Universität Osnabrück

Fachbereich Kultur- und Geowissenschaften

# Zwei Theorien über Konditionalsätze

Dissertation

im Fach Philosophie

vorgelegt von

Stefan Guhe

Januar 2003

# Inhalt

## Lektürehinweise

Eine Reihe von Exkursen, Beweisen und vertiefenden Analysen können zunächst überspringen werden, ohne daß dadurch bei der weiteren Lektüre irgendwelche Verständnisprobleme entstünden. Anfang und Ende solcher Textpassagen (41f., 48f., 59-68, 73f., 89-97, 122-129, 154-156, 170-172) sind jeweils durch einen Springer (♘) gekennzeichnet.

Eilige und mit der Thematik der Arbeit bereits vertraute Leser können sich vielleicht auf die Lektüre folgender fünf Abschnitte beschränken: 2-17, 148-154, 186-204, 215-254, 263-286. - Solchen Lesern muß schon an dieser Stelle mitgeteilt werden, daß „Ksatz“ und „Wfunktion“ Abkürzungen für „Konditionalsatz“ bzw. „Wahrscheinlichkeitsfunktion“ sind und daß der Ausdruck „Konditional“ nur Formeln einer logischen Symbolsprache (also keine Ksätze einer natürlichen Sprache) bezeichnet.

Zur korrekten Darstellung sämtlicher Formeln und Abbildungen ist der Acrobat-Reader 6.0 (oder eine neuere Version) erforderlich.

## Dank

Danken möchte ich Rainer Trapp für wertvolle Anregungen und intensive Gespräche, die mir halfen, Klarheit über den Aufbau der Arbeit zu gewinnen, sowie meinem Schachfreund Hans Lindlar, ohne dessen großen Sachverstand ich die zahlreichen Probleme beim Konvertieren des Textes ins PDF-Format nicht hätte lösen können.

# Einleitung

Kondionalsätze (kurz: Ksätze) sind Werkzeuge des Argumentierens und zugleich Bausteine von Argumentationen. Der Schritt von einer Annahme zu einer Folgerung erhält durch sie sprachlichen Ausdruck, so daß die Untersuchung ihrer Logik wichtige Erkenntnisse verspricht über die in natürlichen Sprachen etablierte Praxis des logischen Schließens. Vielfach wurde angenommen, der Nutzen einer solchen Untersuchung liege ferner darin, daß sie in manchen Bereichen der Philosophie zur Präzisierung von Problemen sowie zur Definition von Grundbegriffen beitragen könne (näheres in Kap. 2.1). Derzeit scheint aufgrund von Problemen, die durch die Newcomb-Paradoxie zu Tage getreten sind, vor allem die rationale Entscheidungstheorie ein wichtiges Anwendungsfeld zu sein (siehe Kap. 3.26). Es geht in der vorliegenden Arbeit jedoch um mehr als die Ausleuchtung eines Teilgebiets der Logik und die Bereitstellung begrifflicher Hilfsmittel. Durch Analyse des Zusammenhangs zwischen den Wahrheitswerten von Ksätzen und ihren Wahrscheinlichkeiten werden wir neue Einsichten gewinnen über die Klassifikation dieser Sätze, Voraussetzungen ihrer Wahrheits*wertigkeit* und das sprachliche sowie kontextuelle Wissen, das erforderlich ist, um sie in eine logische Symbolsprache zu übertragen. Diese Einsichten dürften auch für andere Bereiche der Sprachphilosophie von Belang sein.

Angesichts der Fülle der bereits angehäuften Literatur über Ksätze mag zweifelhaft erscheinen, daß ausgerechnet *hier* viel Originelles und zugleich Bedenkenswertes zu finden sein wird. In der Tat wird von mir keine fundamental neue Theorie entwickelt. Neu ist jedoch der Versuch, den Unzulänglichkeiten der beiden in den vergangenen 30 Jahren einflußreichsten Theorien über Ksätze abzuhelfen, indem die Typen der Sätze, von denen sie jeweils handeln, in einer Weise neu festgelegt werden, daß die Theorien sich wechselseitig ergänzen. Die eine stammt von Ernest Adams, die andere basiert auf der sogenannten *Mögliche-Welten-Semantik* und wurde in leicht unterschiedlichen Ausprägungen von David Lewis bzw. Robert Stalnaker in Zusammenarbeit mit Richmond Thomason entwickelt.[1] Mit ihr beschäftigt sich vornehmlich Kap. 2. Hier finden sich unter anderem eine knappe Darstellung des forschungshistorischen Kontextes, ein Vergleich mit früheren Konzeptionen (insbesondere den Theorien der „materialen“ und „strikten“ Implikation) und eine Erörterung der Frage, ob es als Fortschritt zu

[1] Vgl. Adams (75), Lewis (73a), Stalnaker & Thomason (70) und Stalnaker (91) [erstmals veröffentlicht 1968].

bewerten ist, daß drei noch vor einigen Jahrzehnten allgemein als gültig anerkannte Schlußprinzipien bei jeder bekannten Version des Mögliche-Welten-Ansatzes ungültig sind: die Antecedensverstärkung (Wenn A, dann C; also wenn A und B, dann C), die Kontraposition (Wenn A, dann C; also wenn non-C, dann non-A) und der hypothetische Syllogismus (Wenn A, dann B; wenn B, dann C; also wenn A, dann C). - Breiten Raum wird die Diskussion des von Lewis abgelehnten und von Stalnaker verteidigten *Prinzips des **k**onditionalen **a**usgeschlossenen **D**ritten* (KAD) einnehmen (siehe Kap. 2.5), das vorläufig so wiedergegeben sei: Wenn A, dann C, oder wenn A dann non-C. - Dieser Disput ist bedeutsam hinsichtlich der Themen des dritten Hauptteils, die mit Adams' Theorie im Zusammenhang stehen.

Adams will die Logik *indikativischer* Ksätze erforschen, indem er die Analyse ihrer Wahrheitsbedingungen durch die ihrer Wahrscheinlichkeiten ersetzt. Seine Untersuchungen stehen in der Tradition des Bayesianismus, einer epistemologischen Doktrin, für deren gegenwärtige Ausprägung zwei in den Kapiteln 3.1 bis 3.4 behandelte Thesen kennzeichnend sind. Die erste von ihnen besagt, die epistemische Situation einer vernünftigen Person sei durch eine *Wahrscheinlichkeitsfunktion* (kurz: *Wfunktion*) repräsentierbar.[2] Im Allgemeinen versteht man hierunter eine Funktion P, die den Sätzen einer unter den Operationen der Negations- und Konjunktionsbildung abgeