bass sein. Der Satz wird regulär, wenn M um eine Oktave nach oben versetzt wird und L um eine Oktave nach unten:

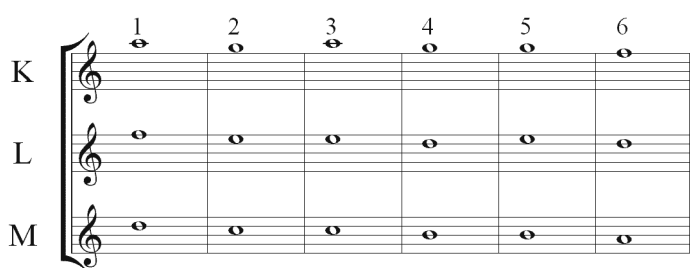


Es gibt allerdings auch Tonsätze, bei denen sich die Oktavlagen nicht so wählen lassen, dass ein regulärer Satz entsteht, z. B.:



Hier enthält jede Stimme einmal den Quintton des Akkords. Die Oktavlagen lassen sich nicht so wählen, dass der Satz regulär wird. Mit einer zusätzlichen vierten Stimme als Bass wird allerdings ein regulärer Satz möglich.²⁰

Manche abstrakten Tonsätze können jedoch nicht regulär gemacht werden, weder durch eine zusätzliche Bassstimme noch durch das Ändern der Oktavlagen, z. B.:



Offenbar gilt:

1. M muss über K liegen – wegen der Akkorde 1 und 2.
2. K muss über L liegen – wegen der Akkorde 3 und 4.
3. L muss über M liegen – wegen der Akkorde 5 und 6.

Aus den ersten beiden Bedingungen folgt, dass M über L liegen muss. Dies steht jedoch im Widerspruch zu Bedingung 3. Egal, wie die Oktavlagen gewählt werden, der Satz enthält in jedem Fall Quintparallelen. Er ist also irreparabel.

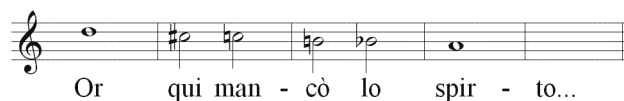
9.6 Chromatik – Monteverdi, «Là tra'l sangue e le morti»

Wichtig wird die Frage nach den Oktavlagen bei der Analyse von Monteverdis Madrigal «Là tra'l sangue e le morti *egro giacente*».²¹ Im Text steht der Vers «Or qui mancò lo spirito a la dolente», also „Hier schwand der Leidenden das Bewusstsein“. Monteverdi hat ihn mit einem chromatisierten Quartgang vertont.

²⁰ vgl. die Ausführungen zum Schluss von Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen* auf S. 177 ff.

²¹ Monteverdi, 3. Madrigalbuch, IX. «Là tra'l sangue e le morti *egro giacente*», an der Textstelle «Or qui mancò lo spirito a la dolente», T. 25.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen



Die Chromatik stellt den Inhalt dar, ganz im Sinne der *Seconda Pratica*. Sie ist für das Thema konstitutiv. Die Imitation muss also intervallgetreu sein. Das Hilfstonschema dazu ist dieses:

Thema	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>cis</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
Hilfstöne	<i>d</i>						
	<i>d</i>	<i>d</i>					
	<i>d</i>	<i>cis</i>	<i>cis</i>				
	<i>d</i>	<i>des</i>	<i>c</i>	<i>c</i>			
	<i>d</i>	<i>cis</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>h</i>		
	<i>d</i>	<i>des</i>	<i>c</i>	<i>ces</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	
	<i>d</i>	<i>cis</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
Mögliche Einsatztöne			<i>a e</i>		<i>g d</i>		<i>a c c i s d e f f i s</i>

Interessant sind die Einsätze in den guten intervallischen Einsatzabständen, also die auf *d*, *g* und *a*. Parallelführungen sind mit diesen Einsätzen nicht möglich. Sie müssen also nicht bestimmt werden. Das Vielstimmigkeitsschema ist dieses:

(<i>d</i>)	<i>a e</i>	<i>g d</i>	<i>a c c i s d e f f i s</i>
	(<i>a</i>)	<i>e h</i>	<i>d a</i>
		(<i>g</i>)	<i>d a</i>
		(<i>d</i>)	<i>a e</i>
			(<i>a</i>)
			(<i>d</i>)

Offenbar sind diese dreistimmigen Kanons möglich:



9.6 Chromatik – Monteverdi, «Là tra'l sangue e le morti»



Angenommen, es wird eine Einsatzfolge gesucht, die möglichst dicht wirkt, dann kommen nur die beiden ersten Versionen in Frage; denn bei ihnen setzt die zweite Stimme so früh ein wie möglich. Wie lassen sich die ersten beiden Kanons zur Vierstimmigkeit erweitern? Die Vielstimmigkeitsschemata dazu sind diese:

Einsatztonzeilen	(d)	<i>a e</i>	<i>g d</i>	<i>a c c i s d</i> <i>e f f i s</i>				
		(a)	<i>e h</i>	<i>d a</i>	<i>e g g i s a</i> <i>h c c i s</i>			
				(d)	<i>a e</i>	<i>g d</i>	<i>a c c i s d</i> <i>e f f i s</i>	
Schnittmengen					<i>e a</i>	<i>g d</i>	<i>a c c i s d</i> <i>e f f i s</i>	

und

Einsatztonzeilen	(d)	<i>a e</i>	<i>g d</i>	<i>a c c i s d</i> <i>e f f i s</i>				
		(a)	<i>e h</i>	<i>d a</i>	<i>e g g i s a</i> <i>h c c i s</i>			
				(a)	<i>e h</i>	<i>d a</i>	<i>e g g i s a</i> <i>h c c i s</i>	
Schnittmengen					<i>e h</i>	<i>d a</i>	<i>e g g i s a</i> <i>h c c i s</i>	

Beim ersten Kanon ist der vierte Einsatz schon auf der neunten Zählzeit möglich, beim zweiten dagegen erst auf der elften. Die dichteste Einsatzfolge ist also diese:



9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

Diese Einsatzfolge hat Monteverdi verwendet. Wie er die Oktavlagen gewählt hat, lässt sich satztechnisch und ästhetisch begründen. K und L können nicht Bass sein, sonst stünde jeweils auf dem Schlussston der Phrase ein Quartsextakkord. Also können nur M oder N Bass sein. Das Madrigal ist fünfstimmig besetzt, mit zwei Sopranen. Wenn beide Soprane mit a^2 einsetzen, dem Ton an der oberen Grenze des Tonumfangs, ist das besonders ausdrucksvoll. Also sollten L und N, die Stimmen, die mit a beginnen, auch beide auf a^2 einsetzen. Dann kann aber auch N nicht Bass sein. Für den Bass bleibt also nur M übrig. K muss eine Oktave höher einsetzen als M. So ist es bei Monteverdi:

The musical score consists of two systems. The first system shows the vocal parts K, L, M, and N. The second system shows the vocal parts with lyrics. The lyrics are: "spe - ro." Or qui man - cò lo spir - to Or qui man - cò lo spir - spe - ro." Or qui man - cò lo spir - t'a la do-len - te a ciò spe - ro." spe - ro." Or spe - ro." Or qui man - cò lo spir - to a

K und N werden beide vom ersten Sopran gesungen. Der vierstimmige Kanon wird also von drei Stimmen ausgeführt, den beiden Sopranen und dem Bass. Das ist möglich, weil die vierte Stimme erst einsetzt, nachdem die erste das Thema schon beendet hat. Es werden also zwei dreistimmige Kanons verkettet. Deswegen singen im Gerüstsatz nie mehr als drei Stimmen gleichzeitig und deshalb kann der vierstimmige Kanon von drei Stimmen gesungen werden.

9.7 Parallelführungen

Kanonstimmen können gleichzeitig einsetzen. Im zweistimmigen Kanon ist dieser Fall trivial, denn es entstehen bloß Terzen- oder Sextenparallelen.²² Bei mehr als zwei Stimmen werden auch kompliziertere Kanons möglich. Sie können mit dem Vielstimmigkeitsschema bestimmt werden. Als Beispiel dient das Thema, mit dem oben²³ die Regeln für den mehrstimmigen Kanon zu einem gegebenen Thema hergeleitet worden sind. Das Hilfsschema dazu ist dieses:

Thema	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
Hilfstöne	<i>d</i>				
	<i>d</i>	<i>d</i>			
	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>e</i>		
	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	
	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
Mögliche Einsatztöne	<i>fgah</i>	<i>g</i>	<i>ceg</i>	<i>cefa</i>	<i>cdefa</i>

Um Parallelführungen zu finden, werden die Einsatztöne im ersten Takt einbezogen. Dazu bekommen sie im Vielstimmigkeitsschema je eine eigene Einsatztonzeile und sie erscheinen, entsprechend versetzt, in allen Einsatztonzeilen:

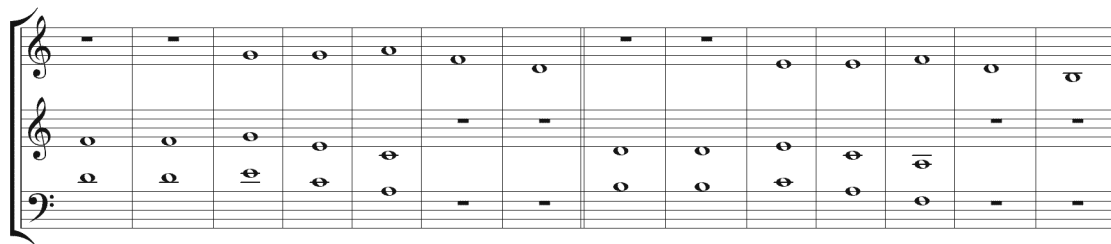
<i>(d)fgah</i>	<i>g</i>	<i>ceg</i>	<i>cefa</i>	<i>cdefa</i>				
<i>(f)ahcd</i>	<i>h</i>	<i>egh</i>	<i>egac</i>	<i>efgac</i>				
<i>(g)hcde</i>	<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>fahd</i>	<i>fgahd</i>				
<i>(a)cdef</i>	<i>d</i>	<i>ghd</i>	<i>ghce</i>	<i>gahce</i>				
<i>(h)defg</i>	<i>e</i>	<i>ace</i>	<i>acdf</i>	<i>ahcdf</i>				
	<i>(g)hcde</i>	<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>fahd</i>	<i>fgahd</i>			
		<i>(c)efga</i>	<i>f</i>	<i>hdf</i>	<i>hdeg</i>	<i>hcdeg</i>		
		<i>(e)gahc</i>	<i>a</i>	<i>dfa</i>	<i>dfgh</i>	<i>defgh</i>		
		<i>(g)hcde</i>	<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>fahd</i>	<i>fgahd</i>		
			<i>(c)efga</i>	<i>f</i>	<i>hdf</i>	<i>hdeg</i>	<i>hcdeg</i>	
			<i>(e)gahc</i>	<i>a</i>	<i>dfa</i>	<i>dfgh</i>	<i>defgh</i>	
			<i>(f)ahcd</i>	<i>h</i>	<i>egh</i>	<i>egac</i>	<i>efgac</i>	
			<i>(a)cdef</i>	<i>d</i>	<i>ghd</i>	<i>ghce</i>	<i>gahce</i>	
				<i>(c)efga</i>	<i>f</i>	<i>hdf</i>	<i>hdeg</i>	<i>hcdeg</i>
				<i>(d)fgah</i>	<i>g</i>	<i>ceg</i>	<i>cefa</i>	<i>cdefa</i>
				<i>(e)gahc</i>	<i>a</i>	<i>dfa</i>	<i>dfgh</i>	<i>defgh</i>
				<i>(f)ahcd</i>	<i>h</i>	<i>egh</i>	<i>egac</i>	<i>efgac</i>
				<i>(a)cdef</i>	<i>d</i>	<i>ghd</i>	<i>ghce</i>	<i>gahce</i>

Das lässt sich noch vereinfachen. Warum, wird an diesen beiden Kanons deutlich:

²² S. 244.

²³ S. 271 ff.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen



Der zweite ist bloß eine Versetzung des ersten, aber beide stehen unabhängig voneinander im Hilfstonschema. Die entsprechenden Zeilen sind hier zusammengefasst:

Einsatztonzeilen	$(d)fgah$	g	ceg	$cefa$	$cdefa$
	$(f)ahcd$	h	egh	$egac$	$efgac$
Schnittmenge	ah		eg	cea	$cefa$

bzw.

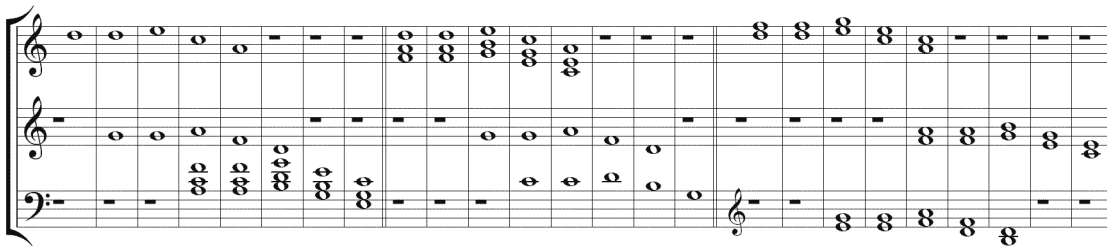
Einsatztonzeilen	$(d)fgah$	g	ceg	$cefa$	$cdefa$
	$(h)defg$	e	ace	$acdf$	$ahcdf$
Schnittmenge	fg		ce	cfa	$cdfa$

Aus dem oberen Auszug geht hervor: Bei Einsätzen auf d und f im ersten Takt kann im dritten Takt eine Stimme auf g einsetzen. Analog aus dem unteren: Bei Einsätzen auf d und h im ersten Takt kann im dritten Takt eine Stimme auf e einsetzen.

Versetzungen einer Lösung müssen nicht eigens bestimmt werden. Das Vielstimmigkeitsschema lässt sich also vereinfachen, wenn solche Versetzungen entfernt werden. Möglich ist das deswegen: Zu d gibt es zwei Einsatzöne, die zu Terzparallelen führen: f und h . Selbst wenn nur f als Einsatzon berücksichtigt wird, werden sämtliche Terzparallelen erfasst; denn wenn die parallel geführte Stimme nicht auf f einsetzt, sondern auf h , entstehen bloß Versetzungen. Entsprechend bei Quartparallelen: Hier ist es egal, ob g oder a als Ausgangöne genommen werden. Quartparallelen entstehen außerdem auch, wenn zu d gleichzeitig Stimmen auf f und h einsetzen. Aber auch dieser Fall ist erfasst; denn der Beginn mit $d-f-h$ ist bloß eine Versetzung des Beginns mit $f-a-d$. Von den Parallelen zum Thema werden deshalb nur die Oberterz und die Oberquinte erfasst. Unterterz und Unterquinte werden ignoriert. Dann schrumpft das Vielstimmigkeitsschema etwas:

(d)fa	g	ceg	cefa	cdefa				
(f)ac	h	egh	egac	efgac				
(a)ce	d	ghd	ghce	gahce				
	(g)hd	c	fac	fahd	fgahd			
		(c)eg	f	hdf	hdeg	hcdeg		
		(e)gh	a	dfa	dfgh	defgh		
		(g)hd	c	fac	fahd	fgahd		
			(c)eg	f	hdf	hdeg	hcdeg	
			(e)gh	a	dfa	dfgh	defgh	
			(f)ac	h	egh	egac	efgac	
			(a)ce	d	ghd	ghce	gahce	
				(c)eg	f	hdf	hdeg	hcdeg
				(d)fa	g	ceg	cefa	cdefa
				(e)gh	a	dfa	dfgh	defgh
				(f)ac	h	egh	egac	efgac
				(a)ce	d	ghd	ghce	gahce

So lassen sich solche Kanons finden:



9.8 Unendliche Kanons mit Parallelführungen

9.8.1 Monteverdi, *Marien-Vesper*, Kanonische Melismen II

Nun ist es möglich, auf die sequenzierenden kanonischen Melismen bei Monteverdi zurückzukommen. Die Zweistimmigkeit wurde schon untersucht.²⁴ Die Sätze sind aber bis zu sechsstimmig und sie beruhen auf Kanons mit Parallelführungen. Um die Gesetzmäßigkeiten zu verstehen, wird zu der folgenden Melodie eine Sequenz mit möglichst vielen Stimmen gesucht:



²⁴ S. 268 ff.

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

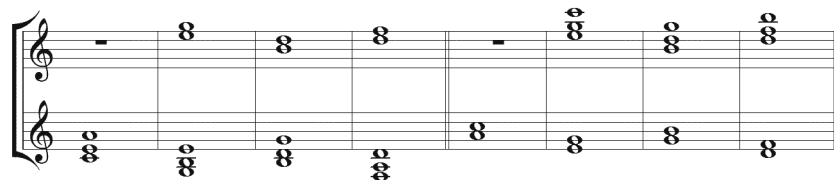
Um die Hilfstöne zu bestimmen, reicht ein Melodieabschnitt, der um eins kleiner ist als die doppelte Länge des sequenzierten Abschnitts.²⁵ Das Hilfstonschema ist dieses:

Thema	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>g</i>
Hilfstöne	<i>a</i>		
	<i>a</i>	<i>e</i>	
	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>g</i>
Einsatztöne	<i>ce</i>	<i>aceg</i>	

Dazu gehört dieses Vielstimmigkeitsschema:

<i>a</i>	<i>aceg</i>
<i>c</i>	<i>cegh</i>
<i>e</i>	<i>eghd</i>
	<i>a</i>
	<i>c</i>
	<i>e</i>
	<i>g</i>

Zwei Spalten reichen aus; denn relevant sind nur Einsätze auf den ersten beiden Positionen. Bei späteren Einsätzen können nämlich am Anfang so viele Sequenzabschnitte hinzugefügt werden, dass die Stimmen in dieser verlängerten Form auf der ersten oder zweiten Position einsetzen. Aus dem Schema geht hervor, dass die Lösungen mit den meisten Stimmen fünfstimmig sind. Im Wesentlichen sind es zwei. Sie bestehen aus einer zweistimmigen und einer dreistimmigen Mixtur, z. B. aus Terzparallelen und einer Sextakkordkette.



Beide Sätze sind strukturell sogar gleich: Harmonisch sind sie ein sekundweise abwärts sequenzierter Quintanstieg. In den Akkorden vor dem Quintanstieg sind Terz und Quinte verdoppelt, in den anderen Terz und Grundton.

Monteverdi hat diesen Satz geschrieben:²⁶

²⁵ S. 267.

²⁶ Monteverdi, *Marien-Vesper*, III. Dixit Dominus, T. 86.

Oben steht das Gerüst der kanonischen Sequenz. Der Satz beruht also auf einem vierstimmigen Kanon. Warum nicht auf einem fünfstimmigen? In der Fünfstimmigkeit ergeben sich in jedem Fall Sextakkorde; denn die fünfstimmigen Sätze enthalten vollständige Dreiklänge, deren Grundton nicht im Bass liegen kann. Deshalb lassen sich die Oktavlagen der fünfstimmigen Lösung nicht so wählen, dass alle Akkorde Grundstellungen sind. Mindestens jeder zweite Akkord ist ein Sextakkord. Vermutlich hat Monteverdi die Vierstimmigkeit deswegen gewählt, weil er Grundstellungen bevorzugt hat. Dazu passt die Wahl der Oktavlagen: Auf fast allen schweren Zeiten stehen Grundstellungen.

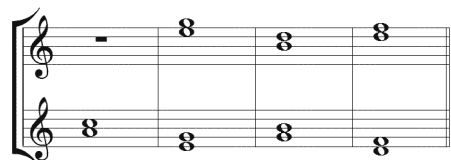
Wenn man von der fünfstimmigen Lösung eine Stimme entfernt, entstehen die vierstimmigen Lösungen. Von Oktavlagen abgesehen, sind es fünf: zwei Kombinationen von zwei zweistimmigen Mixturen, zwei Kombinationen von einer dreistimmigen Mixtur und einer einzelnen Stimme und eine Lösung mit Quartparallelen. Die Mixtur in Quartparallelen lässt sich wegen der ungedeckten Quartan nicht diminuieren und ist deswegen unbrauchbar. Bei den Lösungen mit der dreistimmigen Mixtur ergibt sich dasselbe Problem wie in der Fünfstimmigkeit: Mindestens jeder zweite Akkord ist ein Sextakkord. Die Lösungen mit den zweistimmigen Mixturen sind diese:

9 Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen

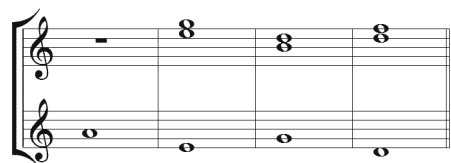
Strukturell sind sie gleich: Jeweils der erste Akkord des Quartfalls ist vollständig. Bei den anderen Akkorden fehlt die Quinte. Monteverdi hat also den Kanon mit der maximalen Stimmenzahl verwendet, der ausschließlich aus Grundstellungen besteht.

9.8.2 Beethoven, *Streichquintett C-Dur*

Der Kanon der beiden Terzenketten klingt recht gewichtig. In jeder Harmonie ist nämlich die Terz verdoppelt:



Das lässt sich vermeiden, und zwar dadurch, dass die Stimme entfernt wird, die sich in Terzparallelen zum Bass bewegt. Dann entsteht dieser dreistimmige Satz:



An der Harmonik ändert sich nichts. Es fehlen nur die Terzparallelen zum Bass. Deshalb klingt die dreistimmige Version klarer als die vierstimmige. Wegen der Terzen in den Oberstimmen gibt es trotzdem keine Leerklänge. Auf dem dreistimmigen Satz beruht ein Thema von Beethovens *C-Dur-Streichquintett*:²⁷



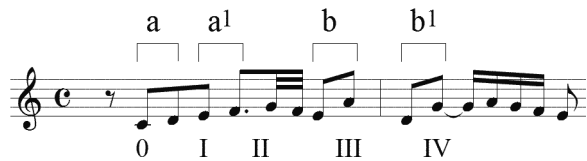
Der Kanon beginnt hier in den Oberstimmen. Die Bratsche imitiert erst vom zweiten Takt an. Im ersten spielt sie noch einen freien Bass.

²⁷ Beethoven, *Streichquintett C-Dur*, op. 29, erster Satz, T. 41.

Die Imitation des Terz-Quart-Wechsels führt offenbar zu strukturell ähnlichen Tonsätzen, selbst bei Komponisten, die historisch so weit voneinander entfernt sind wie Monteverdi und Beethoven.

9.9 Rovenko II

Das Vielstimmigkeitsschema hängt nicht vom Hilfstonverfahren ab. Es lässt sich auch benutzen, wenn die zweistimmigen Kanons anders bestimmt worden sind. Interessant sind hier die Untersuchungen von Rovenko. Auch er behandelt ein Verfahren, mit dem die Engführungen zu einem vorgegebenen Thema gefunden werden können. In diesem Zusammenhang erwähnt er Kortschinski, allerdings mit der Einschränkung, dass dessen Ansatz kompliziertere Rhythmen nicht berücksichtigen könne und deshalb nur für den Satz „Note gegen Note“ geeignet sei.²⁸ Für sinnvoller hält Rovenko den Ansatz von Tjulins,²⁹ der auch bei figurierten Themen funktioniert. Bei Tjulins Verfahren geht es darum, satztechnisch falsche Engführungen zu einem möglichst frühen Zeitpunkt der Untersuchung auszuschließen. Dazu wird das Thema auf gleiche oder versetzte Abschnitte hin untersucht. Das Thema kann nur so enggeführt werden, dass bei diesen Abschnitten keine Sekund- oder Primparallelen entstehen. Mit diesem Verfahren untersucht Rovenko, wie sich das Thema der C-Dur-Fuge aus dem ersten Band von Bachs *Wohltemperiertem Klavier*³⁰ engführen lässt. Zuerst wird das Thema auf Wiederholungen und Sequenzen untersucht. Für den Abstand einer Viertelnote sieht das so aus:³¹



Dazu schreibt Rovenko:³²

In der ersten Position [dem Einsatz nach einer Viertel] enthält das Thema zwei melodische Wendungen (a und b), die sich im Einsatzabstand der Stretta wiederholen (a¹ und b¹). Appliziert man a auf a¹, darf die imitierende Stimme nicht auf den Tönen e, f und d einsetzen, appliziert man b auf b¹ nicht auf h, d [muss heißen c] und a.

D. h. in der ersten Position sind so gut wie keine Kombinationen möglich; zulässig ist allein die Dominant-Imitation.

²⁸ Rovenko S. 159 f.

²⁹ Rovenko S. 160 f. Jurij Tjulins, *Iskusstvo kontrapunkta* [Die Kunst des Kontrapunkts], Moskau 1964, zitiert nach Rovenko, S. 224.

³⁰ Bach, *Wohltemperiertes Klavier*, 1. Bd., Fuge C-Dur, BWV 846.

³¹ Rovenko S. 161.

³² Rovenko S. 161 f.

Genauso wird Einsatzposition II untersucht. Das Thema enthält zwar keine wiederholten melodischen Wendungen im Abstand einer halben Note, aber zumindest eine Wiederholung des Rhythmus von drei Achteln. In diesem Fall entsteht in der Engführung stellenweise der Satz „Note gegen Note“, bei dem sich Satzfehler leicht erkennen lassen. Von den Engführungen im Abstand einer Halben scheinen vier eindeutig: Möglich sind die Unterterz, Obersekunde und Oberquarte, ausgeschlossen die Oberterz. Drei Fälle bleiben fraglich:

The image displays three systems of musical notation, each consisting of two staves. The notation is in common time (C) and shows a rhythmic pattern of three eighth notes followed by a quarter note. The first system shows a melodic line in the upper staff and a corresponding line in the lower staff. The second and third systems show similar patterns, illustrating the 'Note gegen Note' phenomenon where notes from different parts are placed against each other.

Die dritte Engführung hat Bach verwendet³³ trotz der aufwärts geführten Septime. Hier zeigt sich, dass es manchmal nicht möglich ist, die Regularität von Sätzen einzuschätzen; denn Bach selbst hat geschwankt, ob er Septime aufwärts führen sollte. In einer späteren Fassung³⁴ hat er die Irregularität nämlich behoben und dazu den Rhythmus des Themas geändert, allerdings nur in der ersten Stimme und nur an dieser Stelle. Vermutlich deswegen hat sich diese spätere Fassung nicht durchgesetzt.

Die ersten beiden Engführungen hält Rovenko für möglich. Hier bin ich skeptisch und bei Bach kommen sie nicht vor. Die Frage kann offen bleiben; denn dargestellt werden soll nur, wie das Vielstimmigkeitsschema auf die Ergebnisse des Tjulin-Verfahrens angewendet wird. Deshalb wird die Untersuchung auf der Grundlage von Rovenkos Annahmen fortgesetzt. Insgesamt kommt Rovenko zu diesem Ergebnis:³⁵

- die erste Position schließt Einsätze auf allen Stufen mit Ausnahme der Dominante aus,
- die zweite schließt Einsätze in der oberen Medianten aus,
- die dritte Einsätze im Grundton und im oberen Leitton,

³³ Bach, *Wohltemperiertes Klavier*, 1. Bd., Fuge C-Dur, BWV 846, T. 15, Fassung A3; Näheres zu den Fassungen steht im kritischen Bericht.

³⁴ Bach, *Wohltemperiertes Klavier*, 1. Bd., Fuge C-Dur, BWV 846, T. 15, Fassung A4.

³⁵ Rovenko S. 164.

- die vierte ist frei von Kombinationen, die nicht annehmbar wären.

Das Vielstimmigkeitsschema wird also aus dieser Zeile entwickelt:

<i>c</i>	<i>g</i>	<i>cdfgah</i>	<i>efgah</i>	<i>cdefgah</i>
----------	----------	---------------	--------------	----------------

Es sieht so aus:

<i>c</i>	<i>g</i>	<i>cdfgah</i>	<i>efgah</i>	<i>cdefgah</i>
	<i>g</i>	<i>d</i>	<i>cdefga</i>	<i>cdefh</i>
		<i>c</i>	<i>g</i>	<i>cdfgah</i>
		<i>d</i>	<i>a</i>	<i>cdegah</i>
		<i>f</i>	<i>c</i>	<i>cdefgh</i>
		<i>g</i>	<i>d</i>	<i>cdefga</i>
		<i>a</i>	<i>e</i>	<i>defgah</i>
		<i>h</i>	<i>f</i>	<i>cefgah</i>
			<i>e</i>	<i>h</i>
			<i>f</i>	<i>c</i>
			<i>g</i>	<i>d</i>
			<i>a</i>	<i>e</i>
			<i>h</i>	<i>f</i>
				<i>c</i>
				<i>d</i>
				<i>e</i>
				<i>f</i>
				<i>g</i>
				<i>a</i>
				<i>h</i>

Offenbar gibt es eine fünfstimmige Engführung, bei der die Stimmen jeweils eine Viertel später und eine Quarte tiefer einsetzen. Sie kommt natürlich in Bachs vierstimmiger Fuge nicht vor. Diese Engführung analysiert Rovenko.³⁶ Engführungen mit weniger als fünf Stimmen gewinnt er dadurch, dass er einzelne Einsätze weglässt. So lassen sich aber nicht alle Engführungen finden; denn manche sind nicht in der fünfstimmigen enthalten, z. B. eine dreistimmige mit Einsätzen nach je einer halben Note in der Unterquinte.

Rovenko untersucht nicht, welche Engführungen Bach verwendet hat. Er ignoriert auch, dass bei Bach der Einsatz in der Unteroktave nach drei Vierteln vorkommt,³⁷ also ein Einsatz, der nach Rovenkos Untersuchungen ausgeschlossen ist. Bei einer strengen Engführung ergeben sich hier Oktavparallelen. Die hat Bach dadurch vermieden, dass er den Schluss des Themas geringfügig geändert hat.

Rovenko verschenkt also analytische Erkenntnisse. Allerdings geht es ihm bei der Untersuchung des C-Dur-Themas darum, die Untersuchungsmethode darzustellen. Er wendet

³⁶ Rovenko S. 168–170.

³⁷ Bach, *Wohltemperiertes Klavier*, Bd. 1, C-Dur-Fuge, T. 14.

sein Konzept auch auf die Analyse an. So beweist er,³⁸ dass eine fünfstimmige Engführung in Bachs *Magnificat* nur in der gewählten Form satztechnisch möglich ist. Dies ist bemerkenswert, weil die Engführung nicht nur erwähnt wird, sondern weil ihre Struktur auch aus der Struktur des Themas heraus begründet wird. Eine analytische Erkenntnis wird also durch Deduktion gewonnen. Die Analyse selbst ist eher trivial; denn das Gerüst des Themas ist eine Akkordbrechung, imitiert wird ausschließlich im Einklang oder in der Oktave, sodass insgesamt eine statische Harmonie entsteht.

Ebenfalls analytisch relevant ist die Untersuchung, wie sich das Thema der Cis-Dur-Fuge aus dem ersten Band von Bachs *Wohltemperiertem Klavier* engführen lässt.³⁹ Dabei stellt Rovenko fest, dass eine dreistimmige Engführung ausgeschlossen ist. Er findet aber drei zweistimmige Engführungen.⁴⁰ Bach hat sie nicht verwendet und Rovenko gibt auch eine Erklärung dafür:⁴¹

Unter den möglichen zweistimmigen Stretten wären die meisten klanglich unbefriedigend und müßten mit Begleitstimmen versehen werden.

Auch hier wird also ein analytischer Befund – die Fuge enthält keine Engführung – begründet, und ein wesentliches Element dieser Begründung ist die satztechnische Deduktion.

³⁸ Rovenko S. 171–173.

³⁹ Rovenko S. 173–176.

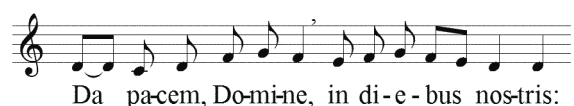
⁴⁰ Rovenko S. 175.

⁴¹ Rovenko S. 175.

10 Das Quodlibet

10.1 Das Hilfstonverfahren im Quodlibet – Bauldeweyn, *Missa Da Pacem*

In manchen Werken werden verschiedene Themen kombiniert, z. B. so: Eine Stimme hat einen Cantus firmus und die übrigen Stimmen haben Begleitmotive. So ist es in einer *Missa Da Pacem*, die lange als Werk von Josquin galt. Mittlerweile wurde Noel Bauldeweyn als Autor nachgewiesen.¹ Thematische Grundlage der Messe ist der Choral *Da pacem, Domine*:²



Das *Et iterum* aus dem Credo³ beginnt so:

Et i - te - rum ven - tu - rus est cum glo - ri - a ju - di - ca - re vi -

Et i - te - rum ven - tu - rus est cum glo - ri - a ju - di -

Et i - te - rum ven - tu - rus est cum glo - ri - a ju - di - ca -

Offenbar ist der Anfang so konzipiert:

¹ Wichtig für die Klärung der Autorschaft ist Sparks S. 34–98. In der neuen Josquin-Ausgabe ist die Messe nicht enthalten. Siehe dazu Elders S. XI und S. XIII. Zitiert wird die Messe hier nach der früheren Ausgabe.

² Siehe *Liber usualis*, S. 1695.

³ Bauldeweyn, *Missa Da Pacem*, Credo, T. 117–122.

10 Das Quodlibet

- Für die Textabschnitte «Et iterum» und «venturus est» gibt es jeweils ein eigenes Motiv.
- Das erste Begleitmotiv setzt möglichst früh ein, aber nicht vor dem Beginn des Cantus firmus.
- Die Motive erscheinen imitierend, also jeweils in allen drei Begleitstimmen nacheinander.
- Das zweite Begleitmotiv erscheint erst, nachdem das erste in allen drei Begleitstimmen eingesetzt hat.
- Der Satz ist recht dicht, d. h. sobald eine Stimme eingesetzt hat, hat sie keine längeren Pausen mehr.

Die Einsatztöne und -zeitpunkte ergeben sich aus dieser satztechnisch-formalen Konzeption, den melodischen Gestalten und den Kontrapunktregeln. Um das nachzuvollziehen, wird bestimmt, wie der Cantus firmus mit den beiden Begleitmotiven kombiniert werden kann.

Da verschiedene Themen kombiniert werden, wird das Hilfstonverfahren in der allgemeinen Form verwendet, so, wie es oben für das Quodlibet entwickelt worden ist.⁴ Dazu werden die verschiedenen Themen auf einen geeigneten gemeinsamen Notenwert gebracht. Entscheidend für die Wahl des Notenwerts sind das satztechnisch relevante Gerüst der Themen und die möglichen Einsatzpositionen. Ignoriert werden können Unterteilungen oder Überbindungen. Geeignet ist hier die ganze Note. Für das Hilfstonverfahren werden die Themen also durch die Folgen von ganzen Noten ersetzt:

Gerüst

[Da pa - cem] Et i - te - rum ven - tu - rus est

Themen

Bei «venturus est» wird ein längerer Anfangston angenommen; denn wenn eine halbe Note zur zweiten Hälfte einer ganzen Note passt, dann passt sie auch zur ersten.

statt

Nur die stufengetreue Beantwortung muss untersucht werden; denn beim zweiten Begleitmotiv kann die kleine Terz mit einer großen beantwortet werden. Dann ist die Beantwortung nicht intervallgetreu, sondern nur stufengetreu. Deshalb wird in den Hilfstonsche-

⁴ S. 236 ff.

10.1 Das Hilfstonverfahren im Quodlibet – Bauldeweyn, Missa Da Pacem

mata nicht zwischen *h* und *b* unterschieden. Im Folgenden wird *b* und nicht *h* verwendet, weil ein *b* vorgezeichnet ist. Für jedes Motiv ist ein eigenes Hilfstonschema nötig.

Th. I (Cantus firmus)			<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
Th. II (Et iterum)	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>c</i>											
Hilfstöne	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>											
		<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>										
			<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>									
				<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>								
					<i>c</i>	<i>f</i>	<i>f</i>							
						<i>c</i>	<i>f</i>	<i>f</i>						
							<i>c</i>	<i>f</i>	<i>f</i>					
								<i>c</i>	<i>f</i>	<i>f</i>				
									<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>			
										<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>		
											<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	
	Einsatztöne			<i>gbd</i>	<i>gbd</i>	<i>ceg</i>	<i>c</i>	<i>fac</i>	<i>fac</i>	<i>bdfa</i>	<i>bd</i>	<i>gbd</i>	<i>gbd</i>	<i>V</i>

Th. I (Cantus firmus)			<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
Th. II (venturus est)	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>e</i>											
Hilfstöne	<i>b</i>	<i>g</i>	<i>g</i>											
		<i>b</i>	<i>g</i>	<i>g</i>										
			<i>b</i>	<i>g</i>	<i>g</i>									
				<i>b</i>	<i>g</i>	<i>g</i>								
					<i>a</i>	<i>f</i>	<i>f</i>							
						<i>a</i>	<i>f</i>	<i>f</i>						
							<i>a</i>	<i>f</i>	<i>f</i>					
								<i>a</i>	<i>f</i>	<i>f</i>				
									<i>b</i>	<i>g</i>	<i>g</i>			
										<i>b</i>	<i>g</i>	<i>g</i>		
											<i>b</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	
	Einsatztöne			<i>egbd</i>	<i>egbd</i>	<i>cde</i>	<i>cd</i>	<i>dfac</i>	<i>dfac</i>	<i>ddf</i>	<i>bd</i>	<i>egbd</i>	<i>egbd</i>	<i>V</i>

Mit diesen Ergebnissen lässt sich der Anfang des «Et iterum» analytisch rekonstruieren. Zwei Fragen müssen jeweils im Einzelfall geklärt werden:

- Bei manchen Oktavlagen entstehen Quartan zwischen dem Cantus firmus und den Begleitmotiven. Hier muss untersucht werden, ob die Quartan Bestandteile eines regulären Satzes sein können.
- Das Hilfstonverfahren erfasst nur Kombinationen zwischen dem Cantus firmus und den Begleitmotiven, aber keine Kombinationen der Begleitmotive untereinander. Deshalb muss in bestimmten Fällen untersucht werden, ob die verschiedenen Einsätze der Begleitmotive miteinander kombiniert werden können.

Am Anfang kann das Et-iterum-Motiv auf *g*, *b* und *d* einsetzen. Aber ein Einsatz auf *b* wäre stilwidrig; denn dann würde ein zweistimmiger Satz mit einer imperfekten Konsonanz anfangen.⁵ Deshalb wird der Einsatz auf *b* ignoriert. Mit *g* und *d* sind diese Anfänge möglich:

⁵ Vgl. hierzu Daniel Kontrapunkt S. 173.

Wenn das Et-iterum-Motiv auf g einsetzt, entsteht der Zusammenklang cg zwischen dem Schlußton des Motivs und dem Cantus-firmus-Ton. Das ist kein Problem, wenn das c unter dem g liegt, wie in der ersten Fassung. Wenn es darüber liegt, ergibt sich eine Quarte und die ist nur dann regulär, wenn ein Basseinsatz sie zum Bestandteil eines regulären Klanges macht. Das kann ein Einsatz auf c oder e sein. So ist es in der zweiten und dritten Fassung. Ein erster Einsatz auf d ist nur in der Oberstimme möglich. Die zweite imitierende Stimme kann dann auf g und b einsetzen. So ergeben sich die vierte und die fünfte Fassung.

Für einen Vergleich zwischen den Fassungen scheinen diese Gesichtspunkte wichtig:

- die Vermeidung von Einklängen
- die Verwendung gebräuchlicher Imitationsintervalle
- die Erkennbarkeit der Tonalität
- die hohe Einsatzdichte

Die Vermeidung von Einklängen spricht gegen die erste⁶ und die zweite Fassung, die Verwendung gebräuchlicher Imitationsintervalle gegen die dritte und die fünfte; denn dort setzen Sopran und Bass im Abstand einer Dezime ein, einem ganz ungebräuchlichen Imitationsintervall. Üblich sind Prime, Quarte, Quinte oder Oktave.⁷

Die Tonalität ist nur in der vierten und fünften Fassung gut erkennbar; denn die Messe steht – wie der Choral – im transponierten zweiten Ton, also in Hypodorisch auf g .⁸ Die erste und zweite Fassung wirken eher wie transponiertes Mixolydisch, die dritte Fassung wirkt tonal unbestimmt.

In der ersten, vierten und fünften Fassung setzt die zweite Stimme eine Ganze später ein als die erste. Hier ist die Einsatzdichte höher als in der zweiten und dritten; denn dort ist der Einsatzabstand eine Brevis, also doppelt so groß.

Nach den Kriterien von oben ist die beste Fassung also die vierte. Mit ihr beginnt das Original und an sie knüpfen die weiteren Überlegungen an.

⁶ Wenn der Einsatz auf g^1 im Sopran erfolgen würde, wäre der Abstand zum Bass zu groß.

⁷ Vgl. hierzu Daniel Kontrapunkt S. 148.

⁸ Vgl. hierzu Daniel Kontrapunkt S. 151 und S. 173 f.

Als dritte Stimme muss der Alt mit dem Et-iterum-Motiv einsetzen. Zu Beginn von Takt 2 kann er das auf *g* oder *e*.

Der Einsatz auf *g* wäre ungünstig wegen des Einklangs mit dem Cantus firmus. Noch problematischer wäre der Einsatz auf *e*. Zum Sopran und zum Bass ergäben sich ungebrauchliche Imitationsintervalle: eine Septime zum Sopran und eine Sexte zum Bass. Außerdem läge der Einsatz auf *e* recht tief,⁹ und der vierstimmige Sext-Oktavklang, der dabei entsteht, wäre klanglich wenig günstig.¹⁰

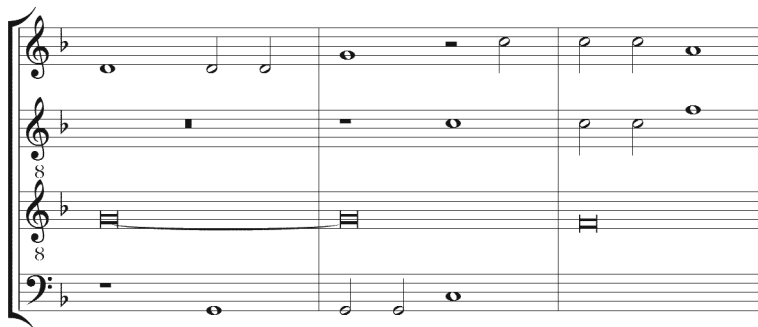
Alle diese Probleme sind gelöst, wenn der Alt nicht gleich nach dem Bass einsetzt, sondern erst eine ganze Note später, also auf der vierten Ganzen, und zwar mit *c*, dem einzigen Einsatzton, der hier möglich ist.

Es entsteht kein Einklang, kein problematischer Sext-Oktavklang, die Lage ist günstig und der Imitationsabstand zum Bass ist eine Undezime, also ein gebräuchliches Imitationsintervall.

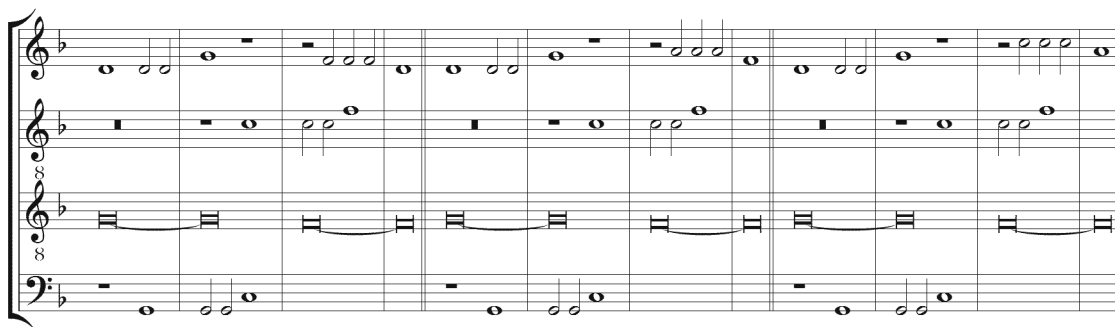
Sobald alle Stimmen mit «Et iterum» eingesetzt haben, kann das Venturus-est-Motiv erscheinen, frühestens auf der letzten Halben im zweiten Takt.

⁹ Der Tonumfang des Alt reicht in der Messe vom kleinen *c* bis *g*¹. Beispiele für die Grenztöne des Tonumfangs stehen gleich im ersten Kyrie. Es wäre also nur der Einsatz mit dem kleinen *e* möglich.

¹⁰ Wie das Beispiel zeigt, T. 5, zweite Halbe, sind solche Zusammenklänge nicht generell vermieden, aber noch viel weniger bevorzugt.

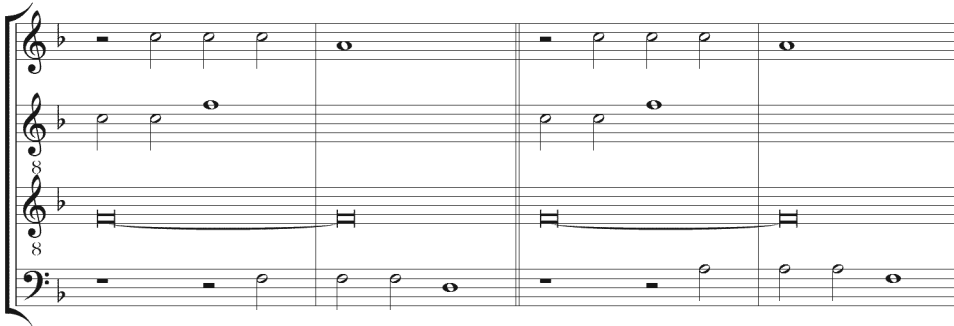


Hier wäre aber der melodische Anschluss im Sopran unbefriedigend. Außerdem würde das zweite Motiv des Soprans fast gleichzeitig mit dem ersten Motiv im Alt einsetzen und so den Alteinsatz nahezu überdecken. Deshalb ist es sinnvoll, wenn das Motiv später einsetzt. Die nächste mögliche Stelle ist die erste Hälfte des dritten Taktes. Zum Cantus firmus passen hier Einsätze auf *d*, *f*, *a* und *c*. Der Einsatz auf *d* ist wegen des *c* im Alt nicht möglich. Es bleiben also diese:

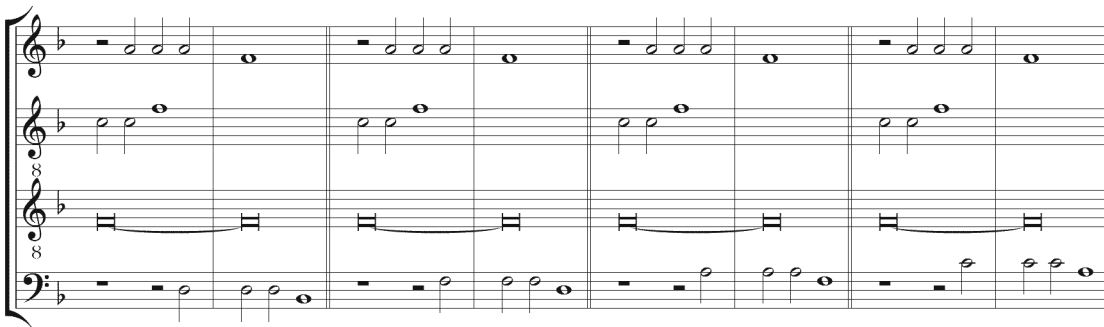


Der Einsatz auf *f* führt zu einem Einklang zwischen Sopran und Alt. Dagegen beginnt der Einsatz auf *a* mit einer unvollkommenen Konsonanz. Das bereichert den Satz klanglich. Für den Einsatz auf *c*² gilt dasselbe wie oben. Er verbindet sich nicht melodisch überzeugend mit dem Motiv davor. Offenbar ist der Sopraneinsatz auf *a* am günstigsten. Einsätze auf *f* und *a* sind auch im Bass möglich, ein Einsatz auf *c* aber nicht; denn dabei entsteht eine Quarte zwischen Tenor und Bass. Basseinsätze auf *f* und auf dem kleinen *a* wären schlecht wegen des Einklangs zwischen Tenor und Bass. Es bleibt also nur der Einsatz auf dem großen *A*. Aber auch der ist ungünstig; denn dabei entsteht eine längere Pause im Sopran. Der Satz wäre weniger dicht. Dagegen wird er besonders dicht, wenn die Begleitstimmen mit beiden Motiven in derselben Reihenfolge einsetzen.

Für einen Vergleich der Sopraneinsätze auf *a* und auf *c* scheint es sinnvoll, zu untersuchen, wie sie fortgesetzt werden können. Wenn der Sopran auf *c* einsetzt, kann der Bass auf *f* oder *a* folgen.



Auf dem *f* beginnt der Bass gleich im Einklang mit dem Cantus firmus. Der Einsatz auf dem kleinen *a* geht beim *f* in einen Einklang mit dem Cantus firmus. Wenn der Bass auf dem großen *A* einsetzt, entsteht im Verhältnis zum Sopran ein intervallischer Einsatzabstand von zwei Oktaven und einer Terz. Das wäre sehr ungewöhnlich. Wenn der Sopran dagegen auf *a* einsetzt, kann der Bass auf *d*, *f*, *a* und *c* folgen, auf *c* allerdings nur über dem Tenor.



Am günstigsten ist der Einsatz auf *d*; denn die Einsätze auf *f* und *a* enthalten jeweils einen Einklang und die Einsätze auf *f* und *c* stehen in einem ungewöhnlichen Intervallabstand zum Einsatz davor. Außerdem wäre der Einsatz auf *c* ungewöhnlich hoch. Die Messe steht im transponierten zweiten Ton. Der normale Ambitus des Basses würde also vom großen *F* bis zum kleinen *b* reichen.¹¹ Offenbar lässt sich der Sopraneinsatz auf *a* besser fortsetzen als der auf *c*. Außerdem ist der intervallische Einsatzabstand zwischen einem Sopraneinsatz auf *a* und einem Basseinsatz auf *d* eine Duodezime, also ein gebräuchliches Intervall.

Nach dem Bass kann der Alt einsetzen, auf *d* oder auf *f*.

¹¹ Vgl. hierzu Daniel Kontrapunkt S. 144 f.

10 Das Quodlibet

The image shows a musical score for a four-part setting of 'Das Quodlibet'. It consists of four staves: Soprano (top), Alto (second), Tenor (third), and Bass (bottom). The Soprano staff uses a treble clef and contains a melodic line with quarter and eighth notes. The Alto staff uses a treble clef and contains a similar melodic line. The Tenor staff uses a bass clef and contains a line of chords, with a '3' above the staff indicating a triplet. The Bass staff uses a bass clef and contains a line of chords, with an '8' below the staff indicating an octave. The music is in a common time signature and a key signature with one flat (B-flat).

Der Einsatz auf *f* enthält Einklänge, der Einsatz auf *d* nicht. Deshalb ist der Einsatz auf *d* günstiger. Dabei ergeben sich gebräuchliche intervallische Einsatzabstände: zwischen Alt und Bass eine Oktave und zwischen Bass und Sopran eine Duodezime. Mit diesem Alteinsatz sind beide Motive vollständig durchimitiert:

10.1 Das Hilfstonverfahren im Quodlibet – Bauldeweyn, Missa Da Pacem

Et iterum
Einsatztöne
ventus est

Original

Et i - te - rum ven - tu - rus est cum

Et i - te - rum ven - tu - rus

Et i - te - rum ven - tu - rus est

Et iterum
Einsatztöne
ventus est

Original

glo - ri - a ju - di - ca - re vi -

est cum glo - ri - a ju - di

te -

cum glo - ri - a ju - di - ca -

Die Einsatztöne des Originals sind durch ganze Noten bezeichnet, die übrigen, nicht verwendeten durch Viertelnotenköpfe. Im Sopran ist der Schlusston des ersten Begleitmotivs, das *g*, etwas länger als in den beiden anderen Stimmen, eine Brevis statt einer ganzen Note. Möglich ist das, weil das *g* kontrapunktisch länger passt, anders als z. B. das *c* im Bass. Günstig ist es, weil dadurch die Pause im Sopran kürzer wird und der Satz dichter.

Wie die Analyse zeigt, lässt sich der Satz auf die satztechnisch-formale Konzeption und die Kontrapunktregeln zurückführen:

10 Das Quodlibet

Die satztechnisch-formale Konzeption:

- Das Et-iterum-Motiv setzt möglichst früh ein, aber nicht vor dem Cantus firmus.
- Die Motive erscheinen imitierend, also der Reihe nach und jeweils in allen drei Begleitstimmen nacheinander.
- Das zweite Begleitmotiv erscheint erst, nachdem das erste in allen drei Begleitstimmen eingesetzt hat.
- Der Satz ist recht dicht.

Die Kontrapunktregeln:

- Der Abschnitt beginnt mit perfekten Konsonanzen.
- Der Modus ist erkennbar.
- Einklänge werden vermieden, speziell Einsätze auf dem Einklang.
- Die intervallischen Einsatzabstände sind die gebräuchlichen.
- Die Einsatztöne passen gut zur Stimmlage.
- Der Sext-Oktavklang wird vermieden.
- Die melodische Verbindung vom ersten zum zweiten Motiv ist in allen Stimmen überzeugend.

So lässt sich nachvollziehen, warum der Cantus firmus und die beiden Motive diesen Satz nahe legen.

10.2 Die formale Begründung

10.2.1 Versetzungen

Zum Quodlibet im weiteren Sinne gehören unterschiedliche Probleme: die Kombination von Melodien, die Kombination von einer Melodie und einem mehrstimmigen Satz, die Kombination mehrerer mehrstimmiger Sätze und die Kombination einer Melodie und einer Harmoniefolge. Diese unterschiedlichen Probleme und die Verfahren zu ihrer Lösung sind im Wesentlichen gleich. Jedes einzelne Teilproblem extra zu lösen, würde zu vielen Wiederholungen führen. Deshalb wird das Problem formalisiert, dann auf formalem Weg möglichst allgemein gelöst und danach werden aus der allgemeinen Lösung die Lösungen für die speziellen Fälle abgeleitet.

Die Formalisierung geht aus von der Intervallversetzung. Im Folgenden wird der kürzere Begriff „Versetzung“ verwendet. Der Ausdruck „Transposition“ ist zwar gebräuchlicher als „Versetzung“, aber er ist üblicherweise eingeschränkt auf die intervallgetreue Versetzung.

Die Überlegungen gelten jedoch auch für bloß stufengetreue Versetzungen. Deshalb wird der Ausdruck „Versetzung“ vorgezogen.

In der folgenden Darstellung steht links jeweils die musikalische Eigenschaft und rechts die mathematische Abstraktion der Eigenschaft.

Es gibt Versetzungen von Tönen und Akkorden. Versetzungen können kombiniert werden. Dabei ist die Richtung wichtig. Intervalle werden in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung miteinander kombiniert. Zum Beispiel ergibt die Kombination von Quarte und Terz in derselben Richtung eine Sexte, in entgegengesetzter Richtung eine Sekunde.

Es gibt Elemente, und es gibt eine Verknüpfung dieser Elemente.

Wenn man zu einem Intervall eine Prim hinzufügt, ändert sich dieses Intervall nicht.

Es gibt ein neutrales Element.

Wenn ein bestimmtes Intervall in je zwei verschiedenen Richtungen miteinander kombiniert wird, ergibt sich immer eine Prim.

Zu jedem Element gibt es ein inverses.

Bei der Kombination von mehr als zwei Intervallen ist es gleichgültig, welche Intervalle zuerst miteinander kombiniert werden.

Die Verknüpfung ist assoziativ.

Das Gesamtintervall hängt auch nicht von der Reihenfolge der kombinierten Intervalle ab. Terz und Quarte bilden genauso eine Sexte wie Quarte und Terz.

Die Verknüpfung ist kommutativ.

Mathematisch gesehen bildet die Menge der Versetzungen also eine abelsche Gruppe.¹² Die Verknüpfung ist die Hintereinanderausführung von Versetzungen. Die Struktur lässt sich beschreiben als eine Menge von Tönen T und eine abelsche Gruppe von Versetzungen V . Die Gruppe der Versetzungen operiert auf der Menge der Töne

$$V \times T \rightarrow T$$

$$\phi_v(t) = t' \text{ mit } v \in V \text{ und } t, t' \in T$$

Die Verknüpfung $\phi_w(\phi_v())$ ist die Hintereinanderausführung der Versetzungen $\phi_v()$ und $\phi_w()$.

Das inverse Element zum Intervall a wird mit $-a'$ bezeichnet. Es ist genauso groß wie a , hat aber die entgegengesetzte Richtung.

Die Operation von V auf T ist einfach transitiv,¹³ d. h. zu jedem Paar $(x, y) \in T \times T$ gibt es genau ein $v \in V$ mit $\phi_v(x) = y$.

Die strenge Trennung von Tönen und Intervallen ist umständlich und kann aufgehoben werden. Dazu werden Töne durch Intervalle über oder unter einem Systemgrundton q

¹² Fischer-Sacher S. 11.

¹³ Fischer-Sacher S. 37.

dargestellt, der beliebig gewählt werden kann. Dem Ton t wird der Wert a zugeordnet, für den gilt

$$\phi_a(q) = t$$

Wenn z. B. in Sekundschritten gerechnet wird und das große C als Systemgrundton gewählt wird, dann entspricht dem kleinen d im siebenstufig-geschlossenen Tonsystem die None, also der Wert 8.

Das Intervall zwischen den Tönen t_1 und t_2 ist $t_2 - t_1$. Den Intervallen entsprechen Zahlen, den Verknüpfungen die Addition, dem neutralen Element die 0, dem inversen Element das Intervall mit demselben Betrag und dem entgegengesetzten Vorzeichen.

Einem *positiven* Intervall entspricht derjenige Ton, der um das betreffende Intervall *über* dem Systemgrundton liegt. Einem *negativen* Intervall entspricht derjenige Ton, der um das betreffende Intervall *unter* dem Systemgrundton liegt.

Die Abbildung $\phi_v(t) = t'$ wird auch so geschrieben:

$$\phi_v(t) = t' = t + v$$

10.2.2 Tonsysteme

Die Überlegungen sind so allgemein gehalten, dass sie für viele Tonsysteme gelten. Dabei geht es nicht um exakte Tonhöhen im physikalischen Sinn, sondern um Verhältnisse der Töne zueinander. Durch diese Verhältnisse haben die Töne bestimmte Bedeutungen, selbst, wenn die Stimmung physikalisch nicht exakt ist. Die Bedeutungen der Töne lassen sich den Elementen des Euler-Gitters zuordnen.¹⁴ Es enthält die Brüche der reinen Stimmung für sämtliche Intervalle, die sich aus Oktaven, Quinten und großen Terzen zusammensetzen lassen. Dadurch bietet es die Grundlage für das Rechnen mit Saitenlängenverhältnissen. Für eine beliebige Intervallproportion I gilt

$$I = 2^p \times \left(\frac{3}{2}\right)^q \times \left(\frac{5}{4}\right)^r \quad \text{mit } p, q, r \in \mathbb{Z}$$

p , q und r sind die Anzahl der Oktaven, der Quinten bzw. großen Terzen. Jedem Intervall entspricht ein Tripel aus drei ganzen Zahlen.¹⁵ Die Töne des Tonsystems lassen sich als Punkte im dreidimensionalen Raum darstellen. Die Intervalle lassen sich addieren, subtrahieren und mit ganzen Zahlen multiplizieren. Dem entspricht das Produkt oder der Quotient der Brüche, bzw. eine Potenz mit einem ganzzahligen Exponenten. Dabei

¹⁴ Mazzola S. 27. Mazzola unterscheidet zwischen dem Euler-Raum, auf der Grundlage von \mathbb{Q}^3 , und dem Euler-Gitter, auf der Grundlage von \mathbb{Z}^3 . Für die vorliegende Arbeit ist diese Unterscheidung überflüssig. Benötigt werden lediglich das Euler-Gitter und der Modul dazu. Zu den Begriffen „Euler-Raum“ und „Euler-Modul“ siehe Mazzola S. 25–31 und 63–70.

¹⁵ Bei den Brüchen steht eine Zweierpotenz im Nenner. Als Basis für die Potenzen können also genauso gut ausschließlich ganzzahlige Werte gewählt werden, nämlich 2, 3 und 5. So macht es Mazzola. In der vorliegenden Arbeit werden die Brüche bevorzugt, weil sie dem Denken in Quinten und Terzen entsprechen, statt in Duodezimen und in dem großen Intervall aus 16 Sekundschritten, für das sich bezeichnenderweise kein Name etabliert hat.

werden die Tripel gliedweise addiert, subtrahiert oder mit einer ganzen Zahl multipliziert. Das Euler-Gitter ist also ein Modul über \mathbb{Z} .¹⁶

Von diesem allgemeinen System lassen sich die gebräuchlichen Tonsysteme ableiten. Das System der reinen Stimmung wird in der vorliegenden Arbeit nicht benötigt. Daher wird stets vom pythagoreischen Oktav-Quint-System ausgegangen, auf dem die Notenschrift beruht. Zum Euler-Gitter verhält es sich so:

pythagoreisches Oktav-Quint-System	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}$
------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Das Tripel $\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$ des Euler-Gitters wird abgebildet auf das Paar $\begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}$ des pythagoreischen Systems. v ist dabei die Anzahl der Oktaven und w die Anzahl der Quinten. Von diesem pythagoreischen System werden die übrigen Systeme abgeleitet.

siebenstufig-geschlossenes diatonisches System	$(7 \quad 4) \times \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = s$
Quintenzirkelsystem ohne Oktavlagen	$(0 \quad 1) \times \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = q$
Tonsystem der Klaviertastatur und der Midi-Codes	$(12 \quad 7) \times \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = m$

In der Musiktheorie wird häufig von der Oktavlage abstrahiert, z. B. bei den Grundtönen von Harmonien oder in der pitch-class-Theorie. Mathematisch entspricht das der Bildung eines Restklassen- oder Faktormoduls.¹⁷ Mazzola rechnet häufig in \mathbb{Z}_{12} .¹⁸ Mathematisch ist das nicht zu begründen, wohl aber hermeneutisch. Mazzola bezieht sich auf das Tonsystem der Klaviertastatur und der Atonalität. In der vorliegenden Arbeit wird dagegen häufig in \mathbb{Z}_7 gerechnet, da viele Tonsatzregeln auf Diatonik beruhen, und in der Diatonik besteht eine Oktave aus sieben Sekundschritten.

10.2.3 Umkehrungen

Die Menge der Töne und Intervalle wird mit S bezeichnet. Die Gruppe der Versetzungen wird erweitert zur Gruppe der Versetzungen und Umkehrungen W . Dazu wird noch eine weitere Abbildung eingeführt:

$$\psi_a(t) = a - t \text{ für } a, t \in S$$

¹⁶ Zum Begriff des „Moduls“ siehe Artin S. 516.

¹⁷ Artin S. 517 f.

¹⁸ Zum Beispiel bei der Klassifizierung der Chorde, Mazzola S. 140 f., oder bei der Analyse von Schuberts *Auf dem Wasser zu singen*, D. 774, Mazzola S. 145–149.

V ist eine Untergruppe von W .

$\phi_a()$ und $\psi_a()$ können mit den Mitteln der linearen Algebra dargestellt werden. So lassen sich einige Rechenregeln leichter herleiten. Die Töne werden als zweidimensionale Vektoren dargestellt:

$$t \rightarrow \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Abbildungen $\phi_a()$ und $\psi_a()$ sind Multiplikationen von links mit Matrizen. Es gilt

$$\phi_a(x) := \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+x \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\psi_a(x) := \begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-x \\ 1 \end{pmatrix}$$

Das neutrale Element ist

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Für die inversen Elemente gilt:

$$\begin{aligned} \phi_a^{-1} &= \phi_{-a} \\ \psi_a^{-1} &= \psi_a \end{aligned}$$

Es gelten diese Beziehungen:

$$\begin{aligned} \phi_a(\phi_b(x)) &= \phi_{a+b}(x) \\ \phi_a(\psi_b(x)) &= \psi_{a+b}(x) \\ \psi_a(\phi_b(x)) &= \psi_{a-b}(x) \\ \psi_a(\psi_b(x)) &= \phi_{a-b}(x) \end{aligned}$$

Die $\phi_k()$ und $\psi_k()$ sind affine Abbildungen im Sinne von Mazzola.¹⁹ Sie bilden die Gruppe W . Die Verknüpfung ist nicht kommutativ, W ist also nicht abelsch. Alles das lässt sich mit der Matrizenmultiplikation zeigen.

Die Überlegungen lassen sich auf mehrdimensionale Tonsysteme übertragen. Für die Matrixdarstellung von $\phi_k()$ und $\psi_k()$ wird der Ansatz so abgewandelt:

$$\phi_{a,b,c}(x, y, z) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+x \\ b+y \\ c+z \\ 1 \end{pmatrix}$$

und

$$\psi_{a,b,c}(x, y, z) := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & a \\ 0 & -1 & 0 & b \\ 0 & 0 & -1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-x \\ b-y \\ c-z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Rechenregeln bleiben gleich.

¹⁹ Mazzola S. 72–76 und S. 102 f.

10.2.4 Lokale Kompositionen

Die beiden Abbildungen, die Versetzungen und Umkehrungen, werden von Einzeltönen auf Tonmengen erweitert. Die Tonmengen sind lokale Kompositionen im Sinne von Mazzola.²⁰ Damit sind Zusammenstellungen von Tönen gemeint, z. B. einzelne Töne, Harmonien oder Tonfolgen.

H sei eine Teilmenge von S und a ein Element von S . $\Phi_a(H)$ wird so definiert:

$$\Phi_a(H) = \{t \mid (t - a) \in H\}$$

Für

$$H_1 = \{t_1, t_2, t_3\}$$

ist

$$\Phi_a(H_1) = \{(t_1 + a), (t_2 + a), (t_3 + a)\}$$

Es gilt

$$a \in H \Leftrightarrow \phi_b(a) \in \Phi_b(H)$$

Aus der Definition von Φ und den Gruppeneigenschaften folgt

Zu jedem $t \in H$ existiert ein $t' \in \Phi_a(H)$, sodass gilt $t' = t + a$

Zu jedem $t' \in \Phi_a(H)$ existiert ein $t \in H$, sodass gilt $t' = t + a$

Φ wird im Folgenden als „Versetzungsoperator“ bezeichnet und $\Phi_a(H)$ als Versetzung von H um a .

Für das neutrale Element gilt

$$H = \Phi_0(H)$$

Es gelten

$$a \in H \Leftrightarrow (a + b) \in \Phi_b(H) \text{ für alle } a, b \text{ und } H$$

und

$$(a - b) \in H \Leftrightarrow a \in \Phi_b(H) \text{ für alle } a, b \text{ und } H$$

$$(a + b) \in H \Leftrightarrow a \in \Phi_{-b}(H) \Leftrightarrow b \in \Phi_{-a}(H) \text{ für alle } a, b \text{ und } H$$

Analog wird $\Psi_a(H)$ definiert:

$$\Psi_a(H) := \{t \mid (a - t) \in H\}$$

²⁰ Mazzola S. 72–76.

Für

$$H_1 = \{t_1, t_2, t_3\}$$

ist

$$\Psi_a(H_1) = \{a - t_1, a - t_2, a - t_3\}$$

Aus der Definition und den Gruppeneigenschaften folgt:

Zu jedem $t \in H$ existiert ein $t' \in \Psi_a(H)$, sodass gilt $t' = a - t$.

Zu jedem $t' \in \Psi_a(H)$ existiert ein $t \in H$, sodass gilt $t' = a - t$.

Ψ wird als Umkehrungsoperator und $\Psi_a(H)$ als Umkehrung von H an a bezeichnet.

Es gilt

$$a \in H \Leftrightarrow \psi_b(a) \in \Psi_b(H)$$

Weil zu jedem $t' \in \Psi_a(H)$ ein $t \in H$ existiert mit $t' = a - t$, gilt auch

$$t' \in \Psi_a(H) \Leftrightarrow (a - t') \in H$$

Es gilt

$$a \in H \Leftrightarrow b \in \Psi_{a+b}(H)$$

und

$$b \in H \Leftrightarrow a \in \Psi_{a+b}(H)$$

Zwischen den beiden Operationen Φ und Ψ existiert eine wichtige Beziehung, und zwar gilt:

$$a \in \Phi_b(H) \Leftrightarrow b \in \Psi_a(H)$$

Dies wird so bewiesen:

Wegen der Definition von Φ folgt aus der linken Seite:

Es existiert ein $a' \in H$ mit $a = a' + b$

Daraus folgt

$$b \in \Psi_a(H)$$

Für die Verknüpfungen von Φ und Ψ gelten dieselben Regeln wie bei ϕ und ψ .

$$\Phi_a(\Phi_b(H)) = \Phi_{a+b}(H)$$

$$\Phi_a(\Psi_b(H)) = \Psi_{a+b}(H)$$

$$\Psi_a(\Phi_b(H)) = \Psi_{a-b}(H)$$

$$\Psi_a(\Psi_b(H)) = \Phi_{a-b}(H)$$

Eine wichtige Eigenschaft der Versetzungs- und Umkehrungsoperation ist, dass der Schnitt- und Vereinigungsmengenoperator vorgezogen werden kann, dass also gilt:

$$\Phi_d(A \cap B) = \Phi_d(A) \cap \Phi_d(B)$$

Dies wird so gezeigt:

$$t \in \Phi_d(A \cap B)$$

Daraus folgt

$$(t - d) \in A \cap B$$

Daraus folgt

$$(t - d) \in A \wedge (t - d) \in B$$

und daraus

$$t \in \Phi_d(A) \wedge t \in \Phi_d(B)$$

und daraus

$$t \in \Phi_d(A) \cap \Phi_d(B)$$

Da sich alle Ableitungen umkehren lassen, folgt insgesamt:

$$\Phi_d(A \cap B) = \Phi_d(A) \cap \Phi_d(B)$$

Durch vollständige Induktion folgt eine Beziehung für beliebig viele Mengen. Der Nachweis für Vereinigung von Mengen geschieht ganz entsprechend.

10.2.5 Die allgemeine Lösung des Quodlibetproblems

Um satztechnisch reguläre Quodlibets zu finden, wird eine Relation für satztechnische Regularität angenommen. Musikalisch bezieht sie sich auf die Konsonanz von Tönen oder das Enthaltensein von Tönen in Harmonien. Damit die Überlegungen möglichst allgemein gelten, wird die Relation nicht näher definiert, sondern nur abstrakt mit \bowtie bezeichnet. Mit Hilfe dieser Voraussetzungen wird die *allgemeine Formulierung des Quodlibetproblems* möglich, und zwar so:

Gegeben seien zwei Folgen A und B

$$\begin{aligned} A &= A_1, A_2, \dots, A_m \text{ mit } A_i \subset S \\ B &= B_1, B_2, \dots, B_n \text{ mit } B_i \subset S \end{aligned}$$

Außerdem sei eine Relation $\bowtie \subset S \times S$ gegeben.

Für eine Kombination der Folgen wird der rhythmische Einsatzabstand r und der intervallische Einsatzabstand d eingeführt. Damit sieht die Struktur des Quodlibets so aus:

10.2.6 Die Teilmengen-Relation

Sei \bowtie die Teilmengen-Relation \subset . Wegen der Definition von ω

$$\omega_{\bowtie}(A, B) = \{p \mid A \bowtie \Phi_p(B)\}$$

gilt für den Spezialfall der Teilmengen-Relation:

$$\omega_{\subset}(A, B) = \{p \mid A \subset \Phi_p(B)\}$$

Generell gilt

$$\omega_{\subset}(A, B) = \bigcap_{p \in A} \Psi_p(B)$$

Das wird so gezeigt:

Für jedes

$$x \in \omega_{\subset}(A, B)$$

gilt

$$A \subset \Phi_x(B)$$

Daraus folgt

$$\bigwedge_{p \in A} p \in \Phi_x(B)$$

Oben²¹ war gezeigt worden, dass

$$a \in \Phi_b(H) \Leftrightarrow b \in \Psi_a(H)$$

Deswegen gilt

$$\bigwedge_{p \in A} x \in \Psi_p(B)$$

Daraus folgt

$$x \in \bigcap_{p \in A} \Psi_p(B)$$

Da sich alle Ableitungen umkehren lassen, wird der umgekehrte Zusammenhang ganz analog nachgewiesen. Deswegen sind die Mengen identisch und es gilt

$$\omega_{\subset}(A, B) = \bigcap_{p \in A} \Psi_p(B)$$

²¹ S. 324.

Der Ausdruck für $\omega_{\subset}(A, B)$ wird in die allgemeine Lösung des Quodlibetproblems eingesetzt. Das ergibt:

$$e \in \Phi_g\left(\bigcap_{p \in A_{i+r}} \Psi(B_i, p)\right) \text{ für alle } i \in I$$

Der Schnittmengenoperator wird vorgezogen:

$$e \in \bigcap_{p \in A_{i+r}} \Phi_g(\Psi_p(B_i)) \text{ für alle } i \in I$$

Wegen

$$\Phi_b(\Psi_a(H)) = \Psi_{a+b}(H)$$

gilt

$$e \in \bigcap_{p \in A_{i+r}} \Psi_{p+g}(B_i) \text{ für alle } i \in I$$

10.2.7 Die Obermengen-Relation

Die allgemeine Definition für $\omega_{\bowtie}(A, B)$

$$\omega_{\bowtie}(A, B) = \{x \mid A \bowtie \Phi_x(B)\}$$

wird auf den Spezialfall der Obermengen-Relation angewandt:

$$\omega_{\supset}(A, B) = \{x \mid A \supset \Phi_x(B)\}$$

bzw.

$$\omega_{\supset}(A, B) = \{x \mid \Phi_x(B) \subset A\}$$

Erst wird diese Beziehung hergeleitet:

$$\Phi_x(B) \subset A \Leftrightarrow B \subset \Phi_{-x}(A)$$

Zu jedem t mit

$$t \in \Phi_x(B)$$

existiert genau ein t' mit

$$t' = t - x \text{ und } t' \in B$$

Wegen $\Phi_x(B) \subset A$ gilt dann

$$t \in A$$

Daraus folgt

$$t - x \in \Phi_{-x}(A)$$

und

$$t' \in \Phi_{-x}(A)$$

Also gilt

$$B \subset \Phi_{-x}(A)$$

Da sich alle Ableitungen umkehren lassen, gilt

$$\Phi_x(B) \subset A \Leftrightarrow B \subset \Phi_{-x}(A)$$

Deswegen gilt

$$\omega_{\supset}(A, B) = \{x \mid B \subset \Phi_{-x}(A)\}$$

Generell gilt

$$\omega_{\supset}(A, B) = \bigcap_{p \in B} \Phi_{-p}(A)$$

Das wird so gezeigt:

Es gilt

$$p \in \Phi_{-x}(A) \text{ für alle } p \in B \text{ und alle } x \in \omega_{\supset}(A, B)$$

Wegen²²

$$p \in \Phi_{-x}(A) \Leftrightarrow x \in \Phi_{-p}(A)$$

gilt

$$x \in \Phi_{-p}(A) \text{ für alle } p \in B \text{ und alle } x \in \omega_{\supset}(A, B)$$

Daraus folgt

$$x \in \bigcap_{p \in B} \Phi_{-p}(A) \text{ für alle } x \in \omega_{\supset}(A, B)$$

Alle Schlussfolgerungen gelten auch in der umgekehrten Richtung. Deswegen gilt

²² Siehe oben S. 323.

$$\omega_{\supset}(A, B) = \bigcap_{p \in B} \Phi_{-p}(A)$$

Diese Beziehung wird in die *allgemeine Lösung des Quodlibetproblems*

$$e \in \Phi_g(\omega_{\supset}(A_{i+r}, B_i)) \text{ für alle } i \in I$$

eingesetzt. Dann ergibt sich

$$e \in \Phi_g\left(\bigcap_{p \in B_i} \Phi_{-p}(A_{i+r})\right) \text{ für alle } i \in I$$

Das Vorziehen des Schnittmengenoperators ergibt

$$e \in \bigcap_{p \in B_i} \Phi_g(\Phi_{-p}(A_{i+r})) \text{ für alle } i \in I$$

Mit der Beziehung

$$\Phi_b(\Phi_a(H)) = \Phi_{a+b}(H)$$

ergibt sich

$$e \in \bigcap_{p \in B_i} \Phi_{g-p}(A_{i+r}) \text{ für alle } i \in I$$

10.2.8 Die Konsonanzrelation von Mengen

Um die allgemeine Gleichung für die Konsonanzrelationen von Mengen herzuleiten, wird die Funktion $\text{Dif}(A, B)$ definiert:

$$\text{Dif}(A, B) := \{a - b \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

So gilt z. B. für

$$\begin{aligned} A &= \{5, 9\} \\ B &= \{2, 4\} \end{aligned}$$

$$\text{Dif}(A, B) = \{1, 3, 5, 7\}$$

$\text{Dif}(A, B)$ ist also die Menge aller Differenzen von einem beliebigen Element aus A und einem beliebigen Element aus B .

Es gilt

$$\text{Dif}(A, B) = \bigcup_{a \in A} \Psi_a(B)$$

Zum Beweis wird angenommen, dass

$$z \in \bigcup_{a \in A} \Psi_a(B)$$

Deswegen gibt es mindestens ein $a_i \in A$, sodass

$$z \in \Psi_{a_i}(B)$$

Wegen²³ $t' \in \Psi_a(H) \Leftrightarrow (a - t') \in H$ folgt

$$(a_i - z) \in B$$

Also gibt es ein $b_j \in B$, sodass gilt

$$a_i - z = b_j$$

und

$$a_i - b_j = z$$

Deswegen gilt

$$z \in \text{Dif}(A, B)$$

Sämtliche Schlussfolgerungen lassen sich umkehren. Damit ist die Beziehung bewiesen. Es gilt also

$$\text{Dif}(A, B) = \bigcup_{a \in A} \Psi_a(B)$$

Es werden zwei Relationen benötigt, eine Konsonanzrelation von Tönen und eine Konsonanzrelation von Tonmengen. Die Konsonanzrelation von Tönen wird mit \parallel bezeichnet und die Konsonanzrelation von Tonmengen mit \sim . Die Konsonanzrelation zwischen Tönen muss für die Lösung des Quodlibetproblems nicht näher spezifiziert oder definiert werden. Dies kann dem Tonsatz überlassen bleiben. Für die folgenden Überlegungen reichen zwei Bedingungen. Die Relation muss symmetrisch sein und es muss die „Versetzungsregel“ gelten, also

$$a \parallel b \Leftrightarrow b \parallel a \text{ für alle } a, b \in S$$

²³ Siehe S. 324

und

$$a \parallel b \Leftrightarrow (a + c) \parallel (b + c) \text{ für alle } a, b, c \in S$$

Die Konsonanzrelation zwischen Tonmengen wird definiert mit Hilfe der Konsonanzrelation zwischen Tönen, und zwar so:

Für $A, B \subset S$ gelte

$$A \sim B \Leftrightarrow a \parallel b \text{ für alle } a \in A \text{ und alle } b \in B$$

oder

$$A \sim B \Leftrightarrow \bigwedge_{a \in A} \bigwedge_{b \in B} a \parallel b$$

Auch für die Konsonanzrelation zwischen Mengen gibt es eine Versetzungsregel. Das wird so abgeleitet:

Gegeben seien $A, B \subset S$ mit $A \sim B$. Wegen der Definition der Konsonanzrelation von Mengen gilt dann

$$a \parallel b \text{ für alle } a \in A \text{ und alle } b \in B$$

Wegen der Versetzungsregel und der Definition von Φ gilt

$$\begin{aligned} (a + c) \parallel (b + c) &\text{ für alle } a \in A \text{ und alle } b \in B \\ (a + c) \parallel (b + c) &\text{ für alle } (a + c) \in \Phi_c(A) \text{ und alle } (b + c) \in \Phi_c(B) \end{aligned}$$

Einsetzen von a' für $a + c$ und b' für $b + c$ ergibt

$$a' \parallel b' \text{ für alle } a' \in \Phi_c(A) \text{ und alle } b' \in \Phi_c(B)$$

Daraus folgt

$$\Phi_c(A) \sim \Phi_c(B)$$

Der Nachweis für Ψ erfolgt ganz analog. Dasselbe gilt für die Teil- und Obermengenrelation. Es gilt also

$$\begin{aligned} A \bowtie B &\Leftrightarrow \Phi_p(A) \bowtie \Phi_p(B) \text{ für alle } A, B, p \\ A \bowtie B &\Leftrightarrow \Psi_p(A) \bowtie \Psi_p(B) \text{ für alle } A, B, p \end{aligned}$$

Mit diesen Voraussetzungen kann das Problem eines Quodlibets unter der Bedingung der Konsonanzrelation von Mengen gelöst werden. Die Lösung ist

$$e \in \Phi_g(\omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i)) \text{ für alle } i \in I$$

mit

$$\omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i) = \{x \mid A_{i+r} \sim \Phi_x(B_i)\}$$

Aus

$$\omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i) = \{x \mid \bigwedge_{a \in A_{i+r}} \bigwedge_{b \in B_i} a \parallel (b + x)\}$$

folgt wegen der Versetzungsregel für \parallel :

$$\omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i) = \{x \mid \bigwedge_{a \in A_{i+r}} \bigwedge_{b \in B_i} x \parallel (a - b)\}$$

In der Definition für x auf der rechten Seite wird die Menge aller Differenzen von Elementen von A und B bestimmt. Deswegen ist diese Umformung möglich

$$\omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i) = \{x \mid \{x\} \sim \{z \mid \bigvee_{a \in A_{i+r}} \bigvee_{b \in B_i} z = a - b\}\}$$

Wegen

$$\text{Dif}(A, B) = \{z \mid \bigvee_{a \in A_{i+r}} \bigvee_{b \in B_i} z = a - b\}$$

gilt

$$\omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i) = \{x \mid \{x\} \sim \text{Dif}(A_{i+r}, B_i)\}$$

Wegen

$$\text{Dif}(A_{i+r}, B_i) = \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_a(B_i)$$

gilt dann

$$\omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i) = \{x \mid \{x\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_a(B_i)\}$$

Mit Hilfe dieser Beziehung ist diese Umformung möglich:

$$x \in \omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i) \Leftrightarrow \{x\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_a(B_i)$$

Wegen

$$(e - g) \in \omega_{\sim}(A_{i+r}, B_i) \text{ für alle } i \in I$$

folgt

$$\{(e - g)\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_a(B_i) \text{ für alle } i \in I$$

Wegen

$$(a - b) \in H \Leftrightarrow a \in \Phi_b(H) \text{ für alle } a, b \text{ und } H$$

folgt daraus:

$$\{e\} \sim \Phi_g\left(\bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_a(B_i)\right) \text{ für alle } i \in I$$

Weil der Vereinigungsoperator vorgezogen werden kann, gilt

$$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Phi_g(\Psi_a(B_i)) \text{ für alle } i \in I$$

und wegen

$$\Phi_b(\Psi_a(H)) = \Psi_{a+b}(H)$$

folgt

$$\boxed{\{e\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_{a+g}(B_i) \text{ für alle } i \in I}$$

10.2.9 Einzeltöne

Wenn nicht mit Mengen, sondern mit einzelnen Tönen operiert wird, sind drei Fälle zu unterscheiden, nämlich dass nur A aus einelementigen Mengen besteht, dass nur B aus einelementigen Mengen besteht oder dass sowohl A als auch B nur einelementig sind. Für den Spezialfall von einelementigen Mengen $A_i = \{a_i\}$ wird aus der allgemeinen Gleichung

$$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_{a+g}(B_i) \text{ für alle } i \in I$$

diese

$$\boxed{\{e\} \sim \Psi_{a_{i+r}+g}(B_i) \text{ für alle } i \in I}$$

Für den Spezialfall von einelementigen Mengen $B_i = \{b_i\}$ gibt es einen einfacheren Ausdruck. Aus der allgemeinen Gleichung

$$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_{a+g}(B_i) \text{ für alle } i \in I$$

und der Gleichung für den Spezialfall einelementiger Mengen B_i

$$B_i = \{b_i\}$$

folgt

$$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_{a+g}(\{b_i\}) \text{ für alle } i \in I$$

und wegen der Definition von Ψ

$$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \{(a + g - b_i)\} \text{ für alle } i \in I$$

Wegen

$$\bigcup_{a \in A_{i+r}} \{a\} = A_{i+r}$$

gilt

$$\bigcup_{a \in A_{i+r}} \{(a + g - b_i)\} = \Phi_{g-b_i}(A_{i+r}) \text{ für alle } i \in I$$

Daraus folgt

$$\boxed{\{e\} \sim \Phi_{g-b_i}(A_{i+r}) \text{ für alle } i \in I}$$

Wenn A_i und B_i beide nur ein Element enthalten, gilt

$$A_i = \{a_i\}$$

Deswegen gilt

$$\Phi_{g-b_i}(A_{i+r}) = \Phi_{g-b_i}(\{a_{i+r}\}) \text{ für alle } i \in I$$

und

$$\Phi_{g-b_i}(\{a_{i+r}\}) = \{(a_{i+r} + g - b_i)\} \text{ für alle } i \in I$$

und

$$\Phi_{g-b_i}(A_{i+r}) = \{(a_{i+r} + g - b_i)\} \text{ für alle } i \in I$$

Wegen

$$\{e\} \sim \Phi_{g-b_i}(A_{i+r}) \text{ für alle } i \in I$$

gilt dann

$$\{e\} \sim \{(a_{i+r} + g - b_i)\} \text{ für alle } i \in I$$

und wegen der Definition von \sim

$$e \parallel (a_{i+r} + g - b_i) \text{ für alle } i \in I$$

Mit $g = b_1$ ergibt sich die Formel für die Hilfstöne

$$e \parallel (a_{i+r} + b_1 - b_i) \text{ für alle } i \in I$$

Das heißt: Der Einsatzton e passt zu allen Hilfstönen $a_{i+r} + b_1 - b_i$.

10.2.10 Die Formeln für das Quodlibet

Dies sind die Formeln für die verschiedenen Formen des Quodlibets:

allgemein	$e \in \Phi_g(\omega_{\triangleright\triangleleft}(A_{i+r}, B_i))$
Teilmenge	$e \in \bigcap_{p \in A_{i+r}} \Psi_{p+g}(B_i)$
Obermenge	$e \in \bigcap_{p \in B_i} \Phi_{g-p}(A_{i+r})$
Konsonanz von Mengen	$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_{a+g}(B_i)$
Einzelton a_i	$\{e\} \sim \Psi_{a_{i+r}+g}(B_i)$
Einzelton b_i	$\{e\} \sim \Phi_{g-b_i}(A_{i+r})$
Einzelton	$e \parallel (a_{i+r} + b_1 - b_i)$

für alle $i \in I$

10.2.11 Die allgemeine Form des Hilfstonschemas

Mit der Formel für die Einzeltöne ergibt sich diese formale Darstellung des Hilfstonschemas:

	$2-n$	0	1	2	...	m
1	$a_1+b_1-b_n$	$a_1+b_1-b_2$	$a_1+b_1-b_1$			
2		$a_2+b_1-b_n$	$a_2+b_1-b_2$	$a_2+b_1-b_1$		
...			
m				$a_m+b_1-b_n$	$a_m+b_1-b_2$	$a_m+b_1-b_1$

In den Diagonalen von links oben nach rechts unten steht Thema I ganz rechts in der originalen Tonhöhe. Thema II steht in den Zeilen, allerdings als Krebsumkehrung. Das lässt sich am Schema nachvollziehen. Von rechts nach links gelesen, steigt der Index der b_i mit dem negativen Vorzeichen. Das negative Vorzeichen entspricht der Umkehrung und die Leserichtung, von rechts nach links, dem Krebs.

Bezugstakt ist derjenige Takt, in dem der letzte Ton der Zeile steht.²⁴ Die Taktzahl ist identisch mit dem Zeilenindex. In den Spalten stehen untereinander die Hilfstöne für den Einsatz in dem betreffenden Takt. Das heißt, der Spaltenindex entspricht dem Einsatztakt.

Der Einsatztakt ist $r + 1$. Da Thema II im Quodlibet auch vor Thema I einsetzen kann, kann die Taktzahl des Einsatztaktes auch 0 oder negativ sein.

Mit p als Bezugstakt, bzw. Zeilenindex, und q als Einsatztakt, bzw. Spaltenindex ergeben sich für die Hilfstöne diese Formeln:

$$\begin{aligned} h_{p,q} &= a_{i+r} + b_1 - b_i \\ h_{p,q} &= a_p + b_1 - b_{p-q+1} \end{aligned}$$

Für die Indizes gelten diese Beziehungen:

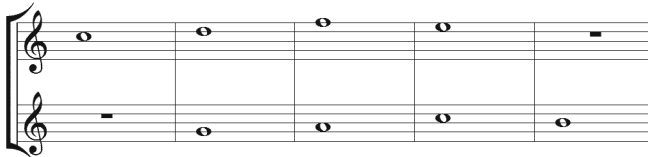
$$\begin{aligned} p &= i + r \\ q &= r + 1 \\ r &= q - 1 \\ i &= p - q + 1 \end{aligned}$$

10.2.12 Von Tanejews Ansatz zum Hilfstonverfahren

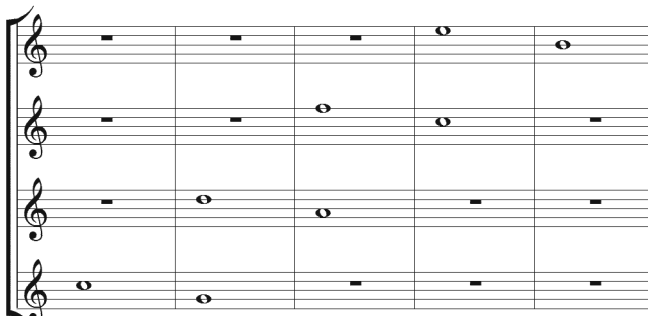
Bei Tanejew ist das Einsatzschema vorgegeben und die Melodie wird konstruiert. Sein Ansatz lässt sich auf den umgekehrten Fall übertragen: gegeben ist die Melodie, gesucht ist das Einsatzschema. Dazu wird die Melodie als Einsatzschema aufgefasst. Wie das möglich ist, wird hier deutlich:

²⁴ Vergleiche oben, S. 241.

Originalkanon



Hilfskanon



Beide Sätze klingen gleich, die Melodie des einen ist das Einsatzschema des anderen. Der obere wird Originalkanon genannt, der untere Hilfskanon. Statt zu fragen, zu welchem Zeitpunkt und auf welcher Stufe eine Melodie imitiert werden kann, wird angenommen, jeder Ton der Melodie sei der Einsatz einer Kanonstimme. Die Melodie wird also als Einsatzschema eines Kanons aufgefasst, dessen erster Ton feststeht. Zu klären ist, welche weiteren Melodietöne möglich sind, und wo sie möglich sind.

Auf der Grundlage von Tanejews Ansatz hatte sich oben dieser Zusammenhang ergeben:²⁵

Für zwei Stimmen mit den Indizes p und q , den intervallischen Einsatzabständen h_p und h_q und den rhythmischen Einsatzabständen r_p und r_q mit $r_p \leq r_q$ gilt

$$a_i \approx \text{tr}(a_{i-(r_q-r_p)}, h_q - h_p)$$

Tanejews Abschnitte werden als Einzeltöne aufgefasst. Da von zwei verschiedenen Kanons die Rede ist, werden die Bezeichnungen für die Töne unterschieden. Dazu bekommen die Töne des Hilfskanons einen Apostroph, die Töne des Originalkanons nicht. Die Relation für das kontrapunktische Zueinander-Passen zweier Melodieabschnitte, \approx , wird ersetzt durch die Konsonanzrelation von Einzeltönen, \parallel . Dann ergibt sich für den Hilfskanon

$$t'_i \parallel \text{tr}(t'_{i-(r_q-r_p)}, h_q - h_p)$$

und

$$t'_i \parallel t'_{i-(r_q-r_p)} + h_q - h_p$$

Wie der Vergleich von Originalkanon und Hilfskanon zeigt, gelten diese Beziehungen:

²⁵ Siehe S. 62.

$$\begin{aligned} h_p &= t_p - t_1 \\ h_q &= t_q - t_1 \\ r_p &= p - 1 \\ r_q &= q - 1 \end{aligned}$$

Einsetzen in die Formel von oben ergibt

$$t'_i \parallel t'_{i-q+p} + t_q - t_p$$

Wegen des Verhältnisses von Original- und Hilfskanon gilt: Der Einsatzton der zweiten Stimme im Originalkanon, e , ist ein Melodieton im Hilfskanon, t_i . Für den rhythmischen Abstand des Originalkanons gilt

$$r = r_q - r_p = q - p$$

Mit den folgenden Ersetzungen

$$\begin{aligned} t'_i &= e \\ t'_{i-q+p} + t_q - t_p &= t_1 \\ p &= j \\ q &= j + r \end{aligned}$$

ergibt sich

$$e \parallel t_1 + t_{j+r} - t_j$$

Das ist die Formel für den Einsatzton im Hilfstonverfahren.²⁶ Das Hilfstonverfahren lässt sich also auf Tanejews Überlegungen zurückführen. Beide Ansätze entsprechen einander: Die Hilfstöne des Hilfstonverfahrens sind die Scheinstimmtöne des Hilfskanons. Die entscheidende Operation des Hilfstonverfahrens ist die Rückdrehung. Sie wird auch schon von Tanejew thematisiert,²⁷ und zwar als Methode, den intervallischen und rhythmischen Einsatzabstand der Scheinstimme zu finden.

10.3 Unterschiedliche rhythmische Werte und Mehrtönigkeit

10.3.1 Grundlagen

Wenn das Hilfstonverfahren erweitert wird, können damit auch die Kombinationen von rhythmisch komplizierteren Melodien bestimmt werden oder sogar Kombinationen von einer Melodie und einer Harmoniefolge. Angenommen, die Notenwerte von Thema I seien doppelt so groß wie die Notenwerte von Thema II, z. B. so:

²⁶ Siehe S. 336.

²⁷ Tanejew S. 46 f.

10 Das Quodlibet



Für das Hilfstonschema werden die verschiedenen Themen auf einen geeigneten gemeinsamen Notenwert gebracht, hier also Halbe. Dafür ergibt sich dieses Schema:

Thema I					<i>c</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
Thema II					<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	
Hilfstöne	<i>c</i>	<i>h</i>	a	<i>d</i>	<i>c</i>					
		<i>c</i>	<i>h</i>	a	<i>d</i>	<i>c</i>				
			<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>			
				<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>		
					<i>d</i>	C	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	
						<i>d</i>	C	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>d</i>

Offenbar besteht das Schema aus Paaren von Zeilen mit gleichen Hilfstönen, die um eine Spalte gegeneinander versetzt sind, d. h. es enthält lauter Paare von diagonal benachbarten Zellen mit identischen Hilfstönen. Zwei solcher Paare sind im Schema fett und groß gedruckt.

Manchmal soll Thema II eine bestimmte metrische Orientierung haben, d. h. das Verhältnis von betonten und unbetonten metrischen Positionen soll so bleiben wie im Original. Dann braucht man die Hälfte der Spalten gar nicht mehr zu untersuchen. Wenn Thema II nur auf einer betonten Zeit einsetzen soll, interessiert nur dieser Teil des Schemas:

Thema I					<i>c</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
Thema II					<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	
Hilfstöne	<i>c</i>		<i>a</i>		<i>c</i>					
			<i>h</i>		<i>d</i>					
			<i>e</i>		<i>c</i>		<i>e</i>			
					<i>d</i>		<i>f</i>			
					<i>d</i>		<i>h</i>		<i>d</i>	
							<i>c</i>		<i>e</i>	

Die Hälfte der Spalten im vollständigen Schema ist also überflüssig. Es wäre praktisch, wenn diese Spalten gar nicht erst bestimmt werden müssten. Dazu wird das Verfahren abgewandelt. Das vollständige Hilfstonschema besteht aus Paaren von diagonal benachbarten Zellen mit identischen Hilfstönen. Wegen dieser Gesetzmäßigkeit müssen die diagonal benachbarten, identischen Hilfstöne nicht doppelt bestimmt werden. Übertragen auf ganze Zeilen heißt das: Nur jede zweite Zeile muss bestimmt werden, für jeden Ton von Thema I also nur eine Zeile. So entsteht dieses Schema:

10.3 Unterschiedliche rhythmische Werte und Mehrtönigkeit

Thema I					<i>c</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
Thema II					<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	
Hilfstöne	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>					
			<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>			
					<i>d</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	

Hier sind die Hilfstöne in den relevanten Spalten fett und groß gedruckt. Die übrigen Hilfstöne stehen in den Spalten, die nicht benötigt werden. Sie werden diagonal versetzt, und zwar in die freigelassenen Zeilen. So entsteht dieses Schema:

Thema I					<i>c</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
Thema II					<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	
Hilfstöne	<i>c</i>		<i>a</i>		<i>c</i>					
			<i>h</i>		<i>d</i>					
			<i>e</i>		<i>c</i>		<i>e</i>			
					<i>d</i>		<i>f</i>			
					<i>d</i>		<i>h</i>		<i>d</i>	
							<i>c</i>		<i>e</i>	

Das ist das Schema für die Lösung des Problems. Es enthält nur noch die benötigten Spalten. Das Verfahren ist aber noch zu umständlich: Erst werden ganze Zeilen konstruiert und anschließend einzelne Hilfstöne versetzt. Das lässt sich vereinfachen. Dazu werden die Töne der Rückdrehung von Thema II nicht in einer einzigen Zeile abgetragen, sondern in Paaren untereinander. Diese Paare ergeben dann eine Doppelzeile. Die Zeile

<i>c</i>	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
----------	----------	----------	----------	----------

verändert sich also zu

<i>c</i>		<i>a</i>		<i>c</i>
		<i>h</i>		<i>d</i>

Wenn die überflüssigen Spalten entfernt werden, sieht die Zeile so aus:

<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>
	<i>h</i>	<i>d</i>

Die Rückdrehung von Thema II wird also in Paaren von oben nach unten und in Spalten von rechts nach links abgetragen. Dabei ist jeweils zur Betonung hin nach links zu springen. Bildlich gesprochen, wird die Rückdrehung gefaltet.

10 Das Quodlibet

Diese Darstellungsform kann auch auf das Original von Thema II übertragen werden, mit diesem Ergebnis:

<i>c</i>	<i>e</i>	<i>c</i>
<i>h</i>	<i>d</i>	

Das ganze Schema sieht dann so aus:

Thema I			<i>c</i>	<i>e</i>	<i>d</i>
Thema II			<i>c</i>	<i>e</i>	<i>c</i>
Hilfstöne	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>		
		<i>h</i>	<i>d</i>		
		<i>e</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	
			<i>d</i>	<i>h</i>	<i>d</i>
				<i>c</i>	<i>e</i>

Hier fehlen die waagerechten Linien zwischen den Zeilen, die zu derselben Rückdrehung gehören. Dadurch wird die Struktur besser deutlich.

Wenn das Verhältnis der Tondauern von Thema I und Thema II größer ist als 2 : 1, ergeben sich keine Paare von gleichen Zeilen, sondern größere Gruppen. Alle Überlegungen lassen sich übertragen.

10.3.2 Mehrtönigkeit – Schönberg, 1. Kammer-symphonie

Für die Konsonanzrelation ist es gleichgültig, in welcher Reihenfolge die verschiedenen Töne von Thema II erklingen, die zu derselben metrischen Einheit gehören, d. h. die zu demselben Ton von Thema I passen. Sie können sogar gleichzeitig erklingen. Das ist ein Vorteil; denn manchmal lassen sich die Themen kaum oder gar nicht in Gerüstsätze aus gleichen Notenwerten übertragen. Auch in solchen Fällen lässt sich das Hilfstonverfahren anwenden. Dazu werden die verschiedenen Töne einer Zählzeit so aufgefasst, als ob sie gleichzeitig erklingen. Sie werden also zu einem Akkord oder Simultanintervall zusammengefasst. Dann entsteht ein Gerüst, das zumindest an einigen Zählzeiten mehrtönig ist. Die Vorstellung von Thema II als einer einstimmigen Melodie wird also aufgegeben. Das Verfahren wird angewandt auf einen Abschnitt aus Schönbergs *erster Kammer-symphonie*.²⁸ In der Coda werden die beiden Hauptthemen des Werkes abwechselnd miteinander verschränkt. Vielleicht scheint es abwegig, ein Werk von Schönberg mit einem Verfahren zu untersuchen, das zur Analyse tonaler Musik konzipiert ist. Schließlich eignet sich das Hilfstonverfahren ja nur für Musikstücke, bei denen die Zusammenklänge bestimmten, ausformulierten Regularitäten genügen. Dies ist jedoch bei der *Kammer-symphonie* gerade noch der Fall. Das traditionelle Regelsystem wird erweitert, aber nicht ganz aufgegeben. Für die folgende Untersuchung können sogar die alten Konsonanzen zu Grunde gelegt werden. Warum das möglich ist, muss allerdings begründet werden.

²⁸ Schönberg, 1. Kammer-symphonie.

10.3 Unterschiedliche rhythmische Werte und Mehrtönigkeit

Hierfür gibt es zwei Argumente: die Konsonanzen bleiben Auflösungsintervalle und die Coda hat einen speziellen Charakter.

Schönberg hat in der *Kammersymphonie* das traditionelle Akkordrepertoire zwar um Ganzton- und Quartakkorde erweitert. Dabei gelten aber die traditionellen Akkorde im Vergleich zu den anderen als relativ konsonant.²⁹ Die alte Harmonik ist also in der erweiterten enthalten.

Die *Kammersymphonie* hat einen jubelnden Schluss. Die Coda ist schnell, laut und hat einen ausgeprägten Dur-Charakter.³⁰ Dazu passen Konsonanzen besonders gut. Deshalb ist es angemessen, nach konsonanten Kombinationen zu suchen. Die Möglichkeit von Akkordseptimen kann dagegen ignoriert werden. In den Themen fehlen nämlich die erforderlichen Auflösungsintervalle, die Sekundschriffe abwärts.

Das sind die Hauptthemen:³¹



Das erste Thema lässt sich ohne Probleme in ein Gerüst übertragen. In Thema II werden die Töne der Achteltriolen als kontrapunktisch gleichzeitig aufgefasst. Dann ergeben sich für die Untersuchung diese Gerüstsätze:



Die Oktavlage wird hier nicht berücksichtigt, weil der Konsonanz- bzw. Dissonanzcharakter der Intervalle davon nicht abhängt.

Wie geht man damit um, dass das Gerüst von Thema II mit einem Mehrklang anfängt? Welcher der beiden Töne ist Anfangston im Sinne des Hilfstonverfahrens? Welcher ist also derjenige, dessen Abbild in der Rückdrehung dem Ton von Thema I im Bezugstakt gleicht? Wie man sich leicht überzeugt, ist das gleichgültig. Die Rückdrehung von Thema II ist diejenige, bei der das Abbild des Referenztons mit dem Ton von Thema I im Bezugstakt identisch ist. Dort, wo das Gerüst von Thema II Mehrklänge enthält, stehen in den Zellen für die Hilfstöne entsprechend mehrere Töne übereinander. Für die Bestimmung der Einsatzöne gilt dasselbe wie auch sonst:

Diejenige Transposition von Thema II ergibt einen konsonanten Satz, bei der die Transposition des Referenztons zu allen Hilfstönen konsoniert.

²⁹ Siehe die Analyse der Harmoniefortschreitung am Anfang der *Kammersymphonie* in Prey, Warum Tonsatz?, S. 311–313.

³⁰ wie z. B. Beethovens 3., 5. und 9. *Symphonie*, Wagners *Siegfried*, Brahms' 1. und 2. *Symphonie* und Mahlers 1., 5. und 7. *Symphonie*.

³¹ Sie werden in T. 5 und T. 10 exponiert.

10 Das Quodlibet

Im Beispiel ist *a* als Referenzton gewählt, weil das zweite Thema mit *a* anfängt. Der Referenzton ist im Themengerüst und im Hilfstonschema jeweils in waagerechte Striche eingeschlossen. Für die Krebsumkehrung des zweiten Themas ergibt sich dann

<i>b</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>fis</i>	<i>gis</i>	<i>b</i>	<i>-a-</i>
		<i>c</i>		<i>e</i>		<i>e</i>

Das ist das Hilfstonschema:

Thema I							<i>d</i>	<i>g</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>b</i>	<i>es</i>
Thema II	<i>-a-</i> <i>d</i>	<i>gis</i>	<i>b</i> <i>d</i>	<i>c</i>	<i>d</i> <i>fis</i>	<i>e</i>	<i>gis</i>					
Hilfstöne	<i>es</i>	<i>g</i>	<i>a</i> <i>f</i>	<i>h</i>	<i>cis</i> <i>a</i>	<i>es</i>	<i>-d-</i> <i>a</i>					
		<i>as</i>	<i>c</i>	<i>d</i> <i>b</i>	<i>e</i> <i>fis</i> <i>d</i>	<i>as</i>	<i>-g-</i> <i>d</i>					
			<i>des</i>	<i>f</i>	<i>g</i> <i>es</i>	<i>a</i>	<i>h</i> <i>g</i>	<i>des</i>	<i>-c-</i> <i>g</i>			
				<i>ges</i>	<i>b</i> <i>c</i> <i>as</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i> <i>c</i>	<i>ges</i>	<i>-f-</i> <i>c</i>		
					<i>ces</i>	<i>es</i>	<i>f</i> <i>des</i>	<i>g</i> <i>f</i>	<i>a</i> <i>f</i>	<i>h</i>	<i>-b-</i> <i>f</i>	
						<i>e</i>	<i>gis</i>	<i>b</i> <i>ges</i>	<i>c</i>	<i>d</i> <i>b</i>	<i>e</i>	<i>-es-</i> <i>b</i>
Einsatztöne	<i>c es</i> <i>ges g</i> <i>as b</i>	<i>h c</i> <i>es e</i>	<i>f, a</i>	<i>d</i>							<i>cis</i>	<i>es ges</i> <i>g b</i>

Bei der Ermittlung der Einsatztöne wurde nicht zwischen Tönen unterschieden, die enharmonisch ineinander umgedeutet werden können; *a-des* wurde also als Konsonanz aufgefasst. Ein Satz mit solchen Zusammenklängen wird im Folgenden als „enharmonisch regulär“ bezeichnet. Das heißt, das Verhältnis der Stimmen zueinander ist regulär nach traditionellen Kriterien, wenn enharmonische Varianten als gleich aufgefasst werden.

Wie an vielen Untersuchungen dieser Arbeit deutlich wird,³² sind besonders diejenigen Einsatzpositionen interessant, bei denen die originalen metrischen Verhältnisse der Themen erhalten bleiben. Die entsprechenden Spalten sind hier fett gedruckt. Die Bevorzugung der metrisch richtigen Kombination kann beim vorliegenden Beispiel aber auch noch anders begründet werden als mit einer verbreiteten Tendenz: Es gibt nämlich nur eine Themenkombination mit einem engeren Einsatzabstand. Der ist aber nicht um so viel enger, dass sich die metrische Unklarheit lohnen würde.

Von Oktavlagen abgesehen, sind drei Kombinationen möglich. Sie entsprechen den fett gedruckten Einsatztönen im Hilfstonschema. Das sind diese:

³² z. B. bei den Analysen von Bachs *Johannes-Passion*, BWV 245, S. 133 ff., *Orgelfuge Es-Dur*, BWV 552, S. 393, und Orgelchoral *Aus tiefer Not schrei ich zu dir*, BWV 686, S. 263, Mozarts *Streichquintett D-Dur*, KV 593, S. 124 ff. und 156 ff., und Brahms' *4. Symphonie*, op. 98, S. 258 ff.

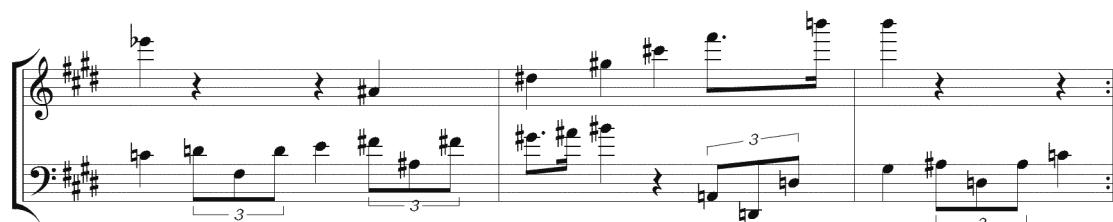
10.3 Unterschiedliche rhythmische Werte und Mehrtönigkeit

In der ersten Kombination setzt das *zweite* Thema eine kleine Sekunde tiefer ein als das erste Thema davor. In der zweiten Kombination setzt das *erste* Thema eine große Sext höher ein als das zweite Thema davor und in der dritten eine Quart höher.

Besonders überzeugend ist sicher eine Kombination, bei der beide Themen in der originalen Tonhöhe stehen. Dabei ist die Oktavlage nebensächlich. Dies ist nur bei einer einzigen der drei Kombinationen möglich, und zwar muss dazu Thema II anfangen und Thema I genau einen Takt später einsetzen. Es liegt also nahe, mit dieser Kombination zu beginnen.

Darauf kann nur ein einziger metrisch richtiger Einsatz von Thema II erfolgen, nämlich auf *cis*. Hierauf sind jetzt zwei verschiedene Einsätze von Thema I möglich, auf *fis* und auf *b*. Beide Fälle werden einzeln betrachtet.

Wenn das erste Thema auf *b* einsetzt – im Notenbeispiel als *ais* notiert –, kann danach das zweite Thema auf *a* einsetzen. Dann kehrt der dritte Einsatz des zweiten Themas zur Tonhöhe des ersten Einsatzes zurück und es ergibt sich eine Wiederholungsstruktur.



Dagegen ermöglicht der zweite Einsatz des ersten Themas auf *fis* eine Sequenzierung. Deswegen ist der Einsatz auf *fis* dem Einsatz auf *b* vorzuziehen. Die Fortsetzung der Sequenz führt zu den weiteren Einsätzen, Thema II auf *f* und Thema I auf *ais*. Schönbergs Themenkombination³³ entspricht diesem Schema.

576

579

Allerdings hat Schönberg den Schlussston des ersten Themas jeweils einen Halbton höher gesetzt als in der Originalgestalt, vermutlich, um an den entsprechenden Stellen einen Durdreiklang in Grundstellung zu erhalten. Dies passt besonders gut zum Charakter des Schlusses.

Die Themenkombination lässt sich also als möglichst gute Lösung unter diesen Bedingungen auffassen:

- Die sequenzierende Verschränkung ist besser als die nicht sequenzierende.

³³ Schönberg, *1. Kammer-symphonie*, T. 576 mit Auftakt, Zf. 114. Im Notenbeispiel fehlen Oktavverdopplungen und die Stimmen der Hörner.

- Die Beibehaltung der metrischen Verhältnisse ist günstig.
- Die enharmonisch reguläre Kombination ist günstig.
- Wenn möglich, wird die Reihenfolge, in der die Themen eintreten, so gewählt, dass jedes zunächst in seiner originalen Tonhöhe erscheint. Dabei wird von der Oktavlage abgesehen.

Hier kann allerdings eingewandt werden, die Harmonik der Stelle sei insgesamt nicht enharmonisch regulär; denn es müssten alle Stimmen berücksichtigt werden, nicht nur die beiden Themen. Dies ist jedoch keine Widerlegung der Überlegungen von oben. Berücksichtigt man Hindemiths Kategorie der übergeordneten Zweistimmigkeit,³⁴ ist es sinnvoll, anzunehmen, dass der enharmonisch reguläre Satz der Außenstimmen den Charakter der Stelle wesentlich prägt.

10.4 Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge

10.4.1 Thema I ist die Harmoniefolge

Wie werden eine vorgegebene Melodie und eine vorgegebene Harmoniefolge miteinander kombiniert? Hier sind zwei Aufgabenstellungen möglich:

- Die Harmoniefolge ist gegeben und der Einsatz der Melodie wird gesucht.
- Die Melodie ist gegeben und der Einsatz der Harmoniefolge wird gesucht.

Die Lösungswege werden jeweils erst abstrakt dargestellt. Dann werden Literaturbeispiele analysiert.

Zuerst wird die Aufgabenstellung betrachtet, bei der die Harmoniefolge gegeben ist und der Einsatz der Melodie gesucht wird. Das Verfahren zur Lösung dieser Aufgabe lässt sich aus den bereits bekannten entwickeln. Zum Beispiel sollen diese Themen kombiniert werden:



Dies Aufgabe kann in zwei Teilaufgaben zerlegt werden.



Gesucht sind die Einsätze für Thema II, bei denen sowohl die Kombination mit Thema Ia als auch mit Thema Ib korrekt ist. Dafür ergeben sich diese Hilfstonschemata:

³⁴ Hindemith S. 141–144.

		Kombinationen mit Thema Ia					Kombinationen mit Thema Ib				
		Thema Ia	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>e</i>		Thema Ib	<i>f</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	
		Thema II	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>		Thema II	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	
Hilfstöne	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>				<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>		
		<i>e</i>	<i>d</i>	<i>g</i>				<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	
			<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>			<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	
Einsatztöne	<i>dfgah</i>	<i>aceg</i>	<i>fa</i>	<i>eghd</i>	<i>egahc</i>	<i>dfgah</i>	<i>efg</i>	<i>fac</i>	<i>ghdf</i>	<i>egahc</i>	

Um zu bestimmen, welche Einsätze z. B. im ersten Takt von Thema I möglich sind, wird untersucht, welche Einsatztöne in beiden Schemata an der betreffenden Stelle stehen. Das sind *f* und *a*. Der Einsatzton *c* ist dagegen nur bei Thema Ib möglich und führt bei Thema Ia zu einer Dissonanz.

Das lässt sich aber noch erheblich vereinfachen. Die beiden Hilfstoneschemata können kombiniert werden; denn sie unterscheiden sich nur in einer einzigen Zeile. Dazu werden die beiden unterschiedlichen Zeilen untereinander geschrieben. Die Hilfstöne, die sich auf denselben Bezugstakt beziehen, stehen jeweils gemeinsam in einer Zelle der Tabelle untereinander. Das sieht dann so aus:

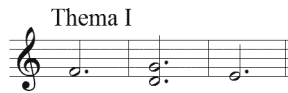
Thema I			<i>f</i>	<i>g</i>	<i>e</i>
Thema II			<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
Hilfstöne	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>		
		<i>e</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	
		<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	
		<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	
Einsatztöne	<i>dfgah</i>	<i>eg</i>	<i>fa</i>	<i>ghd</i>	<i>egahc</i>

Einsatztöne sind – wie immer – diejenigen Töne, die zu allen Hilfstönen ihrer Spalte konsonieren. Dabei bleiben dann von selbst nur die Einsatztöne übrig, die in den beiden getrennten Schemata an entsprechenden Stellen standen.

Es gibt z. B. diese Lösungen:

Die Aufgabe wird also so gelöst, als ob Thema I diese Form hätte:

10.4 Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge



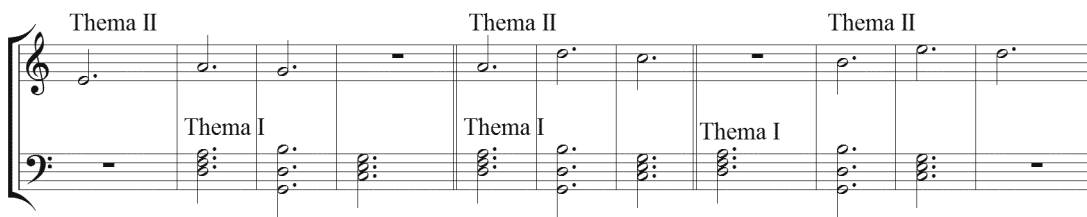
Das Hilfsstonverfahren kann also auch angewendet werden, wenn Thema I teilweise mehrtönig ist. Daraus folgt, dass auch mit Akkordfolgen gearbeitet werden kann. Zum Beispiel soll diese Aufgabe gelöst werden:



Das Hilfsstonschema ist dieses:

Thema I			<i>a</i>	<i>h</i>	<i>g</i>
			<i>f</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
			<i>d</i>	<i>g</i>	<i>c</i>
Thema II			<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
Hilfstöne	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>a</i>		
	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>		
	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>		
	<i>g</i>	<i>f</i>	<i>h</i>		
	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>		
	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>g</i>		
		<i>e</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	
		<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	
		<i>a</i>	<i>g</i>	<i>c</i>	
Einsatztöne	<i>hdf</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>ghd</i>	<i>ceg</i>

Dazu gibt es z. B. diese Lösungen:



Das Hilfsstonschema kann erheblich vereinfacht werden, und zwar dadurch, dass eine Harmonieschreibweise verwendet wird. Hier stehen beide Formen nebeneinander:

Schreibweise mit Einzeltönen					Schreibweise mit Harmonien						
Thema I			<i>a</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	Harmoniefolge			<i>D</i>	<i>G</i>	<i>C</i>
			<i>f</i>	<i>d</i>	<i>e</i>						
			<i>d</i>	<i>g</i>	<i>c</i>						
Thema II			<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	Thema II			<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
Hilfstöne	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>a</i>			Hilfsharmonien	<i>H</i>	<i>A</i>	<i>D</i>		
	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>					<i>E</i>	<i>D</i>	<i>G</i>	
	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>						<i>A</i>	<i>G</i>	<i>C</i>
		<i>g</i>	<i>f</i>	<i>h</i>							
		<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>							
		<i>e</i>	<i>d</i>	<i>g</i>							
		<i>c</i>	<i>h</i>	<i>e</i>							
		<i>a</i>	<i>g</i>	<i>c</i>							
Einsatztöne	<i>hdf</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>ghd</i>	<i>ceg</i>	Einsatztöne	<i>hdf</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>ghd</i>	<i>ceg</i>

Aus Thema I wird eine Harmoniefolge und die Hilfstöne werden zu Hilfsharmonien zusammengefasst. Die großen Buchstaben sagen hier nichts über Dur oder Moll aus, sondern bezeichnen Dreiklänge im Gegensatz zu den kleinen Buchstaben, die Töne bezeichnen. Einsatztöne sind diejenigen Töne, die zu allen Hilfsharmonien ihrer jeweiligen Spalte konsonieren.

Es war oben bei der Kombination zweier Melodien gezeigt worden, dass zwischen den beiden Stimmen der Reihe nach dieselben Intervalle entstehen wie zwischen dem Einsatzton und den Hilfstönen seiner Spalte. Ein ähnliches Phänomen gibt es auch hier, und zwar haben die Melodietöne der Reihe nach dieselbe Akkordposition wie der Einsatzton in den Hilfsharmonien seiner Spalte. Der folgende Ausschnitt aus dem Hilfsharmonieschema besagt, dass die Töne von Thema II der Reihe nach Quinte, Quinte und Grundton der Harmonie sind.

Hilfsharmonien	<i>D</i>
	<i>D</i>
	<i>A</i>
Einsatztöne	<i>a</i>

Am Notenbeispiel lässt sich das nachvollziehen.

Thema II

5 5 1

Thema I

Das Verfahren funktioniert nicht nur mit Dreiklängen, sondern mit beliebigen Harmonien. Allerdings enthält ein Satz mit Septakkorden sowieso Dissonanzen. Die Einsatztöne

können also nicht über Konsonanzrelationen bestimmt werden, sondern sie müssen zu jeder Hilfsharmonie passen, d. h. sie müssen in jeder Hilfsharmonie vorkommen. Um die Einsatztöne zu bestimmen, wird also die Schnittmenge der Hilfsharmonien gebildet.

10.4.2 Strauss, *Zarathustra*

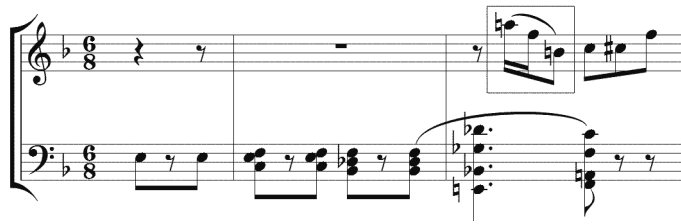
Das Verfahren wird auf einen Abschnitt aus Strauss' *Zarathustra*³⁵ angewandt, auf den Beginn des *Nachtwandlerlieds*. Die Stelle wird nach einer langen Steigerung erreicht und sie ist der letzte Höhepunkt des Werkes. Die Blechbläser spielen diesen Satz:



Kontrapunktisch gesehen ist er ein Kanon aus zwei akkordischen Schichten, deren Phrasen nach Art der Mehrhörigkeit miteinander verschränkt sind. Motivisch ist er eine Abspaltung eines vorher exponierten Themas.³⁶ Die Harmoniefolge ist eine Sequenz, bei der der Sequenzabschnitt nach zwei Takten um eine kleine Terz höher wiederkehrt, dabei entsteht ein Kleinterzzirkel. Der Satz wird mit diesem Motiv kombiniert:



10 Das Quodlibet



Die eingerahmten Noten im oberen System sind alle harmoniefremd. Erst auf der betonten Zeit, in der Mitte des Taktes, steht ein harmonieeigener Ton. Die harmoniefremden Töne sind der Anfang des Hauptthemas. Dadurch werden die Dissonanzen fasslich. So etwas gibt es schon vor Strauss, z. B. bei Beethoven im ersten Satz der *Eroica*. Kurz vor der Reprise setzt das Horn in einer falschen Harmonie ein.³⁹ Bei Beethoven ist das jedoch eine seltene Ausnahme. Strauss dagegen verwendet diese Form der Dissonanzbehandlung häufiger. Dabei sind also auch Sprünge möglich. Deswegen kann für das Zweifel-Motiv dieses Gerüst angenommen werden:



Bei den Kombinationen müssen nur die Töne auf der Eins des Taktes harmonieeigen sein. Damit ergibt sich dieses Schema:

Harmoniefolge			<i>C</i>	<i>H⁷</i>	<i>Es</i>	<i>D⁷</i>	usw.
Zweifel-Motiv			<i>f</i>	<i>e</i>	<i>c</i>		
Hilfsharmonien	<i>F</i>	<i>Des</i>	<i>C</i>				
		<i>E⁷</i>	<i>C⁷</i>	<i>H⁷</i>			
			<i>As</i>	<i>E</i>	<i>Es</i>		
				<i>G⁷</i>	<i>Es⁷</i>	<i>D⁷</i>	
					<i>H</i>	<i>G</i>	
						<i>B⁷</i>	
Einsatztöne (Schnittmengen der Hilfsharmonien)			<i>c</i>	<i>h</i>	<i>es</i>	<i>d</i>	

Wie die Harmonien bilden auch die Einsatztöne eine Sequenz im Abstand von zwei Takten um eine kleine Terz aufwärts. Es gibt also im Wesentlichen zwei Lösungen, einen Einsatz auf dem Dreiklang und einen auf dem Septakkord. Das sind diese:

³⁹ Beethoven, *3. Symphonie*, op. 55, erster Satz, T. 394.

10.4 Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge

1. Lösung

2. Lösung

Strauss' Version entspricht der zweiten Lösung:

Holz

Streicher

Trompeten Posaunen

Hörner und (Streicher oder Holz)

Strauss hat die kombinierten Motive also nicht gleichzeitig einsetzen lassen, sondern jeweils um einen Takt gegeneinander verschoben. So wird die Überlagerung am deutlichsten hörbar.

Unter diesem Gesichtspunkt hätte Strauss das Zweifel-Motiv allerdings auch alle zwei Takte einsetzen lassen können. Das hat er aber nicht getan, sondern er hat es stattdessen jeweils um zwei Takte verlängert. Warum, wird klar, wenn man überlegt, welche Konsequenzen es für die Instrumentation der Stelle hätte, wenn das Zweifel-Motiv alle zwei Takte einsetzen würde.

Die obere Schicht des Blechblärsatzes wird von Trompeten und Posaunen gespielt, die untere von den Hörnern und derjenigen Gruppe, die gerade nicht das Zweifel-Motiv spielt. Die Hörner werden also abwechselnd von den Streichern und Holzbläsern verstärkt. Die Stimmen mit dem Zweifel-Motiv sind allerdings auf vielen Aufnahmen sowieso schon nicht

gut zu hören. Ein Satz, bei dem das Zweifel-Motiv alle zwei Takte einsetzt, wäre wohl nur dann durchhörbar, wenn dieses Motiv jeweils von mindestens einem Horn verstärkt würde. Dann wären zwei von den sechs Hörnern ständig mit dem Zweifel-Motiv beschäftigt. Diese beiden Hörner, die Streicher und die Holzbläser stünden nicht für den Akkordkanon zur Verfügung. Dann müsste der Akkordkanon aber aus Gründen der Balance insgesamt schwächer instrumentiert werden. Das würde jedoch die Höhepunktwirkung verringern. Deswegen ist die Deutung berechtigt, Strauss habe auf einen vierstimmigen Kanon des Zweifel-Motivs verzichtet, um einen besonders wirkungsvollen Höhepunkt zu erzielen. Hier zeigt sich, was die Untersuchung mit dem Hilfstonverfahren leistet. Es wird nachgewiesen, dass es im Wesentlichen zwei Möglichkeiten für die Kombination gibt. Und erst diese Erkenntnis macht die These möglich und sinnvoll, dass Strauss es vorgezogen hat, die Motive nacheinander einsetzen zu lassen. Deutlich wird auch der Stellenwert der kontrapunktischen Komplexität. Die Stelle hat die formale Funktion eines Höhepunkts. Diese formale Funktion bestimmt die Instrumentation und diese bestimmt die kontrapunktische Komplexität.

10.4.3 Thema I ist die Melodie

Wie lassen sich Kombinationen finden, wenn die Melodie gegeben ist und der Einsatz der Harmoniefolge gesucht wird? Oben⁴⁰ war gezeigt worden, wie sich diese Aufgabenstellung lösen lässt:

- Die Noten von Thema I sind um ein konstantes Vielfaches länger als die Noten von Thema II
- Thema II setzt nur auf bestimmten metrischen Positionen ein.

So lassen sich auch Kombinationen aus einer Melodie und einer Harmoniefolge finden, z. B. für diese Themen:



Dafür ergibt sich dieses Hilfstonschema:

⁴⁰ S. 339.

Wie oben bezeichnen die Großbuchstaben Dreiklänge. Die Hauptschwierigkeit bei der Übertragung auf Harmonien besteht in der Übertragung der Rückdrehung. Eine Harmoniefolge setzt mit mehreren Tönen gleichzeitig ein. Wie oben bei der Kombination einer Melodie mit einer teilweise mehrtönigen Melodie muss ein Referenzton festgelegt werden. Dazu wird der Grundton der ersten Harmonie gewählt. Die Rückdrehung der Harmoniefolge wird dann so gebildet, dass das Abbild des Referenztons mit dem Ton des Themas im Bezugstakt identisch ist.

Wenn ein Dreiklang umgekehrt wird, wird der Grundton des Dreiklangs in die Quinte der Umkehrung abgebildet. Wenn also der C-Dur-Dreiklang an *c* gespiegelt wird, entsteht F-Dur. Dies ist der Fall, wenn der erste Takt von Thema I Bezugstakt ist. Die Cantus-firmus-Töne der Bezugstakte sind also jeweils die Quinten der Hilfsharmonie im Bezugstakt. Von diesem F-Dur ausgehend, kann dann die Rückdrehung wie üblich konstruiert werden. Für den ersten Takt von Thema I als Bezugstakt entsteht also die Harmoniefolge *D-A-F*.

Nun wird der Fall für den zweiten Takt von Thema I betrachtet. Dort steht ein *d*. Die Harmoniefolge muss also so gespiegelt werden, dass der Referenzton auf *d* abgebildet wird. Das führt zu G-Dur. Von G-Dur aus wird dann die Rückdrehung in die entsprechende Zeile des Hilfsharmonieschemas eingetragen usw.

Auch im Notenbeispiel lässt sich diese Übertragung auf die Harmonien durchführen mit diesem Ergebnis:

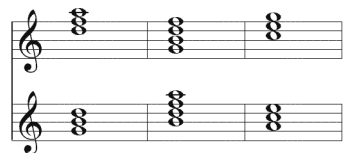


Das Verfahren funktioniert nicht nur bei Dreiklängen, sondern bei beliebigen Harmonien. Es wird nun auf Septakkorde übertragen. Zum Beispiel soll das Thema



mit der Harmoniefolge DG^7C kombiniert werden, also mit dem doppelten Quintfall, wobei in der Mitte ein Septakkord stehen soll.

Ein neues Problem zeigt sich bei der Konstruktion der Rückdrehung. Wenn nämlich die Folge DG^7C an *d* gespiegelt wird, sieht das so aus:



10.4 Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge

Es entsteht die Harmoniefolge $G H^7 A$. Aus zwei Quintfällen werden nicht etwa zwei Quintanstiege, sondern es ergibt sich eine Folge von einem Terzanstieg und einem Sekundfall. Die Folge der Grundtöne der Umkehrung ist also nicht unbedingt die Umkehrung der Folge der Grundtöne des Originals. Das liegt daran, dass der Grundton eines Septakkords bei der Umkehrung zur Septime seines Umkehrungsakkords wird, der Grundton eines Dreiklangs dagegen zur Quinte seines Umkehrungsakkords.

Damit die Konstruktion der Rückdrehung nicht zu schwierig wird, bildet man zuerst abstrakt die Krebsumkehrung der Harmoniefolge und schreibt den Referenzton dazu. Hier ist er fett gedruckt:

Harmoniefolge			d : <i>D</i>	<i>G</i> ⁷	<i>C</i>
Krebsumkehrung der Harmoniefolge mit Referenzton	<i>A</i>	<i>H</i> ⁷	<i>G</i> : d		

Das ergibt dieses Schema:

Thema			<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
Harmoniefolge			d : <i>D</i>	<i>G</i> ⁷	<i>C</i>
Krebsumkehrung der Harmoniefolge mit Referenzton	<i>A</i>	<i>H</i> ⁷	<i>G</i> : d		
Hilfsharmonien	<i>A</i>	<i>H</i> ⁷	<i>G</i>		
		<i>A</i>	<i>H</i> ⁷	<i>G</i>	
			<i>G</i>	<i>A</i> ⁷	<i>F</i>
Grundtöne der Einsatzharmonie	<i>ace</i>	<i>a</i>	<i>hd</i>	<i>g</i>	<i>fac</i>

Es gilt dasselbe wie oben. Die Grundtöne der Einsatzharmonien müssen in jeder Hilfsharmonie vorkommen. Es wird also die Schnittmenge der Hilfsharmonien gebildet. Zum Beispiel gibt es diese Kombinationen:



Insgesamt lässt sich das Verfahren so beschreiben: Die Rückdrehung der Harmoniefolge wird so gebildet, dass das Abbild des Grundtons der ersten Harmonie mit dem Ton des Themas im Bezugstakt identisch ist. Von den Hilfsharmonien werden spaltenweise die Schnittmengen gebildet. Reguläre Kombinationen sind diejenigen, bei denen der Grundton der Einsatzharmonie ein Ton aus der Schnittmenge der Hilfsharmonien ist.

10.4.4 Wagner, *Götterdämmerung*

In Wagners *Götterdämmerung* trinkt Siegfried den Vergessenheitstrank und vergisst dadurch seine Braut Brünnhilde. Dann zieht er aus, um Brünnhilde für Gunther zu rauben. Um nicht erkannt zu werden, trägt Siegfried den Tarnhelm und nimmt Gunthers Gestalt an.

Musikalisch wird das dargestellt durch eine Motivkombination. Es gibt ein Siegfried-Motiv, ein Tarnhelm-Motiv und ein Vergessenheitstrank-Motiv. Das Tarnhelm-Motiv und das Vergessenheitstrank-Motiv beruhen auf derselben Harmonieverbindung.⁴¹ Bei der Motivkombination wird das Siegfried-Motiv mit dieser Harmonieverbindung harmonisiert. Die Motive sind diese:⁴²

Die Harmonik, auf die es hier ankommt, ist die Verbindung von einem Molldreiklang und einem halbverminderten Septakkord auf der hochalterierten ersten Stufe. Was genau untersucht wird, ergibt sich aus diesen Überlegungen:

- Die Identität der Harmonieverbindung hängt an der exakten Intervallstruktur. Deshalb werden nur intervallgetreue Kombinationen bestimmt.
- Enharmonische Interpretationen der Harmonieverbindungen spielen bei der Suche keine Rolle.
- Die Reihenfolge der Harmonien scheint zweitrangig. Deshalb werden die Verbindungen für beide Folgen gesucht, für den Beginn mit dem Molldreiklang und für den Beginn mit dem halbverminderten Septakkord.
- Die Harmonie kann ganz- oder halbtaktig wechseln. Deswegen werden für das Siegfried-Motiv zwei verschiedene Gerüste untersucht, ein halbtaktiges und ein ganztaktiges:

⁴¹ Das gilt nicht für die Harmonisierung, mit der das Tarnhelm-Motiv im *Rheingold* exponiert wird, Wagner, *Das Rheingold*, Zf. 67, T. 1930, bei der Regieanweisung „vor Schreck läßt Mime ein metalenes Gewirke [...] sich entfallen“. In der *Götterdämmerung* erscheint es jedoch häufig so, wie hier angegeben.

⁴² Wagner, *Siegfried*, 1. Akt, 1. Szene, T. 334, zu Siegfrieds Worten „Hei! was ist das für müß’ger Tand!“, bzw. Wagner, *Götterdämmerung*, 1. Akt, 3. Szene, T. 1774, zu Siegfrieds Worten „Jetzt bist du mein! Brünnhilde, Gunther’s Braut...“. Die Notation weicht enharmonisch vom Original ab. Wagner hat so notiert, dass die Einzelstimmen leicht zu lesen sind. Andere enharmonische Deutungen sind möglich, aber das ist für die Bestimmung der Motivkombinationen unwichtig.

10.4 Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge

Beide Gerüste sind jeweils an einer Stelle mehrtönig. Damit geht man so um, wie oben beschrieben: In den entsprechenden Zeilen stehen jeweils zwei Hilfsharmonien in einer Zelle übereinander.

Von der Vergessenheitstrankharmonik werden die Krebsumkehrungen bestimmt:

	Beginn Halbvermindert		Beginn Moll	
Original	<i>h</i>			<i>h</i>
	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
	<i>e</i>	<i>es</i>	<i>es</i>	<i>e</i>
	cis	<i>c</i>	c	<i>cis</i>
Krebsumkehrung	<i>d</i>	des	<i>ces</i>	c
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>as</i>	<i>a</i>
	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>f</i>	<i>f</i>
		<i>es</i>	<i>des</i>	
	<i>G</i>	<i>Es</i> ⁷ : des	<i>Des</i> ⁷	<i>F</i> : c

Damit ergeben sich vier Hilfsharmonieschemata:⁴³

Halbtaktiger Harmoniewechsel											
	Beginn Halbvermindert				Beginn Moll						
Siegfried-Motiv		<i>d</i>	<i>g</i>	<i>b</i> <i>g</i>	<i>es</i>		<i>d</i>	<i>g</i>	<i>b</i> <i>g</i>	<i>es</i>	
Harmoniefolge		cis : <i>cis</i> [∅]	<i>c</i>				c : <i>c</i>	<i>cis</i> [∅]			
Krebsumkehrung der Harmoniefolge	<i>G</i>	<i>Es</i> ⁷ : des				<i>Des</i> ⁷	<i>F</i> : c				
Hilfsharmonien	<i>As</i>	<i>E</i> ⁷				<i>Es</i> ⁷	<i>G</i>				
		<i>Des</i>	<i>A</i> ⁷				<i>As</i> ⁷	<i>C</i>			
			<i>E</i> <i>Des</i>	<i>C</i> ⁷ <i>A</i> ⁷				<i>H</i> ⁷ <i>As</i> ⁷	<i>Es</i> <i>C</i>		
				<i>A</i> <i>F</i> ⁷					<i>E</i> ⁷ <i>As</i>		
Einsatztöne		<i>gis</i>	∅	<i>e</i>			∅	∅	∅		

⁴³ Der kleine Buchstabe mit dem hochgestellten ‚∅‘ bezeichnet den halbverminderten Septakkord. Der kleine Buchstabe entspricht der kleinen Terz, und das hochgestellte ‚∅‘ stammt aus dem Jazz. Vgl. Burtat S. 20.

Ganztaktiger Harmoniewechsel								
	Beginn Halbvermindert				Beginn Moll			
Siegfried-Motiv		<i>d</i>	<i>b</i>	<i>es</i>		<i>d</i>	<i>b</i>	<i>es</i>
			<i>g</i>			<i>g</i>		
Harmoniefolge		cis : <i>cis</i> [∅]	<i>c</i>			c : <i>c</i>	<i>cis</i> [∅]	
Krebsumkehrung der Harmoniefolge	<i>G</i>	<i>Es</i> ⁷ : des			<i>Des</i> ⁷	<i>F</i> : c		
Hilfsharmonien	<i>As</i>	<i>E</i> ⁷			<i>Es</i> ⁷	<i>G</i>		
		<i>E</i>	<i>C</i> ⁷			<i>H</i> ⁷	<i>Es</i>	
		<i>Des</i>	<i>A</i> ⁷			<i>As</i> ⁷	<i>C</i>	
		<i>A</i>	<i>F</i> ⁷			<i>E</i> ⁷	<i>As</i>	
Einsatztöne		<i>gis</i>	<i>e</i>			∅	∅	

Lösungen gibt es nur für die Folge, die mit dem halbverminderten Septakkord beginnt, für die umgekehrte dagegen nicht. Die Dauer der Harmonien ist gleichgültig. Ganz- und halbtaktiger Ansatz führen zu denselben beiden Lösungen, nämlich diesen:

In beiden Fällen tritt der Molldreiklang mit der Eins des neuen Taktes ein, und zwar so, dass der Melodieton der Grundton des Molldreiklanks ist.

Die Fassung mit dem Halbverminderten über *gis* verbindet die Motive nur lose. Sie wirkt nicht wie eine neue und ungewohnte Harmonisierung des Siegfried-Motivs, sondern eher wie eine Verschränkung mit einer auffälligen Harmonik. Deshalb eignet sie sich für eine Zäsur. So hat Wagner sie in Hagens Wachtgesang verwendet.⁴⁴ Die Fortsetzung des Siegfried-Motivs wird hier funktional harmonisiert.

⁴⁴ Wagner, *Götterdämmerung*, 1. Akt, 2. Szene, T. 889, zu Hagens Worten „Ihm führt das Steuer ein starker Held“.

10.4 Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge

The image shows a musical score for the first combination. The top staff is the treble clef, and the bottom two staves are the bass clef. The time signature is 4/4. The key signature has two flats (B-flat and E-flat). The Siegfried motif is shown in a box in the treble clef, starting with a whole rest followed by a quarter note G4, a quarter note A4, a quarter note B4, and a quarter note C5. The Forgetfulness Potion harmony is shown in a box in the bass clef, starting with a whole rest followed by a quarter note G3, a quarter note A3, a quarter note B3, and a quarter note C4. The Siegfried motif is then shown in a box in the treble clef, starting with a quarter note G4, a quarter note A4, a quarter note B4, and a quarter note C5. The Forgetfulness Potion harmony is shown in a box in the bass clef, starting with a quarter note G3, a quarter note A3, a quarter note B3, and a quarter note C4.

Wie eine Überlagerung wirkt dagegen die zweite Kombination, also die, die mit dem Halbverminderten über *e* beginnt. Die Harmonie wechselt nämlich gleichzeitig mit dem ausdrucksvollen Sprung in den Spitzenton und dadurch wird das Siegfried-Motiv harmonisch verfremdet. Auch diese Kombination hat Wagner verwendet.⁴⁵

The image shows a musical score for the second combination. The top staff is the bass clef, and the bottom two staves are the bass clef. The time signature is 4/4. The key signature has two flats (B-flat and E-flat). The Siegfried motif is shown in a box in the bass clef, starting with a whole rest followed by a quarter note G3, a quarter note A3, a quarter note B3, and a quarter note C4. The Forgetfulness Potion harmony is shown in a box in the bass clef, starting with a whole rest followed by a quarter note G3, a quarter note A3, a quarter note B3, and a quarter note C4. The Siegfried motif is then shown in a box in the bass clef, starting with a quarter note G3, a quarter note A3, a quarter note B3, and a quarter note C4. The Forgetfulness Potion harmony is shown in a box in the bass clef, starting with a quarter note G3, a quarter note A3, a quarter note B3, and a quarter note C4.

Wenn die Harmonien halbtaktig wechselten, wäre es sogar möglich, das Siegfried-Motiv an beiden Stellen mit der Vergessenheitstrankharmonik zu harmonisieren. Dann würde die Harmoniefolge zweimal unmittelbar hintereinander erscheinen. Ich kenne jedoch keine Stelle, an der das vorkommt. Vielleicht hat Wagner es deswegen vermieden, weil die Wirkung des Sextsprungs durch die Sequenz der Harmoniefolge schwächer würde.

Das Hilfstonverfahren ist hier sinnvoll; denn bei der Analyse solcher Überlagerungen geht es unter anderem darum, zu untersuchen, warum die Überlagerungen so sind, wie sie sind, und dazu muss geklärt werden, welche Überlagerungen es überhaupt gibt. Hier zeigt das Hilfstonverfahren, dass Wagners Lösungen die einzig möglichen sind. Wagner konnte die Überlagerungen nur so komponieren, wie er es getan hat. Die Analyse muss sich also nicht darauf beschränken, die Themenkombinationen zu beschreiben, ohne sie näher erklären zu können, sondern sie kann die Struktur der Themenkombinationen aus den Strukturen der kombinierten Themen ableiten.

⁴⁵ Wagner, *Götterdämmerung*, 1. Akt, T. 941, Verwandlungsmusik zwischen der 2. und 3. Szene, also unmittelbar nach Hagens Wachtgesang.

10.4.5 Gleiche Klanggestalten

Die Kombinationen einer Melodie und einer Harmoniefolge lassen sich manchmal einfacher bestimmen, und zwar dann, wenn die Harmoniefolge nur aus Versetzungen eines bestimmten Akkords besteht. Das können z. B. lauter Dreiklänge sein oder lauter Septakkorde, aber nicht eine Mischung von beiden. Die Gestalt eines Akkords, unabhängig von seiner konkreten Tonhöhe, wird im Folgenden als „Klanggestalt“ bezeichnet. Genauer gesagt: Zwei Akkorde haben dieselbe Klanggestalt, wenn sie Versetzungen voneinander sind.

Das vereinfachte Verfahren wird aus dem allgemeinen entwickelt. Dabei werden im Folgenden intervallgetreue Kombinationen untersucht. Dann werden nämlich Versetzung und Umkehrung nicht verwechselt. Anders ist es bei stufengetreuen Abbildungen. Dabei führen die Versetzung und die Umkehrung eines Dreiklangs jeweils wieder zu einem Dreiklang. Die Ergebnisse von beiden Operationen haben also dieselbe Klanggestalt. Bei intervallgetreuen Abbildungen ist das anders. Die Versetzung eines Durdreiklangs ist ein Durdreiklang, die Umkehrung eines Durdreiklangs ist ein Molldreiklang. Intervallgetreue Kombinationen werden aber nur untersucht, um das Verfahren möglichst verständlich herzuleiten. Das Verfahren selbst ist sowohl intervall- als auch stufengetreu anwendbar. In der Herleitung werden die Töne und Harmonien nicht mit Buchstaben in Tabellen, sondern in Notenschrift dargestellt. Dann sind die Gesetzmäßigkeiten besser zu erkennen. Das vereinfachte Verfahren wird am Beispiel von dieser Aufgabe hergeleitet:

Gegeben ist das Thema *c-h-e*. Gesucht sind Einsätze der Dominantseptakkordfolge $C^7-A^7-D^7$.

Dazu wird die Krebsumkehrung der Harmoniefolge gebildet:

Harmoniefolge	
Krebsumkehrung der Harmoniefolge	

Der Referenzton *c* ist durch die Fermate markiert. Die Grundtöne des Originals sind als ganze Noten geschrieben, ebenso ihre Spiegelbilder in der Krebsumkehrung. Das Hilfsharmonieschema sieht so aus:

The image shows a musical score with five staves. The top staff, labeled 'Thema', contains a melody of three whole notes: G4, A4, and B4. The second staff, 'Harmoniefolge', shows three chords: G major, A major, and B major. The third staff, 'Krebsumkehrung der Harmoniefolge', shows the retrograde of the chords: B major, A major, and G major. The fourth staff, 'Hilfsharmonien', shows a series of chords: G major, A major, B major, C major, D major, E major, F major, G major, A major, and B major. The fifth staff, 'Grundtöne der Einsatzharmonien', shows the root notes of these chords: G, A, B, C, D, E, F, G, A, B.

Das Schema ist sehr umfangreich. Es lässt sich jedoch erheblich vereinfachen. Um zu erkennen, wie dies möglich ist, wird die Spalte der Hilfsharmonien unter dem Thementon *h* betrachtet. Dort stehen die halbverminderten Septakkorde über *a* und *cis*. Für das Verständnis des Folgenden ist die Kenntnis einer Gesetzmäßigkeit erforderlich, die als „Spiegelungslemma“ bezeichnet werden soll. Hierzu werden zwei Definitionen benötigt.

- Wenn ein Akkord an seinem Grundton gespiegelt wird, wird das Ergebnis als „Grundtonspiegelung“ bezeichnet.
- Eine „Grundtonspiegelungsversetzung“ eines Ausgangsakkords ist ein Akkord mit der Klanggestalt des Ausgangsakkords und einem Ton der Grundtonspiegelung des Ausgangsakkords als Grundton.

Das Spiegelungslemma besagt:

Die Versetzung eines Ausgangsakkords enthält genau dann den Grundton des Ausgangsakkords, wenn sie Grundtonspiegelungsversetzung des Ausgangsakkords ist.

Die Gesetzmäßigkeit wird aus diesem Notenbeispiel deutlich:

10 Das Quodlibet

A musical staff in treble clef showing six chords. The first chord is G7 (G-B-F-A). The second is its reflection (A-C-B-G). The next four are reflections of G7 in different positions: G7 (B-A-G-F), G7 (A-G-F-E), G7 (F-E-D-C), and G7 (E-D-C-B).

Ausgangsakkord Grundtonspiegelung Grundtonspiegelungsversetzungen

Der Halbverminderte auf *a* ist die Grundtonspiegelung von G^7 . Entsprechend ist der Halbverminderte auf *cis* die Grundtonspiegelung von H^7 .

A musical staff in treble clef showing six chords. The first chord is H7 (H-C-B-A). The second is its reflection (A-C-B-H). The next four are reflections of H7 in different positions: H7 (C-B-A-G), H7 (B-A-G-F), H7 (A-G-F-E), and H7 (G-F-E-D).

Ausgangsakkord Grundtonspiegelung Grundtonspiegelungsversetzungen

Mit dem Spiegelungslemma wird diese Ableitung möglich:

- Der Halbverminderte auf *a* ist die Grundtonspiegelung von G^7 .
- Genau die Dominantseptakkorde mit einem Ton des Halbverminderten auf *a* als Grundton sind die Grundtonspiegelungsversetzungen von G^7 .

Daraus folgt:

- Genau die Dominantseptakkorde mit einem Ton des Halbverminderten auf *a* als Grundton enthalten den Ton *g*.

Analog gilt

- Der Halbverminderte auf *cis* ist die Grundtonspiegelung von H^7 .
- Genau die Dominantseptakkorde mit einem Ton des Halbverminderten auf *cis* als Grundton enthalten den Ton *h*.
- Die möglichen Einsatzakkorde sind genau diejenigen Dominantseptakkorde, deren Grundton sowohl dem Halbverminderten auf *a* als auch dem Halbverminderten auf *cis* angehört.

Deswegen gilt nach dem Spiegelungslemma:

- Genau die Dominantseptakkorde mit einem Grundton, der sowohl dem Halbverminderten auf *a* als auch dem Halbverminderten auf *cis* angehört, enthalten *g* und *h*.
- Mögliche Einsatzakkorde sind genau diejenigen Dominantseptakkorde, die *g* und *h* enthalten.

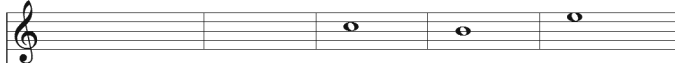

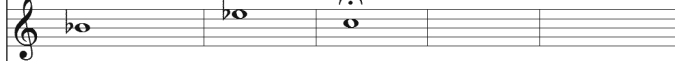
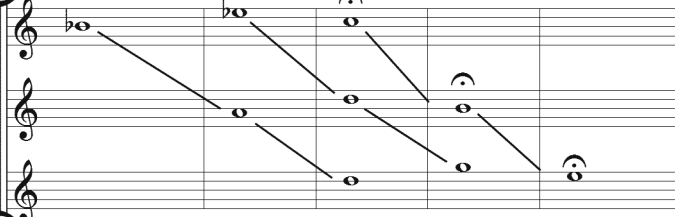

- Es gibt genau einen Akkord, der diese Bedingung erfüllt, und das ist G^7 .

g und h ergeben sich aber bei der Rückdrehung der Folge der Grundtöne, d. h., wenn man nach dem Verfahren vorgeht, mit dem die Kombinationen von zwei Melodien bestimmt werden. Das lässt sich am Schema oben nachvollziehen. Dort sind die Grundtöne der gegebenen Harmoniefolge und ihre Spiegelbilder in den Rückdrehungen als ganze Noten dargestellt.

Um die Einsatzharmonien zu finden, müssen also keine Akkorde umgekehrt werden und schon gar nicht ganze Akkordfolgen. Es muss nur die Folge der Grundtöne der ursprünglichen Harmoniefolge gespiegelt werden. Die Hilfstöne können also so bestimmt werden, als ob es um die Kombination von zwei Melodien ginge.

Nur die Einsätze werden anders bestimmt. Die Einsatzharmonien müssen sämtliche Hilfstöne ihrer Spalte enthalten. Da das Spiegelungslemma unabhängig von der konkreten Klanggestalt gilt, funktioniert diese Vereinfachung bei allen Klanggestalten, nicht nur bei Dominantseptakkorden wie im Beispiel.

Die Akkorde können also auf Einzeltöne reduziert werden. Dann sieht das Schema so aus:

Thema	
Grundtonfolge	
Krebsumkehrung der Grundtonfolge	
Hilfstöne	
Grundtöne der Einsatzharmonien	

In den Kombinationen nimmt der Melodieton der Reihe nach von oben nach unten diejenige Akkordposition ein, die die Hilfstöne im Einsatzakkord haben. Das lässt sich hier nachvollziehen:

Meistens wird die Harmoniefolge kürzer sein als das Thema. Dann spart es Platz, wenn das Thema in den Zeilen erscheint und nicht in den Diagonalen. Dazu werden die Hilfstöne innerhalb ihrer Spalte entsprechend verschoben. Die Rückdrehung erscheint dann in den Diagonalen von rechts oben nach links unten. Die Hilfstöne bleiben in derselben Spalte stehen. Sie ändern dort nur ihren Ort. Das Schema sieht dann so aus:

In der Form, die das Schema jetzt hat, bilden die Hilfstöne einen Kanon, bei dem die zuletzt einsetzende Stimme das Thema ist und bei dem die Folge der Töne, mit denen die Stimmen einsetzen, die Krebsumkehrung der Folge der Grundtöne der Harmoniefolge ist.

Diese Darstellungsweise, bei der das Thema in den Zeilen steht, ist günstig, wenn mit Notenschrift gearbeitet wird. Dann wird die Gestalt des Themas besser wiedererkannt. Das ist besonders interessant, wenn es um Septakkorde geht. Es wird bei der Analyse der Literaturbeispiele deutlich.

Hier sind die Schritte des Verfahrens zusammengefasst. Je nachdem, ob das Thema in den Diagonalen oder in den Zeilen steht, gilt die linke oder rechte Spalte.

Verfahren zur Bestimmung der Kombinationen einer Melodie und einer Harmoniefolge mit einheitlicher Klanggestalt	
Thema in den Diagonalen	Thema in den Zeilen
Das Thema wird in eine Diagonale von links oben nach rechts unten geschrieben. Dabei werden links neben dem Thema eine Anzahl von Spalten freigelassen. Die Anzahl der freien Spalten ist um eins kleiner als die Länge der Harmoniefolge.	Das Thema wird in eine Zeile der Hilfstöne geschrieben. Dabei werden links neben dem Thema eine Anzahl von Spalten freigelassen. Die Anzahl der freien Spalten ist um eins kleiner als die Länge der Harmoniefolge.
Vom Anfangston des Themas ausgehend, wird in der Zeile von rechts nach links die Umkehrung der Grundtonfolge eingetragen.	Vom Anfangston des Themas ausgehend, wird diagonal von rechts oben nach links unten die Umkehrung der Grundtonfolge eingetragen.
Von jedem Ton dieser Zeile aus wird die Versetzung des Themas diagonal von links oben nach rechts unten eingetragen.	Von jedem Ton dieser Diagonale aus wird die Versetzung des Themas in die jeweilige Zeile eingetragen.
Einsatzharmonien sind diejenigen, die sämtliche Hilfstöne ihrer Spalte enthalten.	

Nützlich sind diese Überlegungen beim drei-, vier- oder fünffachen Kontrapunkt.⁴⁶ Drei Stimmen stehen zueinander im dreifachen Kontrapunkt, wenn alle Stimmen unabhängig von den übrigen um eine oder mehrere Oktaven nach oben oder nach unten versetzt werden können, ohne dass ein regelwidriger Satz entsteht. Jede Stimme des Ausgangssatzes kann also wahlweise zur Ober-, Mittel- oder Unterstimme gemacht werden, ohne dass der Satz fehlerhaft wird.

Wenn ein dreistimmiger Satz im dreifachen Kontrapunkt rein konsonant ist, enthält er keine vollständigen Dreiklänge. Wenn nämlich diejenige Stimme, die die Quinte des Dreiklangs enthält, Bassstimme wäre, läge ein dissonanter Quartsextakkord vor. Vom Standpunkt der Harmonielehre aus gesehen, können also nur Dreiklänge ohne Grundton oder Dreiklänge ohne Quinte verwendet werden. Wenn ein Satz aber nur aus unvollständigen Dreiklängen besteht, fehlt ihm der Vollklang. Um dies zu vermeiden, gibt es mehrere Möglichkeiten:

- verminderte Dreiklänge, bei denen der Quartsextakkord weniger problematisch ist,⁴⁷
- vollständige Dreiklänge, deren Quinte noch vor dem nächsten Harmoniewechsel in die Terz weitergeführt wird,⁴⁸
- Septakkorde.

⁴⁶ Eine historische Definition findet sich z. B. bei Marpurg. Dort unter der Bezeichnung „dreydoppelter Contrapunct“, siehe Marpurg 2. Bd. S. 5–9.

⁴⁷ Bach hat den Quartsextakkord des verminderten Dreiklangs benutzt, z. B. in der *Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus VIII*, bei der Kombination der drei Themen, T. 171, dazu unten S. 370 ff.

⁴⁸ Bach, *Wohltemperiertes Klavier*, 1. Bd., cis-Moll-Fuge, BWV 849, T. 67.

Klanglich am interessantesten ist sicher die Verwendung von Septakkorden. Der entstehende Tonsatz wirkt voller als der Satz aus unvollständigen Dreiklängen. Außerdem bekommt er durch die Auflösung der Septakkorde eine größere Stringenz, als es mit bloßer Dreiklangsharmonik möglich wäre.

Allerdings können auch Septakkorde im dreifachen Kontrapunkt nur eingeschränkt verwendet werden. Ein vollständiger Dreiklang als Auflösungsakkord ist meistens problematisch. Deswegen scheidet die trugschlüssige Auflösung aus. Dagegen darf der Auflösungsakkord selbst wieder ein Septakkord sein. Besonders günstig ist für den dreifachen Kontrapunkt deshalb die Quintfallkette.

Für die Analyse von Stellen im drei- oder mehrfachen Kontrapunkt hat das diese Konsequenzen: Mit dem Hilfstonverfahren lässt sich feststellen, wie die Harmonisierung und die Gestalt des Themas zusammenhängen. Wenn es nur eine Möglichkeit gibt, ein Thema in einer gewünschten Weise zu harmonisieren, kann dies nachgewiesen werden. Wenn dagegen mehrere Möglichkeiten existieren, können Alternativfassungen konstruiert werden, die nicht der Komposition entsprechen. Durch einen Vergleich lässt sich dann feststellen, welches die Kriterien des Komponisten gewesen sein könnten.

10.4.6 Mozart, *Symphonie C-Dur, Finale*

In der Coda des letzten Satzes von Mozarts Symphonie C-Dur, KV 551,⁴⁹ werden die fünf thematischen Gedanken des Satzes miteinander kombiniert. Das sind das Haupt- und das Seitenthema und noch drei weitere Themen.⁵⁰ Die Themenkombination ist ein fünfstimmiges Fugato, bei dem jedes der fünf Themen mindestens einmal im Bass erscheint. Die fünf Themen stehen also im fünffachen Kontrapunkt zueinander. Hier gilt noch mehr als im dreistimmigen Satz, dass unvollständige Klänge unbefriedigend sind. Das Hauptthema des Satzes ist das Vier-Noten-Motiv *c-d-f-e*. Wie kann es mit Quintfällen von Septakkorden harmonisiert werden? Dafür ergibt sich diese Tabelle:

Hilfstöne	(Melodie)	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	
Harmonien, die beide Töne enthalten		$d^7 f^7 a^7$	d^7	$g^7 h^7$	

Da für die Quintfälle beliebige Septakkorde in Frage kommen, nicht nur Dominantseptakkorde, sind die Grundtöne klein geschrieben. Hier besteht noch ein Problem. Es ist nämlich noch nicht berücksichtigt, ob die Septimen korrekt aufgelöst werden können. In der Spalte der Hilfstöne zum Einsatz mit dem ersten Thementon stehen die beiden Hilfstöne *c* und *a*. Es gibt drei Septakkorde, die beide Töne enthalten: d^7 , f^7 und a^7 . Oben war gezeigt worden, dass der Melodieton in den Kombinationen der Reihe nach von oben nach unten diejenige Akkordposition hat, die die Hilfstöne im Einsatzakkord haben. Das *c* ist in d^7 die Septime. Bei einer Kombination, die mit d^7 beginnt, ist *c* also eine Akkordseptime. In der Melodie wird das *c* jedoch aufwärts weitergeführt. Er wird

⁴⁹ Mozart, *Symphonie C-Dur*, KV 551, vierter Satz, T. 373.

⁵⁰ Das Hauptthema steht am Anfang, das Seitenthema in T. 74, die beiden anderen wichtigen thematischen Gedanken in T. 20 und T. 56. Das fünfte Thema fällt beim Hören weniger auf. Es erscheint nämlich nicht selbständig, sondern lediglich als Kontrapunkt zum Seitenthema in T. 76.

also nicht wie eine Septime abwärts aufgelöst. Deshalb passt c zwar zur Harmonie d^7 . Dennoch kommt d^7 als Beginn der Harmoniefolge nicht in Frage. Hier gilt:

Nur diejenigen Hilfstöne können als Akkordseptimen aufgefasst werden, die stufenweise abwärts weitergeführt werden.

Wenn das Schema so angelegt wird, dass das Thema in den Zeilen steht, lässt sich das gut erkennen. c wird im Thema ins d weitergeführt, taugt also nicht zur Septime. Als Einsatzharmonie im ersten Takt kommt d^7 also nicht in Frage.

Anders ist es beim Thementon d . Unter dem d steht der Hilfston c . Es gibt also nur einen Septakkord, der hier als Einsatzakkord in Frage kommt, nämlich d^7 . Hier jedoch wird das c korrekt weitergeführt. Der Ton rechts neben dem c ist ein h . Deswegen kommt d^7 an dieser Stelle in Frage. Unter diesem Gesichtspunkt wird das Hilfstonschema noch einmal verändert.

Hilfstöne	Melodie	c	d	f	e
	g	a	c	h	
Harmonien, die beide Töne enthalten		f^7, a^7	d^7	g^7, h^7	
Quintfallketten		$f^7 \rightarrow$	h		
		$a^7 \rightarrow$	$d^7 \rightarrow$	$g^7 \rightarrow$	c
				$h^7 \rightarrow$	e

Hier fehlt der unbenutzbare d^7 unter dem Melodieton c . Unter der Zeile mit den Einsatzharmonien stehen noch Extrazeilen für die Quintfall-Ketten. Die Pfeile bezeichnen die Quintfallbeziehungen. Am längsten ist die Quintfallkette mit den vier Harmonien. Sie entspricht im Wesentlichen der Harmoniefolge des Originals. Der fünfstimmige Satz ist dieser:⁵¹

⁵¹ Mozart, *Symphonie C-Dur*, KV 551, vierter Satz, T. 389. Im Notenbeispiel steht der Streichersatz. Hier treten zum ersten Mal alle fünf Themen in der Grundtonart auf.

10.4 Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge

Melodie	a	d	e		f	g	a		b	a	g		fe	f	g	a	
Versetzung	e	a	h		c	d	e		f	e	d		ch	c	d	e	
Harmonien, die beide Töne enthalten	dfa	gh	ace	fac	hd	ce	dfa	ghdf	ce	hd	aceg	facegh	fac	hd	ce		
Quintfallketten	d→	g→	c→	f→	h→	e→	a→	d→	g		a→	d					
	f→	h→	e→	a→	d→	g		f→	h		c→	f					
	a→	d		c→	f		d→	g→	c→	f		c→	f→	h→	e→	a	
			a→	d		c→	f→	h→	e→	a		e→	a→	d→	g		
											h→	e→	a				
											d→	g→	c				
												g→	c				

In der ersten Zeile steht das Thema der *Kunst der Fuge* so, wie Bach es im *Contrapunctus VIII* rhythmisiert hat. Zu Anfang gibt es zwei längere Quintfallketten. Die sollen jetzt näher untersucht werden. Die vielfältigen Möglichkeiten für Quintfallketten gegen Ende des Themas werden nicht berücksichtigt, denn entscheidend für die Wirkung ist die Harmonisierung des Anfangs. Wenn die Quintfallketten am Anfang als fünfstimmiger Satz ausgeführt werden, ergeben sich diese Versionen:

Die Quintfallketten sind in drei Systemen notiert. Vor den Systemen steht jeweils, welche Akkordpositionen die Töne des jeweiligen Systems haben. Bachs Satz⁵³ entspricht der Quintfallkette aus der zweiten Zeile des Hilfstonschemas, bzw. der rechten Version im Notenbeispiel.

⁵³ Bach, *Kunst der Fuge*, BWV 1080, *Contrapunctus VIII*, T. 170.



Interessant ist ein Vergleich mit dem abstrakten Satz. Die beiden Kontrapunkte fangen vor dem Hauptthema an. Das ermöglicht eine tonale Verankerung in d-Moll. Das Hin- und Herspringen im Bass wird durch halbe Noten und Chromatik abgemildert. So bekommt diese Linie den Charakter eines Themas. Warum ist das satztechnisch möglich? Strukturell gesehen sind die Töne, durch die das geschieht, die zweite Hälfte des ersten Tons und das *b*, Quinten der jeweiligen Harmonie aus der Quintfallkette. In beiden Fällen ist das unproblematisch. Zu dem *d* erklingt kein *g*, und *b* ist eine verminderte Quinte. Auch die Vorhaltskette wird motivisch geprägt, zum einen durch die kontinuierliche Achtelbewegung und zum anderen durch die Art der Septimauflösung. Vor dem Auflösungsston erklingt nämlich stets dessen unterer Leitton. Weil das überall so geschieht, wird diese Form der Auflösung zum Motiv.

Nun muss geklärt werden, ob auch ein Satz im dreifachen Kontrapunkt möglich wäre, der der linken von den beiden Alternativen entspricht. Um das zu erkennen, wurde Bachs Satz so abgewandelt, dass die Motivik beibehalten wird, aber die Harmonik der linken Version entspricht.

Da die Umspieldungen der Achtelkette bei Bach Diminutionen von Dissonanzauflösungen sind, kommt das Motiv der Achtelkette für die beiden Stimmen in Frage, die oben im dritten System stehen. Demnach gibt es zwei Alternativversionen:



Hier gibt es mehrere Probleme. Die motivische Diminution der Dissonanzauflösung lässt sich nicht übertragen. Sie hätte zu Parallelen geführt. Das ließe sich zwar ändern, z. B. so, dass der Auflösungsston jeweils durch einen Quartsprung von unten oder einen Quintsprung von oben erreicht wird. Dies wäre aber schwächer als Bachs Original, denn dort entsteht ja durch die leiterfremden Leittöne ein auffälliger harmonischer Reichtum.

In der linken Fassung hätte die fallende Chromatik wohl zu wenig thematisches Gepräge und Sprünge lassen sich nicht überzeugend einfügen.⁵⁴

In der rechten Fassung stehen die Dissonanzen immer nur auf der unbetonten Viertel. Dadurch kommen sie wesentlich schlechter zur Geltung als in Bachs Fassung.

Bachs Fassung ist den Alternativen also unter diesen Gesichtspunkten überlegen:

- Sie ermöglicht die spezielle motivische Dissonanzauflösung und den damit verbundenen harmonischen Reichtum.
- Die dritte Stimme bekommt eine ausgeprägte Gestalt.
- Die Dissonanzen erscheinen auf den betonten Vierteln.

Hier stellt sich die Frage, ob der Ansatz der Untersuchung nicht unnötig kompliziert ist. Als Alternativen zum Ansatz mit der Septakkordkette käme ein Ansatz mit unvollständigen Septakkorden⁵⁵ oder mit 7-6-Vorhaltsketten in Frage. Dies wäre jedoch nicht sinnvoll. Bei den 7-6-Vorhaltsketten sind die Auflösungsakkorde vollständige Sextakkorde und die sind häufig nicht beliebig umkehrbar. Deshalb ist es besser, davon auszugehen, dass die Harmoniefolgen Ketten aus vollständigen Septakkorden sind. Darin sind dann die unvollständigen Septakkorde und die 7-6-Vorhaltsketten enthalten.

10.4.8 Schubert, *Es-Dur-Messe*

Das Gloria von Schuberts *Es-Dur-Messe*⁵⁶ schließt mit einer umfangreichen Fuge. Das entsprach der Tradition.⁵⁷ Sowohl die kontrapunktischen Techniken als auch die Harmonik sind auffällig anspruchsvoll.⁵⁸ Die kontrapunktischen Künste gliedern die Fuge in zwei große Teile.⁵⁹ Im ersten Teil tritt das Thema meist mit zwei beibehaltenen⁶⁰ Kontrapunkten auf, wobei das Thema und die Kontrapunkte im dreifachen Kontrapunkt

⁵⁴ Auch in Septakkorden ist die Quinte der Harmonie häufig nicht verwendbar. Vermutlich ist eine Quarte über dem Basston akzeptabel, wenn mindestens eine von diesen Bedingungen erfüllt ist:

- Die Quarte ist übermäßig.
- Die Harmonie ist ein Sekundakkord.
- Die Harmonie ist ein Vorhalts- und Durchgangsquartsextakkord.

⁵⁵ also mit Septakkorden ohne Quinte.

⁵⁶ Schubert, *Messe Es-Dur*, D. 950, T. 260.

⁵⁷ Ähnlich ist es z. B. in diesen Werken: Haydn, *Missa in angustiis (Nelson-Messe)*, Hob. XXII:9, T. 192, Mozart, *Messe c-Moll*, KV 427, Jesu Christe, T. 7, Beethoven, *C-Dur-Messe*, op. 86, T. 238, und *Missa Solemnis*, op. 123, T. 360, Schubert, *As-Dur-Messe*, D. 678, T. 333.

⁵⁸ Schubert hat sich 1828 intensiv mit kontrapunktischen Techniken beschäftigt, z. B. auch in der *f-Moll-Fantasie* für Klavier zu vier Händen, D. 940, T. 474, und in der *Fuge e-Moll*, D. 952. Außerdem hat er bei Sechter Unterricht genommen. Siehe hierzu im Deutsch-Verzeichnis die Anmerkungen zu D. 952 und D. 965B.

⁵⁹ Die Teile reichen von T. 260–354 und von T. 354–464.

⁶⁰ Schubert hat allerdings nicht alle Permutationen verwendet. Der erste Kontrapunkt erscheint nie bei einer drei- oder vierstimmigen Passage im Bass. Es wäre jedoch satztechnisch möglich.

zueinander stehen. Im zweiten Teil erscheinen viele Engführungen mit unterschiedlichen Einsatzabständen.⁶¹

Der mehrfache Kontrapunkt ist aber unter den Bedingungen von Schuberts Harmonik ein Problem. Das Thema wird nämlich fast immer gleich harmonisiert. Wenn der Satz aus dem Thema und seinen beiden beibehaltenen Kontrapunkten harmonisch einfach wäre, würde der erste Teil der Fuge im Vergleich zum Rest bloss wirken, denn die Es-Dur-Messe enthält viele Stellen, die harmonisch weit über das Gewohnte hinausgehen.⁶²

Wenn der Satz aus dem Thema und seinen beiden beibehaltenen Kontrapunkten dagegen eine besonders ungewöhnliche und sehr auffällige harmonische Wendung enthielte, würde sich diese durch die häufige Wiederholung unangenehm abnutzen. Insofern lag es nahe, den Satz aus dem Thema und seinen beiden Kontrapunkten so zu gestalten, dass er harmonisch nicht konventionell bleibt, sondern eine oder mehrere ungewöhnliche Wendungen enthält, wobei diese jedoch nicht zu sehr aus dem Rahmen fallen sollten.

Ähnliches gibt es auch bei Mendelssohn und Bruckner. Auch sie haben Fugen geschrieben, in denen die Themen mit einer auffälligen Wendung harmonisiert werden. Mendelssohn hat die übermäßige Sexte verwendet in der Ouvertüre zum *Elias*⁶³ und Bruckner die Großterzverwandtschaft in der Fuge aus dem Gloria der *f-Moll-Messe*.⁶⁴

Oben war gezeigt worden, warum für den dreifachen Kontrapunkt Septakkorde besonders geeignet sind. Es lag also nahe, als auffällige Harmonieverbindung eine ungewöhnliche Folge von Septakkorden zu verwenden. Dazu eignet sich die Verbindung von zwei Dominantseptakkorden, bei der der Grundton des zweiten Akkords eine kleine Terz unter dem Grundton des ersten Akkords liegt. Diese Harmoniefolge ist in Fugenthemen sicher sehr selten, an sich aber nicht ungebräuchlich.⁶⁵ In dieser Fuge hat sie den Status eines harmonischen Einfalls.⁶⁶ Die Fuge hat dieses Thema:



Es ist sicher für die vielfachen Engführungsmöglichkeiten⁶⁷ konzipiert und stand deshalb im Wesentlichen fest, bevor die beiden beibehaltenen Kontrapunkte komponiert werden konnten. Um zu erkennen, worauf es Schubert bei der Konzeption des dreifachen

⁶¹ S. 35.

⁶² z. B. das Crucifixus, den Beginn des Gloria und des Sanctus.

⁶³ Mendelssohn, *Elias*, op. 70, Ouvertüre, zum ersten Mal in T. 11, dann aber auch in T. 15, 25.

⁶⁴ Bruckner, *f-Moll-Messe*, Gloria, T. 239.

⁶⁵ siehe z. B. Haydn, *Die Schöpfung*, Hob. XXI:2, Nr. 1b, beim zweiten Einsatz der Melodie „Und eine neue Welt“, T. 109., bei Schubert selbst z. B. in der *Es-Dur-Messe* im Gloria, T. 13, in der *großen C-Dur-Symphonie*, D. 944, zweiter Satz, T. 156, im *Klaviertrio B-Dur*, D. 898, op. 99, erster Satz, T. 9, in Sequenzform in der *Symphonie h-Moll*, D. 759, erster Satz, T. 130.

⁶⁶ So etwas gibt es bei Schubert mehrfach, vgl. z. B. den übermäßigen Quintsextakkord auf der vierten Stufe in der *großen C-Dur-Symphonie*, D. 944, erster Satz, T. 632, Trio, T. 378, und vierter Satz, T. 326, oder den Dur-Moll-Wechsel im ersten und letzten Satz des *G-Dur-Streichquartetts*, D. 887.

⁶⁷ S. 35.

Kontrapunkts ankam, muss das Thema auf Verbindungen von Dominantseptakkorden untersucht werden, und zwar nach Quintfällen und nach Kleinterzfällen. Für beide Verbindungen wird jeweils ein eigenes Hilfstonschema erstellt. Die Schemata sind sehr breit. Deshalb werden sie im Querformat abgedruckt.

Hilfstöne (Melodie)	<i>des</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>es</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>es</i>
	<i>des</i>	<i>des</i>	<i>ges</i>	<i>f</i>	<i>des</i>	<i>f</i>	<i>des</i>	<i>es</i>	<i>f</i>	<i>es</i>	<i>as</i>	<i>ges</i>	
Einsatzharmonien	<i>Ges⁷</i>	<i>Es⁷</i>	<i>As⁷</i>	<i>F⁷</i>	<i>B⁷</i>	<i>B⁷</i>	<i>B⁷</i>	<i>As⁷</i>	<i>F⁷</i>	<i>F⁷</i>	<i>B⁷</i>		
Kleinterzfallketten	<i>Ges⁷ →</i>	<i>Es⁷ →</i>	<i>C⁷</i>		<i>B⁷ →</i>	<i>B⁷ →</i>		<i>As⁷ →</i>	<i>F⁷ →</i>	<i>F⁷ →</i>	<i>D⁷</i>		
			<i>As⁷ →</i>	<i>F⁷ →</i>		<i>D⁷</i>	<i>B⁷ →</i>	<i>G⁷</i>			<i>B⁷ →</i>	<i>G⁷</i>	

Dabei sind nur diejenigen Harmonien und Harmoniefolgen erfasst, bei denen die Septimen richtig aufgelöst werden können. Die Tabelle enthält übrigens noch eine Verbindung, die nicht realisierbar ist. Unter dem fünften und sechsten Themen-Gerüstton steht die Harmoniefolge *B⁷-G⁷*. Das passt zwar zu den beiden Melodietönen, aber der zweite Dominantseptakkord kann nicht überzeugend aufgelöst werden. Deswegen ist diese Verbindung nicht möglich.

Nun folgen zwei Tabellen. In der ersten stehen die möglichen Quintfälle mit Septakkorden. Da für den dreifachen Kontrapunkt beliebige Septakkorde in Frage kommen, sind die Grundtöne klein geschrieben. In der zweiten sind die Quint- und Terzfälle zusammengefasst. Die unmögliche Verbindung ist entfernt.

Hilfstöne (Melodie)	b	b	c	es	d	d	b	h	c	c	d	f	es
f	f	g	b	a	a	f	f ^{is}	g	a	c	c	b	
Einsatzharmonien	b ⁷	es ⁷ ,g ⁷	c ⁷	f ⁷ ,a ⁷	d ⁷	b ⁷ ,d ⁷	b ⁷	es ⁷ ,g ⁷	c ⁷	f ⁷ ,a ⁷	d ⁷	g ⁷ ,b ⁷	
Quintfallketten	b ⁷ →	es ⁷ →	a		b ⁷ →	b ⁷ →	es		a ⁷ →	d ⁷ →	g ⁷ →	c	
		g ⁷ →	c ⁷ →	f ⁷ →	b		b ⁷ →	es ⁷ →	a			b ⁷ →	es
				a ⁷ →	d ⁷ →	g		g ⁷ →	c ⁷ →	f ⁷ →	b		
						d ⁷ →	g						

Melodie	b	b	c	es	d	d	b	h	c	c	d	f	es
Quintfallketten	b ⁷ →	es ⁷ →	a		b ⁷ →	b ⁷ →	es		a ⁷ →	a ⁷ →	d ⁷ →	g ⁷ →	c
		g ⁷ →	c ⁷ →	f ⁷ →	b		b ⁷ →	es ⁷ →	a			b ⁷ →	es
				a ⁷ →	d ⁷ →	g		g ⁷ →	c ⁷ →	f ⁷ →	b		
						d ⁷ →	g						
Kleinterzfallketten	Ges ⁷ →	Es ⁷ →	C ⁷		B ⁷ →	G ⁷			As ⁷ →	F ⁷ →	D ⁷		
			As ⁷ →	F ⁷ →	D ⁷		B ⁷ →	G ⁷			B ⁷ →	G ⁷	

Schuberts Satz ist dieser:⁶⁸

⁶⁸ Schubert, *Messe Es-Dur*, D. 950, Gloria, T. 282.

10.4 Quodlibet einer Melodie und einer Harmoniefolge

The image shows a musical score for a quodlibet. It consists of two systems of staves. The first system has three staves: the top staff is labeled 'Thema' and contains a single melodic line; the middle and bottom staves are labeled 'Kontrapunkt I' and 'Kontrapunkt II' respectively and contain two counterpoint lines. The second system also has three staves, with the top staff continuing the 'Thema' and the bottom two staves continuing the counterpoints. The key signature is two flats (B-flat and E-flat), and the time signature is common time (C).

Nicht alle Akkorde, die im Schema eine Septim haben, erscheinen auch mit Septimen. Das lässt sich so erklären: Die Septakkorde des Harmonieschemas sind vierstimmig. Für den Satz im dreifachen Kontrapunkt werden sie auf drei Stimmen reduziert. Hier gibt es mehrere Möglichkeiten. Am günstigsten sind Septakkorde, in denen die Quinte fehlt. Möglich sind aber auch der Durdreiklang oder der verminderte Dreiklang, die in dem vorgegebenen Dominantseptakkord enthalten sind, sofern sich dadurch keine fehlerhaften Umkehrquartsextakkorde ergeben. Ein Beispiel ist der F-Dur-Dreiklang im fünften Takt. An der einzigen Stelle, an der hier aus dem Thema und den beiden Kontrapunkten ein Quartsextakkord entstanden wäre,⁶⁹ hat Schubert in der vierten Stimme eine Akkordseptime hinzugefügt. Dadurch entsteht dort ein Terzquartakkord und der ist unproblematisch. Zuerst wird untersucht, welche Septakkordverbindungen möglich sind. Dann können Hypothesen aufgestellt werden, die Schuberts Auswahl erklären können.

Schubert hat keine Terzfallketten aus drei Harmonien geschrieben, wie z. B. diese Verbindung:

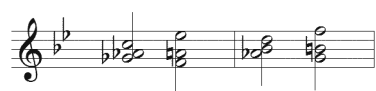
The image shows a short musical notation in the bass clef, consisting of three chords. The first chord is a triad with notes G2, B-flat2, and D3. The second chord is a triad with notes G2, B-flat2, and E-flat3. The third chord is a triad with notes G2, B-flat2, and F3. This sequence illustrates a double minor third interval (ges-f-fis).

Im Bass steht hier die Folge *ges-f-fis*. Ein doppelter Kleinterzfall führt also zu einer engen Nachbarschaft enharmonischer Varianten. Dies hat Schubert vermieden, vermutlich unter dem Gesichtspunkt tonaler Geschlossenheit.

Nicht beeinträchtigt wird die tonale Geschlossenheit dagegen durch Harmoniefolgen, bei denen sich Terz- und Quintfälle abwechseln. Dann entsteht diese Sequenz:

⁶⁹ Schubert, *Messe Es-Dur*, T. 308.

10 Das Quodlibet



Diese Sequenz ist nicht spezifisch romantisch. Es gibt sie z. B. schon bei Bach⁷⁰ und Mozart⁷¹, dort aber eher in durchführungsartigen Formteilen.

Um zu untersuchen, wie der Kleinterzfall verwendet werden kann, wird das Thema in zwei Hälften unterteilt. Für jede Hälfte wird gesondert untersucht, welche Lösungen dort möglich sind.

Die Folge von *Ges*⁷ und *Es*⁷ am Anfang würde die tonale Stabilität des Themas beeinträchtigen. Außerdem lässt sich der Anfang des Themas nicht in allen Fällen gleich harmonisieren, weil an dieser Stelle der Themeneinsatz in den harmonischen Gesamtverlauf eingefügt werden muss.

In der ersten Hälfte gibt es also diese Alternativen:



Gegen die linke Version spricht die etwas ungeschickte Stimmführung bei der Auflösung des Dominantseptakkords auf *d*. Ansonsten erscheint der Kleinterzfall links zweimal, rechts dagegen nur einmal. Aber die linke Version bleibt harmonisch im Bereich der üblichen Zwischendominanten, in der rechten erscheint dagegen der Dominantseptakkord auf *as*, der der B-Dur-Region fremd ist.

Schuberts Satz entspricht der rechten Version. Offenbar war es ihm wichtiger, den engeren Rahmen der Ausgangstonart zu verlassen, als möglichst viele Kleinterzfälle zu schreiben. Auch für die zweite Hälfte des Themas gibt es zwei sinnvolle Möglichkeiten, und zwar diese:



In der linken Version wird die entscheidende Harmoniefolge nach zwei Takten wiederholt, in der rechten wird sie dagegen im Abstand von einem Takt sequenziert. Die Sequenz ist sicher wirkungsvoller als die Wiederholung. Außerdem kommt dadurch der motivische Charakter der Harmonieverbindung besser zur Geltung.

⁷⁰ Bach, 2. Brandenburgisches Konzert, BWV 1047, erster Satz, T. 50.

⁷¹ Mozart, Streichquartett G-Dur, KV 387, erster Satz, T. 72.

Die linke Variante beschränkt sich auf die üblichen Harmonien von B-Dur, einschließlich der Zwischendominanten. In der rechten Variante steht dagegen der Dominantseptakkord auf *as*, der den Bereich von B-Dur verlässt. Schuberts Satz entspricht der rechten Version. An einigen Stellen lassen sich keine Septakkorde verwenden. So kann As^7 dort, wo es steht, nicht durch einen Septakkord über *Es* eingeleitet werden. Das liegt an der Melodieführung. Der Melodieton des As^7 ist nämlich in beiden Fällen *c* und er wird auch jeweils von unten erreicht. In ein *c* müsste sich aber auch die Septime des Dominantseptakkords auf *Es* auflösen. Dann wäre der Dominantseptakkord auf *as* nicht dreistimmig realisierbar.

Insgesamt lässt sich die Konzeption der Gloria-Fuge so erklären:

- Die Fuge soll viele Engführungen enthalten.
- Das Fugenthema wird für die vielfachen Engführungsmöglichkeiten konzipiert.
- Zum Thema soll es zwei beibehaltene Kontrapunkte geben.
- Das Thema liegt bei der Konzeption des dreifachen Kontrapunkts schon fest.
- Der Satz aus dem Thema und seinen beiden Kontrapunkten soll harmonisch weder zu konventionell noch zu außergewöhnlich sein.
- Für den dreifachen Kontrapunkt sind Septakkorde besonders gut geeignet.
- Für die Harmonik des Satzes aus dem Thema und den Kontrapunkten ist eine weniger gebräuchliche Verbindung von Septakkorden geeignet.
- Weniger gebräuchlich, aber nicht vollkommen ungewöhnlich ist die Verbindung von zwei Dominantseptakkorden, bei der der Grundton des zweiten Akkords eine kleine Terz unter dem Grundton des ersten Akkords liegt.
- Dominantseptakkorde können durch den verminderten Dreiklang oder den Durdreiklang, den sie enthalten, ersetzt werden.
- Septimen müssen richtig aufgelöst werden.
- Der Kleinterzfall sollte mehrfach erscheinen.
- Der enge Bereich der Grundtonart sollte verlassen werden, ohne dass dabei die tonale Geschlossenheit verloren geht.
- Terzfallketten aus drei Harmonien sind wegen ihrer indirekten Enharmonik unbrauchbar.
- Der Anfang des Themas muss tonal eindeutig harmonisierbar sein.
- Das vorübergehende Verlassen der Tonart ist wirkungsvoller als eine größere Zahl von Kleinterzfällen.

- Die Sequenz ist wirkungsvoller als die Wiederholung.
- Der Kleinterzfall von Dominantseptakkorden bereichert die Harmonik im ersten Teil der Fuge. So wirkt dieser Teil harmonisch weder blass noch zu extravagant.
- Durch die Harmonisierung entsteht eine Steigerung; denn
 - der Kleinterzfall erscheint in der ersten Hälfte des Themas nur einmal, in der zweiten dagegen zweimal,
 - und in der zweiten Hälfte entsteht eine aufwärts gerichtete Sequenz.

10.5 Exkurs

10.5.1 Combinatorality – Schönberg, *Bläserquintett*

Das Hilfstonverfahren ist außerordentlich flexibel. Es lässt sich sogar auf satztechnische Fragen zur Musik des 20. Jahrhunderts anwenden. Schönberg schätzte Zwölftonreihen, bei denen der Akkord aus den Tönen 1–6 und der Akkord aus den Tönen 7–12 Umkehrungen voneinander sind. Diese Eigenschaft heißt “combinatorality”.⁷² Neidhöfer definiert sie so:⁷³

“Combinatorality” ist eine Eigenschaft, in der einer Zwölftonreihe eine ihrer Transformationen (Umkehrung, Krebs, Krebsumkehrung) so zugeordnet wird, daß die Töne der ersten Hälfte der Reihe zusammen mit den Tönen der ersten Hälfte ihrer Transformation das chromatische Total (“aggregate”) ergeben.

Ob eine Reihe diese Eigenschaft hat, lässt sich mit dem Hilfstonverfahren überprüfen. Dazu wird die Konsonanzrelation von Akkorden neu definiert: Zwei Akkorde, A und B , sind zueinander konsonant, wenn sie keinen gemeinsamen Ton haben, bzw. formal

$$A \sim B \Leftrightarrow \bigwedge_{a \in A} \bigwedge_{b \in B} a \neq b$$

Auf diese Relation lässt sich die Formel für das Quodlibet von Mengen anwenden:⁷⁴

$$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A_{i+r}} \Psi_{a+g}(B_i) \text{ für alle } i \in I$$

Der Akkord aus den letzten sechs Tönen der Reihe setzt gleichzeitig mit dem Akkord aus den ersten sechs Tönen ein. Deshalb gibt es keine rhythmische Verschiebung. Also gilt

$$r = 0$$

⁷² Perle S. 96–99.

⁷³ Neidhöfer S. 209.

⁷⁴ S. 336.

Da es nur einen Akkord gibt, wird auf Indizes verzichtet, und weil der Akkord mit seiner Umkehrung kombiniert werden soll, gilt

$$B = \Psi_{2g}(A)$$

Als Index von Ψ wird $2g$ gewählt, damit der beliebig wählbare „Grundton“ g auf sich selbst abgebildet wird. Der Einfachheit halber wählt man für g den Anfangston der Reihe. Einsetzen ergibt

$$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A} \Psi_{a+g}(\Psi_{2g}(A))$$

Wegen $\Psi_a(\Psi_b(H)) = \Phi_{a-b}(H)$ folgt daraus⁷⁵

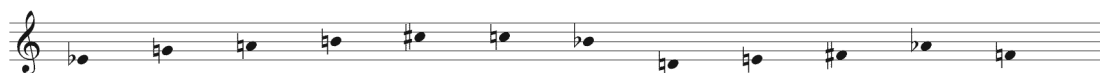
$$\{e\} \sim \bigcup_{a \in A} \Phi_{a-g}(A)$$

und wegen der Definition von \sim

$$e \notin \bigcup_{a \in A} \Phi_{a-g}(A)$$

Der Einsatzton e ist derjenige Ton, auf den der Anfangston der Reihe bei der Umkehrung abgebildet wird. Er darf in keiner Hilfsharmonie enthalten sein. Die sechs Hilfsharmonien ergeben sich dadurch, dass die Sechstongruppe jeweils so transponiert wird, dass der Grundton auf die Töne der Sechstongruppe abgebildet wird.

Die Reihe von Schönbergs Bläserquintett ist diese:⁷⁶



Von jedem der ersten sechs Reihentöne aus wird die Folge der ersten sechs Reihentöne gebildet.



Dann wird untersucht, welche Töne insgesamt vorkommen. Dazu wird die chromatische Skala aufgeschrieben und unter jedem Ton vermerkt, ob er vorkommt. Für jede Sechstongruppe wird eine Zeile verwendet. Am Beginn jeder Zeile steht der erste Ton der

⁷⁵ S. 324.

⁷⁶ Schönberg, *Bläserquintett*, op. 26. Die Reihe erklingt z. B. gleich zu Anfang in der Flöte.

10 Das Quodlibet

jeweiligen Transposition der Reihe. Unter den Noten steht ein Plus, wenn der betreffende Ton in der Sechstongruppe vorkommt. So entsteht dieses Schema:

The image shows a musical staff with twelve notes: Bb, B, C, D, Eb, E, F, F#, Gb, G, Ab, A. Below the staff, a grid of plus signs indicates which notes appear in the first six notes of the series:

es:	+	+		+				+		+	
g:		+		+	+			+		+	+
a:			+		+	+		+		+	+
h:				+		+		+	+	+	+
cis:		+				+		+		+	+
c:	+				+		+		+	+	+

Offenbar kommt der Ton *d* nicht vor. *d* „konsoniert“ also – im neu definierten Sinn – zu sämtlichen Hilfsharmonien. Das heißt: die Umkehrung der ersten sechs Töne der Reihe von *d* aus enthält keinen Ton der ersten sechs Töne der Reihe. Also ergibt sich bei der Umkehrung von *d* aus der Tonvorrat der zweiten Hälfte der Reihe.

The image shows two musical staves. The top staff, labeled 'Reihe', contains the twelve-tone series: Bb, B, C, D, Eb, E, F, F#, Gb, G, Ab, A. The bottom staff shows the 'Erste Sechstongruppe' (first six notes: Bb, B, C, D, Eb, E) and its 'Umkehrung der ersten Sechstongruppe von d aus' (inversion starting from D: D, Eb, E, F, F#, Gb).

Anders ist es z. B. bei der Sechstongruppe *c-cis-dis-e-fis-gis*. Hier enthält das entsprechende Schema sämtliche Töne der chromatischen Skala. Eine Zwölftonreihe, die mit diesen sechs Tönen beginnt, hat also nicht die gewünschte Eigenschaft.

Die Untersuchung mag umständlich scheinen, sie kann aber abgebrochen werden, sobald alle zwölf Töne markiert sind.

10.5.2 Ein rhythmischer Kanon – Berg, *Lulu*

Berg hat in seiner Oper *Lulu* einen so genannten „Hauptrhythmus“ verwendet, nämlich

The image shows the main rhythm: a dotted quarter note followed by a quarter note, enclosed in repeat signs: $\text{||: } \cdot \text{ } \cdot \text{ } \text{:||}$

In der Partitur wird er mit **RH** bezeichnet.⁷⁷ Entscheidend ist dabei nicht die Dauer der Töne, sondern der Abstand, in dem sie aufeinander folgen. Die punktierten Viertel können also genauso gut als Achtel mit zwei folgenden Achtelpausen notiert werden oder als eine Viertel mit einer folgenden Achtelpause. Insgesamt ist das rhythmische Muster fünf Viertel lang.

⁷⁷ Berg, *Lulu*, S. VIII.

Zentral ist dieser Hauptrhythmus in einem Abschnitt, der in der Partitur als «*Monoritmica*» bezeichnet ist.⁷⁸ Darin kommt ein Kanon von fünf Schlaginstrumenten vor,⁷⁹ in dem das rhythmische Muster ständig wiederholt wird.

Die kanonische Struktur ist am besten hörbar, wenn die rhythmischen Impulse der Kanonstimmen nicht zusammenfallen. Mit dem Hilfstonverfahren kann untersucht werden, bei welchem rhythmischen Einsatzabstand das der Fall ist. Dabei wird im Hilfstonschema nicht zwischen verschiedenen Tonhöhen unterschieden, sondern nur zwischen Ton und Pause. Für den Ton steht das Plus-Zeichen und für die Pause das Minus-Zeichen. Die Zeilen, die einer Pause entsprechen, bestehen aus lauter Minus-Zeichen.

Warum das funktioniert, lässt sich so einsehen: Der Hauptrhythmus wird in eine Tonfolge umgeformt. Dabei bekommt jede Zählzeit mit einem Schlag den Ton *c* und jede Zählzeit ohne Schlag den Ton *e*. Zu dieser Melodie wird ein Umkehrungskanon gesucht, der auf *c* einsetzt und möglichst wenig Einklänge enthält. Im ganzen Hilfstonschema kommen nur drei Töne vor: *c*, *e* und *g*. Einklänge entstehen beim Hilfston *c*. Der erscheint aber nur in denjenigen Zeilen, bei denen ganz rechts ein *c* steht, und zwar an den rhythmischen Positionen, die einem Schlag entsprechen. Diejenigen Zeilen, bei denen ganz rechts ein *e* steht, enthalten kein *c*, sondern nur *e* und *g*. In diesem Schema werden die Hilfstöne *e* und *g* durch ein Minus-Zeichen ersetzt und der Hilfston *c* wird durch ein Pluszeichen ersetzt.

Da ein Ostinato der Länge 10 untersucht wird, hat das Hilfstonschema 19 Spalten.⁸⁰ So sieht es aus:

Thema	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	+	-
	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	+	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-
			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
				-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
					-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	-	-	-
						-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
							-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+
								-	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-
Gemeinsame Schläge	4	1	0	3	2	0	2	3	0	1									

⁷⁸ Berg, *Lulu*, erster Akt, T. 669.

⁷⁹ Berg, *Lulu*, erster Akt, T. 748.

⁸⁰ Wegen $2 \times 10 - 1 = 19$. Siehe S. 267.

10 Das Quodlibet

In der untersten Zeile steht die Zahl der Plus-Zeichen in der betreffenden Spalte. Sie gibt an, an wie vielen Stellen in einem Abschnitt von der Länge des Ostinatos in beiden Kanonstimmen gleichzeitig ein Schlag erklingt. Bei drei rhythmischen Einsatzabständen gibt es offenbar keine gemeinsamen Schläge, und zwar bei den rhythmischen Einsatzabständen von einer Viertel, fünf Achteln oder vier Vierteln. Die erste und die dritte Version entsprechen einander. Der Hauptrhythmus erscheint in den beiden Kanonstimmen um eine Viertel gegeneinander verschoben. Nur die Reihenfolge der Stimmen ist verschieden. Bei einem Grundschlag in Vierteln ist die Verschiebung des Modells um fünf Achtel aus metrischen Gründen weniger günstig als die Verschiebung um ein Vielfaches von Vierteln. Hier zeigt sich die Tendenz zur Erhaltung der originalen Metrik bei der Imitation.⁸¹ In dem fünfstimmigen Kanon setzen die Stimmen so ein, dass das Ostinato-Modell in jeder neuen Stimme jeweils einmal ganz erklingt, bevor eine weitere Stimme einsetzt. Die neu hinzutretende Stimme setzt dann im Abstand einer Viertel ein. So ist der Einsatzabstand ein Vielfaches einer Viertelnote, es fallen keine Schläge zusammen, und von den beiden möglichen rhythmischen Einsatzabständen, bei denen diese Bedingungen erfüllt sind, wird der kürzere gewählt. So sieht der Kanon aus:⁸²

748

kl. Tr. $\frac{4}{4}$

Gong $\frac{4}{4}$

Jazztr. $\frac{4}{4}$

Tam-Tam $\frac{4}{4}$

gr. Tr. $\frac{4}{4}$

[RH]

RH

⁸¹ Siehe die Anmerkung auf S. 344.

⁸² Berg, *Lulu*, erster Akt, T. 748.

751

10.6 Vorhalte

10.6.1 Grundlagen

Wenn man das Hilfstonverfahren erweitert, lassen sich auch Quodlibets mit Vorhalten finden. Die allgemeine Form des Vorhalts sieht so aus:

	>	
a_{i-1}	a_i	a_{i+1}
b_{j-1}	b_j	b_{j+1}
Konsonanz	Dissonanz	imperfekte Konsonanz

Das Zeichen ,>' bezeichnet die Betonung.

Zwei Fälle müssen unterschieden werden: a kann Agens- oder Patiensstimme sein. Angenommen, a ist Patiensstimme, dann wird a_{i-1} zu a_i übergebunden und a_{i+1} ist eine Sekunde tiefer als a_i . Es gelten also:

$$\begin{aligned}
 a_{i-1} &= a_i && \text{(Überbindung)} \\
 a_i &= a_{i+1} + 1 && \text{(Auflösung)}
 \end{aligned}$$

Der entsprechende Ausschnitt aus dem Hilfstonschema steht in der mittleren Spalte und ist fett gedruckt:

$b_1 + a_{i-1} - b_j$	$b_1 + a_{i-1} - b_{j-1}$	$b_1 + a_{i-1} - b_{j-2}$
$b_1 + a_i - b_{j+1}$	$b_1 + a_i - b_j$	$b_1 + a_i - b_{j-1}$
$b_1 + a_{i+1} - b_{j+2}$	$b_1 + a_{i+1} - b_{j+1}$	$b_1 + a_{i+1} - b_j$

Hier ist nicht zu erkennen, wie sich die Tonfolgen in der Umgebung von a_i bewegen. Das ist aber nötig, um satztechnisch korrekte Vorhalte zu finden. Deshalb werden die entsprechenden Hilfstone markiert, und zwar mit dem Zeichen ,↓'. Es bedeutet, dass der

Ton a_i mit einer Überbindung erreicht wird und stufenweise abwärts weitergeführt wird. Das Zeichen wird hinter die Hilfstöne geschrieben, und zwar hinter jeden Term, in dem die entsprechenden Töne der Folge a erscheinen. Die Tabelle wird also so erweitert:

$(b_1 + a_{i-1} - b_j)$	$(b_1 + a_{i-1} - b_{j-1})$	$(b_1 + a_{i-1} - b_{j-2})$
$(b_1 + a_i - b_{j+1}) \downarrow$	$(b_1 + a_i - b_j) \downarrow$	$(b_1 + a_i - b_{j-1}) \downarrow$
$(b_1 + a_{i+1} - b_{j+2})$	$(b_1 + a_{i+1} - b_{j+1})$	$(b_1 + a_{i+1} - b_j)$

Alle Terme der mittleren Zeile – sie sind hier fett gedruckt – enthalten a_i . Deshalb werden sie alle mit \downarrow markiert. Die Bewegungsmarkierung für einen bestimmten Ton der Tonfolge a erscheint also hinter allen Hilfstönen der betreffenden Zeile. Für die Formulierung der Regel wird ein Begriff eingeführt: Derjenige Ton, der vom markierten Hilfston in Pfeilrichtung eine Sekunde entfernt ist, wird als „Nebenton“ bezeichnet. Damit gilt:

Stehen in einer Spalte untereinander drei Hilfstöne, von denen der mittlere ein \downarrow aufweist, so kann das zweite Thema auf einem Ton einsetzen, der diese Bedingungen erfüllt:

- Er konsoniert zu dem obersten Hilfston,
- er dissoniert zum mittleren
- er bildet eine imperfekte Konsonanz zum Nebenton,
- er bildet eine imperfekte Konsonanz zum untersten Hilfston.

Der Nebenton zu einem Hilfston mit der Markierung \downarrow liegt eine Sekunde *unter* dem dissonierenden Hilfston.

Wenn a Agensstimme ist, wird b_{j-1} zu b_j übergebunden und b_{j+1} ist eine Sekunde tiefer als b_j . Es gilt also:

$$\begin{aligned} b_{j-1} &= b_j && \text{(Überbindung)} \\ b_j &= b_{j+1} + 1 && \text{(Auflösung)} \end{aligned}$$

Der entsprechende Ausschnitt des Hilfstonschemas steht in der mittleren Spalte:

$b_1 + a_{i-1} - b_j$	$b_1 + a_{i-1} - b_{j-1}$	$b_1 + a_{i-1} - b_{j-2}$
$b_1 + a_i - b_{j+1}$	$b_1 + a_i - b_j$	$b_1 + a_i - b_{j-1}$
$b_1 + a_{i+1} - b_{j+2}$	$b_1 + a_{i+1} - b_{j+1}$	$b_1 + a_{i+1} - b_j$

Weil b Patiensstimme ist, werden die Hilfstöne in Abhängigkeit von b markiert. Damit klar wird, ob die Markierung für a oder für b gilt, stehen die Markierungen für b links von den entsprechenden Termen und der Pfeil zeigt aufwärts. Dann sieht das Hilfstonschema so aus:

$\uparrow(b_1 + a_{i-1} - b_j)$	$(b_1 + a_{i-1} - b_{j-1})$	$(b_1 + a_{i-1} - b_{j-2})$
$(b_1 + a_i - b_{j+1})$	$\uparrow(b_1 + a_i - b_j)$	$(b_1 + a_i - b_{j-1})$
$(b_1 + a_{i+1} - b_{j+2})$	$(b_1 + a_{i+1} - b_{j+1})$	$\uparrow(b_1 + a_{i+1} - b_j)$

Hier sind alle Terme mit b_j fett gedruckt. Die Bewegungsmarkierungen für b stehen also in den Diagonalen für die entsprechenden Töne.

Die Regel für den Einsatzton ist dieselbe wie oben, nur liegt der Nebenton bei der Markierung mit \uparrow eine Sekunde *über* dem dissonierenden Hilfsston.

Die Agensstimme kann auch erst auf der Dissonanz einsetzen. Die Dissonanz wird dann nur durch die Überbindung vorbereitet, aber nicht durch eine Konsonanz. Über dem dissonierenden Hilfsston kann also auch ein leeres Feld stehen.

Auch zum Zeitpunkt der Vorhaltsauflösung kann eine Pause in der Agensstimme akzeptiert werden.

Die Überlegungen sind hier zusammengefasst.

Stehen in einer Spalte untereinander drei Hilfsstöne, von denen der mittlere ein \uparrow oder ein \downarrow aufweist, so kann das zweite Thema auf einem Ton einsetzen, der diese Bedingungen erfüllt:

- Er konsoniert zu dem obersten Hilfsston,
- er dissoniert zum mittleren,
- er bildet eine imperfekte Konsonanz zum Nebenton,
- er bildet eine imperfekte Konsonanz zum untersten Hilfsston.

Ob der Nebenton über oder unter dem dissonierenden Hilfsston liegt, hängt von der Richtung des Pfeils ab.

Der dissonierende Hilfsston kann auch der erste oder der letzte der betreffenden Spalte sein.

Wenn der Einsatzton zu einem Hilfsston mit der Markierung \uparrow dissoniert, ist die Patiensstimme des entsprechenden Vorhalts die Stimme mit dem zweiten Thema, bei einer Markierung mit \downarrow die Stimme mit dem ersten.

Wie können z. B. diese Themen kombiniert werden?



Eine metrische Orientierung wird nicht vorgegeben. Für die Markierungen gilt: Der dritte Ton des ersten Themas wird durch Überbindung erreicht und durch eine Sekundbewegung abwärts verlassen. Deshalb wird jeder Hilfsston der dritten Zeile mit \downarrow markiert. Ähnlich ist es beim dritten Ton des zweiten Themas. Deshalb wird jeder Hilfsston der drittletzten Diagonale mit \uparrow markiert. Dann ergibt sich dieses Hilfsstonschema:

Thema I					c^1	d^1	d^1	c^1	f^1
Thema II					c^1	f^1	f^1	e^1	d^1
Hilfstöne	h	a	$\uparrow g$	g	c^1				
		c^1	h	$\uparrow a$	a	d^1			
			$c^1 \downarrow$	$h \downarrow$	$\uparrow a \downarrow$	$a \downarrow$	$d^1 \downarrow$		
				h	a	$\uparrow g$	g	c^1	
					e^1	d^1	$\uparrow c^1$	c^1	f^1
Einsatztöne, die zu einem Satz mit Vorhalten führen						d	g		$f h$ $e h$

In der unteren Zeile stehen die Einsatztöne, die zu Vorhalten führen. Die Sätze dazu werden im Folgenden besprochen.

Thema II 

Thema I 

Das zweite Thema kann trotz des Hilfstons $\uparrow a$ auf g^1 einsetzen. Dies führt zwar zu einer Septime. Doch weil der Einsatzton g^1 mit dem Hilfston g über dem $\uparrow a$ eine Konsonanz bildet und mit dem h unter dem $\uparrow a$ eine imperfekte Konsonanz, ergibt sich in dem Quodlibet eine reguläre 7-6-Vorhaltsdissonanz. Weil der Pfeil links vom a steht, ist Thema II Patiensstimme.

Thema II 

Thema I 

Der Einsatzton f^1 dissoniert zu dem Hilfston $\uparrow g$. Also entsteht auch hier eine Septime und auch hier ist Thema II Patiensstimme.

Thema II 

Thema I 

Der Einsatzton h^1 dissoniert zu dem Hilfston $a \downarrow$. Der Pfeil zeigt abwärts. Also ist Thema II Agensstimme.

Hier setzt die Agensstimme erst mit der Dissonanz ein. Über dem entsprechenden Hilfs-ton, dem $d^1 \downarrow$, steht kein weiterer Hilfs-ton.

Wenn auch die Möglichkeit berücksichtigt wird, dass der dissonierende Hilfs-ton der letzte der Spalte ist, sind diese Kombinationen möglich:

Beim linken Kanon dissoniert der Einsatz-ton d zwar zu dem Hilfs-ton $c^1 \downarrow$, aber er bildet eine imperfekte Konsonanz mit h , also dem Nebenton zu $c^1 \downarrow$. Genauso verhalten sich beim Kanon rechts der Einsatz-ton h und der Hilfs-ton $\uparrow c^1$.

Wenn gezielt 7-6-Vorhalte oder 2-3-Vorhalte gesucht werden, ist es wichtig, zwischen den unterschiedlichen Bewegungsmarkierungen zu unterscheiden. Dann passt zu $\uparrow e$ ein d und zu $e \downarrow$ dagegen ein f .

Das Verfahren lässt sich auch auf die Vorhalte anwenden, die erst durch das Hinzutreten einer dritten Stimme regulär werden, also auch auf Nonvorhalte in der Oberstimme oder Quartvorhalte in der Unterstimme.

Nonvorhalte ergeben sich bei einem Einsatz auf dem großen G oder dem a^1 beim zweiten Thementon. Dabei muss der Abstand zwischen Hilfs-ton und Einsatz-ton tatsächlich eine None betragen und der Abstand zwischen dem Einsatz-ton und dem Nebenton eine Oktave.

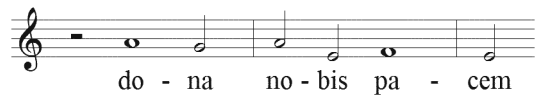
Ein Quartvorhalt in der Unterstimme entsteht hier:



Mit dem Nebenton muss sich hier eine Quinte ergeben.

10.6.2 Josquin, *Missa Pange Lingua*

Die Regeln für Vorhalte im Quodlibet gelten auch für den Kanon; denn der Kanon ist ein Quodlibet mit zwei identischen Melodien. Am Schluss von Josquins *Missa Pange Lingua* erscheint dieses Thema:⁸³



Die Synkope am Beginn legt es nahe, nach Imitationen mit Vorhalten zu suchen. Das sind die Hilfstonschemata:

Hilfstonschema intervallgetreu								
Melodie	a ¹	a ¹	g ¹	a ¹	e ¹	f ¹	f ¹	e ¹
Hilfstöne	a ¹							
	↑ a ¹ ↓	a ¹ ↓						
	a ¹	↑ g ¹	g ¹					
	a ¹	h ¹	↑ a ¹	a ¹				
	a ¹	e ¹	f ^{is} ¹	↑ e ¹	e ¹			
	a ¹	b ¹	f ¹	g ¹	↑ f ¹	f ¹		
	↑ a ¹ ↓	a ¹ ↓	b ¹ ↓	f ¹ ↓	g ¹ ↓	↑ f ¹ ↓	f ¹ ↓	
	a ¹	↑ g ^{is} ¹	g ^{is} ¹	a ¹	e ¹	f ^{is} ¹	↑ e ¹	e ¹
Einsatztöne	P	∅	∅	c	c, e	d, a	a, c, d, g	V

⁸³ Josquin, *Missa Pange Lingua*, Agnus Dei III, T. 143.

Hilfstonschema stufengetreu								
Melodie	a^1	a^1	g^1	a^1	e^1	f^1	f^1	e^1
Hilfstöne	a^1							
	$\uparrow a^1 \downarrow$	$a^1 \downarrow$						
	a^1	$\uparrow g^1$	g^1					
	a^1	h^1	$\uparrow a^1$	a^1				
	a^1	e^1	f^1	$\uparrow e^1$	e^1			
	a^1	h^1	f^1	g^1	$\uparrow f^1$	f^1		
	$\uparrow a^1 \downarrow$	$a^1 \downarrow$	$h^1 \downarrow$	$f^1 \downarrow$	$g^1 \downarrow$	$\uparrow f^1 \downarrow$	$f^1 \downarrow$	
	a^1	$\uparrow g^1$	g^1	a^1	e^1	f^1	$\uparrow e^1$	e^1
Einsatztöne	<i>P</i>	<i>e</i>	<i>d</i>		<i>h, c, e</i>	<i>f, a, h, c, d</i>	<i>a, h, c, d, g</i>	<i>V</i>

Einsatztöne, die zu einem Hilfston dissonieren, sind fett gedruckt. Das Hilfstonschema sieht so aus, als ob ein Obernonkanon im Abstand 1 möglich ist. Offenbar sind alle Regeln befolgt. Zu einem $a^1 \downarrow$ passt ein h ; denn mit dem g danach entsteht eine imperfekte Konsonanz. Insofern müssten sich satztechnisch korrekte Vorhalte ergeben. Das ist aber nicht der Fall.



Die Einsatztöne f und g sind so gewählt, dass übermäßige und verminderte Intervalle vermieden werden. Trotzdem sind beide Kombinationen unbrauchbar. Es gibt nämlich keine metrische Orientierung, bei der beide Dissonanzen betont sind. In jedem Fall ist einer der beiden Vorhalte falsch, und zwar nur wegen der metrischen Verhältnisse. Die beiden Hilfstöne $a \downarrow$ sind fünf rhythmische Einheiten voneinander entfernt. Deswegen ist das Problem nicht lösbar. Bei der Ermittlung der Imitationen muss also berücksichtigt werden, dass der Satz eine einheitliche metrische Orientierung hat, konkret, dass alle Dissonanzen betont sind. Dazu müssen die rhythmischen Abstände von je zwei dissonierenden Hilfstönen gerade sein.

Damit das Thema in beiden Stimmen in der originalen Metrik erscheint, ist der Einsatz nur auf der 3., 5. oder 7. Position möglich. Diese Bedingung reicht aber noch nicht. Das zeigt der Einsatz auf g im 7. Takt. Der Vorhalt ist korrekt, aber beide Stimmen weichen metrisch vom Original ab.

10 Das Quodlibet



Damit beide Stimmen die originale Metrik behalten, dürfen die dissonierenden Hilfstöne nur in der 2., 4. oder 6. Zeile stehen. Im Folgenden werden nur noch solche Lösungen betrachtet.

Der Einsatz auf *d* beim dritten Ton führt zu einem Quartvorhalt.



Im 16. Jahrhundert sind Quartvorhalte in der Zweistimmigkeit möglich, haben aber eine geringere Bedeutung als der Sekund- oder der Septvorhalt.⁸⁴ Unproblematisch wäre der Kanon im drei- und mehrstimmigen Satz, z. B. so wie hier:



Es gibt mehrere stufengetreue Versionen dieses Kanons ohne verminderte Quinten oder übermäßige Quartan, aber keine von ihnen entspricht dem Modus der Messe. Eine intervallgetreue Version gibt es nicht. Josquin hat aber bis auf das erste Mal nur die intervallgetreue Imitation benutzt. Intervallgetreue Kanons mit den günstigen Vorhalten, also Sekund- oder Septimvorhalten, entstehen bei einem Einsatz in der Oberquinte nach zwei Ganzen und in der Unterquinte nach drei Ganzen. Diese beiden Kanons können außerdem noch beliebig häufig verschränkt werden:



⁸⁴ Daniel, Kontrapunkt, 1. Aufl., S. 209.

Sie sind hier als unendlicher Kanon notiert. Im Original sind sogar alle vier Stimmen beteiligt. Der Bass setzt auf dem kleinen *a* ein, also eine Oktave tiefer als im Notenbeispiel. Das ist möglich, weil der Kanon im doppelten Kontrapunkt der Oktave steht.

10.6.3 Bach, *Klavierübung*, *Es-Dur-Fuge*

In der Es-Dur-Fuge aus Bachs *Klavierübung*⁸⁵ werden Dux und Comes miteinander kombiniert.



Das Hilfstonschema wird für die intervallgetreue Kombination ermittelt.

⁸⁵ Bach, *Klavierübung*, 3. Teil, Fuge Es-Dur, BWV 552.



Da der Satz keine Vorhalte enthält, ist er auch mit der umgekehrten metrischen Orientierung regulär. In beiden Fällen ist jedoch wenigstens eine der beiden Stimmen metrisch im Vergleich zur Originalgestalt verkehrt.

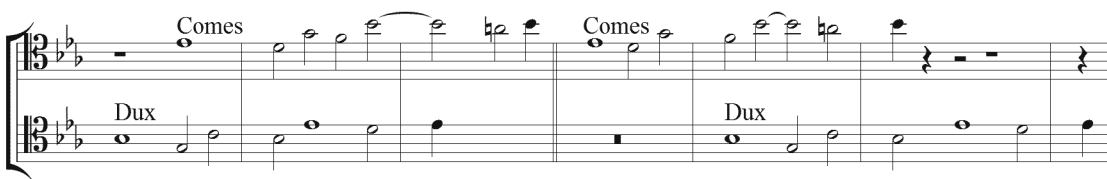
Bach hat diese Kombination nicht verwendet. Vermutlich waren ihm die originalen metrischen Verhältnisse wichtiger als ein möglichst enger rhythmischer Einsatzabstand.

Wenn Themen kombiniert werden, stellt sich die Frage, ob metrische Verhältnisse bei Überlagerungen bewahrt werden sollten. Hier gilt offenbar dieser Zusammenhang:

- Die Wiedererkennbarkeit der Gestalt ist notwendig für die Verdichtungswirkung einer Engführung.
- Die Engführung, die am dichtesten wirkt, ist nicht diejenige mit dem kleinsten satztechnisch möglichen Abstand, sondern diejenige mit dem kleinsten Abstand, bei dem die Wiedererkennbarkeit gewahrt bleibt.
- Die Verkehrung der metrischen Verhältnisse beeinträchtigt die Wiedererkennbarkeit der Gestalt.
- Die Engführung, die am dichtesten wirkt, ist diejenige mit dem kleinsten Abstand, der die metrischen Verhältnisse nicht beeinträchtigt.

Das gilt offenbar nicht nur hier und nicht nur für Bach.⁸⁶

An zwei Positionen kann der Comes in der originalen Tonhöhe und in der originalen Metrik einsetzen:



Beide Kombinationen lassen sich sogar zu einem dreistimmigen Satz verschränken. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten: Dux-Comes-Dux und Comes-Dux-Comes.

⁸⁶ Siehe z. B. die Analysen von Bachs *Johannes-Passion*, BWV 245, S. 133 ff., und Orgelchoral *Aus tiefer Not*, BWV 686, S. 263, Mozarts *Streichquintett D-Dur* KV 593, S. 124 ff. und 156 ff., Brahms' *4. Symphonie*, op. 98, S. 258 ff. und Schönbergs *Kammersymphonie*, S. 342 ff.

10 Das Quodlibet

A musical score for 'Das Quodlibet' in 3/4 time, featuring three staves. The top staff is labeled 'Comes' and contains a melodic line with a slur over the first four notes. The middle staff is labeled 'Dux' and contains a lower melodic line. The bottom staff is also labeled 'Dux' and contains a bass line. The sequence is Dux-Comes-Dux.

Bei Bach sieht der Satz so aus:

A musical score for 'Das Quodlibet' in 3/4 time, featuring four staves. The top staff is labeled 'Comes' and contains a melodic line with a slur over the first four notes. The second staff is labeled 'Dux' and contains a lower melodic line. The third staff is labeled 'Dux' and contains a bass line. The bottom staff is labeled 'Dux' and contains a bass line. The sequence is Dux-Comes-Dux.

Bach hat also die Folge Dux-Comes-Dux gewählt. Das lässt sich so begründen: Die Folge Dux-Comes-Dux beginnt mit der günstigeren zweistimmigen Kombination; denn

- die Folge Dux-Comes enthält mehr imperfekte Konsonanzen als die Folge Comes-Dux,
- der Abstand der beiden Einsätze ist geringer als in der Folge Comes-Dux,
- Dux und Comes setzen in ihrer originalen Folge ein.

In der Exposition hat Bach den Dux etwas anders beantwortet, nämlich so:

A musical score for 'Das Quodlibet' in 3/4 time, featuring two staves. The top staff is labeled 'Dux' and contains a melodic line. The bottom staff is labeled 'Comes' and contains a lower melodic line. The sequence is Dux-Comes.

Alle erwähnten Kombinationen sind auch mit dieser Form des Comes möglich, aber die Engführung Dux-Comes im Abstand 2 enthält keine Vorhaltsdissonanz. Bach hat also die Vorhaltsdissonanz so sehr geschätzt, dass er ihretwegen sogar die Gestalt des Comes geändert hat. Allerdings hat er den Comes so geändert, dass es mit den Prinzipien der tonalen Beantwortung vereinbar ist; denn bei einer tonalen Beantwortung des Themas

können *beide* Quintttöne mit ihrer Oberquarte beantwortet werden oder nur der erste. Die erste Möglichkeit hat Bach in der Exposition verwendet, die zweite in der Engführung.

10.6.4 Synkopischer Kanon – Grundlagen

Wenn zwei Kanonstimmen synkopisch gegeneinander versetzt sind, können Vorhalte entstehen. Um solche Imitationen zu finden, kann man für jeden Melodieton zwei verschiedene Zählzeiten annehmen, die betonte und die unbetonte. Jeder Melodieton wird also in zwei Hälften geteilt. Dadurch bekommt die Melodie doppelt so viele Töne. Für diese Melodie mit verdoppelten Tönen wird das Hilfstonschema erstellt und mit diesem Hilfstonschema werden dann die Kanons bestimmt. Dazu müssen allerdings ungefähr viermal so viel Hilfstöne bestimmt werden wie für die ursprüngliche Melodie ohne die verdoppelten Töne. Solch ein Aufwand ist aber gar nicht nötig. Warum nicht, zeigt dieses Beispiel:

Original

konsonant, nicht synkopisch

synkopisch

zu spät

Unter dem Original stehen drei Einsätze: der erste bildet mit dem Original nur Konsonanzen, der zweite gleicht dem ersten, ist aber synkopisch versetzt um eine halbe Note nach hinten. Zum Original ergeben sich hier Vorhalte. Der dritte Einsatz kommt zu spät; er ist um eine ganze Note nach hinten versetzt und er ist satztechnisch falsch. Unter den Noten der nachahmenden Stimmen steht, welche Intervalle sich zum Original ergeben. Die Intervalle in der synkopischen Stimme gleichen abwechselnd den Intervallen der beiden anderen Stimmen. Die Übereinstimmungen sind durch Verbindungslinien gekennzeichnet.

Die synkopische Stimme kann also so betrachtet werden, als ob ein regulärer Einsatz um eine halbe Note zu spät kommt. Dann steht auf der zweiten Hälfte jedes Taktes immer eine Konsonanz. Auf der ersten Hälfte entstehen dieselben Zusammenklänge wie zwischen dem Original und dem zu späten Einsatz. Wie findet man solche Imitationen mit dem Hilfstonschema?

Thema	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>g</i>
Hilfstöne	↑ <i>d</i> ↓				
	<i>d</i>	↙ ↘	↑ <i>c</i>		
	↑ <i>d</i> ↓	↙ ↘	<i>g</i> ↓	↑ <i>f</i> ↓	
	<i>d</i>	↙ ↘	↑ <i>c</i>	<i>f</i>	↑ <i>e</i>
	<i>d</i>	↙ ↘	<i>f</i>	↑ <i>e</i>	<i>a</i>
synkopische Einsätze	<i>h</i> +				

Hier gilt wie immer: Die Zusammenklangsintervalle im Kanon sind die Zusammenklangsintervalle zwischen Einsatzton und Hilfstönen. Nur sind das hier abwechselnd die Hilfstöne der beiden benachbarten Spalten. Die Hilfstöne sind also nicht von oben nach unten zu lesen wie sonst, sondern in einer Zickzacklinie, die zwischen den Spalten hin- und herwechselt. Die diagonalen Verbindungen gehen von links oben nach rechts unten und die waagerechten von rechts nach links.

Wenn die Hilfstöne in einer solchen Zickzacklinie gelesen werden, bildet der Einsatzton *h* mit den Hilfstönen der Reihe nach diese Intervalle:

Terz, Sekunde, Terz, Sexte, Terz, Sekunde, Terz, Quinte, Terz.

Das ist genau die Intervallfolge, die im Notenbeispiel unter der synkopischen Stimme steht.

Für den Einsatzton *h* sind also nicht nur die Hilfstöne maßgeblich, in deren Spalte er steht, sondern auch die Hilfstöne der Nachbarspalte. Deswegen erhält das *h* ein Pluszeichen auf der Seite der Nachbarspalte.

Dieses Plus bedeutet, dass der Einsatz nach rechts verschoben ist, also eine halbe Note später kommt. Auf den betonten Zeiten entstehen die Zusammenklänge zwischen dem Einsatzton und den Hilfstönen der Spalte rechts daneben.

Das Hilfstonschema wird also wie üblich gebildet und mit Stimmführungsmarkierungen versehen. Es wird nur anders gelesen.

Man geht von einem Einsatz aus, bei dem nur Konsonanzen entstehen, also z. B. vom Einsatz auf *h* im ersten Takt. Dann wird untersucht, ob der Einsatzton zu den Hilfstönen in der Spalte rechts daneben passt. Hier gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder er konsoniert oder er bildet eine Vorhaltsdissonanz. Das *h* trifft zweimal auf ein ↑*c*. Die Überbindung ist durch die Synkopen sowieso gegeben. Ob die Dissonanz richtig aufgelöst wird, lässt sich an den Markierungen erkennen. Auf das ↑*c* folgt jeweils das *d* links daneben. Die Sekunde geht also in eine Terz, d. h. der Vorhalt wird korrekt aufgelöst.

Die erste Stimme kann auch Patiensstimme sein. Dann ergibt sich diese Situation:

Original

zu früh

synkopisch

konsonant, nicht synkopisch

Im Hilfstoneschema wird das ganz ähnlich geschrieben:

Thema	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>g</i>
Hilfstöne	↑ <i>d</i> ↓				
	<i>d</i>	↑ <i>c</i>			
	↑ <i>d</i> ↓	<i>g</i> ↓	↙	↑ <i>f</i> ↓	
	<i>d</i>	↑ <i>c</i>	↙	<i>f</i>	↑ <i>e</i>
	<i>d</i>	<i>f</i>	↙	↑ <i>e</i>	<i>a</i>
synkopische Einsätze			+ <i>a</i>		

Der Einsatzton steht unter den Hilfstönen, zu denen er konsoniert. Links neben dem Einsatzton steht ein Pluszeichen. Das bedeutet, dass der Einsatz nach links verschoben ist, also eine halbe Note früher kommt. Auf den betonten Zeiten entstehen die Zusammenklänge zwischen dem Einsatzton und den Hilfstönen der Spalte links daneben. Das sieht dann so aus:

Allgemein gilt:

Die Hilfstöne für synkopische Einsätze stehen nicht in einer Spalte übereinander, sondern sind in einer Zickzacklinie angeordnet, die zwischen zwei Spalten hin- und herwechselt. Die diagonalen Verbindungen verlaufen von links oben nach rechts unten und die waagerechten von rechts nach links. Dabei entspricht die diagonale Folge der Hilfstöne einer Bewegung der ersten Stimme und die waagerechte Folge einer Bewegung der zweiten. Bei einigen Regeln kommt es darauf an, ob die zweite Stimme Agens- oder Patiensstimme ist:

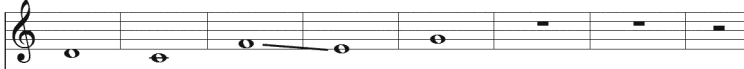

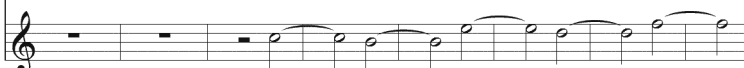
Die zweite Stimme ist
 Agensstimme: | Patiensstimme:
 Der Einsatzton konsoniert zu den Hilfstönen seiner Spalte.
 Zu den Hilfstönen der Spalte
 links | rechts
 daneben konsoniert er oder er bildet korrekt behandelte Vorhalte.
 Der Einsatz erfolgt einen halben Takt
 vor | nach
 der Einsatzposition mit den konsonierenden Hilfstönen.

Man kann sich auch die Eselsbrücke merken: Die Agensstimme kommt „zu früh“, die Patiensstimme kommt „zu spät“, wie beim Vorhalt.

Daraus lassen sich einige Schlüsse ziehen:

- Hilfstöne, die zum Einsatzton dissonieren, dürfen nur in einer der beiden Spalten vorkommen. Wenn sie in der linken stehen, ist die zweite Stimme Agensstimme, wenn sie in der rechten stehen, ist die zweite Stimme Patiensstimme.
- Jeder Spalte entsprechen zwei synkopische Einsatzpositionen, je nachdem, welche Stimme Patiensstimme ist.
- Wenn die zweite Stimme Patiensstimme ist, hat die Einsatzposition im Hilfston-schema das Pluszeichen rechts. Das bedeutet, dass die Hilfstöne in der Spalte rechts daneben dissonieren können. Wenn das Pluszeichen links steht, ist die zweite Stimme Agensstimme. Dann stehen die dissonierenden Hilfstöne in der Spalte links daneben. Das Pluszeichen steht also immer auf der Seite der Betonung.

Als Ausgangspunkt für die Suche nach synkopischen Sätzen müssen sogar Einsatzpositionen untersucht werden, an denen ohne synkopische Verschiebung gar kein regulärer Satz entsteht, z. B. so wie hier:

Original	
konsonant, nicht synkopisch	
synkopisch	

Der Satz ohne Synkopen ist zwar konsonant, aber er enthält Quintparallelen. Durch die Synkopierung verschwinden die Parallelen und der synkopische Satz ist regulär.

Wenn in der Zeile der Einsatztöne ein $c+$ steht, heißt das also noch nicht, dass c ebenfalls möglich ist. Es gibt nicht zu jedem synkopischen Einsatz einen entsprechenden Einsatz ohne Synkopen. Deshalb muss zwischen den Einsatztönen c und $c+$ unterschieden werden. Wegen der Regeln zum Vorhalt im Kanon⁸⁷ gilt:

Wenn die zweite Stimme Agensstimme ist, kann der Einsatzton nur zu Hilfstönen der Form $X \downarrow$ dissonieren, wenn die zweite Stimme Patiensstimme ist, nur zu Hilfstönen der Form $\uparrow X$. Pfeil und Pluszeichen stehen also auf entgegengesetzten Seiten: Zum Hilfston $X \downarrow$ passt der Einsatzton $+Y$, und zum Hilfston $\uparrow X$ passt der Einsatzton $Y+$.

Mit den synkopischen Einsätzen sieht das Hilfston-schema dann so aus:

⁸⁷ S. 387

Thema	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>g</i>	
Hilfstöne	↑ <i>d</i> ↓ <i>d</i> ↑ <i>d</i> ↓ <i>d</i> <i>d</i>	↙↘ ↙↘ ↙↘ ↙↘ ↙↘	↑ <i>c</i> <i>g</i> ↓ ↑ <i>c</i> <i>f</i>	↙↘ ↙↘ ↙↘ ↙↘ ↑ <i>e</i>	↙↘ ↙↘ ↙↘ ↙↘ <i>a</i>	↙↘ ↙↘ ↙↘ ↙↘ ↑ <i>g</i>
synkopische Einsätze	<i>h</i> +	<i>c</i> +	+ <i>a</i> , <i>c</i> +	+ <i>c</i> , <i>c</i> +, <i>e</i> +	+ <i>c</i> , + <i>e</i>	

Übrigens lässt sich das Verfahren genauso auf das Quodlibet übertragen.

10.6.5 Synkopischer Kanon – Bach, *h-Moll-Messe*, Credo

Ein synkopischer Kanon steht in Bachs *h-Moll-Messe*.⁸⁸ Das Thema ist



Oben⁸⁹ sind schon die einfachen Engführungen ermittelt worden, also die, in denen keine Dissonanzen vorkommen und bei denen der rhythmische Einsatzabstand ein Vielfaches des kleinsten Notenwertes ist. Nun wird das Hilfstonschema mit Stimmführungsmarkierungen versehen. Für die Untersuchung reicht die stufengetreue Version.

Thema	<i>e</i> ¹	<i>e</i> ¹	<i>c</i> ¹	<i>d</i> ¹	<i>c</i> ¹	<i>h</i>	<i>e</i> ¹	<i>f</i> ¹
Hilfstöne	<i>e</i> ¹							
	<i>e</i> ¹	<i>e</i> ¹						
	<i>e</i> ¹	<i>c</i> ¹	<i>c</i> ¹					
	↑ <i>e</i> ¹ ↓	<i>f</i> ¹ ↓	<i>d</i> ¹ ↓	<i>d</i> ¹ ↓				
	↑ <i>e</i> ¹ ↓	↑ <i>d</i> ¹ ↓	<i>e</i> ¹ ↓	<i>c</i> ¹ ↓	<i>c</i> ¹ ↓			
	<i>e</i> ¹	↑ <i>d</i> ¹	↑ <i>c</i> ¹	<i>d</i> ¹	<i>h</i>	<i>h</i>		
	<i>e</i> ¹	<i>a</i> ¹	↑ <i>g</i> ¹	↑ <i>f</i> ¹	<i>g</i> ¹	<i>e</i> ¹	<i>e</i> ¹	
	<i>e</i> ¹	<i>f</i> ¹	<i>h</i> ¹	↑ <i>a</i> ¹	↑ <i>g</i> ¹	<i>a</i> ¹	<i>f</i> ¹	<i>f</i> ¹
nicht synkopische Einsätze	<i>gahc</i>	<i>a</i>	<i>g</i>	<i>fa</i>	<i>eg</i>	<i>e</i>	<i>ahc</i>	<i>fahcd</i>
synkopische Einsätze	<i>c</i> +, <i>a</i> +	+ <i>a</i>	<i>g</i> +	∅	<i>e</i> +	+ <i>e</i>	+ <i>a</i> , <i>h</i> +, <i>c</i> +	+ <i>a</i> , + <i>h</i> , + <i>c</i>

Hier gibt es also eine ganze Reihe von synkopischen Einsätzen. Manche setzen erst auf dem vorletzten Ton des Themas ein. Der rhythmische Einsatzabstand ist dann sehr groß.

⁸⁸ Bach, *h-Moll-Messe*, BWV 232, Credo.

⁸⁹ S. 247

10 Das Quodlibet

Diese Einsätze sind also kontrapunktisch uninteressant. Wenn man von ihnen absieht, gibt es sechs synkopische Einsätze. Am meisten überzeugt wohl der Einsatz nach einer halben Note auf *cis*.

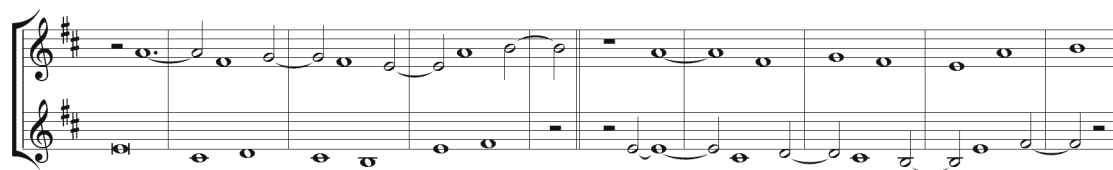


Der rhythmische Einsatzabstand ist so eng wie überhaupt möglich. An den Stellen mit den Sternchen entstehen Vorhaltsdissonanzen. Im Wesentlichen ist dies der Kanon, den Bach verwendet hat.⁹⁰ Er hat ihn allerdings noch in einen weiteren Kanon eingebettet. Mehr dazu folgt unten.⁹¹

Hier und in den nächsten Beispielsätzen stehen übrigens auch verminderte oder übermäßige Intervalle. Dies hat aber keine Auswirkung auf die Regularität. Es ist gezeigt worden,⁹² wie man sie korrigieren kann. Außerdem kommen sie bei Bach vor.

Die übrigen Kanons überzeugen weniger: Die Einsätze auf *a* führen nicht zu Dissonanzen. Die waren für Bach aber offenbar wichtig. Er hat sogar die Gestalt eines Themas geändert, um eine größere Zahl von Vorhaltsdissonanzen zu bekommen.⁹³

Bei den Kanons ohne Dissonanzen liegt die metrische Orientierung nicht fest. Hier sind beide Versionen regulär.



Der Einsatz auf *g* enthält einen Nonvorhalt. Das war für Bach offenbar kein Problem.⁹⁴ Beim Einsatz auf *e* ist der rhythmische Einsatzabstand ziemlich groß. Außerdem enthält der Satz keine Vorhaltsdissonanz. Deshalb sind beide metrischen Orientierungen möglich; sie werden aber nicht beide abgebildet.

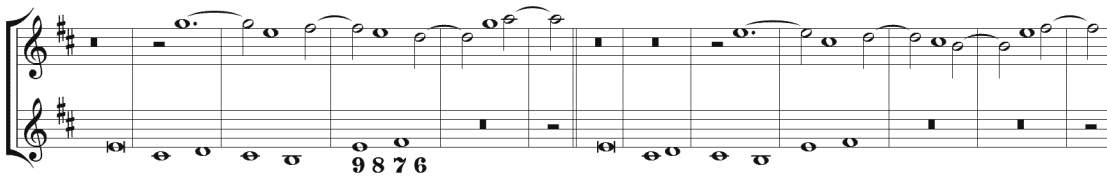
⁹⁰ Bach, *h-Moll-Messe*, BWV 232, Credo, T. 34 zwischen den beiden Sopranen und T. 38 zwischen den beiden Violinen.

⁹¹ S. 420.

⁹² S. 252

⁹³ S. 396.

⁹⁴ In T. 36 hat er ihn verwendet. Siehe auch S. 422.



Bachs Kanon kann also als Auswahl unter mehreren Möglichkeiten aufgefasst werden, und zwar nach diesen Kriterien:

- Die engere Imitation ist die bessere.
- Die Imitation mit Vorhaltsdissonanzen ist die bessere.

10.7 Akkordseptimen

10.7.1 Grundlagen

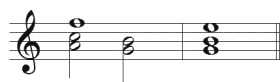
Weitere wichtige Dissonanzen sind die Akkordseptimen. Sie kommen auch in Kanons vor. Deshalb ist es sinnvoll, das Hilfstonverfahren so zu erweitern, dass auch Sätze mit Akkordseptimen gefunden werden. Dabei besteht jedoch ein Problem: Im Kontrapunkt der klassischen Vokalpolyphonie sind vielstimmige Tonsätze regulär, wenn alle zweistimmigen Teilsätze regulär sind. Dies stimmt im Fall von Akkordseptimen nicht. Zum Beispiel ist dieser Satz irregulär:



Das kann man aber nicht damit begründen, dass er einen irregulären zweistimmigen Teilsatz enthält. Die Mittelstimme bildet mit jeder der beiden Außenstimmen einen regulären Satz, sogar nach den Kriterien des alten Kontrapunkts. Der Satz der beiden Außenstimmen wäre nach den Regeln des alten Kontrapunkts irregulär. In einem Stil, in dem Septakkorde vorkommen, kann er jedoch sehr wohl regulär sein, z. B. in diesem Zusammenhang:



Ein ähnliches Problem gibt es bei der Auflösung der Akkordseptime. Falsch wäre z. B.:



Das wäre nur die Auflösung eines Septvorhalts mit falscher Metrik.⁹⁵ Trotzdem ist der Satz der Außenstimmen nicht falsch. Im folgenden Beispiel ist er genauso enthalten, hier als Satz von Sopran und Tenor, und in diesem Kontext ist er richtig:



Ist die Auflösung einer Akkordseptime in eine Sexte regulär oder nicht? Das lässt sich abstrakt gar nicht beantworten. Es geht nämlich nicht aus der Zweistimmigkeit hervor, sondern es kann nur im Zusammenhang des ganzen Satzes beurteilt werden. Dabei kommt es auf die Klanggestalt der Dissonanz an und auf den Auflösungsklang.

Auf der Grundlage dieser Überlegungen kann man Regeln für Sätze mit Akkordseptimen formulieren, die ohne den Akkordbegriff auskommen. Dazu werden die zweistimmigen Fortschreitungen eingeteilt in kontextabhängige und kontextunabhängige. Die kontextunabhängigen sind die regulären Fortschreitungen des alten Kontrapunkts. Wenn in einem Satz jede Fortschreitung jedes Stimmenpaares kontextunabhängig ist, ist er regulär. Damit sind nicht nur rein konsonante Sätze gemeint, sondern auch die Dissonanzen des alten Kontrapunkts.

Daneben gibt es kontextabhängige Fortschreitungen. Im alten Kontrapunkt sind sie irregulär, aber in einem Stil mit Akkordseptimen können sie regulär oder irregulär sein; das hängt vom Kontext ab.

Generell wird in den folgenden Regeln von der Oktavlage abstrahiert. Die Quarte über dem Grundton kann also real auch eine Quinte darunter liegen. Außerdem werden noch diese Bezeichnungen eingeführt:

Unabhängig von Oktavlagen wird derjenige Ton als „Septime“ bezeichnet, der ggf. um eine geeignete Anzahl von Oktaven versetzt werden kann, sodass er eine Septime über dem Ton liegt, zu dem er dissoniert. Der andere wird als „Grundton“ bezeichnet.

Damit lassen sich diese Regeln formulieren:

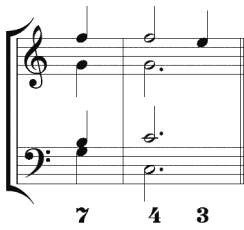
Ein Tonsatz ist regulär, wenn alle zweistimmigen Teilfortschreitungen kontextunabhängig sind, oder wenn bei den kontextabhängigen Teilfortschreitungen diese Bedingungen erfüllt sind:

1. Die Septim löst sich mit einem Sekundschrift abwärts auf oder bereitet einen Quart- oder Sextvorhalt vor.
2. Der Auflösungsklang enthält die Terz oder die Quinte unter dem Auflösungston der Septime oder eine Dissonanz, die sich in die Terz unter dem Auflösungston auflösen muss.
3. Wenn sich die Septime schrittweise abwärts auflöst und keinen Vorhalt vorbereitet, kann sie in alle Intervalle gehen außer in die Septime oder in die Oktave.

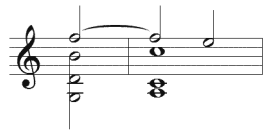
⁹⁵ Es gibt Ausnahmen, z. B. Vivaldi, *L'estro armonico*, op. 3, Nr. 8, RV 522, erster Satz, T. 14, oder Nr. 11, RV 565, vierter Satz, T. 106.

4. Innerhalb der Septim sind Quart, Sext oder Non über dem Grundton nur als Vorhaltsdissonanzen möglich.
5. Vorhalte innerhalb von Akkordseptimen dürfen sich vor der Akkordseptime auflösen oder gleichzeitig mit ihr, aber nicht später.
6. Vorhalte können ihren Auflösungsdruck nicht auf eine folgende Akkordseptime übertragen.

Regel 1 erlaubt die gewöhnliche Auflösung des Septakkords und die Vorbereitung von Vorhalten.⁹⁶ Der Quartvorhalt sieht so aus:



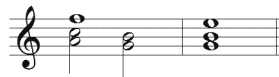
Wenn eine Akkordseptime einen Sextvorhalt vorbereitet, entsteht eine Konsonanz mit Auflösungsdruck. Das widerspricht dem traditionellen Begriff der Konsonanz, aber man kann es wohl kaum anders auffassen. Eine Konsonanz erbt sozusagen den Auflösungsdruck der Dissonanz davor:



Regel 2 verlangt den Quintfall oder den Trugschluss.

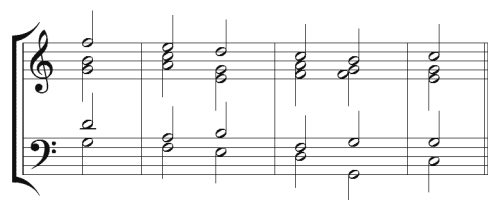


Dagegen wird Folgendes ausgeschlossen:



⁹⁶ Beispiele sind Bach, *Johannes-Passion*, BWV 245, Nr. 52, Choral *In meines Herzens Grunde*, T. 3 und Bach, Choralvorspiel für Orgel *Aus tiefer Not schrei ich zu dir*, BWV 686, T. 5.

Der Auflösungsakkord enthält kein *c* und kein *a*, also weder die Terz, noch die Quinte unter dem Auflösungston. Auch gibt es keine Dissonanz, die sich ins *c* auflösen müsste. Regel 3 verbietet zwei Auflösungsintervalle, die Septime und die Oktave. Solche Auflösungen gibt es zwar auch ab und an, aber sie sind doch wohl wesentlich seltener als die anderen. Die Auflösung in die Oktave führt zu verdeckten Parallelen. Das gibt es z. B. bei Haydn.⁹⁷ Septimparallelen kommen z. B. bei Corelli vor.⁹⁸ Es scheint aber schwierig, die Bedingungen anzugeben, unter denen sie regulär sind. Wenn man Septimparallelen generell zuließe, wäre dieser Satz regulär:



Historisch gesehen ist er es sicher nicht. Die Regelhypothese, Septimen könnten wieder in Septimen aufgelöst werden, wird durch Tonsätze widerlegt, die der Regel genügen, aber offenkundig falsch sind. So argumentiert auch Rovenko im Zusammenhang mit der barocken Dissonanzbehandlung.⁹⁹

Um das Verfahren anwenden zu können, wird also eine strukturell einfache Lösung einer historisch vollständigen vorgezogen. Das ist deswegen legitim, weil es zweifelhaft scheint, ob eine historisch vollständige Lösung überhaupt möglich ist.

Regel 4 handelt von Vorhalten innerhalb von Septakkorden. Die Bezeichnung „Sextvorhalt“ bezieht sich auf den Grundton. Kontrapunktisch gesehen ist es ein Septvorhalt zur Septime. Zu den übrigen Stimmen konsoniert er.



Dagegen ist dieser Satz falsch.



Der Akkord auf der zweiten Hälfte des ersten Takttes enthält ein *g*. Dieses *g* ist die Quarte über dem Grundton *d*. Es müsste also als Vorhalt behandelt werden. Das wird es aber nicht.

Regel 5 legt die Reihenfolge der Auflösungen fest. Möglich sind z. B. diese:

⁹⁷ Haydn, *Symphonie B-Dur*, Hob. I:102, Trio, T. 74.

⁹⁸ Corelli, *Triosonate g-Moll*, op. 3, Nr. 11, vierter Satz, T. 42.

⁹⁹ Rovenko S. 135 f.

Regel 6 verbietet solche seltsamen Fortschreitungen wie diese hier:

Vorhalte können also innerhalb von Septimen aufgelöst werden; umgekehrt gilt das aber nicht. Zwischen Vorhaltsdissonanz und Akkordseptime gibt es also eine Hierarchie. Akkorddissonanzen sind stabiler als Vorhaltsdissonanzen. Ihr Auflösungsdruck ist geringer. Sie sind sozusagen weniger dissonant.

Im Zusammenhang mit dem Quodlibet stellen sich zwei Fragen:

- Welche zweistimmigen Sätze müssen in einem Stil mit Akkordseptimen akzeptiert werden?
- Wie kann man das Hilfstonverfahren erweitern, sodass schon allein aus dem Hilfs-tonschema hervorgeht, ob ein Satz korrekt ist?

Zur ersten Frage: Das Beispiel oben zeigt, dass die Folge 7-6 mit unbetonter Septime Bestandteil eines regulären Satzes sein kann. Ob der Satz insgesamt regulär ist, kann man anhand der Zweistimmigkeit aber noch nicht beurteilen, sondern das hängt vom Kontext ab. Erst einmal muss die Folge 7-6 mit unbetonter Septime also akzeptiert werden. Das lässt sich verallgemeinern. Um möglichst viele Sätze zu finden, müssen alle Septimauf-lösungen berücksichtigt werden, zu denen es überhaupt einen regulären Kontext geben kann. Erst anschließend wird untersucht, ob sich tatsächlich ein solcher Kontext konstruieren lässt, d. h. ob sich die zweistimmigen Sätze durch zusätzliche Stimmen so erweitern lassen, dass ein regulärer Satz entsteht. Bei Literaturbeispielen scheinen solche Ergän-zungsvorschläge vielleicht vermessen, aber wegen des satztechnischen Regelsystems sind sie notwendig.

10 Das Quodlibet

Zur zweiten Frage: Kanons mit Akkordseptimen werden genauso bestimmt wie Kanons mit Vorhaltsdissonanzen, nämlich durch Stimmführungsmarkierungen. Die Herleitung des Verfahrens ist ganz ähnlich. Sie wird deshalb ausgelassen.

Und so geht man vor:

Wenn auf einen Ton von Thema I dessen Untersekunde folgt, werden sämtliche Hilfstöne der entsprechenden Zeile markiert, und zwar durch einen Pfeil nach unten hinter dem Hilfston. Wenn auf einen Ton von Thema II dessen Untersekunde folgt, werden sämtliche Hilfstöne der entsprechenden Diagonale markiert, und zwar durch einen Pfeil nach oben vor dem Hilfston. Der Pfeil abwärts überträgt sich auf die Zeilen, der Pfeil aufwärts auf die Diagonalen, genauso wie bei den Vorhalten.

Beim Ermitteln der Einsatztöne muss man auf die Richtung der Pfeile achten, und zwar zeigt der Pfeil in Richtung einer imperfekten Konsonanz zum Einsatzton. Zum Beispiel zeigt der Pfeil bei $g \downarrow$ abwärts, also zum f . Deshalb ergibt $g \downarrow$ mit dem Einsatzton a eine Akkordseptime, da a und f eine imperfekte Konsonanz bilden. Die Kombination von $g \downarrow$ und dem Einsatzton f wäre dagegen falsch. Zum Einsatzton a passen also die Hilfstöne $g \downarrow$ und $\uparrow h$, $h \downarrow$ und $\uparrow g$ wären falsch.

Zum Beispiel sollen diese beiden Themen kombiniert werden:



Das Hilfstonschema dazu ist dieses:

Thema I					$a \downarrow$	$g \downarrow$	$f \downarrow$	e	a
Thema II					a	a	d	$d \downarrow$	c
Hilfstöne	$f \downarrow$	$\uparrow e \downarrow$	$e \downarrow$	$a \downarrow$	$a \downarrow$				
		$e \downarrow$	$\uparrow d \downarrow$	$d \downarrow$	$g \downarrow$	$g \downarrow$			
			$d \downarrow$	$\uparrow c \downarrow$	$c \downarrow$	$f \downarrow$	$f \downarrow$		
				c	$\uparrow h$	h	e	e	
					f	$\uparrow e$	e	a	a
Einsatztöne für Sätze mit Akkordseptimen	g		f	e	da	dg	g		

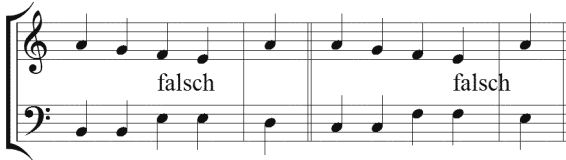
Beim ersten Ton von Thema I sind keine konsonanten Einsätze möglich. Wenn jedoch Akkordseptimen akzeptiert werden, sind Einsätze auf d und a korrekt. Zu $c \downarrow$ passt das d und zu $g \downarrow$ und $\uparrow h$ das a . Das ergibt diese Sätze:



Die Akkordseptimen sind mit „AS“ gekennzeichnet. Der rechte Satz ist in der bloßen Zweistimmigkeit wohl nicht regulär. Er lässt sich aber zu einem regulären Satz erweitern, z. B. so:



Einsätze auf *h* und *c* wären dagegen falsch. Bei den Hilfstönen $\uparrow h$ und $c \downarrow$ zeigen die Pfeile auf *c* bzw. *h*, also in Richtung der perfekten Konsonanz. Das heißt: der Einsatzton *h* passt nicht zu $c \downarrow$ und der Einsatzton *c* passt nicht zu $\uparrow h$. Deshalb entstehen keine Akkordseptimen, und diese zweistimmigen Sätze sind falsch:



Hier löst sich sozusagen die falsche Stimme auf, nicht die Septime, sondern der Grundton.

10.7.2 Akkordseptimen – Mozart, *c-Moll-Messe*

Das Gloria von Mozarts großer *c-Moll-Messe*¹⁰⁰ schließt mit einer Fuge über das Thema



In manchen Engführungen werden einzelne Thementöne als Akkordseptimen behandelt. Das Hilfstonschema ist dieses:

¹⁰⁰Mozart, *Messe c-Moll*, KV 427. Die Schlussfuge des Gloria beginnt in T. 548.

Thema	<i>c</i>	<i>f</i> ↓	<i>e</i>	<i>a</i> ↓	<i>g</i> ↓	<i>f</i> ↓	<i>e</i>
Hilfstöne	<i>c</i>						
	↑ <i>c</i> ↓	<i>f</i> ↓					
	<i>c</i>	↑ <i>h</i>	<i>e</i>				
	↑ <i>c</i> ↓	<i>f</i> ↓	↑ <i>e</i> ↓	<i>a</i> ↓			
	↑ <i>c</i> ↓	↑ <i>h</i> ↓	<i>e</i> ↓	↑ <i>d</i> ↓	<i>g</i> ↓		
	↑ <i>c</i> ↓	↑ <i>h</i> ↓	↑ <i>a</i> ↓	<i>d</i> ↓	↑ <i>c</i> ↓	<i>f</i> ↓	
	<i>c</i>	↑ <i>h</i>	↑ <i>a</i>	↑ <i>g</i>	<i>c</i>	↑ <i>h</i>	<i>e</i>
Einsatztöne für vollständig konsonante Sätze	<i>efga</i>	<i>df</i>	<i>c</i>		<i>eg</i>	<i>hdf</i>	<i>egahe</i>
Einsatztöne für Sätze mit Akkordseptimen		<i>g</i>		<i>fh</i>	<i>a</i>	<i>ga</i>	

Hier führt ein Einsatz auf *g* im zweiten Takt zu korrekt behandelten Akkordseptimen, d. h. der Einsatzton *g* passt zum Hilfston *f*↓. An beiden Stellen hat das *f*↓ die Abwärtsmarkierung und direkt darunter steht ein *h*, d. h. die Septimen lösen sich in Terzen auf. Der Satz ist also korrekt.

Analog sind folgende Einsätze möglich: im vierten Takt auf *h* und im sechsten Takt auf *g* und *a*. Die Einsätze im zweiten und im sechsten Takt hat Mozart mehrfach verwendet.¹⁰¹

In der Messe erscheint die Engführung mit dem kleineren rhythmischen Einsatzabstand weiter hinten.

Das Thema lässt sich auf vielfache Weise engführen. Mozart hat aber nicht alle Möglichkeiten ausgeschöpft. Im zweiten Takt wäre eine Engführung in der Unterseptim möglich gewesen, und zwar als vollständig konsonanter Satz. Das kommt bei Mozart aber nicht vor. Offenbar hat er also die Dissonanzen nicht nur in Kauf genommen, sondern er hat sie sogar vorgezogen, ähnlich wie Bach in der Es-Dur-Fuge für Orgel.¹⁰²

Mozart hat aber auch nicht alle Engführungen mit Septakkorddissonanzen verwendet. Zum Beispiel fehlen die Einsätze auf *h* im vierten Takt und auf *a* im fünften und sechsten

¹⁰¹ Mozart, *Messe c-Moll*, KV 427, Gloria, im sechsten Takt T. 566, 648, im zweiten Takt T. 601, T. 622.

In T. 708 wird sogar eine vierstimmige Engführung angedeutet.

¹⁰²S. 396.

Takt. Wichtiger als die kontrapunktische Vielfalt war ihm also die tonale Fasslichkeit und die ist am größten bei Imitationen im Quart-, Quint- und Oktavabstand.

10.7.3 Akkordseptimen und Synkopen – Bach, *h-Moll-Messe*, Credo

Bei den Überlegungen zur Credo-Fuge der *h-Moll-Messe* wurde die Möglichkeit von Akkordseptimen bisher nicht berücksichtigt.¹⁰³ Hier muss also noch eine analytische Lücke geschlossen werden. Dazu wird das Hilfstonschema von oben entsprechend erweitert.

¹⁰³Zu den einfachen Kanons siehe S. 247, und zu den synkopischen S. 401.

Thema	e^1	e^1	c^1	d^1	c^1	h	e^1	f^1	
Hilfstöne	e^1								
	e^1								
	e^1	e^1							
	e^1	c^1							
	$\uparrow e^1 \downarrow$	$f^1 \downarrow$	$d^1 \downarrow$	$d^1 \downarrow$					
	$\uparrow e^1 \downarrow$	$\uparrow d^1 \downarrow$	$e^1 \downarrow$	$c^1 \downarrow$	$c^1 \downarrow$				
	e^1	$\uparrow d^1$	$\uparrow c^1$	d^1	h	h			
	e^1	a^1	$\uparrow g^1$	$\uparrow f^1$	g^1	e^1	e^1		
	e^1		h^1	$\uparrow a^1$	$\uparrow g^1$	a^1	f^1	f^1	
		$gahc$	a	g	fa	eg	e	ahc	
		$c+, a+$	$+a$	$g+$		$e+$	$+e$	$a+, h+, c+$	$+a, +h, +c$
				f		d	\emptyset	\emptyset	\emptyset
		$+c$	$f+$	$d+$	$+d$	\emptyset	\emptyset	\emptyset	
Einsatztöne									
	ohne Akkordseptimen	ohne Synkopen							
	mit Akkordseptimen	mit Synkopen							
	ohne Akkordseptimen	ohne Synkopen							
	mit Akkordseptimen	mit Synkopen							

Es gibt also zwei Kanons mit Akkordseptimen ohne Synkopen, nämlich diese:

Sie sind hier so versetzt, dass Dominantseptakkorde entstehen. Die Sätze wirken recht sperrig. Satztechnisch sind sie denkbar, aber sicher weniger günstig als die Kanons ohne Akkordseptimen.¹⁰⁴

Bei den synkopierten Kanons ist erst einmal nicht klar, wie man sie findet; denn es ist ja nicht selbstverständlich, dass die Stimmführung bei Akkordseptimen und Vorhalten auf dieselbe Weise markiert werden kann. Außerdem können Akkordseptimen Vorhalte vorbereiten. Auch als Auflösungsintervalle kommen sie in Betracht. Die Untersuchung dieser Probleme ist ziemlich umfangreich, aber nicht besonders schwierig. Deshalb werden hier nur die Ergebnisse zusammengefasst:

- Die Stimmführung kann bei Akkordseptimen und Vorhalten auf dieselbe Weise markiert werden, da beide gleich aufgelöst werden.
- Um möglichst alle Kanons zu finden, werden Akkordseptimen im Zweifelsfall als möglich aufgefasst. Dabei entstehen vielleicht auch ein paar problematische oder sogar falsche Sätze, aber die Lösungen müssen sowieso noch untersucht werden und dabei werden die unbrauchbaren aussortiert.

Im Hilfstonschema stehen vier Lösungen. Die erste ist diese:

Der Satz ist möglich. Er enthält zwei Akkordseptimen. Der Kanon der Oberstimmen entspricht der besten synkopischen Lösung. Nur die metrischen Verhältnisse sind umgekehrt. Bach hat nicht diese Engführung mit den Akkordseptimen komponiert, sondern die Engführung mit den Vorhalten von oben.¹⁰⁵ Dafür gibt es mehrere Argumente:

¹⁰⁴ S. 247 ff.

¹⁰⁵ S. 402.

10 Das Quodlibet

- Vorhalte schränken die übrigen Stimmen satztechnisch weniger ein als Akkordseptimen.
- In der Fassung mit den Septakkorden ist erste Stimme synkopisch versetzt und die zweite Stimme entspricht metrisch dem Original. Deshalb hat die zweite Stimme ästhetisch den Vorrang vor der ersten. Es ist aber besser, wenn die Stimme mit dem ästhetischen Vorrang auch als erste einsetzt. Dies ist der Fall in der Fassung mit den Vorhaltsdissonanzen.
- Von allen Septakkorden sind die Dominantseptakkorde am leichtesten verständlich. Wenn beide Septakkorde Dominantseptakkorde sind, entsteht jeweils zwischen Grundton und Septime eine große Sekunde, im Beispiel also einmal zwischen *h* und *cis* und einmal zwischen *a* und *h*. Dazu muss die zweite Stimme mit einer großen Terz anfangen und nicht mit einer kleinen wie das Originalthema. Die zweite Stimme hat aber wegen der Metrik den ästhetischen Vorrang. Deswegen wäre es besser, wenn sie die originale Leiterstruktur hätte. Das ist aber nicht möglich.

Der zweite Kanon ist dieser hier:

The musical score for the second canon consists of three staves. The top staff is in treble clef, the middle in alto clef, and the bottom in bass clef. The key signature has two sharps (F# and C#). The top staff begins with a whole rest, followed by a series of notes: G4, A4, B4, C5, B4, A4, G4. The middle staff begins with a whole rest, followed by notes: G3, A3, B3, C4, B3, A3, G3. The bottom staff begins with a whole rest, followed by notes: G2, A2, B2, C3, B2, A2, G2. There are annotations 'AS' in the middle staff above the notes C4 and B3, and '6/5' in the bottom staff below the notes C3 and B2.

Auch er ist hier so versetzt, dass sich Dominantseptakkorde ergeben. Er enthält zwei Akkordseptimen auf unbetonter Zeit. Die zweite bereitet einen Quartvorhalt vor. Der Satz ist denkbar, aber sicher schwächer als die übrigen synkopischen Engführungen, auch wegen des größeren rhythmischen Einsatzabstandes.

Die beiden übrigen Kanons sehen so aus:

The musical score for the other two canons consists of three staves. The top staff is in treble clef, the middle in alto clef, and the bottom in bass clef. The key signature has two sharps (F# and C#). The top staff begins with a whole rest, followed by notes: G4, A4, B4, C5, B4, A4, G4. The middle staff begins with a whole rest, followed by notes: G3, A3, B3, C4, B3, A3, G3. The bottom staff begins with a whole rest, followed by notes: G2, A2, B2, C3, B2, A2, G2. There are annotations 'AS' in the middle staff above the notes C4 and B3.

Links entsteht ein Septakkord, der eine ganze Note lang dauert, also doppelt so lang ist wie die Septakkorde in den anderen Beispielen. Rechts lässt sich ein Quartvorhalt durch eine Akkordseptime vorbereiten. Beide Kanons sind sicher weniger günstig als der beste Synkopen-Kanon von oben, schon allein wegen des großen rhythmischen Einsatzabstandes.

Damit ist die analytische Lücke geschlossen. Das Thema ist nun auch daraufhin untersucht, welche Kanons mit Akkordseptimen möglich sind. Es gibt also noch ein paar mehr Kanons, aber sie sind alle schwächer als die Kanons ohne Akkordseptimen. Speziell gilt das für den besten Synkopen-Kanon von oben. Er bleibt auch unter den erweiterten Bedingungen der beste.

10.7.4 Verkürzung des Anfangstons

Bach hat mit demselben Thema auch einen Augmentationskanon¹⁰⁶ geschrieben. Dieser Kanon soll jetzt analysiert werden. Dazu wird das Hilfstonverfahren verwendet. Das eine der beiden Themen ist die augmentierte Melodie und das andere die nicht augmentierte. Vorher muss allerdings noch ein zusätzliches Problem gelöst werden: Bach hat das Thema nämlich etwas geändert. In der nicht augmentierten Form ist der erste Ton nur eine ganze Note lang. Solch eine Verkürzung des Anfangstons ist nichts Besonderes; das gibt es auch in anderen Fugen.¹⁰⁷ Das augmentierte Thema ist nicht verkürzt. Hier bleibt der erste Ton doppelt so lang wie die folgenden.

Um herauszufinden, warum Bach das Thema verkürzt haben könnte, muss geklärt werden, wie die Augmentation mit dem verkürzten Thema kombiniert werden kann und wie mit dem nicht verkürzten. Dazu wären zwei Hilfstonschemata nötig, eins für das verkürzte Thema und eins für das unverkürzte. Man kommt aber auch mit einem einzigen Schema aus. Wie, wird jetzt dargestellt. Danach wird der Augmentationskanon analysiert. Zum Beispiel sollen diese beiden Themen kombiniert werden:



Der Anfangston des zweiten Themas kann zwei ganze Noten lang sein oder nur eine. Die eingerahmte Note kann also fehlen. Dafür ergeben diese beiden Hilfstonschemata:

¹⁰⁶ Bach, *h-Moll-Messe*, BWV 232, Credo, T. 33.

¹⁰⁷ z. B. im *Wohltemperierten Klavier*: erster Band, cis-Moll-Fuge, BWV 849, T. 7, zweiter Band Es-Dur-Fuge, BWV 876, T. 31, und E-Dur-Fuge, BWV 878, T. 9, und in der großen Orgelfuge in Es-Dur, BWV 552, siehe S. 396.

10 Das Quodlibet

	unverkürztes Thema II						verkürztes Thema II				
Einsatzpositionen	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
Thema I			<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>e</i>		<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
Thema II			<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>			<i>c</i>	<i>a</i>		
Krebsumkehrung von Thema II	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>c</i>				<i>e</i>	<i>c</i>			
Hilfstöne	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>c</i>				<i>e</i>	<i>c</i>			
		<i>f</i>	<i>d</i>	<i>d</i>				<i>f</i>	<i>d</i>		
			<i>a</i>	<i>f</i>	<i>f</i>				<i>a</i>	<i>f</i>	
				<i>g</i>	<i>e</i>	<i>e</i>				<i>g</i>	<i>e</i>
Einsatztöne	<i>egahc</i>	<i>fac</i>	<i>fa</i>	<i>hd</i>	<i>ahc</i>	<i>egahc</i>	<i>egahc</i>	<i>fac</i>	<i>dfa</i>	<i>hcd</i>	<i>egahc</i>

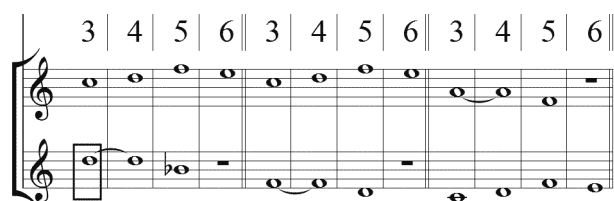
Die Schemata sind fast gleich. Es fehlt nur im rechten die Diagonale, die im linken ganz rechts steht.

Beide Schemata werden zusammengefasst. Dabei werden diejenigen Hilfstöne eingeklammert, die bei einer Verkürzung von Thema II wegfallen, also in der rechten Tabelle fehlen. Die Nummern für die Einsatzpositionen entsprechen dem Schema für das unverkürzte Thema. Die Zeilen mit den Einsatztönen sind übereinander geschrieben.

Einsatzpositionen	1	2	3	4	5	6
Thema I			<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
Thema II			(<i>c</i>)	<i>c</i>	<i>a</i>	
Hilfstöne	<i>e</i>	<i>c</i>	(<i>c</i>)			
		<i>f</i>	<i>d</i>	(<i>d</i>)		
			<i>a</i>	<i>f</i>	(<i>f</i>)	
				<i>g</i>	<i>e</i>	(<i>e</i>)
Einsatztöne bei unverkürztem Thema II	<i>egahc</i>	<i>fac</i>	<i>fa</i>	<i>hd</i>	<i>ahc</i>	<i>egahc</i>
Einsatztöne bei verkürztem Thema II	<i>egahc</i>	<i>fac</i>	<i>dfa</i>	<i>hcd</i>	<i>egahc</i>	

Ein rechnerischer Einsatz auf Position 3 bedeutet: das unverkürzte Thema II setzt beim *c* von Thema I ein, das verkürzte Thema II jedoch erst einen Ton später, beim *d*. Das ist also so, als ob das unverkürzte Thema II bei Position 3 einsetzt und anschließend die erste Note verkürzt wird. Beim verkürzten Thema unterscheiden sich also die rechnerische und die musikalische Einsatzposition.

Durch das Verkürzen werden mehr Einsätze möglich, z. B. bei Position 3: die verkürzte Fassung kann auf *d*, *f* und *a* einsetzen, die unverkürzte dagegen nur auf *f* und *a*.



10.7.5 Augmentationskanon – Bach, *h-Moll-Messe*, Credo

Nun zur *h-Moll-Messe*. Die augmentierte Melodie wird als Thema I gewählt und die ursprüngliche als Thema II. Dabei wird angenommen, dass der Anfangston von Thema II verkürzt werden kann.

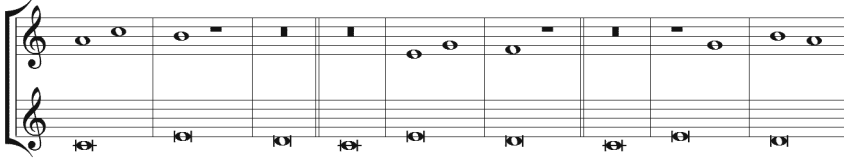
Hier ließe sich einwenden, dass konsequenterweise auch die Kombinationen mit der verkürzten Augmentation untersucht werden müssten. Das wird aber nicht weiter verfolgt; denn musikalisch ist es sinnvoll, den Anfangston der Augmentation lang zu lassen. Nur dann erkennt man nämlich die Augmentation schon gleich beim ersten Ton.

Für die Augmentation wird ein Beginn mit *a* gewählt, so wie bei Bach. Das bedeutet aber keine Einschränkung für die Allgemeingültigkeit der folgenden Überlegungen. Es ergibt sich dieses Hilfstonschema:

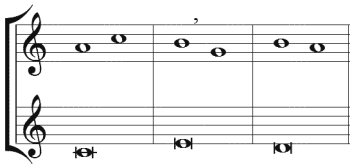
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Th. aug.									a	a	a	fis	fis	g	g	fis	fis	e	e	a	a	h	h
Th.								(a)	(a)	fis	g	fis	e	a	h								
Hilfstöne	g	a	d	↑c	↑h	c	a	a	(a)														
	g	a	d	↑c	↑h	c	a	a	(a)														
	g	a	d	↑c	↑h	c	a	a	(a)														
	g	a	d	↑c	↑h	c	a	a	(a)														
	e	fis	h	↑a	↑gis	a	fis	(fis)															
	e	fis	h	↑a	↑gis	a	fis	(fis)															
	f	g	c	↑b	↑a																		
	f	↓g	↓c	↑b	↑a																		
Th. II u.	de	d	∅	a	a	∅	∅	∅	∅	∅	d	∅	∅	e(d)	d	∅	∅	ga	a	a	d	deh	
Et. i.	c	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	c	f	∅	∅	c	c	∅	∅	∅	∅	∅	∅	fis	fis, g	
Th. II v.	de	d	∅	a	a	∅	∅	∅	∅	∅	d	∅	e	e(d)	d	∅	∅	∅	∅	∅	a	d	
Et. s.	c	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	c	f	∅	∅	c	c	∅	∅	∅	∅	∅	∅	f	ghf	

Abkürzungen: Th. aug.: Thema augmentiert; Th.: Thema; Th. II u./v.: Thema II unverkürzt/verkürzt; Et. i.: Einsatztöne intervallgetreu; Et. s.: Einsatztöne stufengetreu

Ein Kanon ohne Augmentation ist besonders dicht, wenn die Stimmen in einem engen rhythmischen Abstand einsetzen. Aber das lässt sich nicht auf den Augmentationskanon übertragen. Egal, wo das nicht augmentierte Thema einsetzt, mindestens an der Hälfte der Zählzeiten erklingt das Thema nur in einer Stimme, z. B. so wie hier:



Damit ein Augmentationskanon eine hohe thematische Dichte bekommt, muss das nicht augmentierte Thema zweimal nacheinander einsetzen, einmal am Anfang und dann in der Mitte, etwa so:



Dann erklingt das Thema überall in mindestens zwei Stimmen und der Satz der thematischen Stimmen wird so dicht wie möglich. Solche Engführungen gibt es z. B. im *Wohltemperierten Klavier*.¹⁰⁸

Um einen möglichst dichten Kanon zu finden, werden erst die Einsätze bestimmt, die ungefähr gleichzeitig mit der Augmentation beginnen, und diejenigen, die ungefähr gleichzeitig mit ihr enden. Anschließend wird untersucht, wie sie sich kombinieren lassen.

Die Augmentation beginnt bei 8. Hier ist kein Einsatz möglich. Deshalb werden die Einsatzpositionen kurz davor und danach berücksichtigt, also 6 und 9.

Augmentiertes und nicht augmentiertes Thema würden gleichzeitig enden, wenn das nicht augmentierte bei 16 einsetzte. Dort ist aber kein Einsatz möglich, aber eine Position davor und danach. Ein dichter Augmentationskanon wird also mit diesen Einsätzen möglich:

¹⁰⁸Bach, *Wohltemperiertes Klavier*, erster Band, Fuge dis-Moll, BWV 853, T. 61, und Bach, *Wohltemperiertes Klavier*, zweiter Band, Fuge c-Moll, BWV 871, T. 14.

Jeweils ein früher und ein später Einsatz lassen sich kombinieren. Wenn die Einsätze bei 9 und 15 kombiniert werden, muss bei dem zweiten Einsatz der erste Ton verkürzt werden. Weniger günstig wäre wohl eine Kombination der Einsätze bei 6 und bei 17. Dann entsteht nämlich eine Lücke von mindestens drei ganzen Noten.

Es gibt also mehrere dichte Augmentationskanons. Einer davon steht bei Bach. Nun soll versucht werden, herauszufinden, was Bachs Version auszeichnet. Dabei muss man allerdings berücksichtigen, dass Bachs Einführung nicht nur ein Augmentationskanon ist. Bach hat nämlich auch noch den synkopischen Kanon mit einbezogen.

10.7.6 Synkopischer und Augmentationskanon – Bach, *h-Moll-Messe*

Das Thema erscheint also gleichzeitig in drei verschiedenen Formen. Sie unterscheiden sich durch die metrische Position, auf der die Töne beginnen, und durch den Rhythmus. Diese Formen werden im Folgenden als „Original“, „Vergrößerung“ und „Synkopierung“ bezeichnet.¹⁰⁹ Zur Analyse müssen also drei Arten von Kanons untersucht werden:

- der Kanon von Original und Synkopierung
- der Kanon von Original und Augmentation
- der Kanon von Synkopierung und Augmentation

Die ersten beiden Kanons sind bereits besprochen. Es bleiben also noch die synkopischen Einsätze zur Augmentation. Hier muss für die beiden frühen und die beiden späten Einsatzpositionen geklärt werden, ob synkopische Einsätze zum Original auch zur Augmentation passen. Allerdings werden nur Einsätze untersucht, die synkopisch nach rechts verschoben sind. Bei einer Verschiebung nach links würde die Augmentation zur Patiensstimme, d. h. sie wäre um eine halbe Note gegen die Schwerpunkte verschoben, und das wäre musikalisch unsinnig.

¹⁰⁹Der Ausdruck „Original“ bezieht also nicht auf die Tonhöhe und sagt auch nichts darüber aus, ob der erste Ton verkürzt ist. Das ist vielleicht problematisch, aber vermutlich besser als „diejenige Erscheinungsform des Themas, die mit Ausnahme des ersten Tons hinsichtlich Rhythmus und Metrum dem Original entspricht“.

Wie schon gezeigt worden ist,¹¹⁰ passt zum Thema am besten ein synkopischer Einsatz in der Unterterz und im Abstand einer halben Note. Nun wird untersucht, bei welchen Kombinationen von Original und Augmentation außerdem noch ein synkopischer Einsatz hinzutreten kann.

In einigen Kanons zwischen Augmentation und Original kommen Septimen vor. Deshalb werden im Folgenden Vorhalts- und Akkorddissonanzen berücksichtigt.

Für den Einsatz auf *a* bei 6 muss untersucht werden, ob die Synkopierung *fis* einsetzen kann. Das lässt sich an diesen beiden Spalten des Hilfstonschemas ablesen:

		6	7
Hilfstöne		<i>c</i>	<i>a</i>
		↖	↖
		↑ <i>h</i>	<i>c</i>
		↖	↖
		↑ <i>c</i>	↑ <i>h</i>
		↖	↖
		<i>d</i>	↑ <i>c</i>
		↖	↖
		<i>fis</i>	<i>h</i>
		↖	↖
		<i>e</i>	<i>fis</i>
		↖	↖
			<i>f</i>
Thema II unverkürzt	Einsatztöne intervallgetreu	<i>a</i>	
	Einsatztöne stufengetreu		<i>f</i>
	synkopische Einsätze		
Thema II verkürzt	Einsatztöne intervallgetreu	<i>a</i>	
	Einsatztöne stufengetreu		<i>f</i>
	synkopische Einsätze		

Die Hilfstöne werden im Zickzack gelesen. Der Einsatz auf *fis* ist wegen des Hilfstons *e* nicht möglich. Eine Kombination aus Augmentation und Synkopierung ist an dieser Stelle also ausgeschlossen. Das spricht gegen den Einsatz auf *a* bei 6.

Wenn das Original auf *e* bei 9 einsetzt, gehört dazu ein synkopischer Einsatz auf *cis*. Im Verhältnis zur Augmentation ergibt sich diese Situation:

¹¹⁰S. 402.

		9	10
Hilfstöne		(a) a c ↑ <i>gis</i> ↑ a c g↓ e	(a) a a a ↑ <i>gis</i> ↑ b c↓ <i>fis</i> e↓
Thema II unverkürzt	Einsatztöne intervallgetreu	e	
	Einsatztöne stufengetreu	c	f
	synkopische Einsätze	c+	f+
Thema II verkürzt	Einsatztöne intervallgetreu	e	
	Einsatztöne stufengetreu	c	f
	synkopische Einsätze	c+	f+

Ein synkopischer Einsatz mit *c* oder *cis* in Spalte 9 führt in Spalte 10 beim Hilfston $\uparrow b$ zu einer Dissonanz. Der nächste Hilfston ist das *c*, links daneben. Hier entsteht ein Nonvorhalt, der sich in eine Oktave auflöst. Der synkopische Einsatz ist also möglich. Allerdings sind die Oktavlagen beim Nonvorhalt nicht beliebig. Die synkopische Stimme muss mehr als eine Oktave über dem augmentierten Thema liegen.

Wenn das Original auf *cis* bei 9 einsetzt, muss die Synkopierung bei *a* einsetzen. Dies ist jedoch nicht möglich, weil der Einsatzton *a* in beiden Spalten auf den Hilfston $\uparrow gis$ trifft.

Am Anfang der Augmentation gibt es also nur eine Möglichkeit für den Kanon aus Original, Augmentation und synkopiertem Original: Das Original muss auf *e* bei 9 einsetzen und die synkopierte Stimme eine halbe Note später auf *cis*.

Zu den späteren Einsätzen: Wenn das Original bei 15 einsetzt, gehört zu *d* ein synkopischer Einsatz auf *h* und zu *fis* ein synkopischer Einsatz auf *d*. Im Verhältnis zur Augmentation ergibt sich diese Situation:

		15	16
Hilfstöne		(g↓) fis a↓ ↑fis ↑g d a a	↙ ↘ (fis) ↙ ↘ fis↓ ↙ ↘ g ↙ ↘ ↑fis ↙ ↘ ↑c ↙ ↘ d ↙ ↘ h ↙ ↘ a
Thema II unverkürzt	Einsatztöne intervallgetreu	d	
	Einsatztöne stufengetreu		
	synkopische Einsätze		
Thema II verkürzt	Einsatztöne intervallgetreu	d	
	Einsatztöne stufengetreu	f	
	synkopische Einsätze	d+	

In Spalte 15 müsste also ein *d+* oder ein *h+* stehen können. Das *d* oder das *h* müssten zu sämtlichen Hilfstönen der Spalte 15 passen. Beim *h* ist das nicht der Fall. Es dissoniert zu *a* und *a* taucht mehrfach als Hilfston auf. Dabei entstehen auch keine korrekten Akkorddissonanzen. Beim Einsatz auf *d* bei 15 ist der synkopische Unterterzkanon also nicht möglich.

Wenn die synkopierte Stimme auf dem *d* einsetzt, ergibt sich nur eine Dissonanz, das $\uparrow c$ in der rechten Spalte. Darauf folgt der Hilfston *d* in der Spalte links daneben. Also entsteht ein Nonvorhalt. Damit ergibt sich dieser Satz:

Die Dissonanzen sind durch Generalbassziffern angegeben.

10 Das Quodlibet

Die Einsätze bei 15 sind möglich, aber nur verkürzt. Die synkopierten Stimmen müssen so weit über der Augmentation liegen, dass die Nonvorhalte korrekt sind. Die Oktavlage ist also durch die Satztechnik vorgegeben. Der Schlussston des frühen Einsatzes beginnt gleichzeitig mit dem Anfangston des späten und das auch noch im Einklang. Der spätere Einsatz ist also kaum zu erkennen. Das ist sicher ungünstig.

Bei 17 ergibt sich diese Situation:

		17	18
Hilfstöne		(<i>fis</i> ↓) <i>e</i> <i>g</i> ↑ <i>h</i> ↑ <i>c</i> <i>e</i> <i>h</i>	(<i>e</i>) <i>e</i> <i>c</i> ↑ <i>h</i> ↑ <i>d</i> <i>e</i>
Thema II unverkürzt	Einsatztöne intervallgetreu	<i>h</i>	<i>ga</i>
	Einsatztöne stufengetreu	<i>g</i>	
	synkopische Einsätze	<i>g+</i>	
Thema II verkürzt	Einsatztöne intervallgetreu	<i>eh</i>	<i>ga</i>
	Einsatztöne stufengetreu	<i>g</i>	
	synkopische Einsätze	<i>e+, g+</i>	

Zwei synkopische Einsätze sind möglich. Zum *h* passt ein synkopierter Einsatz auf *g* und zum *g* passt ein synkopierter Einsatz auf *e*. Die Sätze dazu sind diese:

8 9 | 10 11 | 12 13 | 14 15 | 16 17 | 18 19 | 20 21 | 22 23 |

4 3 9 8 4 3 9 8

und

Im ersten Satz muss zumindest die Synkopierung verkürzt werden.

Im zweiten Satz trifft das *g* der synkopierten Stimme gleich beim Einsatz auf das *fis* der Unterstimme. Die Dissonanz steht auf unbetonter Zeit, ist also nur als Akkorddissonanz möglich. Die Auflösung müsste ein *c*, *cis* oder *a* enthalten. Diese Töne passen aber nicht zum *h* der Oberstimme. Deshalb muss die erste Note des synkopierten Einsatzes verkürzt werden. Dann kommt es gar nicht erst zur Dissonanz *g* gegen *fis*.

Bei 21 steht eine Akkordseptime. Der Satz ist kompliziert, weil sowohl der Septakkord als auch der Auflösungsakkord einen Vorhalt enthalten. Es sind aber alle Bedingungen für Akkordseptimen erfüllt:¹¹¹

1. Die Septim löst sich mit einem Sekundschrift abwärts auf oder bereitet einen Quart- oder Sextvorhalt vor.
2. Der Auflösungsklang enthält die Terz oder die Quinte unter dem Auflösungston der Septime oder eine Dissonanz, die sich in die Terz unter dem Auflösungston auflösen muss.
3. Wenn sich die Septime schrittweise abwärts auflöst und keinen Vorhalt vorbereitet, kann sie in alle Intervalle gehen außer in die Septime oder in die Oktave.
4. Innerhalb der Septim sind Quart, Sext oder Non über dem Grundton nur als Vorhaltsdissonanzen möglich.
5. Vorhalte innerhalb von Akkordseptimen dürfen sich vor der Akkordseptime auflösen oder gleichzeitig mit ihr, aber nicht später.
6. Vorhalte können ihren Auflösungsdruck nicht auf eine folgende Akkordseptime übertragen.

Das *fis* in der Mittelstimme ist eine Sexte innerhalb der Septime. Nach der vierten Bedingung muss es also ein Vorhalt sein. Dieser Vorhalt wird vorbereitet und aufgelöst, und zwar noch während die Akkordseptime liegt. Damit ist die fünfte Bedingung erfüllt.

¹¹¹S. 404.

10 Das Quodlibet

Die Akkordseptime, das *g*, löst sich sekundweise abwärts auf. Das Auflösungsintervall ist eine Quinte. Der Auflösungsakkord enthält also die Unterquinte des Auflösungsstons. Damit ist die zweite Bedingung erfüllt.

Außerdem enthält er einen Quartvorhalt. Das *e*, der Ton der Patiensstimme, muss sich in die Unterterz des Auflösungsstons auflösen. Der Satz ist regulär.

Beim späteren Einsatz gibt es also drei Möglichkeiten für einen synkopischen Unterterzkanon: das Original kann bei 15 auf *fis* einsetzen oder bei 17 auf *g* oder *h*. Bach hat es bei 17 auf *h* einsetzen lassen. Dafür gibt es diese Argumente:

Gegen 15 als Einsatzposition spricht die Verdeckung des späten Einsatzes durch den frühen, siehe oben.¹¹² Es bleiben also noch die beiden Einsatzpaare bei 17. Für den Einsatz des Originals auf *h* und der Synkopierung auf *g* spricht die komplexere Dissonanz. Das ist aber immer noch nicht alles. Der Einsatz des Sopran auf *e* wird sogar noch verstärkt, durch Sextparallelen im Alt. Dabei entsteht im Alt eine sehr frei behandelte Septime. Es scheint kaum möglich, das Hilfstonverfahren so zu erweitern, dass eine solche Möglichkeit gefunden werden kann.

In den thematischen Stimmen sieht der Satz so aus:¹¹³

8 | 9 10 | 11 12 | 13 14 | 15 16 | 17 18 | 19 20 | 21 22 | 23 |

noch zweite Durchführung

Diese Engführung aus Original, Augmentation und Synkopierung lässt sich also auf diese Bedingungen zurückführen:

- Das Thema ist eine historisch vorgegebene Melodie.
- Die Engführung besitzt eine hohe thematische Dichte. Dazu muss das nicht augmentierte Thema zweimal nacheinander einsetzen, einmal ungefähr zu Beginn der Augmentation und einmal ungefähr in der Mitte.

Zusätzlich sind diese Gesichtspunkte wichtig:

- die Möglichkeit synkopierter Einsätze,
- die Fasslichkeit der Einsätze und

¹¹²S. 424.

¹¹³Bach, *h-Moll-Messe*, Credo, T. 33.

- die Komplexität der Dissonanzen.

Für die Verkürzung von Original und die Synkopierung gibt es diese Argumente:

- Beim späten Einsatz der Synkopierung ist sie satztechnisch notwendig.
- Der enge Kanon zwischen Original und Synkopierung ist besser zu erkennen, wenn der Anfangston in beiden Stimmen gleich lang ist.
- Wenn die Synkopierung nicht verkürzt wird, beginnt sie mit einer Brevis, die um eine halbe Note gegen den Schwerpunkt verschoben ist. Das ist fragwürdig; nach den Regeln des alten Kontrapunkts wäre es sogar falsch.¹¹⁴
- Durch die Verkürzung beim frühen Einsatz kann der Augmentationskanon mit der Durchführung davor verschränkt werden.

Das letzte Argument bezieht sich auf die Form der Fuge. Der Augmentationskanon ist die dritte Durchführung. Alle drei Durchführungen sind Engführungen. Zwischenspiele gibt es nicht. Die Durchführungen überschneiden sich sogar, sie sind also zu einer einzigen, riesigen Engführung verschmolzen. Nur am Schluss steht ein kurzer Abschnitt, in dem das Thema nicht erscheint.

Die Themen setzen von Durchführung zu Durchführung immer dichter nacheinander ein, d. h. die rhythmischen Einsatzabstände der Engführungen werden immer kleiner. Die dritte Durchführung ist imitatorisch wesentlich komplexer als die beiden davor, und zwar durch die Augmentation und durch die synkopischen Einsätze. Durch die zunehmende Dichte und Komplexität entsteht eine Steigerung.

Die Form hängt eng zusammen mit den imitatorischen Möglichkeiten des Themas. Dieser Zusammenhang ließe sich ohne die Algorithmen nur wesentlich schwerer finden und nachvollziehen.

¹¹⁴Daniel formuliert die Regel so: „Gerade Werte dürfen nur um die Hälfte, punktierte überhaupt nicht von den regulären Positionen im Takt abweichen.“ Daniel Kontrapunkt S. 35.

11 Der Umkehrungskanon

11.1 Grundlagen

Ein Umkehrungskanon zu einer vorgegebenen Melodie ist ein Quodlibet aus der ursprünglichen Melodie und ihrer Umkehrung. Zum Beispiel sollen zu der Melodie *c-e-g-a-d* die Umkehrungskanons bestimmt werden. Das Hilfstonschema ist dieses:

Melodie					c^1	e^1	g^1	a^1	d^1
Hilfstöne	d^1	a^1	g^1	e^1	c^1				
		f^1	c^2	h^1	g^1	e^1			
			a^1	e^2	d^2	h^1	g^1		
				h^1	f^2	e^2	c^2	a^1	
					e^1	h^1	a^1	f^1	d^1
Einsatztöne	$d f g a h$	$d f a c$	$c e$	$e g h$	\emptyset	$e g h$	$c e$	$d f a c$	$d f g a h$

Das Hilfstonschema für den Umkehrungskanon wird also so konstruiert:

Am rechten Rand steht wie immer die Originalmelodie. Dann wird von rechts nach links die ursprüngliche Melodie eingetragen, und zwar *nicht* umgekehrt, denn hier müsste ja nach den Regeln des Hilfstonverfahrens die Umkehrung der zweiten Melodie eingetragen werden. Im Umkehrungskanon ist aber die zweite Melodie die Umkehrung der ersten Melodie. Deswegen muss in den Zeilen die Umkehrung der Umkehrung der ersten Melodie eingetragen werden, und das ist die erste Melodie selbst.

Aus dem Hilfstonschema oben lässt sich z. B. ablesen, dass im Abstand 2 ein Einsatz von e^1 aus möglich ist. Das ergibt diesen Satz:



Die Gleichung für die Hilfstöne beim Umkehrungskanon folgt aus der allgemeinen Gleichung für der Hilfstöne im Quodlibet. Bei der Umkehrung wird ein Ton t auf einen Ton $k - t$ abgebildet. Angenommen, es sollen die möglichen Kombinationen der Tonfolgen a_i und b_i bestimmt werden, wobei b_i die Umkehrung von a_i sein soll, dann gilt

$$b_i = k - a_i$$

11 Der Umkehrkanon

Die Gleichungen für die Hilfstöne des Umkehrkanons ergeben sich also, wenn in die allgemeine Gleichung statt der b_i jeweils $(k - a_i)$ eingesetzt wird. Aus der allgemeinen Gleichung¹

$$h_{p,q} = a_p + b_1 - b_{p-q+1}$$

wird

$$h_{p,q} = a_p + (k - a_1) - (k - a_{p-q+1})$$

Umformen ergibt

$$h_{p,q} = a_p + k - a_1 - k + a_{p-q+1}$$

und

$$h_{p,q} = a_p - a_1 + a_{p-q+1}$$

Der Wert k verschwindet, weil er einmal mit positivem und einmal mit negativem Vorzeichen erscheint. Er ist also für die Ermittlung der Kanons ohne Bedeutung. Das Hilfs-
tonschema sieht so aus:

	-2	-1	0	1	2	3	4
1	$a_1 + a_4 - a_1$	$a_1 + a_3 - a_1$	$a_1 + a_2 - a_1$	$a_1 + a_1 - a_1$			
2		$a_2 + a_4 - a_1$	$a_2 + a_3 - a_1$	$a_2 + a_2 - a_1$	$a_2 + a_1 - a_1$		
3			$a_3 + a_4 - a_1$	$a_3 + a_3 - a_1$	$a_3 + a_2 - a_1$	$a_3 + a_1 - a_1$	
4				$a_4 + a_4 - a_1$	$a_4 + a_3 - a_1$	$a_4 + a_2 - a_1$	$a_4 + a_1 - a_1$

Wie an den beiden Schemata, dem abstrakten und dem konkreten, zu erkennen ist, sind die Hilfs-
tonschemata für Umkehrkanons auf eine spezielle Art symmetrisch, und zwar stehen in den Spalten, die gleich weit von der Mittelachse entfernt sind, jeweils dieselben Hilfstöne. Das ist immer so; denn aus der allgemeinen Formel für die Hilfstöne²

$$h_{p,q} = a_p - a_1 + a_{p-q+1}$$

folgt

$$h_{p-q+1,2-q} = a_{p-q+1} - a_1 + a_{(p-q+1)-(2-q)+1}$$

und

$$h_{p-q+1,2-q} = a_{p-q+1} - a_1 + a_p$$

und daraus

$$h_{p-q+1,2-q} = h_{p,q}$$

¹ S. 337.

² S. 337.

Der zweite Index ist der Spaltenindex. Die beiden Spaltenindizes q und $2 - q$ sind gleichweit von der Mitte entfernt; denn die mittlere Spalte hat den Spaltenindex 1 und es gilt $q - 1 = 1 - (2 - q)$. Die Hilfstöne in der Spalte links der Mitte stehen höher als die entsprechenden Hilfstöne auf der rechten Seite, und zwar um so viele Zeilen, wie beide Spalten von der mittleren Spalte entfernt sind. Dies ist $q - 1$. Der Zeilenindex beträgt statt p also $p - (q - 1)$ und das ist $p - q + 1$.

Wegen dieser Symmetrieeigenschaft gibt es zu einer regulären Nachimitation eine entsprechende Vorimitation. Dabei erfolgen die Einsätze in der umgekehrten Reihenfolge, aber bei gleichem rhythmischem Einsatzabstand. Diese Gesetzmäßigkeit wurde schon besprochen beim Umkehrungskanon zu einem vorgegebenen Schema.³ Für den Beispielkanon von oben ergibt das



Dabei entsteht in beiden Fällen dieselbe Folge von Zusammenklängen, nämlich Sexte, Terz und Quinte. Weil die Spalten gleich sind, die gleich weit von der Mitte entfernt sind, ist das Hilfstonschema redundant. Es kann also deutlich kleiner werden. Man muss sich nur klar machen, dass sich die Vor- und Nachimitationen entsprechen. Anders als im Quodlibet muss man also nicht das vollständige Parallelogramm bestimmen. Ein Dreieck reicht. Das Schema wird so reduziert:

Melodie	c^1	e^1	g^1	a^1	d^1
Hilfstöne	c^1				
	g^1	e^1			
	d^2	h^1	g^1		
	f^2	e^2	c^2	a^1	
	e^1	h^1	a^1	f^1	d^1
Einsatztöne	\emptyset	$e g h$	$c e$	$d f a c$	$d f g a h$

Hier ist die linke Hälfte des ursprünglichen Schemas entfernt worden. Die Spalte, die ursprünglich in der Mitte stand, steht jetzt ganz links. Diese Spalte bietet auch beim Umkehrungskanon eine Kontrollmöglichkeit. Hier steht nämlich eine Intervallaugmentation des Themas. Alle Schritte sind doppelt so groß wie in der ursprünglichen Melodie, behalten jedoch ihre Richtung.

³ S. 188.

11.2 Bach, *Kanonische Veränderungen*

Die fünfte und letzte Variation von Bachs *Kanonischen Veränderungen über „Vom Himmel hoch, da komm ich her“*⁴ besteht aus Umkehrungskanons zu einer vorgegebenen Melodie. Um die Struktur des Tonsatzes und die satztechnische Problematik nachvollziehen zu können, stehen hier die Hilfstonschemata für die einzelnen Choralzeilen:

1. Choralzeile	c^2	h^1	a^1	h^1	g^1	a^1	h^1	c^2
Hilfstöne	c^2							
	a^1	h^1						
	f^1	g^1	a^1					
	a^1	g^1	a^1	h^1				
	d^1	f^1	e^1	f^1	g^1			
	f^1	e^1	g^1	f^1	g^1	a^1		
	a^1	g^1	f^1	a^1	g^1	a^1	h^1	
Einsatztöne	$f a$		c		$e h$			
Achse	$a h$		c		$d f$			

2. Choralzeile	c^2	c^2	g^1	g^1	e^1	g^1	f^1	e^1
Hilfstöne	c^2							
	c^2	c^2						
	d^1	g^1	g^1					
	d^1	d^1	g^1	g^1				
	g	h	h	e^1	e^1			
	d^1	h	d^1	d^1	g^1	g^1		
	h	c^1	a	c^1	c^1	f^1	f^1	
Einsatztöne	g		d		$e g$			
Achse	e		g		$d e$			

⁴ Bach, *Kanonische Veränderungen*, BWV 769.

3. Choralzeile	e^1	a^1	a^1	g^1	h^1	c^2	a^1	g^1
Hilfstöne	e^1							
	d^2	a^1						
	d^2	d^2	a^1					
	h^1	c^2	c^2	g^1				
	f^2	d^2	e^2	e^2	h^1			
	a^2	g^2	e^2	f^2	f^2	c^2		
	d^2	f^2	e^2	c^2	d^2	d^2	a^1	
	h^1	c^2	e^2	d^2	h^1	c^2	c^2	g^1
Einsatztöne	\emptyset		c		$h d f$			
Achse			d		$f g a$			

4. Choralzeile	c^2	h^1	a^1	g^1	a^1	f^1	d^1	c^1
Hilfstöne	c^2							
	a^1	h^1						
	f^1	g^1	a^1					
	d^1	e^1	f^1	g^1				
	f^1	e^1	f^1	g^1	a^1			
	h	d^1	c^1	d^1	e^1	f^1		
	e	g	h	a	h	c^1	d^1	
	c	d	f	a	g	a	h	c^1
Einsatztöne	\emptyset		\emptyset		e			
Achse					d			

Aus Gründen der Metrik scheinen zwei rhythmische Einsatzabstände sinnvoll, nach zwei oder vier Tönen. Deshalb sind für diese beiden Abstände die möglichen Imitationen bestimmt worden. Unter den Einsatztönen steht jeweils die Spiegelachse. Für den Einsatz nach zwei Tönen gibt es keine einheitliche Spiegelachse, für die vierte Zeile nicht einmal eine Imitation. Besser scheint der Einsatzabstand nach vier Tönen. Hier ist bei der ersten, zweiten und vierten Choralzeile ein Einsatz auf e möglich. Dem entspricht überall eine Spiegelung an d . Nur die dritte Zeile bietet diese Möglichkeit nicht. Interessanterweise hat Bach den Rhythmus dieser Zeile geändert. Nach den ersten drei Tönen ist er von Vierteln zu Halben übergegangen. Das imitierte Gerüst der Chormelodie wird dadurch geändert, von



zu

11 Der Umkehrungskanon



Dann ändert sich das Hilfstonschema.

3. Choralzeile mit geändertem Rhythmus	e^1	a^1	g^1	h^1	c^2	a^1	g^1
Hilfstöne	e^1						
	d^2	a^1					
	h^1	c^2	g^1				
	f^2	d^2	e^2	h^1			
	a^2	g^2	e^2	f^2	c^2		
	d^2	f^2	e^2	c^2	d^2	a^1	
	h^1	c^2	e^2	d^2	h^1	c^2	g^1
Einsatztöne			$c g$				
Achse			$d f$				

Die Töne stehen für halbe Noten, nicht für Viertel wie in den anderen Schemata. Dem Einsatz nach vier Vierteln entspricht hier also ein Einsatz nach zwei Halben. Ein Einsatz auf c ist also in demselben rhythmischen Einsatzabstand und mit derselben Spiegelachse möglich wie bei den anderen Choralzeilen. Deshalb ist die Annahme berechtigt, Bach habe den Rhythmus der dritten Choralzeile geändert, damit dieselbe Imitation möglich wird wie bei den anderen Choralzeilen, eine Umkehrung mit d als Achse im rhythmischen Einsatzabstand einer ganzen Note. Jedenfalls ist dies der einzige erkennbare Grund für die Änderung des Rhythmus. So sieht es auch Werner Breig.⁵ Für die ganze Choralmelodie ergibt sich dieser Satz:⁶



Gleich danach folgt ein ganz ähnlicher Kanon, mit demselben rhythmischen Einsatzabstand und derselben Spiegelachse. Nur die Reihenfolge der Einsätze ist vertauscht.

⁵ Breig S. 25.

⁶ Die laufenden Achtel im Bass sind aus Platzgründen weggelassen.

The image displays two systems of musical notation for a canon. Each system consists of two staves, one for the treble clef and one for the bass clef. The first system shows the original theme in the treble clef and its inversion in the bass clef. The second system shows the original theme in the bass clef and its inversion in the treble clef. The score includes various musical notations such as rests, notes, and ornaments.

Darauf erscheint ein weiterer Umkehrkanon, und zwar nach einer Ganzen mit dem Einsatzton *h*. Das entspricht der Spiegelachse *f*. Bei der ersten Choralzeile ist das kein Problem. Aus den Hilfstonschemata lässt sich aber erkennen, dass entsprechende Einsätze bei den anderen Choralzeilen nicht möglich sind. Bach hat sie deshalb auch alle geringfügig geändert. Wie, wird hier aber nicht weiter ausgeführt. Auch dieser Kanon wird anschließend mit umgekehrter Einsatzfolge wiederholt.

Die formale Konzeption der ganzen Variation lässt sich auf die imitatorischen Möglichkeiten des Themas zurückführen, und zwar ist jeweils die leichter fassliche Version die frühere. Das erste Kanonpaar ist dasjenige, das weniger Änderungen der ursprünglichen Chormelodie erfordert, und bei beiden Kanonpaaren erscheint zuerst die Version, die mit dem Thema in der Originalgestalt anfängt.

11 *Der Umkehrkanon*

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

12.1 Grundlagen

12.1.1 Endliche Kanons

Es ist sogar möglich, Kanons zu schreiben, bei denen weder das Einsatzschema vorgegeben ist noch die Melodie, sondern nur eine Harmoniefolge, zu der der Kanon passen soll. Hier stellen sich diese Fragen:

- Gibt es zu einer gegebenen Harmoniefolge einen Kanon?
- Wenn ja, welche Imitationsschemata sind möglich?
- Welche Bedingungen gelten bei einem bestimmten Imitationsschema für die Melodie?
- Wie kann der Kanon geschrieben werden?

Satztechnisch einfach ist es, wenn die Harmoniefolge ständig wiederholt wird und wenn der rhythmische Einsatzabstand der Länge der Harmoniefolge entspricht, wie z. B. in Mozarts *F-Dur-Messe*.¹

The image shows a musical score for a canon in F major, 3/4 time. It consists of four staves: Soprano, Alto, Tenor, and Bass. The lyrics are 'bo-nae vo-lun-ta-tis, bo-nae vo-lun-ta-tis, bo-nae vo-lun-ta-tis, bo-nae vo-lun-ta-tis'. The score illustrates a canon where the same melodic line is repeated in each voice, with a rhythmic offset between entries. The Soprano and Alto parts enter first, followed by the Tenor and then the Bass. The lyrics are written below the corresponding staves.

Solche Fälle werden im Folgenden nicht weiter besprochen. Ähnlich ist es beim Sequenzkanon. Er wird hier nicht noch einmal thematisiert; denn beim Sequenzkanon wird, satztechnisch gesehen, eine einzige Harmonie sequenziert. Auch bei ihm entspricht der rhythmische Einsatzabstand also der Länge der Harmoniefolge. Im Folgenden geht es darum,

¹ Mozart, *F-Dur-Messe*, KV 192, Gloria, T. 7.

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

wie man Kanons zu beliebigen Folgen aus beliebig vielen Harmonien schreibt. Dann ist der rhythmische Einsatzabstand kürzer als die Länge der Harmoniefolge.

Zum Beispiel soll ein Obersextkanon geschrieben werden, und zwar über die Harmoniefolge *C-d-G-C*. Die Harmonien wechseln taktweise und die zweite Stimme soll einen Takt nach der ersten einsetzen. Wenn man von der Oktavlage absieht, kommen für die erste Stimme nur diese Töne in Frage:

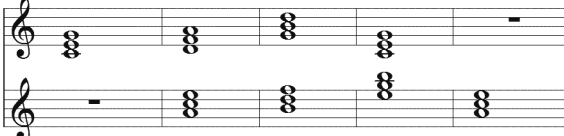
gegebene Harmoniefolge



Diese Töne werden einen Takt später in der Obersexta beantwortet. Für die zweite Stimme ergeben sich daraus die Töne im zweiten System:

gegebene Harmoniefolge

versetzte Harmoniefolge



Einige Töne, die in der zweiten Stimme stehen, passen allerdings nicht zu der vorgegebenen Harmoniefolge. Deshalb wird ein drittes System angefügt. Dort stehen nur noch diejenigen Töne des zweiten Systems, die zu der vorgegebenen Harmoniefolge passen. Es wird also jeweils die Schnittmenge der beiden Systeme gebildet. Dabei wird wieder von der Oktavlage abgesehen. Das Ergebnis sieht so aus:

gegebene Harmoniefolge

versetzte Harmoniefolge

Material 2. Stimme

(Schnittmenge)



Dies sind die einzigen Töne, die in der zweiten Stimme erklingen können, natürlich mit Ausnahme der harmoniefremden. Das hat Konsequenzen für die erste Stimme. Dort dürfen nämlich nur Töne erklingen, deren kanonische Versetzung zu den Tönen im dritten System führt; d. h. wenn die Töne der ersten Stimme um eine Sexte nach oben und um einen Takt nach hinten versetzt werden, müssen sich dabei die Töne des Materials der zweiten Stimme ergeben. Umgekehrt heißt das aber: Die Töne für die erste Stimme erhält man dadurch, dass man die Töne des dritten Systems um eine Sexte nach unten und um einen Takt nach vorne verschiebt. Das Material für die erste Stimme ergibt sich also aus dem Material der zweiten Stimme, und zwar dadurch, dass das Material der zweiten Stimme in der entgegengesetzten Richtung verschoben wird, und zwar zeitlich

und räumlich. Es wird also gleichsam rückversetzt. Die entsprechenden Töne stehen hier im vierten System:

gegebene Harmoniefolge	
versetzte Harmoniefolge	
Material 2. Stimme	
Material 1. Stimme	

Der Satz aus dem Material für die erste und dem Material für die zweite Stimme wird im Folgenden als „Materialkanon“ bezeichnet. Die Töne des Materialkanons haben diese Eigenschaft: Das Material der ersten Stimme ist sowohl im Original harmonieeigen als auch nach seiner kanonischen Versetzung. Die kanonische Versetzung ergibt das Material der zweiten Stimme.

Aus solch einem Materialkanon lässt sich ein zweistimmiger Kanon entwickeln, der zu der vorgegebenen Harmoniefolge passt.

gegebene Harmoniefolge	
versetzte Harmoniefolge	
Material 2. Stimme	
Material 1. Stimme	
Kanon	

Allgemein wird die Aufgabe also dadurch gelöst, dass aus der vorgegebenen Harmoniefolge ein Materialkanon entwickelt wird. Auf der Grundlage von diesem Materialkanon wird dann der zweistimmige Kanon geschrieben.

Der Materialkanon lässt sich noch einfacher bestimmen. Es ist nicht nötig, dass erst das Material der zweiten Stimme bestimmt wird und anschließend das Material der ersten Stimme davon abgeleitet, und zwar durch Rückversetzung. Das lässt sich abkürzen: Die Harmoniefolge wird nicht vorwärts, sondern rückwärts versetzt. Dann wird die Schnitt-

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

menge gebildet. Damit ist das Material der ersten Stimme bestimmt. Im Beispiel wird die Harmoniefolge also um eine Sexte nach unten und einen Takt nach vorne versetzt. Das ergibt dieses Schema:

The musical score illustrates the construction of a canon from a given harmonic sequence. It consists of five staves:

- rückversetzte Harmoniefolge**: A sequence of chords, each shifted one measure back and one sixth down from the original sequence.
- gegebene Harmoniefolge**: The original harmonic sequence.
- Material 1. Stimme**: The first voice part, starting with a whole note rest in the first measure, then playing the notes of the original harmonic sequence from the second measure onwards. A label "(Schnittmenge)" is placed above the first measure.
- Material 2. Stimme**: The second voice part, starting with a whole note rest in the first measure, then playing the notes of the original harmonic sequence from the second measure onwards, but shifted one sixth down. A label "(Versetzung)" is placed above the first measure.
- Kanon**: The resulting canon, shown as a grand staff with two staves. It begins with a whole note rest in the first measure, followed by the notes of the original harmonic sequence from the second measure onwards.

Bei diesem anderen Verfahren, den Materialkanon zu bestimmen, muss nur eine Stimme des Materialkanons bestimmt werden. Die Rückversetzung ist außerdem sinnvoll, wenn im ersten Takt der gegebenen Harmoniefolge schon beide Stimmen erklingen sollen. Über dieselbe Harmoniefolge soll ein Oberquintkanon geschrieben werden. Hier ergibt sich diese Situation:

The musical score illustrates the construction of an upper quint canon from a given harmonic sequence. It consists of four staves:

- rückversetzte Harmoniefolge**: A sequence of chords, each shifted one measure back and one fifth up from the original sequence.
- gegebene Harmoniefolge**: The original harmonic sequence.
- Material 1. Stimme**: The first voice part, starting with a whole note rest in the first measure, then playing the notes of the original harmonic sequence from the second measure onwards. Fermatas are placed above the notes in the second and third measures.
- Material 2. Stimme**: The second voice part, starting with a whole note rest in the first measure, then playing the notes of the original harmonic sequence from the second measure onwards, but shifted one fifth up. Fermatas are placed above the notes in the second and third measures.

Die Aufgabe ist nicht lösbar; in den Takten mit den Fermaten bekommt der Kanon Löcher oder mathematisch gesprochen: an zwei Stellen bleibt die Schnittmenge leer. Die Einsatzschemata können also nicht beliebig gewählt werden, sondern sie hängen von der Harmoniefolge ab. Wie, wird deutlich, wenn man einen Kanon bildet, dessen Melodie aus den Grundtönen der Harmonien besteht. Beim Obersext- und Oberquintkanon sieht es so aus:

gegebene Harmoniefolge

Grundtonkanon
(Obersextkanon) (Oberquintkanon)*

Der Obersextkanon besteht vollständig aus Konsonanzen, beim Oberquintkanon dagegen entstehen Dissonanzen. Wenn die Grundtöne von zwei Dreiklängen eine Sekunde oder Septime voneinander entfernt sind, haben die beiden Harmonien keinen Ton gemeinsam. Bei einem anderen Abstand gibt es mindestens einen gemeinsamen Ton. Deshalb gilt:

Ein Kanon über eine Harmoniefolge ist genau dann möglich, wenn in demselben rhythmischen und intervallischen Einsatzabstand ein Kanon mit der Folge der Grundtöne möglich ist, der nur aus Konsonanzen besteht.

Um also die Einsatzschemata für den Kanon zu einer Harmoniefolge zu finden, werden die Einsatzschemata für einen anderen Kanon bestimmt, nämlich für denjenigen, dessen Melodie aus den Grundtönen der Harmonien besteht. Das geschieht mit dem Hilfstonverfahren. Dabei wird das Thema aus den Grundtönen der Harmonien gebildet. Für die Harmoniefolge des Beispiels sieht das so aus:

Grundtöne der Harmoniefolge	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>c</i>
Hilfstöne	<i>c</i>			
	<i>c</i>	<i>d</i>		
	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	
	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>c</i>
Einsatzintervalle (in Tönen über dem Grundton) (der ersten Harmonie)	<i>cefga</i>	<i>hdfa</i>	<i>eghd</i>	<i>cefga</i>

Die Einsatztöne werden wie immer bestimmt. Es ist allerdings nicht nötig, Parallelen zu vermeiden. In der zweiten Spalte stehen z. B. die Hilfstöne *d* und *f*. Zu ihnen konsonieren *h*, *d*, *f* und *a*. Diese Töne werden auf den Grundton der ersten Harmonie bezogen, also auf *c*. Zu dem *c* bilden sie die Untersekunde, die Obersekunde, die Oberquarte und die Obersekte. In diesen Intervallen ist also ein Kanon möglich, der zu der gegebenen Harmoniefolge passt, in den anderen Intervallen aber nicht. Der Oberquintkanon ist nicht möglich; denn der Kanon der Grundtonfolgen enthält Dissonanzen. Der entsprechende Einsatzton – das *g* – dissoniert zu zwei Hilfstönen.

Die Einsatzintervalle entsprechen dem Verhältnis zwischen dem Grundton der ersten Harmonie und dem Einsatzton im Sinne des Hilfstonverfahrens.

12.1.2 Unendliche Kanons

Harmoniefolgen können aus der Wiederholung oder Sequenzierung eines Abschnitts bestehen. Die Materialkanons über solche Harmoniefolgen sind unendliche Kanons. Was für Melodien gilt, gilt auch für Grundtonfolgen von Harmoniefolgen und damit auch für Harmoniefolgen allgemein: Wenn sie aus Wiederholungen oder Sequenzen eines Abschnitts bestehen, muss nur ein reduziertes Hilfsstonschema bestimmt werden. Dafür reicht ein Abschnitt, der um eins kleiner ist als die doppelte Länge des sequenzierten oder wiederholten Abschnitts.²

Bei unendlichen Kanons über Harmoniefolgen gibt es ein spezielles Phänomen. Es wird hier klar:

Harmoniefolge

Oberstimme beginnt

Umbau

Unterstimme beginnt

vorne verkürzt

nach vorne verlängert

Oben stehen die Harmoniefolge und ein Materialkanon dazu. Darunter wird dieser Materialkanon umgeformt: Die Unterstimme wird nach vorne verlängert – das ist bei unendlichen Kanons eindeutig. Danach wird die Oberstimme um so viel verkürzt, dass mit dem neuen Anfang der Unterstimme wieder ein Materialkanon entsteht. Das Ergebnis steht unten. So wird aus dem Unterquintkanon im Abstand 1 ein Oberseptkanon im Abstand 2. Eine solche Umformung wird im Folgenden „Einsatztausch“ genannt.

Das Ergebnis kann wieder genauso umgeformt werden. Das führt zum Ausgangskanon zurück. Die Einsatzschemata unterscheiden sich sowohl im rhythmischen als auch im intervallischen Einsatzabstand. Trotzdem sind die Materialkanons bis auf den Anfang gleich.

Wenn Materialkanons durch Einsatztausch ineinander übergehen, werden sie im Folgenden als „äquivalent“ bezeichnet. Die Äquivalenz ist deswegen interessant, weil von mehreren äquivalenten Kanons immer nur einer analysiert werden muss.

² S. 267.

Äquivalente Kanons verhalten sich zueinander so ähnlich wie spiegelbildliche Stimmenpaare im unendlichen Kanon:³ Die Summe der rhythmischen Einsatzabstände entspricht der Länge der wiederholten oder sequenzierten Harmoniefolge und die Summe der intervallischen Einsatzabstände entspricht dem Sequenzintervall.

Aufs Beispiel übertragen, heißt das: Der rhythmische Einsatzabstand beträgt in den Materialkanons einmal eine ganze Note und einmal zwei ganze Noten. Beides zusammen ergibt drei ganze Noten und genau so lang ist der Sequenzabschnitt.

Entsprechend ist es beim intervallischen Einsatzabstand. Hier ergeben die Unterquinte und die Oberseptime zusammen die Oberterz, also das Intervall, in dem sequenziert wird.

12.2 Der sekundweise aufwärts sequenzierte Quintfall

12.2.1 Materialkanons

Eine gebräuchliche Harmoniefolge ist der sekundweise aufwärts sequenzierte Quintfall,⁴ z. B. die Folge *D-G-e-A-fis-h*. Gesucht sind die Kanons, bei denen die zweite Stimme genau eine Harmonie später einsetzt. Der sequenzierte Abschnitt ist zwei Harmonien lang. Für das Hilfstonschema reicht also die Tonfolge der Länge drei.⁵ Es sieht so aus:

Grundtonfolge	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>e</i>
Hilfstöne	<i>d</i>		
	<i>d</i>	<i>g</i>	
	(<i>d</i>)	<i>h</i>	(<i>e</i>)
Einsatzintervalle (über dem Grundton der ersten Harmonie)		<i>eghd</i>	

Die redundanten Hilfstöne sind eingeklammert. In der Spalte für die zweite Harmonie stehen *e*, *g*, *h* und *d*. Es gibt also vier Kanons, einen Obersekund-, Oberquart-, Unterterz- und Primkanon. Dazu gehören diese Materialkanons:

³ S. 149 und S. 150.

⁴ Viele Beispiele stehen in Kaiser Gehörbildung S. 156–160 und S. 316–322.

⁵ S. 267.

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

Harmoniefolge

Versetzung

Materialkanon

1. 3.

Harmoniefolge

Versetzung

Materialkanon

2. 4.

Je zwei Kanons sind äquivalent. Sie stehen im Notenbeispiel übereinander: 1 und 2 gehören zusammen und 3 und 4. Besonders geeignet ist der dritte Kanon. Im Vergleich zu den ersten beiden bietet er die größere Auswahl an Tönen. Bei jeder Harmonie stehen zwei oder drei Töne zur Verfügung. Bei den ersten beiden Kanons ist es jeweils ein Ton weniger. Außerdem ist die Imitation in der Oberquarte oder Unterquinte tonal stabiler als eine Imitation in der Sekunde oder Sexte. In dieser Hinsicht ist der dritte Kanon besser als der zweite und vierte.

12.2.2 Vivaldi, *Konzert D-Dur*, op. 3, Nr. 1

Jedenfalls ist es der dritte Kanon, dem dieses Beispiel entspricht:

12.2 Der sekundweise aufwärts sequenzierte Quintfall

The image displays a musical score for Vivaldi's *Estro armonico*, measures 182-186. It is organized into two systems. The first system, measures 182-185, features a 'Materialkanon' (top) and 'Original' (bottom). The 'Materialkanon' is written on two staves, with chords in the upper voice and single notes in the lower voice, some of which are enclosed in boxes. The 'Original' is written on two staves, showing a melodic line in the upper voice and a bass line in the lower voice. The second system, measures 186-189, also features a 'Materialkanon' and 'Original'. The 'Materialkanon' consists of two staves with chords. The 'Original' consists of two staves with a melodic line and a bass line. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4.

Es stammt aus Vivaldis *Estro armonico*.⁶ Der Bass steigt chromatisch an. Deshalb ist die Harmonik etwas komplizierter als im abstrakten Schema.

Die melodische und die harmonische Sequenz beginnen in unterschiedlichen Takten, die melodische Sequenz, also der Kanon, in T. 182, die harmonische Sequenz erst einen Takt später. Die Harmonik im ersten Takt ist A-Dur und nicht fis-Moll, wie es der Sequenz nach sein müsste. Auf die Harmonik bezogen, ist der Kanon also nach vorne verlängert. Trotzdem passt er zur Harmonik. Warum, lässt sich am Notenbeispiel erkennen. Da ist der Materialkanon analog verlängert. Die entsprechenden Akkorde sind eingerahmt. Die Töne des Materialkanons in T. 182 gehören zu A-Dur und zu fis-Moll, also sowohl zur tatsächlichen Harmonik als auch zu derjenigen, die der Sequenz entspräche. Deswegen kann der Kanon nach vorne verlängert werden. Dadurch wird eine Unterquintimitation möglich und die ist besser als eine Obersextimitation.

Inwiefern wird der Vorrat der möglichen Töne ausgeschöpft? Im Materialkanon haben die Stimmen abwechselnd zwei oder drei Töne und an den Stellen mit drei Tönen erscheinen

⁶ Vivaldi, *L'estro armonico*, op. 3, Nr. 1, RV 549, dritter Satz, T. 182.

auch alle drei im Original, sonst dagegen erscheint nur einer. Wo im Materialkanon zwei Töne stehen, wird der Tonvorrat also nicht ausgeschöpft. Das lässt sich so erklären: Wenn Vivaldi beide Töne verwendet hätte, hätte das bei den Sextakkorden zur Verdopplung des Basstons geführt. Ein *d* in T. 184 wäre mit *gis* in T. 185 beantwortet worden und entsprechend ein *e* in T. 186 mit *ais* in T. 187. Wegen der Chromatik ist der Bass der Sextakkorde der Leitton einer dominantischen Harmonieverbindung. Die Verdopplung des Basses wäre also eine Leittonverdopplung. Deswegen ist es sinnvoll, solche Verdopplungen zu vermeiden.

Dagegen gibt es diesen Einwand: Auch die Verwendung der drei Töne führt zur Verdopplung des Basstons, so beim *gis* in T. 185 und beim *ais* in T. 187. Dieser Einwand ist jedoch nicht stichhaltig. Der entsprechende Ton erscheint nämlich in einer Durchgangsbewegung und das wäre in den anderen Takten nicht möglich.

Es gibt noch ein ästhetisches Argument dafür, dass die Anzahl der Harmonietöne zwischen eins und drei hin- und herwechselt. Dadurch tritt die Stimme mit den Tonwiederholungen gegenüber der anderen in den Hintergrund. So wendet sich die Aufmerksamkeit abwechselnd von einer Stimme zur anderen.

Eine solche Konzeption wäre nicht möglich bei einem Kanon im Einklang oder in der Obersekunde. In den Materialkanons dazu erscheinen nämlich nirgends alle Harmonietöne gleichzeitig in derselben Stimme.

Vivaldis Kanon entspricht also demjenigen Materialkanon mit dem größten Tonvorrat und der größten tonalen Stabilität. Der Tonvorrat ist so weit ausgeschöpft, wie es ohne Verdopplung des Leittons möglich ist.

12.2.3 Corelli, *Concerto grosso D-Dur*, op. 6, Nr. 1

Bei Corelli⁷ gibt es einen Kanon über dieselbe Harmoniefolge, in dem der rhythmische Einsatzabstand nur halb so groß ist wie die Dauer der Harmonien. Um einen solchen Fall zu untersuchen, wird jede Harmonie in zwei gleiche Hälften geteilt. Das Hilfstonschema sieht so aus:

Grundtonfolge	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>a</i>
Hilfstöne	<i>d</i>						
	<i>d</i>	<i>d</i>					
	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>				
	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>g</i>			
	(<i>d</i>)	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	(<i>e</i>)		
	(<i>d</i>)	(<i>d</i>)	<i>h</i>	<i>h</i>	(<i>e</i>)	(<i>e</i>)	
	(<i>d</i>)	(<i>g</i>)	(<i>g</i>)	<i>e</i>	(<i>e</i>)	(<i>a</i>)	(<i>a</i>)
Einsatztöne		<i>ghd</i>	<i>eghd</i>	<i>egh</i>			

Für den Einsatz nach einem Ton gibt es drei Kanons: im Einklang, in der Unterterz und in der Unterquinte. Die Materialkanons dazu sind diese:

⁷ Corelli, *Concerto grosso D-Dur*, op. 6, Nr. 1, erster Satz, T. 12.

12.2 Der sekundweise aufwärts sequenzierte Quintfall

Versetzung

Harmoniefolge

Materialkanon

Der erste scheint besser als die beiden anderen. Dem zweiten hat er die tonale Stabilität voraus und dem dritten die melodische Beweglichkeit. Beim zweiten Kanon können außerdem nicht alle Harmonien vollständig von den Kanonstimmen dargestellt werden. Corellis Satz entspricht dem ersten Materialkanon.

Materialkanon

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

Der Anfang des Kanons gehört noch nicht zur Sequenz. Die entsprechenden Abschnitte des Materialkanons sind eingerahmt.

Auch hier wird der Tonvorrat des Materialkanons nicht ausgeschöpft. Um das zu erklären, wird ein Abschnitt der Sequenz betrachtet:

nachahmende Stimme
 Materialkanon
 anfangende Stimme
 Bass

Am Anfang hat der Bass das *fis*. Weil es Leitton in einer dominantischen Harmonie-
 verbindung ist, sollte es nicht verdoppelt werden. Das ist genauso wie oben im Vivaldi-
 Beispiel. Dann bleibt hier für die nachahmende Stimme nur das *a*. Deshalb liegt es nahe,
 in der anfangenden Stimme das *d* zu wählen. Bei der zweiten Viertel besteht keine Wahl-
 möglichkeit. Bei der dritten hat die nachahmende Stimme das *d*. Hier liegt es also nahe,
 in der anfangenden Stimme die beiden übrigen Harmonietöne zu wählen, also das *h* und
 das *g*. Da der Basston der Grundton ist, kann er verdoppelt werden.

Beim Auftakt zum nächsten Sequenzabschnitt – also vor dem Doppelstrich – gibt es zwei
 mögliche Töne. Corelli hat aber nur einen benutzt. Das lässt sich mit dem Vermeiden
 der Leittonverdopplung erklären. Es gibt aber noch einen anderen Grund.

Wenig später erscheint eine Parallelstelle, aber dort steigt die Sequenz nicht, sondern
 sie fällt. Es ist also eine Quintfallsequenz. Melodisch gesehen, wird ein Abschnitt, der
 zwei Harmonien lang ist, um eine Sekunde abwärts sequenziert. Vom Standpunkt der
 Harmonik wird hier lediglich die Folge von zwei gleichen Akkorden sequenziert. Deshalb
 reicht dieses Hilfstonschema:

Grundtöne der Harmonien	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>g</i>
Hilfstöne	<i>d</i>		
	<i>d</i>	<i>d</i>	
	(<i>d</i>)	<i>g</i>	(<i>g</i>)
Einsatzintervalle (als Töne über <i>d</i>)		<i>ghd</i>	

Die Einsatzintervalle sind also dieselben wie bei der steigenden Sequenz. Die Material-
 kanons dazu sind diese:

12.2 Der sekundweise aufwärts sequenzierte Quintfall

1. 2. 3.

Versetzung

Harmoniefolge

Materialkanon

Da die Harmoniefolge nur zwei Noten lang ist, gibt es äquivalente Einsatzschemata im Einsatzabstand eins. Das sind das erste und das dritte. Der dritte Kanon muss also nicht diskutiert werden, weil er zum ersten äquivalent ist.

Der zweite Kanon ist wegen der Terzimitation tonal weniger stabil und schon deswegen weniger günstig als die beiden anderen. Außerdem können die Harmonien nicht vollständig von den Kanonstimmen dargestellt werden.

Hier stellt sich die Frage, wie eine Melodie beschaffen sein muss, damit sie zu beiden Sequenzen passt, zu der steigenden und zu der fallenden. Dazu werden die Materialkanons für beide Sequenzen übereinander gestellt. Das sieht so aus:

Materialkanon
steigende Sequenz

Materialkanon
fallende Sequenz

Die Materialkanons stimmen weitgehend überein. Bei der Wiederholung der Harmonie und beim Quintfall sind die Harmoniefortschreitungen in beiden Harmonieschemata gleich. Der einzige Unterschied besteht im Akkord vor dem Doppelstrich, also beim Übergang zum nächsten Sequenzabschnitt. Hier gibt es in der steigenden Sequenz zwei Möglichkeiten und in der fallenden nur eine. An dieser Stelle steht in Corellis Kanon ein Quartauftakt zum nächsten Sequenzabschnitt. So lässt sich der Kanon aufwärts und abwärts sequenzieren. Die Stelle mit dem Quintfall sieht so aus:⁸

⁸ Corelli, *Concerto grosso D-Dur*, op. 6, Nr. 1, erster Satz, T. 21.

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

Materialkanon

Die Tonauswahl bei Corelli kann also auf diese Prinzipien zurückgeführt werden:

- die Vermeidung der Leittonverdopplung
- der unterschiedliche Tonvorrat der beiden Kanonstimmen
- die Benutzbarkeit der Motivik in der steigenden und der fallenden Sequenz

12.3 Septakkorde

12.3.1 Der Tonika-Dominant-Wechsel

Das Verfahren lässt sich auch auf Harmoniefolgen mit Septakkorden anwenden. Dazu muss es allerdings erweitert werden. Untersucht wird die Harmoniefolge $C-G^7-C$. Dafür ergibt sich dieses Hilfstonschema:

Grundtöne der Harmonien	<i>c</i>	<i>g</i>	<i>c</i>
Hilfstöne	<i>c</i>		
	<i>c</i>	<i>g</i>	
	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>c</i>
Einsatzintervalle (als Töne über <i>c</i>)	<i>cefga</i>	<i>hcd</i>	<i>cefga</i>

Bei einer Dreiklangsharmonik sind hier drei Kanons möglich: im Einklang, in der Untersekunde und in der Obersekunde. Die entsprechenden Materialkanons können so bestimmt werden wie oben. Das wird aber nicht ausgeführt. Interessanter sind nämlich die vier anderen Intervalle. Da sieht es so aus:

The image displays four musical staves illustrating the construction of canons from a sequence of seven chords. The top staff, 'Harmoniefolge', shows the original chord sequence. The second staff, 'Versetzung', shows the chords shifted by one measure. The third staff, 'Materialkanon', shows a melodic line where notes are either present or absent (indicated by a dash), with some notes marked with a circled 'X' to indicate dissonance. The bottom staff, 'Grundtonkanon', shows the fundamental tones of the chords, with some notes marked with a circled 'X' and a star symbol to indicate dissonance.

Zwei Kanons haben Lücken, und zwar der Oberterzkanon und der Obersextkanon. Der Oberquart- und der Oberquintkanon sind dagegen möglich. Bei Harmoniefolgen mit Septakkorden gibt es also mehr Kanons als bei reiner Dreiklangsharmonik.

Nur, bei welchen Einsatzschemata gibt es diese zusätzlichen Möglichkeiten? Das lässt sich an den Kanons erkennen, deren Melodie aus den Grundtönen der Harmonien besteht. Sie stehen im Notenbeispiel unter den Materialkanons. Alle vier enthalten eine Dissonanz. Sie ist am Sternchen erkennbar. Offenbar gibt es aber Fälle, in denen ein Kanon möglich ist, obwohl im Grundtonkanon eine Dissonanz auftritt. Hier stellt sich die Frage, wann der Materialkanon Lücken hat und wann nicht. An den Beispielen lässt sich eine Regel ablesen. Um sie einfacher formulieren zu können, wird bei den Dissonanzen ein Ton als Grundton angenommen, und zwar bei Septimen der untere und bei Sekunden der obere, also genau wie in Septakkorden. Im Notenbeispiel ist der Grundton eingerahmt.

Ob der Materialkanon Lücken hat oder nicht, hängt davon ab, wo der Grundton der Septime steht. Dieser Grundton muss in seiner Stimme dieselbe Position haben wie ein Septakkord in der Harmoniefolge. Diese Regel wird so angewandt:

Im ersten Grundtonkanon ist der Grundton der Septime der dritte Ton in seiner Stimme. Die dritte Harmonie der Harmoniefolge ist aber kein Septakkord. Deshalb ist die Bedingung nicht erfüllt und deshalb ist ein lückenloser Oberterzkanon auch nicht möglich.

Im zweiten und dritten Grundtonkanon ist der Grundton der Septime jeweils der zweite Ton in seiner Stimme. Die zweite Harmonie ist ein Septakkord. Die entsprechenden Kanons sind also möglich.

Im vierten Grundtonkanon ist der Grundton der Septime der erste Ton der Stimme. Die erste Harmonie ist aber kein Septakkord. Deshalb ist ein lückenloser Obersextkanon nicht möglich.

Allgemein lässt sich die Regel so formulieren:

Ein Kanon über eine Harmoniefolge ist genau dann möglich, wenn bei dem Kanon mit der Folge der Grundtöne in demselben rhythmischen und intervallischen Einsatzabstand diese Bedingung erfüllt ist:

Die Grundtöne der Dissonanzen im Grundtonkanon müssen in ihrer Stimme dieselbe Position haben wie ein Septakkord in der Harmoniefolge.

Die Regel lässt sich so begründen: Wenn der zweite Ton der *anfangenden* Stimme Grundton einer Septime ist, so ist an der entsprechenden Stelle im Materialkanon für die nachahmende Stimme der Grundton der versetzten Harmonie der nachahmenden Stimme auszuwählen. Er ist in der Harmonie der vorgegebenen Harmoniefolge Septime und an der entsprechenden Stelle in der anfangenden Stimme Grundton.

Wenn der zweite Ton der *nachahmenden* Stimme Grundton einer Septime ist, dann passt die Septime darüber in die vorgegebene Harmonie. Für die zweite Harmonie muss also im Materialkanon die Septime der Harmonie ausgewählt werden. Das alles gilt nicht nur für die zweite Harmonie, sondern für jede beliebige.

Mit dieser Regel kann man am Grundtonkanon erkennen, ob die jeweiligen Imitationen möglich sind oder nicht. Noch besser wäre es, wenn man die Grundtonkanons gar nicht ausführen müsste, sondern schon am Hilfstonschema erkennen könnte, bei welchen Imitationen die Bedingung für die Septakkorde erfüllt ist. Das ist möglich, und zwar werden dazu Markierungen benutzt, so ähnlich wie bei den Dissonanzmarkierungen für die Zweistimmigkeit.

Einem Septakkord der vorgegebenen Harmoniefolge entspricht eine hochgestellte Sieben hinter dem Tonbuchstaben, also so wie in der Akkordschrift. Diese hochgestellte Sieben überträgt sich auf alle Hilfstöne der entsprechenden Zeile. In der Rückdrehung werden die Septakkorde durch eine tiefgestellte Sieben vor dem Tonbuchstaben gekennzeichnet. Diese tiefgestellte Sieben überträgt sich auf die Hilfstöne der entsprechenden Diagonale, und zwar der Diagonale von links oben nach rechts unten. Dabei gilt dann:

c^7 bedeutet:	c kann eine Septime haben.	Zu c^7 passt also h .
7c bedeutet:	c kann Septime sein.	Zu 7c passt also d .

Für die Harmoniefolge des Beispiels ergibt sich dieses Hilfstonschema:

Harmonien	C	G^7	C
Hilfstöne	c		
	${}^7c^7$	g^7	
	c	7f	c
Einsatzintervalle (als Töne über c)	$cefga$	$hcdfg$	$cefga$

Anders als oben passen in der zweiten Spalte jetzt auch die Einsatzöne f und g . f passt zu g^7 , weil g^7 eine Septime haben kann; und g passt zu 7f , weil 7f eine Septime sein kann. a und e dagegen passen nicht. a dissoniert zu g^7 . g^7 kann nämlich nicht Septime sein. Genauso dissoniert e zu 7f , weil 7f keine Septime haben kann. Die Untersuchung kommt also zu denselben Ergebnissen wie oben.

Wenn der Wechsel beliebig oft wiederholt wird, ergibt sich dasselbe Hilfstonschema. Für diesen unendlichen Kanon gibt es also fünf Einsatzintervalle. Ihnen entsprechen diese Materialkanons:

The image shows five numbered examples of starting intervals for a canon. Each example consists of three staves: Harmoniefolge (Harmony sequence), Versetzung (Interval), and Materialkanon (Material canon). The intervals are: 1. (Major 2nd), 2. (Major 3rd), 3. (Major 4th), 4. (Major 5th), and 5. (Major 6th). The Materialkanon staff shows the resulting harmonic structure for each interval.

Die Kanons 1 und 3 sind äquivalent, und die Kanons 4 und 5. Der zweite Kanon hat keine Entsprechung. Er ist musikalisch unergiebig, da nur der Quintton benutzt werden kann. Deshalb wird er nicht weiter beachtet.

Beim ersten und dritten Einsatzschema können nicht sämtliche Harmonietöne in den Kanonstimmen erklingen. Der Quintton der Tonart bleibt grundsätzlich ausgeschlossen.

12.3.2 Beethoven, 9. Symphonie

Ein Beispiel für diese Imitation steht in Beethovens 9. Symphonie.⁹

The image shows a musical score for Beethoven's 9th Symphony, op. 125, third movement, T. 125. The score includes six staves: Harmoniefolge (Harmony sequence), Versetzung (Interval), Materialkanon (Material canon), Holzbläser (Woodwinds), Geigen (Violins), and Bass. The Harmoniefolge and Versetzung staves show the harmonic structure and interval used. The Materialkanon staff shows the resulting harmonic structure. The Holzbläser, Geigen, and Bass staves show the instrumental parts.

⁹ Beethoven, 9. Symphonie, op. 125, dritter Satz, T. 125.

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

Die Stelle ist ein freier Kanon. In den einzelnen Stimmen wird eine eintaktige Phrase wiederholt. Diese Phrase wird in den Geigen beim zweiten Mal figuriert

Die Imitation ist nicht streng. Beethoven hat den Quintton der Tonart nämlich doch verwendet. Es ist das *f* in den Geigen. Das ist im Materialkanon nicht enthalten. Es kann deshalb auch nicht streng imitiert werden. Beethoven hat den Quintsprung nach unten durch einen Sextsprung beantwortet.

Es wäre sogar ein strenger Kanon möglich gewesen. Der Ton *es* hätte genau beantwortet werden können. Das wäre jedoch aus musikalischen Gründen problematisch. Am Phrasenende hätte dann eine Dissonanz gestanden, die nicht überzeugend aufgelöst wird. Zum Beginn der nächsten Phrase wäre ein Sprung um eine große Septime aufwärts notwendig gewesen. Es wäre auch nicht sinnvoll gewesen, das *es* in die obere Oktave zu legen. Das hätte den Gestus der Melodie erheblich verändert und damit auch den Ausdruck der Stelle.

Beethoven hat also die freie Imitation der strengen vorgezogen. Die Gestalt und der Charakter der Melodie waren ihm offenbar wichtiger als die Genauigkeit der Imitation. Solche kleinen Abweichungen von der strengen Imitation sind nicht selten; denn sie fallen beim Hören kaum auf.

12.3.3 Mozart, *Es-Dur-Symphonie*

Anders als beim Sekund- oder Septkanon ist es beim Oberquart- und Oberquintkanon. Hier können sämtliche Harmonietöne in den Kanonstimmen erklingen. So ist es in diesem Abschnitt aus Mozarts später *Es-Dur-Symphonie*.¹⁰

The image displays a musical score for three parts: Materialkanon, Bläser, and Streicher. The Materialkanon part consists of two staves (treble and bass clef) with a key signature of three flats (B-flat, E-flat, A-flat) and a common time signature. It shows a sequence of chords and intervals. The Bläser part also has two staves (treble and bass clef) and features a melodic line with eighth and sixteenth notes, often beamed together. The Streicher part has two staves (treble and bass clef) and shows a rhythmic accompaniment with eighth and sixteenth notes, often beamed together. The score is presented in a standard musical notation style with a key signature of three flats and a common time signature.

¹⁰ Mozart, *Symphonie Es-Dur*, KV 543, zweiter Satz, T. 53, 60, 125, 132.

Sämtliche Töne der Harmonien erscheinen in den Kanonstimmen. Dabei wird auch die Septime der Dominante korrekt aufgelöst, das *as* wird ins *g* geführt. Aus Gründen der Imitation wird dann auch das *es* ins *d* geführt, obwohl es nicht dissonant ist.

Gleich darauf¹¹ erscheint eine Variante dieser Stelle:

Materialkanon

Anders als vorher wird die Phrase fortgesetzt und abgeschlossen, nämlich durch die Figur mit den beiden Zweiunddreißigsteln. Die Töne der Fortsetzung entsprechen jedoch nicht den Tönen des Materialkanons. In der ersten Stimme führt das neue Motiv von *b* zu *es*. *b* ist jedoch kein Ton der entsprechenden des Materialkanons. Es kann daher auch nicht durch seine Oberquarte beantwortet werden. Tatsächlich wird die Fortsetzung mit ihrer Oberquinte beantwortet. Dadurch weichen die Kanonstimmen geringfügig voneinander ab. Wenn die Phrase mit *es* beginnt, erscheint vom zweiten zum dritten Takt eine Tonwiederholung; wenn sie mit *as* beginnt, steht an der entsprechenden Stelle ein Schritt aufwärts.

Die Imitation scheint also frei oder ungenau; trotzdem entspricht sie dem Materialkanon. Nur ist der Zusammenhang etwas komplizierter. Die Fortsetzung stammt nämlich jeweils aus der anderen Stimme des Materialkanons, also bei den Phrasen, die mit *es* beginnen, aus der oberen und bei den Phrasen, die mit *as* beginnen, aus der unteren. Im folgenden Notenbeispiel stehen deshalb über dem Original noch zwei Kanons, je einer für das Gerüst der Phrase und der Fortsetzung.

¹¹ Mozart, *Symphonie Es-Dur*, KV 543, zweiter Satz, T. 60.

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

The image shows a musical score for 'Der Kanon zu einer Harmoniefolge'. It is divided into six staves. The top three staves are labeled 'Materialkanon', 'Phrase', and 'Fortsetzung'. The bottom three staves show the full musical texture. The 'Materialkanon' staff shows a sequence of chords. The 'Phrase' staff shows a melodic line. The 'Fortsetzung' staff shows the continuation of the phrase. The bottom three staves show the full musical texture, including a bass line and two treble staves. The score is in B-flat major and 4/4 time.

Die Struktur der Stelle kann also als Doppelkanon interpretiert werden, wobei die realen Stimmen zwischen den Stimmen des Doppelkanons wechseln. Der Wechsel ist durch die Verbindungslinien gekennzeichnet.

Für einen Doppelkanon werden nicht zwei Materialkanons benötigt, sondern jeder Stimme des Materialkanons entsprechen zwei Kanonstimmen. Dadurch ergeben sich insgesamt vier Kanonstimmen.

Die Imitation scheint also frei oder ungenau, indirekt entspricht sie jedoch einer strengen kanonischen Struktur, nämlich einem Doppelkanon.

12.4 Kanon und freie Imitation – Beethoven, 2. Symphonie

Der Analyseansatz lässt sich nicht nur auf Kanons anwenden, sondern auch auf Tonsätze mit freier Imitation, wie z. B. auf diese Stelle aus Beethovens *zweiter Symphonie*.¹²

¹² Beethoven, 2. *Symphonie*, op. 36, vierter Satz, T. 38.

12.4 Kanon und freie Imitation – Beethoven, 2. Symphonie

Deutlich erkennbar sind zwei Motive, die in unterschiedlicher Weise imitiert werden. Es handelt sich aber nicht um einen Kanon, sondern um eine Mischung aus strenger und freier Imitation. Trotzdem lässt sich ein Kanon konstruieren, der der Stelle erstaunlich genau entspricht.

Die Harmonie wechselt zwischen Tonika und Dominante. Die intervallischen Einsatzabstände sind Quinte und Quarte. Der Materialkanon ist also der gleiche wie oben. Es gibt zwar keinen Kanon, der der Stelle gut genug entspricht, aber einen Doppelkanon, nämlich diesen:

Vor den Notenzeilen des Doppelkanons steht jeweils, welchem System des Materialkanons die Stimmen entsprechen. Das erste und das dritte System des Doppelkanons entsprechen dem ersten System des Materialkanons, das zweite und vierte System des Doppelkanons dem zweiten.

Dieser Doppelkanon ist allerdings nur als Struktur zu verstehen, als realer Tonsatz enthält er zwei satztechnische Probleme. Das erste ist die Verdopplung der Septime im dritten Takt. Um das zu vermeiden, dürfen das zweite und das vierte System des Doppelkanons nicht gleichzeitig im Tonsatz vertreten sein. Wenn beide Motive mit den Tönen von

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

Material II erklingen sollen, so ist das nur durch einen Übergang vom einen System ins andere möglich. Im Zusammenhang mit diesem Übergang wird das andere satztechnische Problem wichtig. Die Septime muss richtig aufgelöst werden. Es wäre problematisch, vom *g* ins *d* hinunterzuspringen, also so, wie das im zweiten System des Doppelkanons geschieht. Satztechnisch besser ist es, vom zweiten ins vierte System überzugehen, und zwar dort, wo die Linie eingezeichnet ist.

Dieses Problem gibt es aber nur im zweiten und vierten System des Doppelkanons, nicht in den beiden anderen. Das erste Motiv kann also wiederholt werden, wenn es mit den Tönen von Material I gebildet ist, d. h. dann, wenn es mit dem Quintton beginnt. So ist es bei Beethoven.

Hier wird deutlich, dass die Septime im Original richtig aufgelöst ist, und zwar durch den Übergang vom zweiten ins vierte System. Deshalb fehlen im Original die eingerahmten Noten aus dem zweiten System des Doppelkanons. Vom Grundton aus erscheint das erste Motiv also nur einmal.

Die Analysemethoden für den Kanon können auch auf Stellen angewandt werden, bei denen gar kein Kanon vorliegt, sondern freie Imitation. Das liegt hier an der Art der freien Imitation. Die Diastematik ergibt sich nicht bloß sekundär aus der Harmonik, sondern die Motive werden diastematisch exakt imitiert. Dadurch ist der Anteil der strengen Imitation so groß, dass die Analysemethoden für den Kanon angewendet werden können. Allerdings ist noch ein Umweg erforderlich: Aus dem Materialkanon wird ein Strukturkanon entwickelt. Dieser Strukturkanon ist zwar schon ein mehrstimmiger Satz, enthält

jedoch noch satztechnische Fehler. Der Originalsatz entspricht dem Strukturkanon, aber dessen satztechnische Fehler sind vermieden und auf die strenge kanonische Struktur wird verzichtet.

Ob solch ein analytischer Ansatz häufiger geeignet ist, scheint schwer einzuschätzen. In freien Imitationen sind die Motive rhythmisch-diatematische Konturen, die auf eine Harmoniefolge oder auf einen melodischen Zusammenhang appliziert werden. Für solche Stellen bleiben dann nur die traditionellen Formen der Analyse.

12.5 Drei und mehr Stimmen

12.5.1 Beethoven, 2. Symphonie

Das Thema von eben wird kurz vorher exponiert, und zwar so:¹³

Hier fehlt die Bassstimme der Parallelstelle. Dafür erscheinen die Oberstimmen in Terzparallelen. Die Analyse muss also untersuchen, wie Terzparallelen beim Kanon über das Tonika-Dominant-Pendel möglich sind. Wegen der Terzparallelen hat der Kanon mehr als zwei Stimmen. Solche Kanons werden mit dem Vielstimmigkeitsschema bestimmt. Das Hilfstonschema ist dieses:

Harmoniefolge	D	A^7	D
Hilfstöne	D		
	${}^7D^7$	A^7	
	D	7G	D
Einsatzintervalle	$(d)fis$	$cis\ de\ ga$	

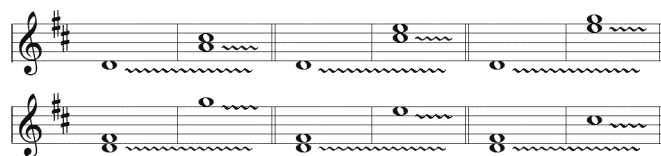
Aus der untersten Zeile ergibt sich das Vielstimmigkeitsschema:

¹³ Beethoven, 2. Symphonie, op. 36, vierter Satz, T. 26.

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

<i>(d) fis</i>	<i>cis de ga</i>
<i>(fis) a</i>	<i>e fis gh cis</i>
	<i>(cis) e</i>
	<i>(d) fis</i>
	<i>(e) g</i>
	<i>(g) h</i>
	<i>(a) cis</i>

Für das Austerzen gibt es also jeweils drei Möglichkeiten, je nachdem, ob die erste oder die zweite Stimme ausgeterzt wird.



Die folgenden Untersuchungen lassen sich erheblich abkürzen, wenn man den Äquivalenzbegriff auf Kanons mit mehr als zwei Stimmen überträgt. Dazu wird der Begriff des „Einsatztauschs“ allgemeiner gefasst, nämlich so:

Bei einem Einsatztausch werden diejenigen Stimmen, die am zweiten Einsatzzeitpunkt einsetzen, nach vorne verlängert. Anschließend werden alle übrigen Stimmen so verlängert oder verkürzt, dass wieder ein korrekter Kanon entsteht.

Insofern sind je zwei Einsatzschemata zueinander äquivalent. Im Notenbeispiel oben stehen sie untereinander. Es gibt also drei Materialkanons. Sie werden genauso bestimmt wie für die Zweistimmigkeit: Die Harmoniefolge wird rückversetzt, allerdings für jede nachahmende Stimme extra. Dann wird die Schnittmenge gebildet, aber eben nicht nur aus zwei Harmonien, sondern aus dreien.

rückversetzte Harmoniefolgen

Harmoniefolge

Schnittmenge

versetzte Schnittmengen

Der erste Kanon unterscheidet sich von den beiden anderen. Nur in ihm lässt sich die Septimdissonanz mit den Kanonstimmen darstellen. Außerdem gibt es hier noch eine interessante Parallele zur Zweistimmigkeit. Der Tonvorrat des Materialkanons ist nämlich in zwei Stimmen genau derselbe wie beim Oberquint- oder Oberquartkanon für die Zweistimmigkeit. Es scheint also so, als ob beim Quart- oder Quintkanon über das Tonika-Dominant-Pendel eine Stimme ausgetertzt werden kann, und zwar diejenige Stimme, deren Material bei der Dominante drei Töne hat. Allerdings kann das Austerzen zur Verdopplung der Septime führen. Um das zu vermeiden, muss der Materialkanon noch weiter reduziert werden, nämlich so:

So entspricht er der Stelle aus der Beethoven-Symphonie:

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

26

I

Materialkanon II

III

M. II

M. III

M. I

2. Vl. | 1. | 1.

Va. | 1. | 1.

Vc. | 1. | 2.

Kb.

Auch hier ist die Imitation nicht streng. Das erste Motiv wird in den Oberstimmen imitiert, aber nicht das zweite. Die Stelle lässt sich genauso auf den Doppelkanon von oben beziehen. Das wird aber nicht ausgeführt.

12.5.2 Eine Sequenz mit Septakkorden – Beethoven, 7. *Symphonie*

Septakkorde gibt es auch in Sequenzen. Beim sekundweise aufwärts sequenzierten Quintfall kann die Harmonie vor dem Quintfall ein Septakkord sein, z. B. so wie hier:

6/5 5 6/5 5 6/5 5 6/5 5

Das Hilfstonschema dazu ist dieses:

Harmoniefolge	a^7	d	h^7
Hilfstöne	$7a^7$		
	a	$7d$	
	$(7a^7)$	f^7	$(7h^7)$
Einsatzintervalle in Tönen über a	$(a)ce$	$ahdef$	

Bei der zweiten Harmonie sind also fünf Einsatzintervalle möglich: Prim, Obersekund, Oberquart, Oberquint und Obersext. Je zwei Einsatzschemata sind äquivalent: zum einen die Einsätze in der Prim und in der Obersekunde und zum andern die Einsätze in der Oberquarte und in der Obersext. Es gibt also diese drei Materialkanons:

The image shows two musical staves. The top staff is labeled 'Harmoniefolge' and contains a sequence of chords. The bottom staff is labeled 'Materialkanon' and contains a sequence of notes. Below the bottom staff, there are three labels indicating intervals: 'Prime / Obersekunde*', 'Oberquarte / Obersekte', and 'Oberquinte'.

Der Kanon in der Oberquinte bietet keinen melodischen Spielraum. Außerdem zwingt er dazu, die Septime zu verdoppeln. Er ist also unbrauchbar.

Nur im ersten Kanon kann die Septimdissonanz zwischen den Kanonstimmen auftreten. Die Stelle ist gekennzeichnet. Wenn dies beabsichtigt ist, kommt nur der erste Kanon in Frage.

Es liegt nahe, zu untersuchen, ob dabei auch Parallelführungen in Terzen oder Sexten möglich sind. Das Vielstimmigkeitsschema dazu ist dieses:

(a)c	defah
(c)e	fgacd
	(d)f
	(e)g
	(f)a
	(a)c
	(h)d

Egal, ob die erste oder die zweite Stimme ausgetertzt wird, es gibt in jedem Fall drei Möglichkeiten. Die Einsatzschemata sind diese:

The image shows two musical staves. The top staff has a treble clef and contains a sequence of notes with wavy lines underneath, indicating a specific rhythmic pattern. The bottom staff has a bass clef and contains a sequence of notes with wavy lines underneath, indicating a specific rhythmic pattern.

Die äquivalenten Einsatzschemata stehen untereinander. Dazu gehören diese Materialkanons:

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

Harmoniefolge

Materialkanon

Offenbar gibt es nur einen Materialkanon, bei dem die Septimdissonanz zwischen zwei Kanonstimmen erscheinen kann. Er steht im Notenbeispiel links. Bei den Septimen steht ein Sternchen. Dieser Materialkanon hat außerdem noch diese Eigenschaft: Jede Harmonie kann vollständig durch die Kanonstimmen dargestellt werden. So ist es in einem Abschnitt aus Beethovens *7. Symphonie*.¹⁴

Die Darstellung ist auf zwei Notenbeispiele verteilt: im ersten stehen der Materialkanon und das melodische Gerüst des Originals, im zweiten das Gerüst und das Original selbst:

Harmoniefolge

Materialkanon

Gerüst

wird Bass

wird Mittelstimme

wird Oberstimme

Im folgenden Notenbeispiel stehen das Gerüst und das Original:

¹⁴ Beethoven, *7. Symphonie*, op. 92, erster Satz, T. 236.

236

Gerüst

Bläser

Streicher

240

Gerüst

243

Gerüst

Die Septimen werden aufwärts aufgelöst. Das ist irregulär, aber es geschieht in einer Mittelstimme, fällt also weniger auf.

Es gibt allerdings einen wichtigen Unterschied zu der Harmoniefolge, die bei der Untersuchung zu Grunde gelegt worden ist: Die Septakkorde treten früher ein, nämlich so:

Bei den vorgezogenen Tönen zeigt der Notenhals nach oben. Das Vorziehen der Dissonanz hat wohl zwei Gründe:

Zum einen ist es klanglich vorteilhaft. Die Harmoniefolge enthält zwei verminderte Dreiklänge, auf *e* und auf *fis*. Durch das Vorziehen der Dissonanz erklingen sie nicht zwei Takte lang, sondern nur einen kurzen Akkord. Darauf folgt dann gleich der volle Septakkord.

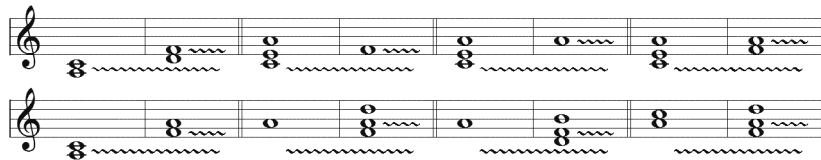
Zum anderen wird die kleine Sekunde zwischen *a* und *b* besonders hervorgehoben. Sie erklingt nämlich besonders lange, fast vier Takte lang. Diese auffällige Dissonanz erhöht die Spannung. Das ist formal sinnvoll. Die Stelle steht nämlich in der Durchführung. Sie ist eine Steigerung, die auf die Reprise hinführt, und die Reprise wird in diesem Satz nicht durch ein besonders langes Verweilen auf der Dominante vorbereitet, sondern – unter anderem – durch die kanonische Sequenz. Diese Deutung – die Dissonanz wird vorgezogen, um die Spannung zu erhöhen – wird durch zwei andere Stellen gestützt, in denen diese Sequenz in einer Steigerung eingesetzt ist, auch jeweils mit der auffälligen kleinen

Sekunde, nämlich in der langsamen Einleitung von Mozarts später *Es-Dur-Symphonie*¹⁵ und in Schuberts großer *C-Dur-Symphonie*.¹⁶

Es lässt sich sogar begründen, warum Beethoven nicht noch eine weitere Parallelführung geschrieben hat. Man könnte erwarten, dass sich die Harmonien leichter durch die Kanonstimmen darstellen lassen, wenn die Anzahl der Stimmen größer ist. Das stimmt aber nicht. Die Einsatzschemata werden mit dem Vielstimmigkeitsschema bestimmt:

(a)ce	defah
(c)eg	fgacd
(e)gh	ahcef
	(d)fa
	(e)gh
	(f)ac
	(a)ce
	(h)df

In der Vierstimmigkeit gibt es zwei Möglichkeiten der Parallelführung: Es werden zwei Stimmen ausgetertzt, oder eine Stimme bleibt allein und die andere wird in Sextakkorden parallel geführt. In der Fünfstimmigkeit wird eine Stimme in Terzen und die andere in Sextakkorden parallel geführt. Dem entsprechen diese Einsatzschemata:



Äquivalente Einsatzschemata stehen wieder übereinander. Die Materialkanons dazu sind diese:

¹⁵ Mozart, *Symphonie Es-Dur*, KV 543, erster Satz, T. 14.

¹⁶ Schubert, *Symphonie C-Dur*, D. 944, erster Satz, T. 406 und 414.

12 Der Kanon zu einer Harmoniefolge

The image displays a musical score for a canon. It is divided into two main sections: 'Harmoniefolge' and 'Materialkanon'. The 'Harmoniefolge' section consists of ten staves of music, each containing a sequence of chords. The 'Materialkanon' section consists of six staves, each containing a sequence of notes. The notes in the 'Materialkanon' section are arranged in a way that they can be used to form the chords in the 'Harmoniefolge' section. The score is written in a standard musical notation with treble clefs and a key signature of one flat.

Wenn je zwei Stimmen in Terzparallelen laufen, sind Akkordseptimen nicht möglich. Falls in der Vierstimmigkeit eine Stimme in parallelen Sextakkorden geführt wird, gibt es zwei verschiedene Materialkanons. In einem von beiden ist die Septimdissonanz innerhalb der Kanonstimmen möglich. Eine solche Konstruktion ist sowieso ungebräuchlich und außerdem bietet sie auch weniger melodischen Spielraum als die Dreistimmigkeit.

In der Fünfstimmigkeit ist keine Septimdissonanz innerhalb der Kanonstimmen mehr möglich. Außerdem besteht kein melodischer Spielraum mehr.

Das Austerzen einer einzigen Kanonstimme steigert die Klangfülle, ohne die Beweglichkeit zu verringern. Weitere Parallelführungen sind harmonisch keine Bereicherung, sondern beschränken nur die Melodik. Die Struktur von Beethovens Kanon lässt sich also so erklären:

1. Harmonisch ist sie ein sekundweise aufwärts sequenzierter Quintfall mit Septakkorden.
2. Die Septimdissonanz erscheint zwischen Kanonstimmen.
3. Zu jeder Zeit erklingt mindestens eine Terz oder Sexte.
4. Die Einzelstimmen haben den größten Tonvorrat, der unter den vorher genannten Bedingungen möglich ist.
5. Aus den Bedingungen 3 und 4 folgt, dass der Satz dreistimmig ist; denn nur die Dreistimmigkeit verbindet die melodische Beweglichkeit der zwei- und dreistimmigen Lösungen mit der harmonischen Fülle der drei- bis fünfstimmigen Lösungen.

12 *Der Kanon zu einer Harmoniefolge*

13 Das Quodlibet mit einer Sequenz

13.1 Eingliedrige Sequenzen

Mit einer Variante des Hilfstonverfahrens lassen sich Sequenzen zu einer gegebenen Melodie oder Harmoniefolge finden. Möglich sind diese Kombinationen:

- melodische Sequenzen zu einer gegebenen Melodie,
- melodische Sequenzen zu einer gegebenen Harmoniefolge,
- harmonische Sequenzen zu einer gegebenen Melodie.

Solche Sätze werden „Sequenzquodlibet“ genannt. Offen bleiben dabei die Länge des sequenzierten Abschnitts und die Größe des Sequenzintervalls. Das satztechnische Problem ist so ähnlich wie beim Kanon zu einer Harmoniefolge. Dort soll ein Kanon gefunden werden, aber es steht nicht fest, welchen intervallischen und welchen rhythmischen Einsatzabstand er haben soll. Beim Sequenzquodlibet soll eine Sequenz gefunden werden, aber das Sequenzintervall und die Länge des sequenzierten Abschnitts werden erst bestimmt. „Sequenz“ wird so definiert:

Eine Sequenz ist ein Tonsatz aus mehreren Abschnitten, von denen je zwei vollständig oder hinsichtlich der Harmonik Versetzungen voneinander sind und bei denen das Versetzungsintervall zwischen benachbarten Abschnitten stufengetreu gleich ist. Abschnitt kann ein Ton sein, ein Melodieabschnitt, eine Harmonie oder eine Harmoniefolge. Das Versetzungsintervall wird „Sequenzintervall“ genannt.

Der Sequenzbegriff ist hier etwas anders gefasst als üblich, denn es können sogar einzelne Töne Sequenzabschnitte sein, und auch bloße Wiederholungen gelten als Sequenz. Das Versetzungsintervall und das Sequenzintervall können also auch Primen sein. Zwei Fälle werden ignoriert:

- ein Wechsel des Sequenzintervalls,¹
- intervallgetreue Sequenzen.²

Sequenzen heißen „eingliedrig“, wenn ihre Abschnitte aus einem Ton oder einer Harmonie bestehen.

¹ z. B. Beethoven, *Violinkonzert*, op. 61, erster Satz, T. 186.

² Intervallgetreue Sequenzen werden genauso bestimmt. Das wird jedoch nicht ausgeführt.

13 Das Quodlibet mit einer Sequenz

Da stufengetreue Sequenzen gesucht werden, gilt das siebenstufig-diatonische Tonsystem. Dabei sind die Oktavlagen gleichgültig. Deshalb wird modulo 7 gerechnet. Eine Sequenz aus Einzeltönen hat diese allgemeine Form:

$$s_i = s_1 + (i - 1)d$$

Die s_i sind die Sequenzabschnitte, hier also einzelne Töne, s_1 ist der Anfangston und d das Sequenzintervall.

Um ein Quodlibet aus einer gegebenen Tonfolge t und einer Sequenz zu finden, wird zu t ein so genanntes Sequenzschema konstruiert. Das ist eine rechteckige Matrix aus Tönen. Sie hat so viele Zeilen, wie die Tonfolge Töne hat, und sie hat sieben Spalten, eine für jedes Sequenzintervall. Die Töne der Matrix werden „Hilfstöne“ genannt und mit h_{ij} bezeichnet. Es gilt

$$h_{ij} = t_i + (i - 1)(j - 1)$$

Angenommen, es existiere ein s_1 , das zu allen Tönen der j -ten Spalte konsoniert. In diesem Fall ist j konstant, und i durchläuft den ganzen Indexbereich. Dann gilt für alle i

$$\begin{array}{l} s_1 \\ s_1 \\ s_1 - (i - 1)(j - 1) \\ s_1 + (i - 1)(-j + 1) \end{array} \quad \begin{array}{l} \| \\ \| \\ \| \\ \| \end{array} \begin{array}{l} h_{ij} \\ t_i + (i - 1)(j - 1) \\ t_i \\ t_i \end{array}$$

Auf der linken Seite steht eine Sequenz mit dem Anfangston s_1 und dem Sequenzintervall $d = -j + 1$, und auf der rechten Seite steht die Tonfolge t_i . Der zweistimmige Satz aus der Sequenz auf der linken Seite und der Tonfolge auf der rechten ist also ein Sequenzquodlibet. Da das Schema sieben Spalten hat, sind alle Sequenzintervalle erfasst. Es können also alle Sequenzen gefunden werden.

In der ersten Spalte gilt $j = 1$. Dafür ergibt sich

$$h_{i1} = t_i$$

Hier steht also die gegebene Tonfolge. In den Zeilen ist i konstant. Dort stehen Sequenzen mit dem Anfangston t_i und dem Sequenzintervall $i - 1$. Das Sequenzintervall der Zeilen heißt „Konstruktionsintervall“.

Für die erste Zeile des Chorals „Vom Himmel hoch, da komm’ ich her“ ergibt sich dieses Sequenzschema:

		Sequenzintervall						
		1.	2 ↓	3 ↓	4 ↓	4 ↑	3 ↑	2 ↑
Konstruktionsintervall	1.	c	c	c	c	c	c	c
	2 ↑	h	c	d	e	f	g	a
	3 ↑	a	c	e	g	h	d	f
	4 ↑	h	e	a	d	g	c	f
	4 ↓	g	d	a	e	h	f	c
	3 ↓	a	f	d	h	g	e	c
	2 ↓	h	a	g	f	e	d	c
	1.	c	c	c	c	c	c	c
Anfangstöne		e	a					fac

Das Sequenzschema wird so konstruiert:

- In die Spalte ganz links wird die Melodie eingetragen.
- Von den Tönen der Melodie ausgehend werden in den Zeilen Eintonssequenzen eingetragen.
- Die Zeilen sind jeweils sieben Töne lang.
- Das Konstruktionsintervall für die erste Zeile ist eine Prime, in jeder weiteren Zeile wächst es um eine Sekunde.
- Unter das Schema werden diejenigen Töne geschrieben, die zu sämtlichen Tönen ihrer Spalte konsonieren.

Für die erste, zweite und siebte Spalte gibt es Töne, die zu allen Hilfstönen ihrer Spalte passen. Sie stehen in der untersten Zeile. Von den Tönen in der unteren Zeile aus sind Sequenzen mit demjenigen Sequenzintervall möglich, das über der Spalte steht. Es gibt also diese Lösungen:

The image shows four examples of sequence construction in musical notation. Each example consists of two staves. The top staff shows a sequence of notes (c, c, c, c, c, c, c) with interval arrows above. The bottom staff shows the corresponding chords or accompaniment for each note in the sequence.

Der Satz mit den parallel geführten Dreiklängen ist nicht regulär, und ein regulärer Tonsatz wird normalerweise nicht alle Töne der Dreiklangsmixtur enthalten. Die Lösungssequenz enthält also nur das Material für eine reguläre Sequenz. Deshalb wird die Lösungssequenz „Materialsequenz“ genannt. Der Begriff ist analog zu „Materialkanon“ gewählt.³

13.2 Zweigliedrige Sequenzen

Zweigliedrige Sequenzen lassen sich auffassen als Kombination von zwei eingliedrigen Sequenzen mit demselben Sequenzintervall, wobei die einzelnen Abschnitte der beiden eingliedrigen Sequenzen miteinander abwechseln. Je zwei Abschnitte der eingliedrigen Sequenzen ergeben einen Abschnitt der zweigliedrigen. Um zweigliedrige Sequenzen zu bestimmen, werden deshalb je zwei Melodietöne, die aufeinander folgen, zusammengefasst und erscheinen in einer Doppelspalte, also an derselben Sequenzposition. Zur Verdeutlichung werden sie entsprechend ihrer Reihenfolge von oben nach unten gegeneinander versetzt. Analog verfährt man bei Sequenzen mit noch mehr Gliedern. Das wird jedoch nicht ausgeführt.

Für die erste Zeile der Melodie „Vom Himmel hoch“ ergibt sich dieses Sequenzschema:

1.	2 ↓	3 ↓	4 ↓	4 ↑	3 ↑	2 ↑
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>c</i>
<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>
<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
<i>h</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>a</i>
<i>g</i>	<i>h</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
<i>h</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
<i>c</i>	<i>f</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>g</i>
<i>e ef</i>	<i>eg f</i>	<i>fa gh</i>	<i>fa egh</i>	<i>ce df</i>	<i>fac ghd</i>	<i>c d</i>

Die Materialsequenzen dazu sind diese:

Sequenzintervall	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c</i>
1.	<i>e</i>	<i>ef</i>	<i>e</i>	<i>ef</i>	<i>e</i>	<i>ef</i>	<i>e</i>	<i>ef</i>
2 ↓	<i>eg</i>	<i>f</i>	<i>df</i>	<i>e</i>	<i>ce</i>	<i>d</i>	<i>hd</i>	<i>c</i>
3 ↓	<i>fa</i>	<i>gh</i>	<i>df</i>	<i>eg</i>	<i>hd</i>	<i>ce</i>	<i>gh</i>	<i>ac</i>
4 ↓	<i>fa</i>	<i>E</i>	<i>ce</i>	<i>H</i>	<i>gh</i>	<i>F</i>	<i>df</i>	<i>C</i>
4 ↑	<i>ce</i>	<i>df</i>	<i>fa</i>	<i>gh</i>	<i>hd</i>	<i>ce</i>	<i>eg</i>	<i>fa</i>
3 ↑	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
2 ↑	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>g</i>

Die kleinen Buchstaben stehen für einzelne Töne und die großen für Dreiklänge, und zwar, da stufengetreu gerechnet wird, für Dur- und Moll Dreiklänge. Die beiden eingliedrigen

³ S. 439.

Lösungen sind hier mitenthalten. Die steigende Folge von Dreiklängen steht in der Zeile für die steigende Terz als Sequenzintervall, und die fallende Tonleiter steht in der Zeile für die fallende Terz. Dabei sind die Töne der fallenden Tonleiter abwechselnd der obere und der untere Ton der Terzen, aus denen die Materialsequenz besteht. Die eingliedigen Sequenzen werden also bei der Suche nach zweigliedrigen Sequenzen gefunden, aber sie sind anderen Sequenzintervallen zugeordnet als bei der Suche nach eingliedigen. Das lässt sich so erklären: Wenn die Sequenzen als zweigliedrig aufgefasst werden, ist das Sequenzintervall dasjenige, um das die zweigliedrige Einheit versetzt wird, und so ergibt sich aus zwei Sekunden eine Terz. Weil mit dem Schema für die zweigliedrigen Sequenzen auch die eingliedigen gefunden werden, ist für eine Suche nach ein- und zweigliedrigen Sequenzen nur ein einziges Schema erforderlich, nämlich das für die zweigliedrigen.


13.3 Melodische Sequenzen zu Harmoniefolgen

13.3.1 Grundlagen

Um melodische Sequenzen zu gegebenen Harmoniefolgen zu finden, wird ein Sequenzschema aus Harmonien erstellt. Die Hilfsharmonien werden genauso bestimmt wie die Hilfstöne. Für die Harmoniefolge $C D G C$ ergibt sich dieses Schema:

Sequenzintervall	1.	2 ↓	3 ↓	4 ↓	4 ↑	3 ↑	2 ↑
	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>
Hilfsharmonien	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>C</i>
	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>D</i>	<i>F</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>E</i>
	<i>C</i>	<i>F</i>	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>G</i>
Anfangstöne	∅	∅	∅	∅	<i>ce</i>	∅	<i>g</i>

Die Anfangstöne gehören sämtlichen Harmonien ihrer Spalte an. In der untersten Zeile stehen also jeweils die Schnittmengen für die Spalte darüber. Es gibt zwei Lösungen. Die Materialsequenzen sind diese:

Harmoniefolge	
Materialsequenz 1	
Materialsequenz 2	

Das Verfahren funktioniert auch bei Septakkorden. Für $C G^7 C$ ergibt sich dieses Schema:

1.	2 ↓	3 ↓	4 ↓	4 ↑	3 ↑	2 ↑
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>
<i>G⁷</i>	<i>A⁷</i>	<i>H⁷</i>	<i>C⁷</i>	<i>D⁷</i>	<i>E⁷</i>	<i>F⁷</i>
<i>C</i>	<i>E</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>D</i>	<i>F</i>	<i>A</i>
<i>g</i>	<i>eg</i>	∅	∅	∅	∅	<i>ce</i>

13 Das Quodlibet mit einer Sequenz

Das sind die Materialsequenzen:

<i>C</i>	<i>G⁷</i>	<i>C</i>
<i>g</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
<i>eg</i>	<i>df</i>	<i>ce</i>
<i>ce</i>	<i>df</i>	<i>eg</i>

Sie sind aus Platzgründen nicht in Notenschrift dargestellt, sondern in Ton- und Harmoniebuchstaben. Die Harmoniefolge ist mit ihrem Krebs identisch, sie ist also ein so genanntes Palindrom. Deswegen ist der Krebs einer Materialsequenz auch eine Materialsequenz. Die erste Lösung ist trivial. Hier wird nur der Quintton wiederholt. Melodisch interessanter sind die Materialsequenzen in den Zeilen darunter.

13.3.2 Eingliedrige Sequenzen – Themenmelodik

Ein Beispiel für die steigende Folge steht in Mozarts früher *g-Moll-Symphonie*.⁴

The image displays two musical examples. The first, labeled 'Materialsequenz', shows a single melodic line in G minor with a sequence of notes: G, A, B, C, D, E, F, G. The second, labeled 'Satz', shows a full musical sentence in G minor, including a piano accompaniment. The piano part features a sequence of chords: G, A, B, C, D, E, F, G, which corresponds to the material sequence above.

Jeweils das dritte Achtel der Akkordbrechung gehört der Materialsequenz nicht an. Deshalb wird es auch nicht genauso sequenziert wie die übrigen Töne. Stattdessen steht dort jeweils ein passender Harmonieton.

Dieselbe Struktur hat das Hauptthema von Beethovens früher *f-Moll-Sonate*.⁵

⁴ Mozart, *Symphonie g-Moll*, KV 183, erster Satz, T. 5.

⁵ Beethoven, *Klaviersonate f-Moll*, op. 2, Nr. 1, erster Satz.

Als wesentlich für das Thema gilt, dass sich Tonika und Dominante abwechseln und dass die Melodie sequenziert, erst alle zwei Takte, dann eintaktig. So analysiert es Kühn in seiner Formenlehre.⁶ Er klärt jedoch nicht – das gehört auch nicht zur Formenlehre –, wie der Tonika-Dominant-Wechsel und die Sequenz satztechnisch zusammen passen. Solche Kombinationen sind typisch für die Melodik vom Barock bis zur Romantik, und da sie satztechnisch nicht trivial sind, lohnt es sich, ihre Gesetzmäßigkeiten zu untersuchen. Möglich wird das mit dem Sequenzschemaverfahren.

13.3.3 Zweigliedrige Sequenzen – Themenmelodik

Zweigliedrige Sequenzen werden genauso bestimmt wie bei der gegebenen Melodie. Für $C G^7 G^7 C$ ergibt sich dieses Schema:

1.	2 ↓	3 ↓	4 ↓	4 ↑	3 ↑	2 ↑
C	C	C	C	C	C	C
G^7	G^7	G^7	G^7	G^7	G^7	G^7
G^7	A^7	H^7	C^7	D^7	E^7	F^7
C	D	E	F	G	A	H
g g	ceg df	\emptyset gh	ceg f	c ghd	eg \emptyset	ce hdf

Es gibt fünf Lösungen. Die Materialsequenzen sind diese:

⁶ Kühn S. 60 f.

13 Das Quodlibet mit einer Sequenz

C	G ⁷	G ⁷	C
g	g	g	g
ceg	df	hdf	ce
ceg	f	ghd	c
c	ghd	f	ceg
ce	hdf	df	ceg

Auch diese Harmoniefolge ist ein Palindrom, und deswegen ist der Krebs einer Materialsequenz ebenfalls eine Materialsequenz. Ein solches Sequenzquodlibet steht im zweiten Satz von Mozarts *Symphonie C-Dur*.⁷

The image shows a musical score for the second movement of Mozart's Symphony in C major. It features a sequence of chords in the upper voice and a melody in the lower voice. The melody starts with a piano (p) dynamic and then moves to a forte (f) dynamic. The chords are: C major, G7, G7, C major.

Das c in der Melodie passt nicht in die Materialsequenz. Deshalb wird es auch nicht sequenziert, sondern an der entsprechenden Stelle erscheint wieder ein c. Für diese Struktur gibt es viele Beispiele.⁸

Auf der fallenden Materialsequenz beruht der Anfang von Verdis «*La donna è mobile*».⁹

The image shows the beginning of Verdi's 'La donna è mobile' from Rigoletto. It features a sequence of chords in the upper voice and a melody in the lower voice with lyrics. The chords are: C major, G7, G7, C major. The lyrics are: La donna è mo-bi-le qual piu-ma al ven-to.

Die Struktur dieser Beispiele ist relativ einfach. Es lassen sich leicht satztechnische Modelle extrahieren. Der Ansatz funktioniert auch bei komplizierteren Fällen, z. B. bei $g a^{\flat} D^7 g$.

⁷ Mozart, *Symphonie C-Dur*, KV 551, zweiter Satz.

⁸ Zum Beispiel

Mozart, *Streichquartett C-Dur*, KV 157, erster Satz,

Mozart, *Klavierkonzert d-Moll*, KV 466, erster Satz,

Mozart, *Symphonie Es-Dur*, KV 543, dritter Satz, Trio,

Mozart, *Symphonie C-Dur*, KV 551, erster Satz,

Beethoven, *3. Symphonie*, op. 55, vierter Satz, T. 76,

Beethoven, *Streichquartett B-Dur*, op. 130, erster Satz, T. 15.

⁹ Verdi, *Rigoletto*, dritter Akt, Nr. 11, Scena e Canzone, T. 47.

13.3 Melodische Sequenzen zu Harmoniefolgen

1.	2 ↓	3 ↓	4 ↓	4 ↑	3 ↑	2 ↑
G G	G G	G G	G G	G G	G G	G G
A ⁷ D ⁷	H ⁷ E ⁷	C ⁷ F ⁷	D ⁷ G ⁷	E ⁷ A ⁷	F ⁷ H ⁷	G ⁷ C ⁷
G	H	D	F	A	C	E
∅ d	hd ghd	∅ ∅	∅ ghd	∅ g	∅ hd	gh gh

Es gibt zwei Lösungen. Die Materialsequenzen sind diese:

Harmoniefolge

Materialsequenzen

Der zweiten entspricht der Anfang von Mozarts später *g-Moll-Symphonie*.¹⁰

¹⁰ Mozart, *Symphonie g-Moll*, KV 550, erster Satz.

13.3.4 Romantische Harmonik – Schubert, *Symphonie h-Moll*

Der Ansatz lässt sich auch auf romantische Harmonik anwenden, z. B. auf die Harmoniefolge *D A D Fis*. Am Schluss steht eine Großterzbeziehung. Für das Hilfsharmonieschema werden die Vorzeichen ignoriert. So sieht es aus:

1.	2 ↓	3 ↓	4 ↓	4 ↑	3 ↑	2 ↑
D	D	D	D	D	D	D
A	A	A	A	A	A	A
D	E	F	G	A	H	C
F	G	A	H	C	D	E
dfa ac	∅ ∅	fa ace	d ∅	a ce	df a	∅ e

Das sind die Materialsequenzen:

Harmoniefolge

Materialsequenzen

Die erste Lösung ist eine bloße Wiederholung. Von den Sequenzen im üblichen Sinn zeichnet sich die zweite vor den anderen aus durch den größeren Tonvorrat und die Möglichkeit von Terzparallelen. Sie entspricht dieser Stelle aus Schuberts *Unvollendeter*:¹¹

Die Parallelen stehen in den Holzbläsern. Der dritte Akkord wird als D-Dur aufgefasst, obwohl er den Ton *a* nicht enthält. Durch das Fehlen des *a* ist der Übergang in das Fis-Dur danach besonders glatt, denn so kommt es nicht zu einer chromatischen Fortschreitung oder zu einem Querstand.

¹¹ Schubert, *Symphonie h-Moll*, D. 759, erster Satz, T. 202 ff.

13.3.5 Ein Sequenzgeflecht – Bach, *Bringet dem Herrn Ehre*

Besonders komplex ist diese Stelle aus Bachs Kantate *Bringet dem Herrn Ehre seines Namens*:¹²

The image shows a musical score for a trumpet and strings. The trumpet part is in the upper staff, and the strings are in the lower staves. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is common time (C). The score consists of five measures. The trumpet part starts with a rest in the first measure, then plays a melodic line. The strings provide harmonic support with various chords and textures.

Die Harmoniefolge ist $e A^7 D^7 D^7 G$. Bach hat keine zweigliedrige Sequenz von der ersten bis zur letzten Harmonie geschrieben. Dafür gäbe es auch nur wenig Möglichkeiten. Vielmehr sind verschiedene Sequenzen einzelner Motive kombiniert. Um die Struktur zu erkennen, wird nach Teilsequenzen gesucht, in denen der Sequenzabschnitt nur zweimal erscheint. Insgesamt sind also drei Möglichkeiten zu untersuchen:

- Die Sequenz umfasst die ersten vier Harmonien.
- Die Sequenz umfasst sämtliche Harmonien.
- Die Sequenz umfasst die letzten vier Harmonien.

Dementsprechend stehen im folgenden Hilfstonschema drei Zeilen für die Schnittmengen, für jeden der drei Fälle eine:

	1.	2 ↓	3 ↓	4 ↓	4 ↑	3 ↑	2 ↑
	E	E	E	E	E	E	E
	A^7	A^7	A^7	A^7	A^7	A^7	A^7
Bereich	D^7	E^7	F^7	G^7	A^7	H^7	C^7
Takte	D^7	E^7	F^7	G^7	A^7	H^7	C^7
	G	H	D	F	A	C	E
1 – 4	\emptyset ac	egh eg	e ace	gh g	eg $aceg$	h a	egh ceg
1 – 5	\emptyset ac	h eg	\emptyset ace	\emptyset g	e $aceg$	\emptyset a	egh ceg
2 – 5	d ac	hd eg	fa ace	f g	ace $aceg$	\emptyset a	egh ceg

Analog zu den drei Zeilen mit den Schnittmengen werden drei Materialsequenzen bestimmt, eine für die ersten vier Harmonien, eine für alle fünf und eine für die letzten vier. T. 2 und 4 sind in allen drei Materialsequenzen gleich. Die Materialsequenz für alle fünf

¹² Bach, Kantate *Bringet dem Herrn Ehre seines Namens*, BWV 148, Nr. 1, Concerto, T. 17.

13 Das Quodlibet mit einer Sequenz

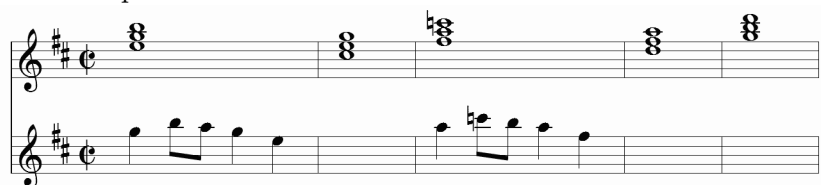
Harmonien ist hinsichtlich der mittleren drei die Schnittmenge der beiden anderen. Das sind die Materialsequenzen:

Sequenzintervall	<i>E</i>	<i>A</i> ⁷	<i>D</i> ⁷	<i>D</i> ⁷	<i>G</i>	Bereich
1.	–	<i>ac</i>	<i>d</i>	<i>ac</i>	<i>d</i>	2 – 5
2 ↓	<i>egh</i>	<i>eg</i>	<i>dfa</i>	<i>df</i>	–	1 – 4
	<i>h</i>	<i>eg</i>	<i>a</i>	<i>df</i>	<i>g</i>	1 – 5
	–	<i>eg</i>	<i>ac</i>	<i>df</i>	<i>gh</i>	2 – 5
3 ↓	<i>e</i>	<i>ace</i>	<i>c</i>	<i>fac</i>	–	1 – 4
	–	<i>ace</i>	<i>df</i>	<i>fac</i>	<i>hd</i>	2 – 5
4 ↓	<i>gh</i>	<i>g</i>	<i>df</i>	<i>d</i>	–	1 – 4
	–	<i>g</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>g</i>	2 – 5
4 ↑	<i>eg</i>	<i>aceg</i>	<i>ac</i>	<i>dfac</i>	–	1 – 4
	<i>e</i>	<i>aceg</i>	<i>a</i>	<i>dfac</i>	<i>d</i>	1 – 5
	–	<i>aceg</i>	<i>dfa</i>	<i>dfac</i>	<i>ghd</i>	2 – 5
3 ↑	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	–	1 – 4
2 ↑	<i>egh</i>	<i>ceg</i>	<i>fac</i>	<i>dfa</i>	<i>ghd</i>	1 – 5

Die waagerechten Linien trennen die Zeilen für die verschiedenen Sequenzintervalle. Pro Sequenzintervall gibt es bis zu drei verschiedene Materialsequenzen:

- die Materialsequenz für die Teilsequenz ohne die letzte Harmonie,
- die Materialsequenz für die vollständige Harmoniefolge,
- die Materialsequenz für die Teilsequenz ohne die erste Harmonie.

Nicht in allen Fällen gibt es alle drei Möglichkeiten. Bach hat zwei Sequenzintervalle verwendet, die Sekunde und die Quarte aufwärts. Einfach sind die Verhältnisse bei der Sekundensequenz:



Schwieriger ist es bei der Quartsequenz.

Welche Materialsequenz relevant ist, hängt ab von der Phrasierung. Die Auftakte im Bass zu T. 2 und 4 stehen in T. 1 und 3. Sie gehören also zur Materialsequenz für die Takte 1–4. Die Phrasenschlüsse in T. 3 und 5 gehören zur Materialsequenz für die Takte 2–5. Bei der ersten Teilsequenz ist der Tonvorrat für die Auftakte im Bass begrenzt. Bei den Phrasenschlüssen kann die Septime in T. 3 nicht benutzt werden, wohl aber die Terz, und deshalb kann die Septime aus der Harmonie davor aufgelöst werden.

Die Komplexität des Satzes beruht also auf diesen Merkmalen:

- Die Harmoniefolge ist eine Quintfallsequenz, aber die Abschnitte sind verschieden lang, D^7 zwei Takte, alle anderen nur einen Takt.
- Der Satz ist keine Sequenz in allen Stimmen, enthält aber Sequenzen in den Hauptstimmen.
- Den Sequenzen in den Hauptstimmen entsprechen keine gleichen harmonischen Sequenzen.
- Melodisch führend sind verschiedene Stimmen, erst die ersten Violinen, dann die Trompete.
- In diesen Stimmen wird innerhalb der Linien das Sequenzintervall gewechselt.
- Es kommen verschiedene Sequenzen vor: Sekund- und Quartsequenz.
- Für die Materialsequenzen der Quartsequenz sind unterschiedliche Teilbereiche der Harmoniefolge relevant. Welche das sind, ergibt sich aus der Phrasierung.

14 Wissenschaftstheoretische Anmerkungen

14.1 Die logische Struktur

Wie kann ein schematischer Algorithmus zum Verständnis von Musik beitragen? Um das zu klären, wird das Ergebnis einer Analyse untersucht, der Analyse der Themenkombination aus Schönbergs *Kammersymphonie*.¹ Das Ergebnis lässt sich so formulieren:

Weil die Kombination von Thema I und Thema II enharmonisch regulär ist und beide Themen in der originalen Metrik erscheinen und beide Themen – von Oktavlagen abgesehen – in der originalen Tonhöhe erscheinen, *deshalb* beginnt die Themenkombination mit Thema II.

Eine Aussage der Form „Weil *a*, deshalb *b*“ entspricht dem „Modus ponens“ der Logik.² Allgemein hat er diese Form:

Implikation	$a \Rightarrow b$	Wenn <i>a</i> , dann <i>b</i> .
Antezedens	<i>a</i>	<i>a</i> ist der Fall.
Konsequens	<i>b</i>	Also <i>b</i> .

Das Ergebnis der Analyse hat also diese logische Struktur:

Implikation	$a \Rightarrow b$	<i>Wenn</i> die Kombination von Thema I und Thema II enharmonisch regulär ist und beide Themen in der originalen Metrik erscheinen und beide Themen – von Oktavlagen abgesehen – in der originalen Tonhöhe erscheinen, <i>dann</i> beginnt die Themenkombination mit Thema II.
Antezedens	<i>a</i>	Die Themenkombination ist enharmonisch regulär. Die Themenkombination bringt beide Themen in der originalen Metrik. Die Themenkombination bringt beide Themen – von Oktavlagen abgesehen – in der originalen Tonhöhe.
Konsequens	<i>b</i>	Die Themenkombination beginnt mit Thema II.

Das Antezedens ist hier eine Konjunktion von drei Bedingungen. Der Erkenntniswert der Analyse besteht darin, dass der Zusammenhang von Antezedens und Konsequens

¹ S. 346.

² Kondakow, Artikel *Modus ponens*, S. 354 f.

nicht bloß als ästhetisch passend empfunden wird, sondern als Bedingungs-zusammenhang erkannt wird. Der Zusammenhang ist also nicht bloß zufällig – oder kontingent, wie es in der Logik heißt³ –, sondern er ist notwendig.

Die Implikation gilt a priori im Sinne von Kant.⁴ Antezedens und Konsequens sind Beobachtungen und gelten a posteriori. Logisch betrachtet muss das Konsequens nicht mehr beobachtet werden, wenn Implikation und Antezedens bekannt sind. Bei der Analyse wird jedoch normalerweise das Konsequens vor der Implikation erkannt.

Die Argumentation mit apriorischen Sätzen gerät leicht in den Verdacht, es werde mit vermeintlich überhistorischen Positionen argumentiert. Die Sorge ist unbegründet. Wenn satztechnische Prinzipien oder musikalische Werturteile aus überhistorischen Naturgegebenheiten abgeleitet werden, wird so argumentiert:⁵

a priori	Alle Stücke, die gut sind, haben die Eigenschaft <i>E</i> .
a posteriori	Das Stück <i>S</i> hat nicht die Eigenschaft <i>E</i> .
a posteriori	<i>S</i> ist nicht gut.

Hier enthält der Obersatz des Syllogismus⁶ ein Werturteil, das angeblich aus der Natur abgeleitet ist. Dafür wird eine Geltung a priori angenommen. Beim satztechnischen Modus ponens dagegen enthält die Implikation kein Werturteil. Unhistorisch ist sie, weil sie die – historisch bedingte – Satztechnik lediglich hypothetisch enthält. Ob bestimmte satztechnische Regeln gelten oder nicht, steht eben nicht a priori fest, sondern hängt ab von der Gültigkeit des Antezedens, und das ist logisch kontingent. Im Schönberg-Beispiel ist es die Bedingung, dass der Satz enharmonisch regulär ist.

Die satztechnischen Algorithmen helfen also bei der Erkenntnis von Zusammenhängen zwischen den Beobachtungen der Analyse. Die Analyse beobachtet *a* und *b*. Mit Hilfe der algorithmischen Verfahren wird gezeigt, dass zwischen den beobachteten Phänomenen *a* und *b* die Implikation $a \Rightarrow b$ besteht. Das Zusammentreffen von *a* und *b* ist also nicht bloß kontingent, d. h. zufällig oder willkürlich, sondern es ist notwendig. Da die Analyse die Aufgabe hat, musikalische Zusammenhänge zu bestimmen, sind die satztechnischen Algorithmen analytisch relevant.

14.2 Das Verhältnis zur mathematischen Musiktheorie

Um die Implikation des satztechnischen Modus ponens herzuleiten, sind die satztechnischen Algorithmen eine entscheidende Hilfe. Der Begriff „Algorithmus“ wird so definiert:⁷

Bezeichnung für ein durch einen endlichen Text beschriebenes allgemeines Verfahren, nach dem in genau vorgeschriebener Weise aus gewissen Objekten, den Eingabegrößen eines vorgegebenen Bereiches, neue Objekte, die Ausga-

³ Jacobi S. 932.

⁴ Kant S. 45.

⁵ Siehe z. B. Hindemith S. 185–187.

⁶ Kondakow, Artikel *Syllogismus*, S. 464.

⁷ Kondakow, Artikel *Algorithmus*, S. 22 f.

begrößen, konstruiert werden. Diese Definition ist *intuitiv*, da sie nur recht vage und unpräzisiert ist, wie die verwendeten Begriffe, z. B. „Verfahren“ oder „konstruiert“ zeigen. Als charakteristische Eigenschaften eines A.[gorithmus] werden i. allg. folgende angesehen: 1.) die *endliche Beschreibbarkeit*, 2.) die *Determiniertheit*, 3.) die *universelle Anwendbarkeit* auf alle Eingabegrößen eines vorgegebenen, i. allg. unendlichen Bereichs.

Die Implementierung der Algorithmen, also ihre Umsetzung in ein Computerprogramm, erfordert eine mathematische Formalisierung von Tonsystemen und Satzregeln. Das Tonsystem kann siebenstufig, zwölfstufig oder pythagoreisch sein, die Oktavlage kann egal sein oder nicht.

Nützlich ist dazu die mathematische Musiktheorie,⁸ und zwar einige Konzepte, die Mazzola dargestellt hat: das Euler-Gitter, die affine Abbildung und die lokale Komposition.⁹ Mit Hilfe der mathematischen Musiktheorie lässt sich die Gültigkeit satztechnischer Algorithmen beweisen. Dazu werden Transpositionen und Umkehrungen als affine Abbildungen aufgefasst und durch Matrizen dargestellt. Mit der Matrizenmultiplikation als Verknüpfung bilden sie eine Gruppe. Durch den Beweis der algorithmischen Verfahren wird gleichzeitig bewiesen, dass die Ergebnisse des Verfahrens gültig sind.

Erkenntnistheoretisch sind die Algorithmen kein Problem; denn sie helfen nur dabei, die Implikation des satztechnischen Modus ponens zu konstruieren. Für den erkenntnistheoretischen Status der Implikation ist es gleichgültig, wie sie gefunden wird, ob durch ein schematisches Verfahren oder anders. Deshalb ist die Verwendung von Algorithmen für die erkenntnistheoretische Analyse der Untersuchungen nicht relevant.

14.3 Die musikalische Relevanz

Mathematische Ansätze können in der Analyse zu Ergebnissen führen, die musikalisch abwegig scheinen, z. B. Mazzolas¹⁰ Analyse von Schuberts *Auf dem Wasser zu singen*.¹¹ Die Melodie wird in Dreitonmotive gegliedert, und die Dreitonmotive werden 26 Isomorphieklassen zugeordnet. Aber die Zuordnung entspricht nicht der Wahrnehmung. Zum Beispiel werden ein Motiv und seine tonale Sequenz verschiedenen Klassen zugeordnet. Aber auch der umgekehrte Fall kommt vor: Motive, die man beim Hören nicht aufeinander bezieht, gehören zu derselben Klasse.

So interessant und nützlich die mathematische Musiktheorie ist, man kann Mazzola vorwerfen, er überspringe die Sinnebene. Hier zeigt sich die Gefahr, mathematische Stimmigkeit mit musikalischer Sinnhaftigkeit zu verwechseln. Der satztechnische Modus ponens muss nicht nur stimmen, er muss auch musikalisch sinnvoll sein. Das ist er, wenn einer seiner drei Bestandteile musikalisch sinnvoll ist. Um sich von der musikalischen Sinnhaftigkeit einer Aussage zu überzeugen, gibt es mehrere Methoden: die allgemeine Erfahrung, die reflexive Methode, die hörpsychologische und die hermeneutische.

⁸ Siehe hierzu Noll, speziell S. 410 f.

⁹ Mazzola S. 25–31, 63–70, 72–76.

¹⁰ Mazzola S. 145–149.

¹¹ Schubert, *Auf dem Wasser zu singen*, D. 774.

In vielen Fällen lässt sich die Sinnhaftigkeit musikalischer Phänomene nach der allgemeinen Musikerfahrung einschätzen, z. B. werden Vivaldis Quintfallsequenzen von geschulten Hörern zuverlässig erkannt. Deshalb sind sie musikalisch relevant.

Die reflexive Sinnhaftigkeit des satztechnischen Modus ponens lässt sich so darstellen:

Ich weiß, dass $a \Rightarrow b$.
Ich finde a schön.
Ich finde b ästhetisch sinnvoll.

Diese Argumentation taugt nur bedingt zum Diskurs; denn Gesprächspartner können nicht überprüfen, ob die behauptete hörpsychologische oder ästhetische Relevanz tatsächlich erlebt, bloß eingebildet oder nur geheuchelt ist.

Martin Ebeling relativiert die Methoden der mathematischen Musiktheorie vom psychologischen Standpunkt aus:¹²

Die mathematische Behandlung musiktheoretischer Fragen hat nur dann musikpsychologisch gesicherte Relevanz [...], wenn sich in Hörversuchen diese Relevanz auch erweist. Nur so kann man der Gefahr einer spekulativen und letztlich unbegründeten mathematischen Musiktheorie entgehen.

und an anderer Stelle:¹³

Es muß also die Frage gestellt werden, ob die entwickelten mathematischen Musiktheorien tatsächliches Hörverhalten repräsentieren, d. h. sind die hochkomplexen Strukturen, welche die mathematische Musiktheorie in ihren Analysen gefunden hat, auch ästhetisch und wahrnehmungsmäßig relevant? Untersuchungen dazu stehen noch aus.

Seine Bedenken gegenüber der mathematischen Musiktheorie sieht Ebeling dadurch bestätigt, dass eine mathematische Tonalitätskonzeption von Browne durch Versuchsreihen von Auhagen widerlegt worden ist:¹⁴

Dieses Beispiel zeigt, daß die Konstruktion in sich kohärenter mathematischer Modelle zur Erklärung von wahrnehmungspsychologischen Phänomenen nicht ausreicht: die Modelle müssen selbst an der Wahrnehmung prüfbar sein und auch überprüft werden.

Im Sinne von Ebeling ist ein satztechnischer Modus ponens dann musikalisch relevant, wenn sich Antezedens oder Konsequens in hörpsychologischen Versuchsreihen als ästhetisch oder wahrnehmungsmäßig relevant nachweisen lassen.

Was kognitionspsychologisch relevant ist, kann auch als ästhetische Voraussetzung der Komposition unterstellt werden. Hörpsychologische Nachweisbarkeit ist also eine hinreichende Bedingung für musikalische Relevanz, notwendig ist sie aber nicht. Dafür gibt es mehrere Gründe:

¹² Ebeling S. 23 f.

¹³ Ebeling S. 27.

¹⁴ Ebeling S. 28.

- Die Hörerinnen und Hörer der Versuchsreihen müssten absolut kompetent sein und Interpretationen musikalisch optimal. Das ist jedoch nicht möglich.
- Interpretieren können sich entscheiden, bestimmte musikalische Phänomene hörbar zu machen oder nicht, und diese Entscheidung kann musikalisch sinnvoll sein. Sie kann aber nicht von einer Hörbarkeit abhängen, die sie überhaupt erst hervorbringt.
- Es gibt Aspekte der Musik, die nicht hörbar sind, die man jedoch nicht als ästhetisch irrelevant abtun wollte.

14.4 Das Verhältnis zur Hermeneutik

14.4.1 Ästhetik und Satztechnik

Wie verhält sich der satztechnische Modus ponens zur Hermeneutik? Der hermeneutische Ansatz interpretiert den satztechnischen Modus ponens als Handlung des Komponisten. Hier gibt es zwei Möglichkeiten:

	b ist notwendige Bedingung für a .	a ist hinreichende Bedingung für b .
$a \Rightarrow b$	K weiß, dass $a \Rightarrow b$.	K weiß, dass $a \Rightarrow b$.
a	K will a .	K tut a .
b	K tut b .	K will b .

Im ersten Fall ist b notwendige Bedingung für a , im zweiten Fall ist a hinreichende Bedingung für b . Dem Komponisten wird zweierlei unterstellt: im Hinblick auf die satztechnischen Beobachtungen eine Absicht und im Hinblick auf die Implikation die Kenntnis des Zusammenhangs. Beides ist zu begründen.

Wieso kann im Hinblick auf satztechnische Phänomene eine Absicht unterstellt werden? Die Hermeneutik kann daran anknüpfen, dass viele satztechnische Phänomene eine hörpsychologische Relevanz haben. Dadurch sind sie ästhetisch relevant. Deshalb ist die Annahme sinnvoll, Komponisten setzten Satztechniken als Mittel zu ästhetischen Zwecken ein. Hier lohnt es sich, auf Schmidts These zum Kontrapunkt bei Brahms zurückzukommen:¹⁵

Für Brahms [...] geben die kontrapunktischen Verfahren ein Mittel an die Hand, die beibehaltenen Intervallkonstellationen zu variieren – sie werden zu einer Technik der motivisch-thematischen Verarbeitung. Ziel ist [...] die Vereinheitlichung des Tonsatzes durch Stimmen, die [...] in der Intervallkonfiguration miteinander verbunden sind.

Schmidt spricht von „Mittel“ und „Ziel“. Er interpretiert die kontrapunktischen Verfahren als satztechnische Mittel zum ästhetischen Zweck der Vereinheitlichung des Tonsatzes, oder – ganz allgemein – die Satztechnik als Mittel zum Zweck der Ästhetik. Unter dieser Voraussetzung sind satztechnische Phänomene ästhetisch relevant.

¹⁵ Schmidt, Brahms und seine Zeit, S. 112 f., siehe oben S. 263.

Die musikalische Sinnhaftigkeit von Antezedens und Konsequens lässt sich in vielen Fällen durch Beispiele nachweisen. Häufig ist sie ohnehin klar. Die drei Antezedensbedingungen aus dem Schönberg-Beispiel scheinen musikalisch sinnvoll; denn erstens sind komplexe kontrapunktische Strukturen wie Themenkombinationen besser erkennbar, wenn der Satz möglichst regulär ist. Die enharmonische Regularität wird dabei aufgefasst als Spezialfall der Regularität unter den Bedingungen der erweiterten Tonalität. Zweitens werden Themen leichter erkannt, wenn sie in der originalen Metrik erscheinen. In den vorliegenden Untersuchungen zeigte sich mehrfach, dass die originale Metrik gegenüber größerer kontrapunktischer Dichte bevorzugt wird.¹⁶ Drittens ist es sinnvoll, dass Themen gegen Ende eines tonalen Werks in der Originaltonart erscheinen.

Aus Schmidts These ergeben sich Aufgaben für die Analyse kanonischer Stellen, bei Brahms, aber natürlich nicht nur bei ihm. Hier liegt diese Argumentation nahe:

- Es ist für die Art eines Zusammenhangs entscheidend, ob Phänomene bloß zufällig gemeinsam erscheinen oder ob sie sich gegenseitig bedingen.
- Satztechnisch bedingte Zusammenhänge sind wesentlich.
- Analytische Verfahren sind so zu wählen, dass sie wesentliche Zusammenhänge des analysierten Werkes erfassen.
- Kontrapunkt ist bei Brahms wesentlich.
- Bei der Analyse von Brahms sind Verfahren zu wählen, die kontrapunktisch bedingte Zusammenhänge erfassen.

Solche Verfahren sind die satztechnischen Algorithmen. Mit ihrer Hilfe lassen sich Zusammenhänge erfassen, die durch Kontrapunkt bedingt sind. Die satztechnischen Algorithmen werden jedoch nicht direkt auf die Analyse angewandt, sondern auf satztechnische Probleme, die in die analysierten Werke hineininterpretiert werden. Die analysierten Abschnitte werden also als Lösungen satztechnischer Probleme aufgefasst. Dieses Hineininterpretieren satztechnischer Probleme setzt selbst schon einen analytischen Zugang voraus, und es ist ein hermeneutischer Akt. Mit Hilfe der Algorithmen werden Lösungen für die satztechnischen Probleme bestimmt. Das Ergebnis der Algorithmen ist nicht die Implikation des satztechnischen Modus ponens, sondern nur das Material dazu. Die Algorithmen helfen nur dabei, zu untersuchen, welche Lösungen es für ein satztechnisches Problem gibt. Wenn diese Lösungen bestimmt worden sind, wird die traditionelle Analyse fortgesetzt. Sie hat die Aufgabe herauszufinden, warum eine bestimmte Lösung gewählt worden ist und unter welchen Kriterien die komponierte Lösung den Alternativen überlegen ist. Beim Vergleich der komponierten Lösung mit der Gesamtheit der Möglichkeiten lassen sich Kriterien finden, auf die die komponierte Version zurückgeführt werden kann. Die gefundenen Kriterien gehen in den satztechnischen Modus ponens ein. Dieser Arbeitsschritt begründet die musikalische Sinnhaftigkeit der Überlegungen. Bildlich gesprochen: Die Algorithmen helfen dabei, das verlorene Skizzenbuch zu rekonstruieren, in

¹⁶ Siehe die Anmerkung auf S. 344.

dem die möglichen Lösungen eines Problems nebeneinander stehen, unabhängig davon, wie sinnvoll sie sind, und bevor eine Auswahl getroffen worden ist. Beim Vergleich der unterschiedlichen Möglichkeiten werden ästhetische Gesichtspunkte einbezogen. Oder allgemein: Aus der hermeneutischen Annahme eines kompositorischen Ziels erwächst der Analyse die Aufgabe, zu untersuchen, wie dieses Ziel erreicht worden ist. Dazu braucht man manchmal einen Überblick über die satztechnischen Möglichkeiten. Diesen Überblick kann man sich mit den satztechnischen Algorithmen verschaffen. So wird das Überspringen der Sinnebene vermieden.

14.4.2 Die Kompetenzhypothese

Schwierig für den hermeneutischen Ansatz bleibt die Implikation. Wie soll man die Annahme begründen, ein Komponist habe die Implikation erkannt? Hier gibt es zwei Möglichkeiten, die Kompetenzhypothese und die Modelltheorie.

Wie viel oder wie wenig ein Komponist gewusst hat, bleibt Spekulation. Unendliche Kanons z. B. lassen sich zielgerichtet schreiben, ohne Herumprobieren. Das hat Tanejew gezeigt.¹⁷ Marpurg dagegen kennt kein Verfahren wie das von Tanejew und empfiehlt das Herumprobieren, obwohl ihm die Probleme bewusst sind.¹⁸

Die Annahme, der Komponist habe die Alternativen für die Lösung eines kompositorischen Problems nicht gesehen, ist logisch möglich, erklärt jedoch nichts. Die entgegengesetzte Annahme, der Komponist habe sämtliche Alternativen gesehen, ist logisch genauso aus der Luft gegriffen, praktisch aber doch viel wahrscheinlicher. Deshalb scheint für die Analyse die Annahme sinnvoll, der Komponist habe möglichst viele Lösungen gesehen; denn Komponisten wie Bach und Mozart hatten außergewöhnliche Fähigkeiten, ständige Übung und viel Erfahrung. Dadurch konnten sie zu einem kompositorischen Problem schnell viele brauchbare Lösungen finden.

In vielen Fällen, so z. B. bei Schönbergs *Kammersymphonie*, bleibt die Kompetenzhypothese das einzige Argument für die Annahme, der Komponist habe die Implikation des Modus ponens erkannt.

Unabhängig davon, was ein Komponist erkannt hat, formuliert ein musikalisch sinnvoller satztechnischer Modus ponens einen musikalischen Zusammenhang, und dieser Zusammenhang bekommt für alle, die ihn erkennen, eine analytische Relevanz, und die behält er sogar dann, wenn sich herausstellen sollte, dass der Komponist den Zusammenhang nicht gesehen hat.

14.4.3 Die Modelltheorie

Manchmal gibt es gute Gründe für die Annahme, ein Komponist habe den Zusammenhang der Implikation erkannt, und zwar dann, wenn die analysierte Stelle einem bekannten satztechnischen Modell entspricht. Die Modelltheorie analysiert Musikstücke dadurch, dass sie bestimmte Abschnitte des Tonsatzes unter bestimmte Modelle subsumiert, bzw.

¹⁷ S. 63 ff.

¹⁸ S. 66 f.

– in der Terminologie von Kaiser¹⁹ – Abschnitte des Tonsatzes als „Instanzierungen“ von Modellen bestimmt.

Wenn eine Passage unter ein satztechnisches Modell subsumiert wird, so haften die satztechnischen Voraussetzungen der Passage meist nicht nur an der Passage selbst, sondern auch am Modell, oder – im Sinne von Kaiser – sie sind Eigenschaft der Klasse und nicht erst der Instanz. Deshalb ist es sinnvoll, einem Komponisten zu unterstellen, er kenne die satztechnischen Implikationen einer Stelle, wenn sich die Stelle unter ein Modell subsumieren lässt, das zur Unterrichtstradition des Komponisten gehört.

Deutlich wird das Verhältnis von algorithmischen und modelltheoretischen Ansätzen am Beispiel der kanonischen Sequenz, wie Froebe sie thematisiert.²⁰ Ein sequenzierendes kanonisches Modell entspricht dem mehrfachen Durchlaufen eines Kreises innerhalb eines Kanongraphen. Dies wurde schon an einem Beispiel von Corelli nachvollzogen.²¹ Froebe geht – wie auch die Tradition – von bestimmten Melodiewendungen aus, im allgemeinen von Gegenschrittmodellen, und zeigt Imitationen, die damit möglich sind. Die Imitationen sind empirisch gefunden. Außerdem wird gezeigt, wie Imitationen erweitert werden können, z. B. durch Austerzen des Basses oder durch Synkopierung.²²

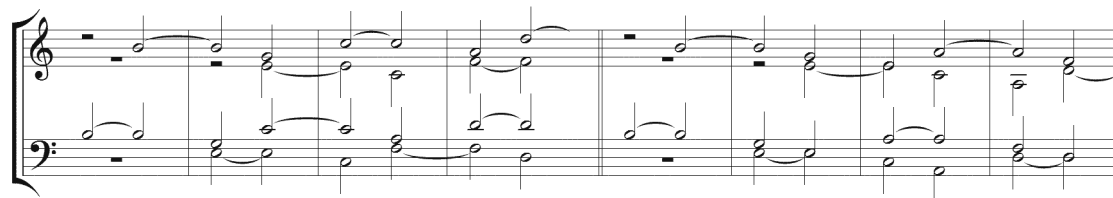
Ist der Kanon nach dem Basisschema ein Modell? Der Schluss von Händels *Messias* lässt sich auf diese Knotenfolge zurückführen:²³

$$\overbrace{7\ 1\ 10} \quad \underbrace{7\ 1\ 2\ 6} \quad \underbrace{7\ 1\ 2\ 6}$$

An den Klammern über und unter der Zahlenfolge wird deutlich, dass hier zwei verschiedene Kreise verbunden sind:

$$|: 7\ 1\ 10 :| \text{ und } |: 7\ 1\ 2\ 6 :|.$$

In Noten sehen sie so aus:



Der Wechsel des Modells im Beispiel aus Händels *Messias* entspricht dem Wechsel von einem Kreis innerhalb des Graphen zu einem anderen Kreis. Da der Graph zum Basisschema mehrere Kreise enthält, enthält er auch mehrere Modelle.

¹⁹ Kaiser geht von einem wahrnehmungsbezogenen Modellbegriff aus. Siehe Kaiser *Gehörbildung* S. 132 ff. Diesen Modellbegriff hat er später wissenschaftstheoretisch fundiert, und zwar in Anlehnung an das Konzept der objektorientierten Programmierung. Siehe Kaiser *Notenbücher* S. 75–79, speziell S. 78 f. und Kaiser *Modell*.

²⁰ Froebe.

²¹ S. 96.

²² Froebe S. 26–44.

²³ S. 119.

Wenn man jeden Kreis als eigenes Modell auffasst, sind in dem Ausschnitt aus dem *Messias* zwei Modelle verbunden. Man hört aber nur ein einziges Modell. So sieht es auch Froebe.²⁴

Ob man bei dem vierstimmigen Kanon nach dem Basisschema von einem Modell sprechen kann, lässt sich also gar nicht allgemein beantworten. Es kommt darauf an, was man unter einem Modell versteht. Das wird unterschiedlich gehandhabt: z. B. ein kontrapunktischer Satz „Note gegen Note“, der lediglich diminuiert wird, eine beim Hören wahrnehmbare Struktur, eine brauchbare Improvisationsvorlage, eine Standardaufgabe der Satzlehre, eine wahrnehmungspsychologische Einheit oder eine semantisch belegte Konfiguration von Satzmerkmalen. Kaiser definiert „Modell“ eher abstrakt, mit den Begriffen der objektorientierten Programmierung. Möllers²⁵, Fladt²⁶ und Froebe²⁷ gehen eher von der sinnlich identifizierbaren Gestalt aus. Im ersten Fall – im Sinne von Kaiser – kann man das Modell so definieren, dass der ganze Graph gemeint ist. Mit einer solchen Definition verzichtet man aber auf ein wichtiges Kriterium für die Identität eines Modells, die wahrnehmungspsychologische Ähnlichkeit der Passagen, die unter dasselbe Modell subsumiert werden. Im zweiten Fall muss man von verschiedenen Modellen ausgehen, die dasselbe Einsatzschema zulassen. Man kann auch akzeptieren, dass die Modelle nicht scharf definiert sind, oder man kann Untermodelle bilden.

Wenn man die Ähnlichkeit der Tonsätze als Kriterium für die Identität eines Modells wählt, dann gibt es mehrere verschiedene Modelle zum Basisschema. Selbst wenn von Primen abstrahiert wird, die ja eher unauffällig sind, muss man mindestens drei Formen annehmen, je nachdem, ob überhaupt keine Quarten vorkommen oder ob zwischen zwei Quarten eine oder zwei Terzen stehen. Diese Zahl verdoppelt sich sogar noch, weil der Krebs der Modelle ebenfalls regulär ist.²⁸

Offen bleibt, wie viel Primen eingefügt werden können oder müssen. Das variiert erheblich. Im Normalfall können die Terzen nicht so dicht stehen wie in dem Brahms-Beispiel, das oben analysiert worden ist.²⁹ Selbstverständlich kann man ein Modell so flexibel definieren, dass all diese Fälle darunter subsumiert werden können. Nur stellt sich dann die Frage, ob man es hier noch mit einem einzigen Modell zu tun hat, das in seinen unterschiedlichen Erscheinungsformen als dasselbe wahrgenommen wird.

Hier werden Grenzen der Modelltheorie sichtbar. Wo bei Kanons nach dem Basisschema Primen eingefügt werden können und wie viele, geht aus dem abstrakten Modell nicht hervor. Es ist aber entscheidend für die satztechnische Regularität. Auch wird nicht klar, wie von einem Modell zum anderen gewechselt werden kann. Viele Stellen lassen sich auch gar nicht auf Modelle zurückführen, z. B. die Themenkombination aus Schönbergs *Kammersymphonie* oder die Engführungen des Credo-Themas aus Bachs *h-Moll-Messe*. Es gibt offenbar auch kein Augmentationsmodell.

²⁴ Froebe S. 39.

²⁵ Möllers Analyse.

²⁶ Fladt.

²⁷ Froebe.

²⁸ S. 120.

²⁹ Brahms, *Fest- und Gedenksprüche*, Nr. 2, *Wenn ein starker ...*, T. 41, „und ein Haus fället über das andere“, S. 130.

Anders als in der Modelltheorie ist der Ansatz in der vorliegenden Arbeit deduktiv. Kanonische Modelle werden nicht aus der musikalischen oder theoretischen Literatur extrahiert, sondern aus den Kontrapunktregeln hergeleitet, z. B. die Vorhaltsmodelle.³⁰ Außerdem werden Fälle behandelt, die sich nicht unter traditionelle Modelle subsumieren lassen.

Zum hermeneutischen Ansatz verhält sich die vorliegende Arbeit so: Die Ergebnisse der Algorithmen gelten a priori und sind deshalb gleichgültig gegenüber historischen Bedingungen. Die historische Bedingtheit von Musik wird trotzdem berücksichtigt. In der Implikation ist sie zwar nur als mögliche Bedingung enthalten, aber im Antezedens wird sie als historische Realität anerkannt. Die Algorithmen übertragen also die Historizität satztechnischer Voraussetzungen auf die Schlussfolgerungen aus diesen Voraussetzungen. Deswegen ist der Ansatz keine Abkehr von der Hermeneutik. Im Gegenteil: Schon die Auffassung, ein Abschnitt einer Komposition sei die Lösung eines kompositorischen Problems, ist eine Interpretation, ein hermeneutischer Akt. Die traditionellen Methoden der Analyse werden nicht ersetzt, sondern um neue Instrumente bereichert. Für die hermeneutischen Untersuchungen werden Gesichtspunkte und Argumente gefunden, die anders nur schwer zu gewinnen wären. Bestehende Analysen werden nicht überholt, sondern ergänzt und erweitert. So werden historische und systematische Ansätze verbunden. Ob ein formales System sinnvoll auf historische Fakten angewandt werden kann, ist eine Frage der historischen Musikwissenschaft. Dagegen gehört die Konstruktion und Anwendung des formalen Systems in die systematische Musikwissenschaft. Manche analytischen Probleme erfordern beide Ansätze, den konstruktiven der systematischen Musikwissenschaft und den hermeneutischen der historischen Musikwissenschaft. Eine einseitige Beschränkung auf einen der beiden Ansätze verzichtet auf manche Erkenntnis.

³⁰ S. 49–54.

15 Zusammenfassung

Alle Verweise in diesem Kapitel beziehen sich auf die vorliegende Arbeit. Aus Platzgründen stehen sie im laufenden Text.

Unter den satztechnischen Bedingungen der Musik zwischen 1500 und 1900 besteht eine Abhängigkeit zwischen der Gestalt einer Melodie und den satztechnisch korrekten Imitationen der Melodie. Die Kanontheorie des 16. Jahrhunderts kennt diesen Zusammenhang und formuliert Regeln dafür (S. 11). Mitte des 18. Jahrhunderts erklärt Marpurg diese Regeln für unnötig schwierig (S. 11). Damit verschwindet das Wissen um die Gesetzmäßigkeiten des Zusammenhangs von Melodie und Imitation aus der deutschen Musiktheorie. Die russische Musiktheorie dagegen geht über die Erkenntnisse des 16. und 17. Jahrhunderts hinaus (S. 13 f.). Tanejew zeigt, wie sämtliche endlichen und unendlichen Kanons in gerader Bewegung zu einem gegebenen Einsatzschema konstruiert werden können (S. 56). Rovenko gibt melodische Fortschreitungsregeln für Kanons (S. 71 f.). Die Untersuchungen von Tanejew und Rovenko zielen allerdings hauptsächlich auf die Komposition (S. 66), d. h. die Konzepte zur Kanontheorie werden kaum auf die Analyse angewandt. Mittlerweile gibt es auch außerhalb Russlands wieder Untersuchungen zum Kanon (S. 14). Viele Gesetzmäßigkeiten thematisiert Froebe mit einem modelltheoretischen Ansatz (S. 14). Sie werden nicht systematisch aus den Kontrapunktregeln hergeleitet, aber auf die Analyse angewandt.

Damit stellen sich diese Aufgaben:

- die Lösung satztechnischer Probleme, die noch nicht bearbeitet sind,
- die Anwendung der Ergebnisse auf die Analyse.

Das erfordert

- die Entwicklung neuer Verfahren,
- den Nachweis der Korrektheit der Verfahren durch formale Beweise oder durch die Implementierung in Form von Computerprogrammen,
- Regeln für Kanons in der Umkehrung und Vergrößerung,
- Verfahren für die Analyse von
 - Engführungen vorgegebener Melodien,
 - Kombinationen verschiedener vorgegebener Melodien,
 - Kombinationen vorgegebener Melodien und Harmoniefolgen,

- die Erweiterung dieser Verfahren auf Sätze mit Dissonanzen,
- Verfahren zur Konstruktion und Analyse von
 - Kanons zu einer gegebenen Harmoniefolge,
 - Sequenzen zu einer gegebenen Melodie oder Harmoniefolge.

Die Regeln für die Melodiebildung im Kanon werden dadurch angegeben, dass die möglichen Fortschreitungen (S. 21) oder Fortschreitungskombinationen (S. 25) als perfektiv, imperfektiv oder dissonativ klassifiziert werden. Die Gültigkeit des Verfahrens wird an Kanons von Josquin (S. 22 f.) und Beethoven (S. 29 f.) demonstriert. Kanongesetzmäßigkeiten werden mit Hilfe von Graphen angegeben (S. 28). Das Verfahren zur Bestimmung der Fortschreitungskombinationen wird erweitert für den Fall mehrfach engführbarer Themen (S. 30 ff.). Dazu werden verschiedene Klassifizierungssysteme von Fortschreitungskombinationen für verschiedene Einsatzschemata zu einem neuen Klassifizierungssystem für alle gewünschten Einsatzschemata zusammengefasst (S. 31 f.). Dies wird an Sätzen von Bach (S. 31 f.) und Schubert (S. 35 ff.) veranschaulicht. Dabei wird deutlich, wie der formale Aufbau der Fuge aus dem Gloria von Schuberts *Es-Dur-Messe* mit der Themenstruktur zusammenhängt (S. 37).

Das Verfahren wird so erweitert, dass es sich nicht nur auf konsonante Gerüstsätze anwenden lässt, sondern auch auf Gerüstsätze mit Vorhaltsdissonanzen (S. 38 ff.). Für enge rhythmische Einsatzabstände erhält man die gebräuchlichen Vorhaltskettenmodelle (S. 49 ff.). Die Relevanz der Überlegungen zeigt sich an Werken von Schütz (S. 47, 49), Corelli (S. 50, 53 f.), Haydn (S. 54) und Mozart (S. 49, 50 f., 52).

Zur Klärung weiterer Fragen werden die satztechnischen Ansätze in Anlehnung an Tanejew formalisiert (S. 56 ff.). Mit Hilfe der Formalisierung wird gezeigt, dass Tanejews Konzeption des bewegbaren Kontrapunkts ausreicht, alle endlichen und unendlichen Kanons in gerader Bewegung zu einem gegebenen Einsatzschema zu konstruieren (S. 56 ff.). Für den Grenzfall einer Engführung im Abstand einer Note ergeben sich der Ansatz (S. 68 ff.) und die Regeln (S. 71 f.) Rovenkos.

Die satztechnischen Regeln für Kanons zu einem Cantus firmus werden formal hergeleitet (S. 75 ff.) und an Sätzen von Zarlino (S. 82) und Monteverdi (S. 85) exemplifiziert. Die Regeln entsprechen im Wesentlichen denen von Zarlino (S. 82 ff.). Kanons zu einem Cantus firmus sind in beliebigen intervallischen Einsatzabständen möglich (S. 85 ff.). Das wird deutlich an einem Beispiel von Berardi (S. 87 f.).

Der Kanon mit mehr als zwei Stimmen ist eine Kombination mehrerer zweistimmiger Kanons (S. 89 ff.). Deswegen werden die Fortschreitungskombinationen für Kanons mit mehr als zwei Stimmen genauso bestimmt wie die Fortschreitungskombinationen für mehrfach engführbare Themen. Das wird am dreistimmigen Kanon erläutert und analytisch an Beispielen von Josquin (S. 94 f.) und Corelli (S. 96) nachvollzogen.

Kanonregelsysteme werden als Graphen dargestellt (S. 93 ff.). Möglich wird das durch einen Algorithmus, der aus Fortschreitungsfolgen Graphen konstruiert (S. 97 ff.). Es werden Computerprogramme vorgestellt, in denen die Algorithmen zur Klassifizierung der Fortschreitungskombinationen und zur Konstruktion von Graphen implementiert sind (S. 104 ff.).

Im Zusammenhang mit mehrstimmigen Kanons werden Kriterien für kontrapunktisch günstige Einsatzschemata gefunden (S. 109 ff.). Aus diesen Kriterien wird das dreistimmige Basisschema hergeleitet (S. 113 f.).

Ein besonders wichtiges Einsatzschema ist das vierstimmige Basisschema (S. 115 ff.). Die Grundform und viele Varianten werden erörtert und an Literaturbeispielen nachvollzogen:

- die Grundform an Händels *Messias* (S. 118 f.),
- der Krebs an Josquins *O bone et dulcissime Jesu* (S. 120 f.),
- Verschränkungen mehrerer Kanons an Josquins *Missa Pange Lingua* (S. 122 ff.),
- Änderung der Oktavlagen an Mozarts *D-Dur-Streichquintett* (S. 124 ff.),
- Quartparallelen an Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen* (S. 130 f.),
- Antiparallelen an Mozarts *C-Dur-Symphonie*, KV 551 (S. 131 ff.).

Besonders komplex ist der sequenzierende Kanon aus dem Eingangschor von Bachs *Johannes-Passion* (S. 133 ff.), denn hier wird ein Kanon über das Basisschema mit einer chromatisierten Septakkordsequenz kombiniert. Mit einem Computerprogramm werden sämtliche Möglichkeiten für die Kombination dieser beiden Satzmodelle bestimmt. Auf der Grundlage der Ergebnisse dieses Computerprogramms wird gezeigt, dass Bachs Satz nach satztechnischen und ästhetischen Kriterien als beste Lösung von 14 möglichen aufgefasst werden kann (S. 144 ff.).

Für eine fünfstimmige Form des Basisschemas wird das Regelsystem bestimmt, an zwei Beispielen von Monteverdi demonstriert (S. 151 ff.) und kontrafaktisch auf ein Beispiel von Mozart angewandt (S. 156 ff.). Die speziellen Bedingungen für synkopische Einsätze werden an Monteverdis *Laudate pueri* erläutert (S. 159 f.).

Ein Problem gibt es bei Fortschreitungskombinationen, die zu Quarten führen (S. 160 ff.). Hier kann die Regularität der Sätze von der Reihenfolge der Fortschreitungen abhängen. Solche Fortschreitungskombinationen werden als „ambivalent“ bezeichnet (S. 162). Die einzelnen Variationen dieser Fortschreitungskombinationen können jedoch in der üblichen Weise klassifiziert werden, nur gehören sie nicht alle derselben Klasse an. Dies ist der Unterschied zu den nicht ambivalenten Fortschreitungskombinationen.

Andere Regeln als beim Basisschema gelten bei sequenzierenden Einsatzschemata (S. 163 ff.). Hierzu werden mehrere Literaturstellen analysiert:

- ein siebenstimmiger Kanon aus Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen* (S. 169 ff.),
- ein Kanon mit einer Akkordbrechung aus Bachs *Siehe zu, daß deine Gottesfurcht* (S. 170 ff.),
- ein Kanon im vierfachen Kontrapunkt aus Bachs *h-Moll-Messe* (S. 173 ff.),
- ein Doppelkanon über eine Septakkordfolge aus Brahms' *Fest- und Gedenksprüchen* (S. 177 ff.).

Die Prinzipien des zweistimmigen Umkehrungskanons werden durch den *Basisgraphen für die Umkehrung* dargestellt (S. 185). Dies wird an einem Beispiel von Händel demonstriert (S. 185 f.), und es wird gezeigt, warum das Thema von Bachs *Kunst der Fuge* im einfachen Abstand in der Umkehrung enggeführt werden kann (S. 186 ff.). Durch eine Erweiterung des Ansatzes können Dissonanzen berücksichtigt werden. Damit wird ein Umkehrungskanon aus Brahms' *Klarinetten trio* analysiert (S. 188 ff.). Auch für Umkehrungskanons mit mehr als zwei Stimmen gelten mit wenigen Einschränkungen die Regeln des Basisgraphen (S. 202 ff.). Dadurch wird erklärbar, warum das Thema von Bachs *Kunst der Fuge* außerdem noch im doppelten Abstand in der geraden Bewegung enggeführt werden kann (S. 205 ff.). Die Prinzipien des vierstimmigen Umkehrungskanons werden analog zu denen des dreistimmigen hergeleitet (S. 207 ff.). Die Relevanz der Ergebnisse wird gezeigt an Abschnitten aus Bachs *Weihnachts-Oratorium* (S. 212 ff.) und Brahms' *G-Dur-Streichsextett* (S. 214 f.).

Die Regeln für Kanons in der geraden Bewegung und in der Umkehrung werden auf den Proportionskanon übertragen, und zwar durch die Klärung der Zeitstruktur im Proportionskanon (S. 217 ff.). Sie ist nicht linear, sondern entspricht einem Graphen, dem *Zeitstrukturgraphen* (S. 222). Mit diesem Ansatz werden – für die gerade Bewegung – zwei Kanons aus Brahms' *Requiem* erklärbar (S. 217 ff., 223 f.). Für den Fall des Proportionskanons in der Umkehrung wird gezeigt, warum das Thema von Bachs *Kunst der Fuge* mit der Vergrößerungs- und Verkleinerungsumkehrung enggeführt werden kann (S. 224 ff.). Für die Analyse von Kanons zu einer vorgegebenen Melodie wird das *Hilfstonverfahren* entwickelt (S. 233 ff.), zunächst für den zweistimmigen Kanon. Die Relevanz zeigt sich bei der Analyse der Credo-Fuge aus Bachs *h-Moll-Messe* (S. 247 ff.). Wie verminderte und übermäßige Intervalle berücksichtigt werden, wird im Zusammenhang mit Schütz' *Auferstehungs-Historie* entwickelt und vorgeführt (S. 256 ff.). Zu einem Kanon aus Brahms' *4. Symphonie* werden ästhetische und satztechnische Kriterien gefunden, nach denen er die beste Lösung von 16 möglichen ist (S. 258 ff.). Es wird geklärt, welche zusätzlichen Imitationen es bei halbschweren Durchgängen in Melodien gibt. Dies wird angewandt auf die Analyse von Imitationen in Bachs *Aus tiefer Not schrei ich zu dir* (S. 263 ff.). Das Konzept wird auf unendliche Kanons übertragen. Die Melodie ist zwar potenziell unendlich, aber es muss nur ein kurzer Abschnitt untersucht werden, um sämtliche Engführungen zu finden. Es wird gezeigt, wie lang dieser Abschnitt ist (S. 267). Mit Hilfe dieser Überlegungen werden kanonische Melismen aus Monteverdis *Marien-Vesper* analysiert (S. 268 ff.).

Durch das *Vielstimmigkeitsschema* (S. 276) wird das Hilfstonverfahren auf Kanons mit mehr als zwei Stimmen anwendbar. Relevant wird das in Analysen zu Haydns *D-Dur-Symphonie*, Hob. I:13, und Mozarts *F-Dur-Messe* (S. 279 ff.). Der Ansatz ermöglicht auch die Analyse von sequenzierenden Verkettungen in Mozarts *F-Dur-Messe* und *C-Dur-Symphonie*, KV 551 (S. 284 ff.). Für Themen, mit denen viele Engführungen möglich sind, wird das Konzept des *Einsatzbaums* entwickelt (S. 286 ff.). Damit wird Haydns *G-Dur-Symphonie*, Hob. I:3, analysiert.

Beim mehrstimmigen Kanon wird die Wahl der Oktavlagen zu einem selbständigen Schritt der Untersuchung (S. 293 ff.). Hierzu werden Kriterien bestimmt. Mit ihrer Hilfe wird die Imitationsstruktur eines vierstimmigen Kanons aus Monteverdis *«Là tra'l*

sangue e le morti» analysiert (S. 295 ff.). In zweistimmigen Kanons sind Parallelführungen trivial, anders ist es in Kanons mit mehr als zwei Stimmen. Es wird gezeigt, wie solche Kanons mit dem Vielstimmigkeitsschema bestimmt werden (S. 299 ff.). Angewandt wird das Konzept auf unendliche Kanons in Monteverdis *Marien-Vesper* (S. 301 ff.). Sie werden im Hinblick auf Stimmenzahl und Kopplungen analysiert. Dasselbe satztechnische Modell wie bei Monteverdi gibt es auch bei Beethoven (S. 304 f.). Die Analyse zeigt Unterschiede im Klangideal zwischen Monteverdi und Beethoven. Im Zusammenhang mit Untersuchungen von Rovenko wird gezeigt, dass das Vielstimmigkeitsschema auch unabhängig vom Hilfstonverfahren analytisch brauchbar ist (S. 305 ff.). Es kann auf das *Tjulin-Verfahren* (S. 305 ff.) angewandt werden, mit dem Rovenko Engführungen einer vorgegebenen Melodie findet.

Das Hilfstonverfahren lässt sich nicht nur auf den Kanon anwenden, sondern auch auf das Quodlibet, die Kombination von zwei vorgegebenen Themen. Mit diesem Ansatz wird eine Stelle aus Bauldeweyns *Missa Da Pacem* analysiert (S. 309 ff.).

Da sich das Hilfstonverfahren vielfältig verallgemeinern lässt, wird nicht für jede Variante einzeln gezeigt, dass sie korrekt ist. Stattdessen wird das Verfahren ganz allgemein bewiesen (S. 318 ff.). Dazu wird es in eine Formelsprache übersetzt, und zwar mit Konzepten der mathematischen Musiktheorie von Mazzola: der Darstellung des Tonsystems als Modul, der affinen Abbildung und der lokalen Komposition.

Aus dem allgemeinen Verfahren werden die speziellen Fälle abgeleitet, insbesondere die allgemeine Form des Hilfstonschemas (S. 337 f.). Damit wird gezeigt, dass sich das Hilfstonverfahren auf Tanejews Ansatz zurückführen lässt (S. 337 ff.).

Verschiedene Varianten des Hilfstonverfahrens werden auf die Analyse von Literaturbeispielen angewandt:

- Mehrtönigkeit in Schönbergs *1. Kammersymphonie* (S. 342 ff.),
- die Kombination einer Melodie und einer Harmoniefolge in Strauss' *Zarathustra* (S. 351 ff.),
- eine Motivkombination aus Wagners *Götterdämmerung* (S. 357 ff.).

Kombinationen von Melodien und Harmoniefolgen lassen sich leichter finden, wenn alle Harmonien dieselbe Klanggestalt haben. Hierfür gibt es ein spezielles Verfahren (S. 362 ff.). Relevant ist es besonders für den mehrfachen Kontrapunkt von drei oder mehr Themen. Damit werden folgende Sätze analysiert:

- der fünffache Kontrapunkt aus Mozarts *C-Dur-Symphonie*, KV 551 (S. 368 ff.),
- der dreifache Kontrapunkt des *Contrapunctus VIII* aus Bachs *Kunst der Fuge* (S. 370 ff.),
- der dreifache Kontrapunkt aus dem Gloria von Schuberts *Es-Dur-Messe* (S. 373 ff.).

Mit dem Hilfstonverfahren lässt sich nicht nur harmonisch-tonale Musik analysieren, sondern auch prüfen, ob Zwölftonreihen die Eigenschaft der Combinatoriality haben. Dazu

wird die Konsonanzrelation neu definiert. Das Verfahren wird am Beispiel der Reihe aus Schönbergs *Bläserquintett* vorgeführt (S. 380 ff.). Durch eine Umdeutung diastematischer in rhythmische Phänomene wird ein rhythmischer Kanon aus Bergs *Lulu* auf allgemeine Prinzipien zurückgeführt (S. 382).

Zur Analyse der Augmentationsengführung aus der Credo-Fuge von Bachs *h-Moll-Messe* wird das Hilfstonverfahren so weiterentwickelt, dass auch Vorhaltsdissonanzen (S. 385 ff.) und Akkordseptimen (S. 403 ff.) berücksichtigt werden können. Synkopische Kanons werden dadurch gefunden, dass zwei benachbarte Spalten im Hilfstonschema berücksichtigt werden (S. 397 ff.). Dies wird angewandt bei der Analyse von Stellen aus Josquins *Missa Pange Lingua* (S. 390 ff.), der *Es-Dur-Fuge* aus Bachs *Klavierübung* (S. 393 ff.) und der Fuge aus dem Gloria von Mozarts *c-Moll-Messe*, KV 427 (S. 409 ff.). Mit diesen Erweiterungen des Hilfstonverfahrens und zusätzlichen Überlegungen zur Verkürzung eines Anfangstons (S. 415 f.) wird der dreistimmige Gerüstsatz der Augmentationsengführung aus der Credo-Fuge von Bachs *h-Moll-Messe* analysiert und auf satztechnische und ästhetische Prinzipien zurückgeführt (S. 411 ff., 417 ff., 420 ff., 426 f.).

Das Konzept wird auch auf den Umkehrungskanon angewandt (S. 429 ff.). Damit wird die rhythmische Veränderung einer Choralzeile in Bachs *Kanonischen Veränderungen* erklärbar (S. 432 ff.).

Mit dem Hilfstonverfahren lassen sich auch Kanons zu einer vorgegebenen Harmoniefolge finden, und zwar mit dem zusätzlichen Konzept des *Materialkanons* (S. 439). Das lässt sich auf endliche und unendliche Kanons anwenden. Damit werden kanonische Stellen von Vivaldi (S. 444 ff.) und Corelli (S. 446 ff.) analysiert, bei denen eine gebräuchliche Sequenz zu Grunde liegt, der sekundweise aufwärts sequenzierte Quintfall.

Durch das Markieren von Hilfstönen können Harmoniefolgen mit Septakkorden berücksichtigt werden (S. 450 ff.). Damit werden kanonische Tonika-Dominant-Wechsel in Symphonien von Mozart (S. 454 ff.) und Beethoven (S. 453 f.) analysiert. Der Kanon an der Grenze zur freien Imitation wird an einer Stelle aus Beethovens *2. Symphonie* erörtert (S. 456 ff.).

Das Verfahren wird auf Kanons mit bis zu fünf Stimmen übertragen. Damit wird die Satzstruktur eines Tonika-Dominant-Wechsels in Beethovens *2. Symphonie* erklärt (S. 459 ff.). Für die Analyse einer Stelle aus Beethovens *7. Symphonie* wird untersucht, welche mehrstimmigen Kanons über einem sekundweise aufwärts sequenzierten Quintfall mit Septakkorden möglich sind (S. 462 ff.).

Mit einer Variante des Hilfstonverfahrens lassen sich Sequenzen zu einer gegebenen Melodie oder Harmoniefolge finden, so genannte „Sequenzquodlibets“. Das Verfahren wird auf ein- (S. 471 ff.) und zweigliedrige Sequenzen angewandt (S. 474 f.). Die Relevanz für klassische und romantische Themenstrukturen wird an Beispielen aus diesen Werken gezeigt:

- Mozart, *Symphonie g-Moll*, KV 183 (S. 476),
- Mozart, *Symphonie g-Moll*, KV 550 (S. 479),
- Mozart, *Symphonie C-Dur*, KV 551 (S. 478),
- Beethoven, *Klaviersonate f-Moll*, op. 2, Nr. 1 (S. 476),

- Verdi, *Rigoletto* (S. 478).

Das Verfahren wird auf romantische Harmonik angewandt, und zwar auf einen Abschnitt aus Schuberts *Symphonie h-Moll*, D. 759 (S. 480 f.). Ein Abschnitt aus Bachs Kantate *Bringet dem Herrn Ehre seines Namens*, BWV 148 (S. 481 ff.) ist besonders komplex, weil verschiedene Sequenzen überlagert werden. Es wird bestimmt, wie dies satztechnisch möglich ist.

Zur wissenschaftstheoretischen Reflexion wird bestimmt, welche logische Struktur die analytischen Ergebnisse haben, die durch die algorithmisch unterstützten Analysen gewonnen werden. Diese logische Struktur wird als „satztechnischer Modus ponens“ bezeichnet (S. 485). Die algorithmisch gestützten Analysen zeigen, dass bestimmte Merkmale einer Komposition nicht bloß ästhetisch zueinander passen, sondern dass sie unter den Bedingungen der historischen Satztechnik voneinander abhängen (S. 486). Ihr Zusammenhang ist logisch gesehen also nicht bloß kontingent, sondern notwendig. Die algorithmisch gestützte Analyse beobachtet also nicht unbedingt etwas Neues, aber sie kann ihre Beobachtungen mit anderen Modalkategorien formulieren. Was zufällig scheint, erweist sich als notwendig. Im Zusammenhang mit den Algorithmen wird das Verhältnis zur mathematischen Musiktheorie erörtert (S. 486 f.). Die mathematische Musiktheorie ist hilfreich bei der Konstruktion, beim Beweis und bei der Implementierung der Algorithmen. Aber es bleibt ein Problem, das mathematisch nicht fassbar scheint: die musikalische Relevanz (S. 487 ff.). Sie kann hörpsychologisch begründet werden (S. 488 f.). Das reicht jedoch nicht immer. Stattdessen ist häufig eine hermeneutische Begründung nötig (S. 489 ff.). Dabei wird Satztechnik als Mittel zum Zweck der Ästhetik aufgefasst (S. 489 f.). Dies unterstellt den Komponisten ästhetische Absichten und die Kenntnis der Zusammenhänge von Melodik und Imitation (S. 491). Zwar kann nicht automatisch angenommen werden, dass ein Komponist jeden kontrapunktisch bedingten Zusammenhang von Melodik und Imitation gesehen hat, in vielen Fällen scheint die Annahme jedoch vernünftig. Besonders gilt das für die Tradition satztechnischer Modelle (S. 491 ff.). Sie waren Gegenstand des Kompositionsunterrichts und sie sind strukturell möglichst einfach. Bei ihnen kann deshalb angenommen werden, dass der Zusammenhang von Melodik und Imitation den Komponisten bewusst war.

Die analytischen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit sind somit nur möglich durch eine Kombination von Algorithmen und Hermeneutik, also durch eine Verbindung systematischer und historischer Ansätze (S. 494).

A Abkürzungen

AC	Arcangelo Corelli, Historisch-kritische Gesamtausgabe der musikalischen Werke
ASSW	Arnold Schönberg, Sämtliche Werke
AV	Antonio Vivaldi. Werkausgabe des Istituto Italiano Antonio Vivaldi
BBU	Beethoven, Bärenreiter Urtext
BJ	Bach-Jahrbuch
BSW	Johannes Brahms, Sämtliche Werke, Ausgabe der Gesellschaft der Musikfreunde in Wien
BW	Beethoven, Werke, Neue Gesamtausgabe, Bonn
FS4H	Franz Schubert, Werke für Klavier zu vier Händen, Bd. 3, nach Eigenschriften, alten Abschriften und Erstaussagen herausgegeben von Willi Kahl, München 1986
JBG	Johannes-Brahms-Gesamtausgabe
JDPW	Josquin Des Prez, Werken van J. D. P., Hrsg. Albert Smijers
JHS	Joseph Haydn. Kritische Ausgabe sämtlicher Symphonien
JHW	Joseph Haydn, Werke, Köln
MOO	Monteverdi, Opera omnia, edizione nazionale
NBA	Johann Sebastian Bach, Neue Ausgabe sämtlicher Werke
NJE	New Josquin Edition, The Collected Works of J. D. P., Utrecht
NMA	Mozart, Wolfgang Amadeus, Neue Ausgabe sämtlicher Werke
NSA	Franz Schubert, Neue Ausgabe sämtlicher Werke
POC	Giovanni Pierluigi da Palestrina, Le opere complete di G. P. d. P.
RWA	Richard Wagner, Sämtliche Werke
ZGMTH	Zeitschrift der Gesellschaft für Musiktheorie

A Abkürzungen

B Literaturverzeichnis

- Aerts, Hans. *Auf dem Prüfstand: Zarlinos Anweisungen zum Kontrapunkt « a mente »*, in: *Musiktheorie und Improvisation: Kongressbericht der IX. Jahrestagung der Gesellschaft für Musiktheorie in Mainz*, Hrsg. Jürgen Blume und Konrad Georgi, Mainz 2011, Druck in Vorbereitung.
- Apel, Willi. *Die Notation der polyphonen Musik: 900–1600*, Leipzig 1970.
- Artin, Michael. *Algebra*, Übers. Annette A'Campo, Basel 1998.
- Berardi, Angelo. *Documenti armonici*, Bologna 1687.
- Blankenburg, Walter. *Einführung in Bachs h-Moll-Messe, BWV 232*, Kassel ³1974.
- Brahms, Johannes. *Sinfonie Nr. 4, e-Moll, op. 98*, Taschenpartitur, Einführung und Analyse von Christian Martin Schmidt, Mainz 1980.
- Breig, Werner. *Ueberhaupt ist mit dem Choral nicht zu spaßen: Bemerkungen zum Cantus-firmus-Kanon in Bachs choralgebundenem Orgelwerk*, BJ 96/2010, S. 11–27.
- Burbat, Wolf. *Die Harmonik des Jazz*, München und Kassel 1988.
- Cahn, Peter. Artikel *Kanon*, in: *Die Musik in Geschichte und Gegenwart: Allgemeine Enzyklopädie der Musik*, 2. Aufl., Hrsg. Ludwig Finscher, Sachteil, 4. Band, Hamm–Kar, Stuttgart und Kassel 1996, Sp. 1695 f.
- Cope, David. *Virtual Music: Computer Synthesis of Musical Style*, Cambridge 2001.
- Dahlhaus, Carl. *Die Musiktheorie im 18. und 19. Jahrhundert, Zweiter Teil: Deutschland*, Hrsg. Ruth E. Müller, Darmstadt 1989 (Geschichte der Musiktheorie 11).
- Daniel, Thomas. *Kontrapunkt: Eine Satzlehre zur Vokalpolyphonie des 16. Jahrhunderts*, ¹Köln 1997.
- Daniel, Thomas. *Kontrapunkt: Eine Satzlehre zur Vokalpolyphonie des 16. Jahrhunderts*, ²Köln 2002.
- Daniel, Thomas. *Der Choralatz bei Bach und seinen Zeitgenossen: eine historische Satzlehre*, Köln 2000.
- Daniel, Thomas. *Bachs unvollendete Quadrupelfuge aus „Die Kunst der Fuge“: Studie und Vervollständigung*, Köln 2010.
- Deutsch, Otto Erich. *Franz Schubert: Verzeichnis seiner Werke in chronologischer Folge*, Kleine Ausgabe aufgrund der Neuausgabe in deutscher Sprache bearbeitet von Werner Aderhold, Walther Dürr und Arnold Feil, München und Kassel 1983.

Ebeling, Martin. *Tonhöhe physikalisch – musikalisch – psychologisch – mathematisch*, Frankfurt 1999 (Systemische Musikwissenschaft 2).

Eggebrecht, Hans Heinrich. *Bachs Kunst der Fuge: Erscheinung und Deutung*, München ²1985.

Elders, Willem [Hrsg.] *siehe* Josquin Des Prez

Ferand, Ernest T. *Die Improvisation in Beispielen aus neun Jahrhunderten abendländischer Musik*, Köln 1956 (Musikwerk 12).

Fischer, Gerd und Sacher, Reinhard. *Einführung in die Algebra*, Stuttgart 1978.

Fladt, Hartmut. *Modell und Topos im musiktheoretischen Diskurs – Systematiken/Anregungen*, in: *Musiktheorie* 4/2005, S. 343–369.

Froebe, Folker. *Satzmodelle des ›Contrapunto alla mente‹ und ihre Bedeutung für den Stilwandel um 1600*, in: *ZGMTH*, 1–2/2007, S. 13–55.

Gárdonyi, Zsolt. *Kontrapunkt: dargestellt an der Fugentechnik Bachs*, Wolfenbüttel und Zürich 1980.

Gauldin, Robert. *The Composition of Late Renaissance Stretto Canons* in: *Theory and Practice*, Bd. 21/1996, S. 29–54.

Hindemith, Paul. *Unterweisung im Tonsatz I, Theoretischer Teil*, Neue erweiterte Auflage, Mainz 1940.

Jacobi, Klaus. *Möglichkeit*, in: *Handbuch philosophischer Grundbegriffe*, Hrsg. Hermann Krings, Hans Michael Baumgartner, Christoph Wild, 5. Bd., Mensch–Relation, München 1973, S. 930–947.

Jeppesen, Knud. *Kontrapunkt: Lehrbuch der klassischen Vokalpolyphonie*, Übers. Julie Schulz, Leipzig o. J.

Josquin Des Prez. NJE Bd. 3, *Masses Based on Gregorian Chants*, Hrsg. Willem Elders, Utrecht 2003.

Jungnickel, Dieter. *Graphen, Netzwerke und Algorithmen*, Mannheim 1987.

Kaiser, Ulrich. *Gehörbildung*, Kassel 1998.

Kaiser, Ulrich. *Die Notenbücher der Mozarts als Grundlage der Analyse von W. A. Mozarts Kompositionen 1761–1767*, Kassel 2007.

Kaiser, Ulrich. *Was ist ein musikalisches Modell?*, in: *ZGMTH* 3–4/2007, S. 355–360.

Kant, Immanuel. *Kritik der reinen Vernunft*, 1. Bd., in: I. K., *Werkausgabe*, Hrsg. Wilhelm Weischedel, Frankfurt ⁴1980.

Kirnberger, Johann Philipp. *Die Kunst des reinen Satzes in der Musik [...]*, Berlin und Königsberg 1776–1779, Repr. Hildesheim 1968.

Kleine Enzyklopädie Mathematik, Hrsg. W[alter] Gellert u. a., Basel 1969.

Koch, Heinrich Christoph. *Versuch einer Anleitung zur Composition*, 1. Bd., Rudolstadt 1782, 2. Bd., Leipzig 1787, 3. Bd., Leipzig 1793, Repr. Hildesheim 1969.

- Kondakow, N[ikola]j I[vanovič]. *Wörterbuch der Logik* [Logičeskij slovar'-spravočnik], Herausgeber der deutschen Ausgabe Erhard Albrecht, Günter Asser, Übers. Hans-Dietrich Hecker u. a., Leipzig 1978.
- Kühn, Clemens. *Formenlehre der Musik*, München und Kassel 1987.
- Kunze, Stefan. *Wolfgang Amadeus Mozart, Sinfonie in C-Dur KV 551, Jupiter-Sinfonie*, München 1988 (Meisterwerke der Musik 50).
- la Motte, Diether de. *Kontrapunkt: Ein Lese- und Arbeitsbuch*, Kassel 1981.
- Liebscher, Julia. *Richard Strauss – Also sprach Zarathustra, Tondichtung (frei nach Friedr. Nietzsche) für großes Orchester op. 30*, München 1994 (Meisterwerke der Musik 62).
- Lorenz, Falko. *Einführung in die Algebra I*, Heidelberg 1999.
- Mäckelmann, Michael. *Johannes Brahms IV. Symphonie e-Moll op. 98*, München 1991 (Meisterwerke der Musik 56).
- Marpurg, Friedrich Wilhelm. *Abhandlung von der Fuge [...]*, 1. Band, Berlin 1753, 2. Band, Berlin 1754. Repr. Hildesheim 1970.
- Mazzola, Guerino. *Geometrie der Töne: Elemente der Mathematischen Musiktheorie*, Basel 1990.
- Möllers, Christian. *Analyse durch Improvisation: Chaconnebässe der Barockzeit als Improvisationsmodelle*, in: *Üben und Musizieren*, Heft 2/1989, S. 520–529.
- Möllers, Christian. *Reihentechnik und musikalische Gestalt bei Arnold Schönberg: Eine Untersuchung zum III. Streichquartett op. 30*, Wiesbaden 1977.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. NMA, Ser. V (Konzerte), Werkgruppe 15 (Konzerte für ein oder mehrere Klaviere und Orchester mit Kadenzen), Bd. 8, Hrsg. Wolfgang Rehm, Kassel 1960.
- Neidhöfer, Christoph. *Twelve-Tone Theory*, in: ZGMTH, Bd. : 2/2–3 (2005), S. 207–217.
- Noll, Thomas. *Musiktheorie und Mathematik*, in: *Musiktheorie*, Hrsg. Helga de la Motte-Haber und Oliver Schwab-Felisch, Laaber 2005 (Handbuch der Systematischen Musikwissenschaft 2), S. 409–418.
- Pepping, Ernst. *Der polyphone Satz, 2. Band: Übungen im doppelten Kontrapunkt und im Kanon*, Berlin 1957.
- Perle, George. *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*, Berkeley ⁶1991.
- Prey, Stefan. *Thema und Einführung*, in: *Musica* 6/1984, S. 516–521.
- Prey, Stefan. *Warum Tonsatz?*, in: *Musiktheorie* 4/1999, S. 307–313.
- Quantz, Johann Joachim. *Versuch einer Anweisung, die Flöte traversière zu spielen*, Berlin 1752, Repr., Hrsg. Horst Augsbach, Hans-Peter Schmitz, Leipzig 1983.

Rehm, Wolfgang *siehe* Mozart, Wolfgang Amadeus. NMA, Ser. V (Konzerte), Werkgruppe 15 (Konzerte für ein oder mehrere Klaviere und Orchester mit Kadenzten), Bd. 8, Hrsg. Wolfgang Rehm, Kassel 1960.

Rempp, Frieder. *Elementar- und Satzlehre von Tinctoris bis Zarlino*, in: F. Alberto Gallo u. a., *Italienische Musiktheorie im 16. und 17. Jahrhundert: Antikenrezeption und Satzlehre*, Darmstadt 1989 (Geschichte der Musiktheorie 7).

Richenhagen, Albert. *Zarlinos Lehre vom doppelten Kontrapunkt in der Duodezime – Aspekte ihrer Vorgeschichte und ihrer Nachwirkung*, in: *Kirchenmusik in Geschichte und Gegenwart – Festschrift Hans Schmidt zum 65. Geburtstag*, Hrsg. Heribert Klein und Klaus Niemöller, Köln 1998, S. 139–148.

Rimski-Korssakow *siehe* Rimskij-Korsakov

Rimskij-Korsakov, Nikolaj. *Grundlagen der Orchestration* [Osnovy orkestrovki], Hrsg. Maximilian Steinberg, Übers. Alexander Elukhen, Berlin 1922.

Rovenko, Alexander. *Grundlagen der Engführungskontrapunktik* [Praktičeskie osnovy strettno-imitacionnoj polifonii]: *dargestellt an Beispielen von der klassischen Vokalpolyphonie bis zur Moderne*, Hrsg. Otfried Büsing, Andreas Wehrmeyer, Übers. Andreas Wehrmeyer, Berlin 2004 (Musicologica berolinensia 12).

Schmidt, Christian Martin. *Johannes Brahms und seine Zeit*, Laaber 1983.

Schmidt, Christian Martin (Hrsg.). *Johannes Brahms, Sinfonie Nr. 4, e-Moll, op. 98*, Taschenpartitur, Einführung und Analyse von Christian Martin Schmidt, Mainz 1980.

Söllner, Johannes. *Zwölftonimprovisation mit Hilfe von "combinatoricality"*, in: *Musiktheorie und Improvisation: Kongressbericht der IX. Jahrestagung der Gesellschaft für Musiktheorie in Mainz*, Hrsg. Jürgen Blume und Konrad Georgi, Mainz 2011, Druck in Vorbereitung.

Sparks, Edgar H. *The Music of Noel Bauldeweyn*, New York 1972.

Stam, Edward. *Kanon und doppelter Kontrapunkt: eine Kritik der gebräuchlichen Systematik*, in: *Divini cultus splendori, Festschrift für Joseph Lennards*, Hrsg. H. P. M. Litseus und G. M. Steinschulte, Rom 1980. S. 333–359.

Supper, Martin. *Elektroakustische Musik und Computermusik: Geschichte – Ästhetik – Methoden – Systeme*, Darmstadt 1997.

Taneev, Sergej. *Die Lehre vom Kanon* [Učenie o kanone], Hrsg. Andreas Wehrmeyer, Berlin 1994 (studia slavica musicologica 1).

Tanejew *siehe* Taneev

Trachier, Olivier. *Harmonia fvgata extemporanea: Fugenimprovisation nach Calvisius und den Italienern*, in: *Tempus Musicae – Tempus Mundi: Untersuchungen zu Seth Calvisius*, Hrsg. Gesine Schröder, Hildesheim 2008 (Studien zur Geschichte der Musiktheorie 4), S. 77–102.

Wolff, Christoph. *Johann Sebastian Bachs Regeln für den fünfstimmigen Satz*, BJ 90/2004, S. 87–100.

Zarlino, Gioseffo. *Le istituzioni harmoniche*, Venedig 1573.

B Literaturverzeichnis

C Musikalienverzeichnis

Die Werke von Vivaldi, Bach, Händel, Haydn, Mozart und Schubert sind nach den Nummern der üblichen Verzeichnisse sortiert, die von Corelli, Beethoven, Brahms und Schönberg nach Opus-Zahlen.

Bach, Johann Sebastian. Kantate *Aus tiefer Not schrei ich zu dir*, BWV 38, NBA Ser. I (Kantaten), Bd. 25 (Kantaten zum 20. und 21. Sonntag nach Trinitatis), Hrsg. Ulrich Bartels, Kassel 1997.

Bach, Johann Sebastian. Kantate *Ich armer Mensch, ich Sündenknecht*, BWV 55, NBA Ser. I (Kantaten), Bd. 26 (Kantaten zum 22. und 23. Sonntag nach Trinitatis), Hrsg. Andreas Glöckner, Kassel 1994.

Bach, Johann Sebastian. Kantate *Sie werden aus Saba alle kommen*, BWV 65, NBA Ser. I (Kantaten), Bd. 5 (Kantaten zum Epiphaniastag bis zum 2. Sonntag nach Epiphania), Hrsg. Marianne Helms, Kassel 1975.

Bach, Johann Sebastian. Kantate *Bringet dem Herrn Ehre seines Namens*, BWV 148, NBA Ser. I (Kantaten), Bd. 23 (Kantaten zum 16. und 17. Sonntag nach Trinitatis), Hrsg. Helmuth Osthoff und Rufus Hallmark, Kassel 1982.

Bach, Johann Sebastian. Kantate *Siehe zu, daß deine Gottesfurcht nicht Heuchelei sei*, BWV 179, NBA Ser. I (Kantaten), Bd. 20 (Kantaten zum 11. und 12. Sonntag nach Trinitatis), Hrsg. Klaus Hofmann, Kassel 1986.

Bach, Johann Sebastian. *Messe h-Moll*, BWV 232, NBA Ser. II (Messen, Passionen, oratorische Werke), Bd. 1, Missa, Symbolum Nicenum, Sanctus, Osanna, Benedictus, Agnus Dei et Dona nobis pacem, später genannt: Messe in h-Moll, Hrsg. Friedrich Smend, Kassel 1955.

Bach, Johann Sebastian. *Messe G-Dur*, BWV 236, NBA Ser. II (Messen, Passionen, oratorische Werke), Bd. 2, Lutherische Messen und einzelne Messensätze, Hrsg. Emil Platen, Kassel 1978.

Bach, Johann Sebastian. *Matthäus-Passion*, BWV 244, NBA Ser. II (Messen, Passionen, oratorische Werke), Bd. 5, Hrsg. Alfred Dürr, unter Verwendung von Vorarbeiten Max Schneiders, Kassel 1972.

Bach, Johann Sebastian. *Johannes-Passion*, BWV 245, NBA Ser. II (Messen, Passionen, oratorische Werke), Bd. 4, Hrsg. Arthur Mendel, Kassel 1973.

Bach, Johann Sebastian. *Weihnachts-Oratorium*, BWV 248, NBA Ser. II (Messen, Passionen, oratorische Werke), Bd. 6, Hrsg. Walter Blankenburg und Alfred Dürr, Kassel 1960.

- Bach, Johann Sebastian. *Dritter Teil der Klavierübung [...]*, Fuge Es-Dur, BWV 552, NBA Ser. IV (Orgelwerke), Bd. 4, Dritter Teil der Klavierübung, Hrsg. Manfred Tessmer, Kassel 1969.
- Bach, Johann Sebastian. *Dritter Teil der Klavierübung [...]*, Nr. 18, „Aus tiefer Not schrei ich zu dir“, BWV 686, NBA Ser. IV (Orgelwerke), Bd. 4, Dritter Teil der Klavierübung, Hrsg. Manfred Tessmer, Kassel 1969.
- Bach, Johann Sebastian. *Dritter Teil der Klavierübung [...]*, Nr. 19, „Aus tiefer Not schrei ich zu dir“, BWV 687, NBA Ser. IV (Orgelwerke), Bd. 4, Dritter Teil der Klavierübung, Hrsg. Manfred Tessmer, Kassel 1969.
- Bach, Johann Sebastian. *Einige canonische Veränderungen über das Weihnachtslied: „Vom Himmel hoch, da komm ich her“*, BWV 769, NBA Ser. IV (Orgelwerke), Bd. 2, Die Orgelchoräle aus der Leipziger Originalhandschrift, Hrsg. Hans Klotz, Kassel 1958.
- Bach, Johann Sebastian. *Dritter Teil der Klavierübung [...]*, Duetto II, BWV 803, NBA Ser. IV (Orgelwerke), Bd. 4, Dritter Teil der Klavierübung, Hrsg. Manfred Tessmer, Kassel 1969.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier I*, Fuge C-Dur, BWV 846, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.1, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1989.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier I*, Fuge cis-Moll, BWV 849, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.1, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1989.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier I*, Fuge dis-Moll, BWV 853, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.1, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1989.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier I*, Fuge g-Moll, BWV 861, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.1, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1989.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier I*, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.1, Kritischer Bericht, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1989.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier II*, Fuge c-Moll, BWV 871, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.2, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1995.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier II*, Fuge D-Dur, BWV 874, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.2, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1995.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier II*, Fuge Es-Dur, BWV 876, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.2, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1995.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier II*, Fuge dis-Moll, BWV 877, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.2, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1995.
- Bach, Johann Sebastian. *Das Wohltemperierte Klavier II*, Fuge E-Dur, BWV 878, NBA Ser. V (Klavier- und Lautenwerke), Bd. 6.2, Hrsg. Alfred Dürr, Kassel 1995.
- Bach, Johann Sebastian. *2. Brandenburgisches Konzert*, BWV 1047, NBA Ser. VII (Orchesterwerke), Bd. 2, Sechs Brandenburgische Konzerte, Hrsg. Heinrich Bessler, Kassel 1956.

- Bach, Johann Sebastian. *Die Kunst der Fuge*, BWV 1080, NBA Ser. VIII (Kanons, Musikalisches Opfer, Kunst der Fuge), Bd. 2.2, *Die Kunst der Fuge*, Ausgabe nach den autographen Quellen, Hrsg. Klaus Hofmann, Kassel 1995.
- Bauldeweyn, Noel. *Missa Da Pacem*, wegen der vermeintlichen Autorschaft von Josquin Des Prez in: JDPW Bd. 34, Messen 19, *Missa Da Pacem*, Hrsg. Albert Smijers, Amsterdam 1953.
- Beethoven, Ludwig van. *Klaviersonate f-Moll*, op. 2, Nr. 1, BW, Abt. 7, Bd. 2 (Klaviersonaten), Hrsg. Hans Schmidt, München 1971.
- Beethoven, Ludwig van. *Streichquartett A-Dur*, op. 18, Nr. 5, BW, Abt. 6, Bd. 3 (Streichquartette I), Hrsg. Paul Mies, München 1962.
- Beethoven, Ludwig van. *Streichquintett C-Dur*, op. 29, BW, Abt. 6, Bd. Bd. 2 (Streichquintette), Hrsg. Johannes Herzog, München 1968.
- Beethoven, Ludwig van. *2. Symphonie*, D-Dur, op. 36, BW, Abt. 1 (Symphonien), Bd. 1, Armin Raab, München 1994.
- Beethoven, Ludwig van. *3. Symphonie*, Es-Dur, op. 55, BBU Hrsg. Jonathan Del Mar, Kassel ⁷2008.
- Beethoven, Ludwig van. *Violinkonzert*, D-Dur, op. 61, BW, Abt. 3, Bd. 4 (Werke für Violine und Orchester), Hrsg. Shin Augustinus Kojima, Kassel 1973.
- Beethoven, Ludwig van. *7. Symphonie*, A-Dur, op. 92, BBU Hrsg. Jonathan Del Mar, Kassel ⁵2007.
- Beethoven, Ludwig van. *Messe C-Dur*, op. 86, BW, Abt. 8, Bd. 2, Hrsg. Jeremiah W. McGrann, München 2003.
- Beethoven, Ludwig van. *Missa Solemnis*, D-Dur, op. 123, BW, Hrsg. Norbert Gertsch, München 2000.
- Beethoven, Ludwig van. *9. Symphonie*, d-Moll, op. 125, BBU Hrsg. Jonathan Del Mar, Kassel ⁷2009.
- Beethoven, Ludwig van. *Streichquartett B-Dur*, op. 130, Urtext, Hrsg. Rainer Cadenbach, München 2007.
- Berg, Alban. *Lulu*, Partitur (I. und II. Akt), Hrsg. H[ans] E[rich] Apostel, 1963, revidiert von Friedrich Cerha, Wien 1985.
- Brahms, Johannes. *Sextett für 2 Violinen, 2 Violen und 2 Violoncelli, G-Dur*, op. 36, BSW, Bd. 7 (Kammermusik für Streichinstrumente), Hrsg. Hans Gál, Leipzig 1927.
- Brahms, Johannes. *Ein deutsches Requiem*, op. 45, BSW, Bd. 17, Eusebius Mandyczewski, Leipzig 1926.
- Brahms, Johannes. Motette *Warum ist das Licht gegeben*, op. 74, Nr. 1, BSW, Bd. 21, Mehrstimmige Gesänge ohne Begleitung, Hrsg. Eusebius Mandyczewski, Leipzig 1926.
- Brahms, Johannes. *1. Symphonie*, c-Moll, op. 68, JBG I/1, Hrsg. Robert Pascall, München 1996.

- Brahms, Johannes. *2. Symphonie*, D-Dur, op. 73, JBG I/2, Hrsg. Robert Pascall und Michael Struck, München 2001.
- Brahms, Johannes. *3. Symphonie*, F-Dur, op. 90, JBG, I/3, Hrsg. Robert Pascall, München 2005.
- Brahms, Johannes. *4. Symphonie*, e-Moll, op. 98, JBG, I/4, Hrsg. Robert Pascall, München 2011.
- Brahms, Johannes. *Fest- und Gedenksprüche*, op. 109, BSW, Bd. 21, Mehrstimmige Gesänge ohne Begleitung, Hrsg. Eusebius Mandyczewski, Leipzig 1926.
- Brahms, Johannes. *Trio für Pianoforte, Klarinette (oder Bratsche) und Violoncell*, op. 114, BSW, Bd. 9, Klaviertrios, Hrsg. Hans Gál, Leipzig 1926.
- Bruckner, Anton. *Messe f-Moll*, Anton Bruckner, Sämtliche Werke, Bd. 18, Studienpartitur, 2., revidierte Ausgabe, Hrsg. Leopold Nowak, Wien 1960.
- Čajkovskij, Pjotr. *Romeo und Julia* [Romeo i Džul'etta], Fantasie-Ouvertüre, 3. Fassung, New York: Kalmus o. J.
- Corelli, Arcangelo. *Concerto grosso D-Dur*, op. 6, Nr. 1, AC Bd. IV, Concerti grossi, Opus VI, Hrsg. Rudolf Bossard, Köln 1978.
- Corelli, Arcangelo. *Trionsonate F-Dur*, op. 1, Nr. 1, AC Bd. I, Sonate da chiesa, Opus I und III, Hrsg. Max Lütolf, Laaber 1987.
- Corelli, Arcangelo. *Trionsonate e-Moll*, op. 1, Nr. 2, AC Bd. I, Sonate da chiesa, Opus I und III, Hrsg. Max Lütolf, Laaber 1987.
- Corelli, Arcangelo. *Trionsonate D-Dur*, op. 3, Nr. 2, AC Bd. I, Sonate da chiesa, Opus I und III, Hrsg. Max Lütolf, Laaber 1987.
- Corelli, Arcangelo. *Trionsonate g-Moll*, op. 3, Nr. 11, AC Bd. I, Sonate da chiesa, Opus I und III, Hrsg. Max Lütolf, Laaber 1987.
- Das Erfurter Enchiridion*. Erfurt 1524, Nachdruck, Hrsg. Konrad Ameln, Kassel 1983 (Documenta musicologica, Erste Reihe: Druckschriften-Faksimiles XXXVI).
- Händel, Georg Friedrich. *The Messiah*, HWV 56, Hallische Händel-Ausgabe, Ser. I (Oratorien und große Kantaten), Bd. 17, Hrsg. John Tobin, Kassel 1965.
- Händel, Georg Friedrich. *Judas Maccabaeus*, HWV 63, The Works of George Frederic Handel, Hrsg. Friedrich Chrysander, Leipzig 1866, Nachdruck Ridgewood 1966.
- Haydn, Joseph. *Symphonie G-Dur*, Hob. I:3, in: JHS I, 1–12 + „A“, „B“, Hrsg. Howard Chandler Robbins Landon, Wien ²1981.
- Haydn, Joseph. *Symphonie D-Dur*, Hob. I:13, in: JHS II, 13–27, Hrsg. Howard Chandler Robbins Landon, Wien ²1981.
- Haydn, Joseph. *Symphonie B-Dur*, Hob. I:77, JHW Reihe I, Bd. 11 (Sinfonien 1782–1784), Hrsg. Sonja Gerlach und Sterling E. Murray, München 2003.
- Haydn, Joseph. *Symphonie G-Dur*, Hob. I:88, JHS X, 88–92, Concertante, Hrsg. Howard Chandler Robbins Landon, Wien ²1981.

- Haydn, Joseph. *Symphonie B-Dur*, Hob. I:102, JHW Reihe I, Bd. 18 (Londoner Sinfonien, 4. Folge), Hrsg. Hubert Unverricht, München 1963.
- Haydn, Joseph. *Die Schöpfung*, Hob. XXI:2, JHW Reihe XXVIII, Bd. 3, zwei Teilbände, Hrsg. Annette Oppermann, München 2008.
- Haydn, Joseph. *Missa in angustiis (Nelson-Messe)*, d-Moll, Hob. XXII:9, JHW Reihe XXIII, Bd. 3 (Messen Nr. 9–10), Hrsg. Günter Thomas, München 1965.
- Josquin Des Prez, *Missa Pange Lingua*, NJE Bd. 4 (Masses Based on Gregorian Chants 2), Hrsg. Willem Elders, Utrecht 2000.
- Josquin Des Prez, Motette *Dominus regnavit*, JDPW Bd. 41 (Motetten, Bd. 17), Nr. 65, Hrsg. Albert Smijers, Amsterdam 1955.
- Josquin Des Prez, Motette *O bone et dulcissime Jesu*, NJE Bd. 21 (Motets on non-biblical texts 1, De domino Jesu Christo), Nr. 9, Hrsg. Bonnie J. Blackburn, Utrecht 2007.
- Josquin Des Prez, Motette *Sic Deus dilexit mundum*, JDPW Bd. 51 (Motetten, Bd. 24), Nr. 86, Hrsg. M. Antonowycz, Amsterdam 1963.
- Liber usualis missae et officii pro dominicis et festis cum cantu Gregoriano [...]*. Tournai 1956.
- Mendelssohn Bartholdy, Felix. *Elias*, op. 70, Leipziger Ausgabe der Werke von F. M. B., Ser. VI (Geistliche Vokalwerke), Bd. 11, Hrsg. Christian Martin Schmidt, Wiesbaden 2009.
- Monteverdi, Claudio. *Ond'ei di morte*, 3. Madrigalbuch, MOO Bd. 4, Hrsg. Maria Teresa Rosa Barezani, Cremona 1988.
- Monteverdi, Claudio. « *Là tra'l sangue e le morti egro giacente* », 3. Madrigalbuch, MOO Bd. 4, Hrsg. Maria Teresa Rosa Barezani, Cremona 1988.
- Monteverdi, Claudio. *A Dio, Florida bella*, 6. Madrigalbuch, MOO Bd. 10, Hrsg. Antonio Delfino, Cremona 1991.
- Monteverdi, Claudio. *Marien-Vesper*, MOO Bd. 9, 1, *Missa da capella a sei, Vespro della Beata Vergine*, Hrsg. Antonio Delfino, Cremona 2005.
- Monteverdi, Claudio. *Laudate pueri*, MOO Bd. 18 (Messa a 4 voci e salmi (1650)), Hrsg. Mariella Sala, Cremona 1995.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Symphonie Es-Dur*, KV 16, NMA, Ser. IV (Orchesterwerke), Werkgruppe 11 (Sinfonien): Sinfonien, Bd. 1, Hrsg. Gerhard Allroggen, Kassel 1984.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Streichquartett C-Dur*, KV 157, NMA, Ser. VIII (Kammermusik), Werkgruppe 20 (Streichquartette und Quartette mit einem Blasinstrument), Abt. 1 (Streichquartette), Bd. 1, Hrsg. Karl Heinz Füssl, Kassel 1966.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Symphonie g-Moll*, KV 183, NMA, Ser. IV (Orchesterwerke), Werkgruppe 11 (Sinfonien), Bd. 4, Hrsg. Hermann Beck, Kassel 1960.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Missa brevis F-Dur*, KV 192, NMA, Ser. I (Geistliche Gesangswerke), Werkgruppe 1 (Messen und Requiem), Abt. 1 (Messen), Bd. 2, Hrsg. Walter Senn, Kassel 1975.

- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Symphonie B-Dur*, KV 319, NMA, Ser. IV (Orchesterwerke), Werkgruppe 11 (Sinfonien), Bd. 6, Hrsg. Christoph Hellmut Mahling und Friedrich Schnapp, Kassel 1970.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Streichquartett G-Dur*, KV 387, NMA, Ser. VIII (Kammermusik), Werkgruppe 20 (Streichquartette und Quartette mit einem Blasinstrument), Abt. 1 (Streichquartette), Bd. 2, Hrsg. Ludwig Finscher, Kassel 1962.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Messe c-Moll*, KV 427, NMA, Ser. I (Geistliche Gesangswerke), Werkgruppe 1 (Messen und Requiem), Abt. 1 (Messen), Bd. 5, Hrsg. Monika Holl und Karl-Heinz Köhler, Kassel 1983.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Klavierkonzert d-Moll*, KV 466, NMA, Ser. V (Konzerte), Werkgruppe 15 (Konzerte für ein oder mehrere Klaviere und Orchester mit Kadenzen), Bd. 6, Hrsg. Hans Engel, Horst Heussner, Kassel 1961.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Violinsonate Es-Dur*, KV 481, NMA, Ser. VIII (Kammermusik), Werkgruppe 23 (Sonaten und Variationen für Klavier und Violine), Bd. 2, Hrsg. Eduard Reeser, Kassel 1965.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Klavierkonzert A-Dur*, KV 488, NMA, Ser. V (Konzerte), Werkgruppe 15 (Konzerte für ein oder mehrere Klaviere und Orchester mit Kadenzen), Bd. 7, Hrsg. Hermann Beck, Kassel 1959.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Klavierkonzert C-Dur*, KV 503, NMA, Ser. V (Konzerte), Werkgruppe 15 (Konzerte für ein oder mehrere Klaviere und Orchester mit Kadenzen), Bd. 7, Hrsg. Hermann Beck, Kassel 1959.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Symphonie Es-Dur*, KV 543, NMA, Ser. IV (Orchesterwerke), Werkgruppe 11 (Sinfonien), Bd. 9, Hrsg. Howard Chandler Robbins Landon, Kassel 1957.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Symphonie g-Moll*, KV 550, NMA, Ser. IV (Orchesterwerke), Werkgruppe 11 (Sinfonien), Bd. 9, Hrsg. Howard Chandler Robbins Landon, Kassel 1957.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Symphonie C-Dur*, KV 551, NMA, Ser. IV (Orchesterwerke), Werkgruppe 11 (Sinfonien), Bd. 9, Hrsg. Howard Chandler Robbins Landon, Kassel 1957.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Streichquintett D-Dur*, KV 593, NMA, Ser. VIII (Kammermusik), Werkgruppe 19 (Streichquintette), Abt. 1 (Streichquintette), Hrsg. Ernst Hess und Ernst Fritz Schmid, Kassel 1967.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Klavierkonzert B-Dur*, KV 595, NMA, Ser. V (Konzerte), Werkgruppe 15 (Konzerte für ein oder mehrere Klaviere und Orchester mit Kadenzen), Bd. 8, Hrsg. Wolfgang Rehm, Kassel 1960.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Streichquintett Es-Dur*, KV 614, NMA, Ser. VIII (Kammermusik), Werkgruppe 19 (Streichquintette), Abt. 1 (Streichquintette), Hrsg. Ernst Hess und Ernst Fritz Schmid, Kassel 1967.
- Mozart, Wolfgang Amadeus. *Die Zauberflöte*, KV 620, NMA, Ser. II (Bühnenwerke), Werkgruppe 5, Bd. 19, Hrsg. Gernot Gruber und Alfred Orel, Kassel 1970.

- Palestrina, Giovanni Pierluigi da, Messe *Già fu chi m'hebbe cara*, POC Bd. 27, Il libro decimo delle messe a 4, 5 e 6 voci, Hrsg. Lino Bianchi, Rom 1959, Repr. o. O. 1977.
- Palestrina, Giovanni Pierluigi da. *Missa Ad Fugam*, POC Bd. 4, Il libro secondo delle messe a 4, 5 e 6 voci, Hrsg. Raffaele Casimiri, Rom 1939, Repr. o. O. 1967.
- Schönberg, *Kammersymphonie für 15 Solo-Instrumente*, op. 9, ASSW, Abt. IV (Orchesterwerke), Reihe A, Bd. 11 (Kammersymphonien), Hrsg. Christian Martin Schmidt, Mainz 1976.
- Schönberg, *Bläserquintett*, op. 26, ASSW, Abt. VI (Kammermusik), Reihe A, Bd. 22 (Kammermusik I), *Quintett für Flöte, Oboe, Klarinette, Horn und Fagott*, Hrsg. Dorothee Schubel, Mainz 1999.
- Schubert, Franz. *Messe As-Dur*, D. 678, NSA Ser. I (Kirchenmusik), Bd. 3, Teil b, Hrsg. Doris Finke-Hecklinger, Kassel 1980.
- Schubert, Franz. *Symphonie h-Moll*, D. 759, NSA Ser. V (Orchesterwerke), Bd. 3, Hrsg. Werner Aderhold, Kassel 1997.
- Schubert, Franz. *Auf dem Wasser zu singen*, D. 774, op. 72, NSA Ser. IV (Lieder), Bd. 3, Teil a, Hrsg. Walther Dürr, Kassel 1982.
- Schubert, Franz. *Streichquartett G-Dur*, D. 887, op. 161, NSA Ser. VI (Kammermusik), Bd. 5 (Streichquartett III), Hrsg. Werner Aderhold, Kassel 1989.
- Schubert, Franz. *Klaviertrio B-Dur*, D. 898, op. 99, NSA Ser. VI (Kammermusik), Bd. 7 (Werke für Klavier und mehrere Instrumente), Hrsg. Arnold Feil, Kassel 1975.
- Schubert, Franz. *Fantasie f-Moll für Klavier zu vier Händen*, D. 940, op. 103, in: FS4H.
- Schubert, Franz. *Symphonie C-Dur*, D. 944, NSA Ser. V (Orchesterwerke), Bd. 4, Teil a, Hrsg. Werner Aderhold, Kassel 2003.
- Schubert, Franz. *Messe Es-Dur*, D. 950, Hrsg. Hermann Grabner, London: Eulenburg o. J.
- Schubert, Franz. *Fuge e-Moll zu vier Händen für Orgel oder Klavier*, D. 952, op. 152, FS4H.
- Schütz, Heinrich. *Historia der Auferstehung Jesu Christi*, H. S., Neue Ausgabe sämtlicher Werke, Bd. 3, Hrsg. Walter Simon Huber, 2. durchges. Aufl., Kassel 1956.
- Strauss, Richard. *Till Eulenspiegels lustige Streiche*, op. 28, London 1974.
- Strauss, Richard. *Also sprach Zarathustra*, op. 30, London 1974.
- Tschaikowski *siehe* Čajkovskij
- Verdi, Giuseppe. *Rigoletto*, The Works of Giuseppe Verdi = Le opere di Giuseppe Verdi, Bd. 17, Hrsg. Martin Chusid, Chicago 1983.
- Vivaldi, Antonio. *La stravaganza*, Konzert e-Moll, op. 4, Nr. 2, RV 279, AV Bd. 419, F I/181, Hrsg. Angelo Ephrikian, Mailand 1965.

C Musikalienverzeichnis

Vivaldi, Antonio. *L'estro armonico*, Konzert a-Moll, op. 3, Nr. 8, RV 522, AV Bd. 413, F I/177, Hrsg. Gian Francesco Malipiero, Mailand 1965.

Vivaldi, Antonio. *L'estro armonico*, Konzert D-Dur, op. 3, Nr. 1, RV 549, AV Bd. 406, F IV/7, Hrsg. Gian Francesco Malipiero, Mailand 1965.

Vivaldi, Antonio. *L'estro armonico*, Konzert d-Moll, op. 3, Nr. 11, RV 565, AV Bd. 416, F IV/11, Hrsg. Gian Francesco Malipiero, Mailand 1965.

Wagner, Richard. *Das Rheingold*, WWV 86A, RWA 10/I-II, Hrsg. Egon Voss, Mainz 1988, 1989.

Wagner, Richard. *Siegfried*, WWV 86C, RWA 12/I-III, Hrsg. Klaus Döge, Mainz 2006, 2008.

Wagner, Richard. *Götterdämmerung*, WWV 86D, RWA 13/I-III, Hrsg. Hartmut Fladt, Mainz 1980, 1981, 1982.

D Programm zur Kombinationsermittlung

Wie die chromatisierte Quintfallsequenz und der vierstimmige Kanon nach dem Basischema kombiniert werden können, wurde mit einem Computerprogramm bestimmt.

Dabei wird von allen Vorzeichen abstrahiert; denn sie ergeben sich aus der Harmonik.

Bei der Septakkordsequenz der Bläser und des Continuos werden drei Fälle unterschieden:

- Die Harmonie gilt den ganzen Takt.
- Das erste Viertel ist harmonieeigen.
- Das zweite Viertel ist harmonieeigen.

Die Lösungen für den ersten Fall sind natürlich auch Lösungen für den dritten Fall; denn was zu *d fis c* passt, passt auch zu *d fis a*. Sie wurden bestimmt, um zu zeigen, dass es sinnvoll ist, den dritten Fall gesondert zu betrachten.

Außerdem werden drei Melodieformen unterschieden, wie in der Aufstellung auf S. 136.

The image displays three musical staves illustrating different canon settings. The top staff, labeled 'drei Kanons', shows three measures with labels '1 3 3', '3 1 3', and '3 3 1' above them, indicating the placement of the first voice. The middle staff, labeled 'unversetzt', shows the same three measures with boxes around the first two notes of each measure in the treble staff. The bottom staff, labeled 'versetzt', shows the same three measures with boxes around the first two notes of each measure in the bass staff.

Die Bezeichnungen 1 3 3, 3 1 3 und 3 3 1 geben an, wo die Prim im Verhältnis zu den beiden Terzen steht. Die Stimmen sind so weit nach vorne verlängert, dass die Harmonien

D Programm zur Kombinationsermittlung

vollständig sind. Für die Kombination mit dem Satz der Bläser und des Continuos werden jeweils zwei Varianten untersucht, eine rhythmisch unversetzte und eine rhythmisch versetzte. Sie sind im Schema eingerahmt.

Die Ausschnitte aus den Kanons werden der Reihe nach auf alle sieben Leiterstufen versetzt. Insgesamt müssen 126 Fälle untersucht werden. Das zeigt diese Aufstellung:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Harmonische} & & \text{Melodieform} & & \text{Ausschnitt} & & \text{Leiterstufe} \\ \text{Interpretation} & & & & & & \\ 3 & \times & 3 & \times & 2 & \times & 7 & = 126 \end{array}$$

Für alle diese Fälle wird überprüft, ob die Quintfallsequenz der Instrumente und der Kanon des Chores zueinander passen. Um keine Kombination zu übersehen, wird das Zueinander-Passen so definiert:

Klänge passen zusammen, wenn es mindestens einen Septakkord gibt, der beide Klänge als Teilmenge enthält.

Die Klänge werden durch Mengen dargestellt, und zwar durch die Menge der Septakkorde, in denen sie enthalten sind. Die Terz *e-g* z. B. wird dargestellt durch die Menge der Septakkorde a^7 , c^7 und e^7 . Analog wird die Terz *a-c* durch die Menge der Septakkorde d^7 , f^7 und a^7 dargestellt. Beide Terzen passen zusammen, weil a^7 in beiden Septakkordmengen vorkommt. Selbstverständlich sind nicht alle Kombinationen, die so gefunden werden, satztechnisch regulär. Das muss anschließend in der Analyse überprüft werden. Das Programm liefert also nur Rohdaten, auf denen die Analyse aufsetzt.

Der Quelltext des Programms und eine lauffähige Linux-Version stehen in dem Ordner **kombination** des Softwarepakets. Die Ausgabedaten des Programms stehen im selben Ordner in der Datei **kombinationen.txt**. Sie lassen sich so in Tabellen darstellen:

unversetzt	1 3 3	3 1 3	3 3 1
Ganztaktig	0 2	2	2
harmonieeigen: <i>h</i>	0 2	0 2	0 2
harmonieeigen: <i>a</i>	0 2	0 2	0 2

versetzt	1 3 3	3 1 3	3 3 1
Ganztaktig	4	4	4 6
harmonieeigen: <i>h</i>	0 2 4	2 4	2 4
harmonieeigen: <i>a</i>	2 4	2 4	2 4 6

Register

- Abbildung, affine, 322, 487
Achse (Proportionskanon), 218, 222 f., 225
Achse (Umkehrung), 181–188, 193 f.
Aerts, 82, 84
Agensintervall, 39
Agensstimme, 38, 385
Akkorddissonanz, 188–191, 403–409
Algorithmus, 485 f.
 zur Graphenkonstruktion, 97–104
ambivalent, 162
Apel, 218
Artin, 321
Ästhetik, 486, 488–491
- Bach
 2. Brandenburgisches Konzert, 378
 Aus tiefer Not, BWV 38, 266
 Bringet dem Herrn Ehre seines Namens, BWV 148, 481–483
 Ich armer Mensch, ich Sündenknecht, BWV 55, 177
 Johannes-Passion, 133–151, 405
 Kanonische Veränderungen, 432–435
 Klavierübung III
 Duetto II, 192
 Fuge Es-Dur, 393–397, 415
 Nr. 18, Aus tiefer Not, BWV 686, 265, 405
 Nr. 19, Aus tiefer Not, BWV 687, 266
 Kunst der Fuge, 186, 205–207, 224–231
 Contrapunctus V, 129, 187 f., 193
 Contrapunctus VI, 225, 227 f.
 Contrapunctus VIII, 367, 370–373
 Matthäus-Passion, 177
 Messe G-Dur, BWV 236, 170
 Messe h-Moll
 Credo, 247–252, 401–403, 415–427
 Kyrie II, 173–177
 Sie werden aus Saba alle kommen, BWV 65, 31, 135
 Siehe zu, daß deine Gottesfurcht, BWV 179, 170–173
 Weihnachts-Oratorium, 212–214
 Wohltemperiertes Klavier I
 Fuge C-Dur, 305–307
 Fuge cis-Moll, 367, 415
 Fuge dis-Moll, 419
 Fuge g-Moll, 292
 Wohltemperiertes Klavier II
 Fuge D-Dur, 292
 Fuge E-Dur, 415
 Fuge Es-Dur, 415
 Fuge c-Moll, 419
 Fuge dis-Moll, 192
- Basisgraph zum Umkehrungskanon, 185 f., 188, 191, 202–205, 225 f.
Basisschema, 115–119
 Änderung der Oktavlagen, 124–129
 Antiparallelen, 131–133
 Fünfstimmigkeit, 151–158
 Kanons, sequenzierende, 133–151
 Krebs, 120–122
 Quartparallelen, 129–131
 Verschränkung, 122–124
Bauldeweyn, 309–318
Baum (Graphentheorie), 222, 288
Beethoven
 2. Symphonie, 456–462
 3. Symphonie, 352, 478

- 7. Symphonie*, 462–469
9. Symphonie, 453 f.
Klaviersonate f-Moll, op. 2, Nr. 1, 476
Messe C-Dur, 373
Missa Solemnis, D-Dur, 373
Streichquartett A-Dur, op. 18, Nr. 5,
 29
Streichquartett B-Dur, op. 130, 478
Streichquintett C-Dur, op. 29, 304 f.
Violinkonzert, 471
- Berardi, 11, 14, 85, 87 f.
 Berg, *Lulu*, 382–385
 Bezugstakt, 238–244, 337
 Blankenburg, 247
 Blatt (Graphentheorie), 222
 Brahms
 1. Symphonie, c-Moll, 261
 2. Symphonie, D-Dur, 262
 3. Symphonie, F-Dur, 262
 4. Symphonie, e-Moll, 258–263
 Deutsches Requiem, 217–224
 Fest- und Gedenksprüche, 129–131,
 169 f., 177–180
 Klarinetten trio, 188–191
 Streichsextett G-Dur, 214 f.
- Breig, 434
 Bruckner, *Messe f-Moll*, 374
 Burbat, 359
- Cahn, 11
 Combinatoriality, 380–382
 Cope, 16
 Corelli
 Concerto grosso D-Dur, op. 6, Nr. 1,
 446–450
 Triosonate D-Dur, op. 3, Nr. 2, 50
 Triosonate F-Dur, op. 1, Nr. 1, 53
 Triosonate e-Moll, op. 1, Nr. 2, 96
 Triosonate g-Moll, op. 3, Nr. 11, 406
- Dahlhaus, 188
 Daniel
 Choralsatz, 15, 109, 141
 Kontrapunkt, 11, 15, 38, 264, 311 f.,
 315, 392, 427
 Quadrupelfuge, 206
 dissonativ, 21, 33, 161
 Doppelkanon, 177–180
- Ebeling, 488
 Eggebrecht, 12
 Einsatz, synkopischer, 159 f., 397–403,
 411–415, 420–427
 Einsatzschema, 57, 63, 66, 98, 115, 337
 Kriterien, 109–115
 sequenzierendes, 163–180
 Einsatztakt, 238–244, 337
 Einsatztausch, 442, 460
 Einsatzton, 93, 109, 111, 177, 233–235,
 239–241, 326, 336, 339
 Einsatztonsystem, 272 f., 276, 278
 Einsatztonzeile, 276, 279, 299
 Elders, 309
 enharmonisch regulär, 344, 347, 485 f.,
 490
 Erfurter Enchiridion, 266
 Euler-Gitter, 69, 320 f., 487
 Euler-Modul, 320 f.
 Euler-Raum, 320
- Faktor (Proportionskanon), 218, 222 f.
 Ferand, 82
 Fischer-Sacher, 319
 Fladt, 493
 Froebe, 14 f., 24, 118, 153, 268, 492 f.
- Gárdonyi, 11
 Gauldin, 14, 27, 30, 62, 72, 113, 161
 Gegenschnittsequenz (Froebe), 24, 268,
 492
 Graph, 28 f., 33, 92–97
 gerichteter, 34, 222
 planarer, 118
 zum Basisschema, 118
 zusammenhängender, 221
 Graphenkonstruktion, 97–109
 Graphentheorie
 Baum, 222, 288

- Blatt, 222
 Kante, 28
 Knoten, 28, 34, 94, 99, 112, 118 f.,
 163, 185, 492
 Kreis, 96, 492 f.
 Schleife, 28, 102, 185, 203, 222, 225 f.,
 229
 Wurzel, 222
- Grundton
 Akkordseptime, 404 f., 409
 Begründung, formale, 326
 Combinatoriality, 381
- Grundtonspiegelung, 363 f.
 Grundtonspiegelungsversetzung, 363 f.
- Gruppe, 319, 487
 der Versetzungen, 319, 321
 der Versetzungen und Umkehrungen,
 321 f.
- Händel
Judas Maccabaeus, 185
Messiah, 118, 127 f., 492 f.
- Hauptrhythmus, 382–384
- Haydn
*Missa in angustiis (Nelson-Messe),
 d-Moll, Hob. XXII:9*, 373
Schöpfung, 374
Symphonie B-Dur, Hob. I:102, 406
Symphonie B-Dur, Hob. I:77, 54
Symphonie D-Dur, Hob. I:13, 279–284
Symphonie G-Dur, Hob. I:3, 286–293
Symphonie G-Dur, Hob. I:88, 127
- Hermeneutik, 321, 487, 489–494
- Hilfston, 234–244, 336 f., 339
- Markierung
 ↑, 386–390, 408 f., 413
 Septime, 452
 ↓, 385–390, 408 f., 413
 Wiederholung, 246 f.
 wiederholbar, 246 f.
- Hilfstoneschema, 241–244
 allgemeine Form, 337
- Hilfstonverfahren, 233–244, 337–339
 Begründung, 236–244
- Durchgang, 263–266
 Entstehung, 233–236
 Intervalle, verminderte und übermä-
 ßige, 252–256
 Mehrtönigkeit, 342–347
 Parallelenvermeidung, 245–247
 Spezialfall Kanon, 242–244
 Werte, unterschiedliche rhythmische,
 339–342
- Hiller, 16
- Hindemith, 17, 347, 486
- Imitation, freie, 36, 122, 124, 454, 456–
 459
 imperfektiv, 21 f., 25 f., 33, 161
 intervallgetreu, 194, 256–258, 318, 362,
 471
- Intervallkombinationsverfahren, 27, 107
 irrelevant, 33
- Jacobi, 486
- Jeppesen, 12
- Josquin
Dominus regnavit, 22
Missa Pange Lingua, 122–124, 390–
 393
O bone et dulcissime Jesu, 120–122
Sic Deus dilexit mundum, 93
- Jungnickel, 28, 34, 96, 118, 221 f.
- Kaiser
 Gehörbildung, 14, 38, 50, 52, 443,
 492
 Modell, 54, 492 f.
 Notenbücher, 492
- Kanon
 abstrakter, 233–235
 rhythmischer, 382–385
 synkopischer, 159 f., 397–403, 411–
 415, 420–427
 unendlicher, 24, 29, 49, 63, 66, 96,
 149, 175, 266–270, 301–305, 442 f.,
 491
- Kanon zum Cantus firmus, 75–88
- Kanon zum Schema

- Abstand 2, 24–30
 Graph, 28 f.
 Konsonanzen, imperfekte, 28 f.
 dreistimmiger, 89–97
 Graph, 92–97
 fünfstimmiger, 151–158
 Parallelen, verdeckte, 29 f.
 siebenstimmiger, 169 f.
 vierstimmiger, 115–151, 159 f., 164–167, 170–177
 Graph, 118
 Vorhalte, 38–54
 zweistimmiger, 19–37
 Konsonanzen, 19 f.
 Parallelen, 20–24
- Kanon zur Harmoniefolge, 437–469
 Drei und mehr Stimmen, 459–469
 Grundlagen, 437–443
 Materialkanon, 439
 Sekundweise aufwärts sequenzierter
 Quintfall, 443–450, 462–469
 Septakkorde, 450–469
 Sequenz mit Septakkorden, 462–469
 Tonika-Dominant-Wechsel, 450–462
 unendlicher, 442 f.
- Kanon zur Melodie
 Durchgänge, 263–266
 mehr als zwei Stimmen, 271–308
 Chromatik, 295–298
 Einsatzbaum, 286–293
 Kanons, unendliche mit Parallelführungen, 301–305
 Melismen, kanonische, 301–305
 Oktavlagen, 293–295
 Parallelführungen, 299–305
 Verkettung, sequenzierende, 284–286
 sequenzierend, 258–263
 unendlicher, 266–270
 zweistimmig, 242–270
- Kanontiefe, 98, 103
 Kant, 486
 Kante (Graphentheorie), 28
 Kirnberger, 141, 249
- Klanggestalt, 362, 404
 Knoten (Graphentheorie), 28, 34, 94, 99, 112, 118 f., 163, 185, 492
 Knoten, äquivalenter, 103 f.
 Koch, 11
 Kombination, 25–27, 161 f.
 Kompetenzhypothese, 491
 Komposition, lokale, 323–325, 487
 Kondakow, 485 f.
 Konsonanzgradklasse, 21, 27, 31–33, 92, 107, 162
 Konsonanzrelation, 330–334, 338, 342, 351, 380
 Konstruktionsintervall, 472
 Kontrapunkt
 bewegbarer, 57–63, 67, 113
 doppelter, 32, 57–60, 63–68, 112–114
 in der Duodezime, 32, 65, 90, 94, 112–114, 116
 in der Oktave, 28, 33, 36, 48–50, 113 f., 124, 175, 186, 203, 225, 393
 horizontal-bewegbarer, 63
 mehrfacher, 173–177, 367 f., 370, 372–377, 379
 vertikal-bewegbarer, 63
- Kortschinski, 13, 68, 71, 305
 Krebsumkehrungslemma, 237 f., 243 f.
 Kreis (Graphentheorie), 96, 492 f.
 Kühn, 477
 Kunze, 12, 132 f.
- la Motte, de, 11 f., 15, 122
 Liber usualis, 79, 309
 Liebscher, 351
- Mäckelmann, 12, 263
 Marpurg, 11 f., 14, 24, 66 f., 88, 254, 367, 491
 Materialkanon, 439
 Materialkanons
 äquivalente, 442–444, 449, 453, 460, 462 f., 467
 Materialsequenz, 474–476

- Matrix, 322, 487
 Maximalkombination, 161
 Mazzola, 16, 320–323, 487
 Mendelssohn, *Elias*, 374
 Modell, satztechnisches, 24, 50 f., 54, 133, 478
 Modelltheorie, 14 f., 118, 153, 491–494
 Modus ponens, 485
 satztechnischer, 486–491
 Möllers
 Analyse, 24, 268, 493
 Reihentechnik, 192
 Monteverdi
 A Dio, Florida bella, 153
 Là tra'l sangue, 295–298
 Laudate pueri, 159 f.
 Marien-Vesper, 85, 268–270, 301–304
 Ond'ei di morte, 151, 159
 Mozart
 Klavierkonzert A-Dur, KV 488, 50
 Klavierkonzert B-Dur, KV 595, 49, 127
 Klavierkonzert C-Dur, KV 503, 52
 Klavierkonzert d-Moll, KV 466, 478
 Messe c-Moll, KV 427, 373, 409–411
 Missa brevis F-Dur, KV 192, 279–286, 437
 Streichquartett C-Dur, KV 157, 478
 Streichquartett G-Dur, KV 387, 378
 Streichquintett D-Dur, KV 593, 124–129, 156–158
 Streichquintett Es-Dur, KV 614, 181
 Symphonie B-Dur, KV 319, 279
 Symphonie C-Dur, KV 551, 131–133, 279, 284, 368–370, 478
 Symphonie Es-Dur, KV 16, 279
 Symphonie Es-Dur, KV 543, 127, 454–456, 467, 478
 Symphonie g-Moll, KV 183, 476
 Symphonie g-Moll, KV 550, 479
 Violinsonate Es-Dur, KV 481, 279
 Zauberflöte, 127
 Musiktheorie, mathematische, 16, 486–488
 Nebenton, 386 f., 389 f.
 Neidhöfer, 380
 Noll, 16, 487

P (Parallelführung), 244
 Palestrina
 Messe Già fu chi m'hebbe cara, 60
 Missa Ad Fugam, 62
 Palindrom, 476, 478
 Parallelitätslemma, 237 f.
 Patiensprim, 39
 Patienssekunde, 39
 Patiensstimme, 38, 385
 Pepping, 12, 15, 97
 perfektiv, 21 f., 25 f., 33, 161
 Perle, 380
 Prey
 Thema und Engführung, 19
 Warum Tonsatz, 343
 Programm
 Graphenkonstruktion, 104–107
 Intervallkombinationsverfahren, 107
 Proportionskanon, 217–231
 Achse, 218, 222 f., 225
 Durchgangsdissonanzen, 223 f.
 Faktor, 218, 222 f.
 Umkehrung, 224–231
 zur Melodie, 415–427

 Quantz, 228
 Quartproblem, 160–163
 Quodlibet
 Akkordseptime, 403–409
 Begründung, formale, 318–337
 Abbildung, affine, 322
 Einzeltöne, 334–336
 Formeln für das Quodlibet, 336
 Komposition, lokale, 323–325
 Konsonanzrelation von Mengen, 330–334
 Lösung, allgemeine, 325 f.
 Obermengen-Relation, 328–330
 Teilmengen-Relation, 327 f.
 Umkehrung, 321 f.

- Versetzung, 318–320
 Formeln, 336
 Melodie und Harmoniefolge, 347–380
 Klanggestalten, gleiche, 362–380
 Synkope, 397–403, 411–415
 Verkürzung des Anfangstons, 415 f.
 Vorhalt, 385–403
- Rehm, 49
 Rekursionsformel, 196 f., 199, 219, 224
 Richenhagen, 113
 Rimski-Korsakow, 110, 155
 Rovenko, 13–16, 25, 54, 68–74, 82, 84,
 110 f., 113, 271, 305–308, 406
 Rückdrehung, 238–244, 339
 Rückversetzung, 439 f.
- Scheinstimme, 60–63, 65–68, 339
 Schleife (Graphentheorie), 28, 102, 185,
 203, 222, 225 f., 229
- Schmidt
 Brahms 4. Sinfonie, 263
 Brahms und seine Zeit, 263, 489
- Schönberg
 1. *Kammersymphonie*, 342–347, 485
 Bläserquintett, 380–382
- Schubert
 Auf dem Wasser zu singen, D. 774,
 321, 487
 Fantasie f-Moll, vierhändig, 373
 Fuge e-Moll, vierhändig, 373
 Klaviertrio B-Dur, 374
 Messe As-Dur, 373
 Messe Es-Dur, 35–37, 373–380
 Streichquartett G-Dur, 374
 Symphonie C-Dur, D. 944, 374, 467
 Symphonie h-Moll, 374, 480
- Schütz, Auferstehungs-Historie, 47, 49, 256–
 258
- Sequenz, 24, 29, 49 f., 54, 64 f., 67, 96 f.,
 124–129, 133–151, 158, 163–180,
 258–263, 266–270, 285 f., 301–
 305, 346, 351 f., 442–450, 462–
 469, 471–483, 487 f., 492
- eingliedrige, 471–474
 zweigliedrige, 474 f.
- Sequenzabschnitt, 129, 135 f., 138, 143,
 145–151, 158, 262, 302, 351, 443,
 448 f., 471, 481
- Sequenzintervall, 64, 164, 258, 261 f., 268,
 443, 471 f., 474 f., 482 f.
- Sequenzkanon, 163–180, 437
 Akkordbrechung, 170–173
 Kontrapunkt, vierfacher, 173–177
 Septakkorde, 177–180
- Sequenzquodlibet, 471–483
 Melodische Sequenzen zu Harmonie-
 folgen, 475–483
 Themenmelodik, 476–479
- Sequenzschema, 472–475
- Sparks, 309
- Spiegelungslemma, 363–365
- Stam, 113
- Stimmenpaare, spiegelbildliche, 149
- Strauss
 Till Eulenspiegel, 351
 Zarathustra, 351–354
- stufengetreu, 110, 181, 192, 194, 256–258,
 319, 362, 471
- Supper, 16
- Systemgrundton, 192–197, 319 f.
- Tanejew, 12 f., 15 f., 24, 55–68, 72, 112 f.,
 337–339, 491
- Thema, mehrfach engführbares, 113
 Gleicher rhythmischer Einsatzabstand,
 30–33
 Verschiedene rhythmische Einsatzab-
 stände, 33–37
- Tiefe, 98, 103
- Tjulin, 13, 305 f.
- Ton, kritischer, 253–255
- Tongraph, 222–224, 226, 230
- Tonsystem, 320 f.
 mehrdimensionales, 256, 322
 pythagoreisches, 256, 321, 487
- Quintenzirkel, 321

- siebenstufig-geschlossenes, 23, 320 f.,
472, 487
zwölfstufiges, 194, 321, 487
- Trachier, 14, 85, 87
- Tschaikowski, 50, 55
- Umkehrungskanon, 181–215, 224–231, 383
Basisgraph, 185 f., 188, 191, 202, 205,
225 f.
mehr als zwei Stimmen, 191–215
zur Melodie, 429–435
zweistimmig, 181–191
Dissonanzen, 188–191
- V (Verschränkung), 244
- Variation, 25–27, 30, 161 f.
- Verdi, Rigoletto, 478
- Versetzung, 56, 62, 69, 318–320, 362, 471
- Versetzungsintervall, 59, 65, 67–69, 114,
138, 150, 200, 471
- Versetzungsoperator, 323
- Versetzungsregel, 58, 331–333
- Vielstimmigkeitsschema, 272–279, 293, 299,
305–307, 459, 463
- Vivaldi
L'estro armonico
Konzert D-Dur, op. 3, Nr. 1, RV 549,
444–446
Konzert a-Moll, op. 3, Nr. 8, RV 522,
404
Konzert d-Moll, op. 3, Nr. 11, RV 565,
404
La stravaganza, Konzert e-Moll, op. 4,
Nr. 2, RV 279, 163
- Vorhalt, 38–54, 88, 229 f., 385–405, 413–
415, 421–426
- Vorhaltskette, 372 f., 494
Abstand 1, 51–54
Abstand 2, 46–51
- Wagner
Götterdämmerung, 357–361
Rheingold, 358
Siegfried, 358
- Wechselversetzung, 182 f., 191, 199
- Wehrmeyer, 13, 55, 59, 63, 72
- Wolff, 141 f.
- Wurzel (Graphentheorie), 222
- Zarlino, 11, 14, 17, 79, 82, 84 f., 88, 94 f.,
256
- Zeitpunktfolge, 218 f.
- Zeitstrukturgraph, 222, 226
- Zickzack (Möllers), 24, 268
- Zickzacklinie (Synkopenkanon), 398 f., 421
- Zusammenklangsfolge, 221 f.
- Zusammenklangsschema, 200 f., 203–205,
210, 213 f.
- Zusammenklangsstimme, 199–205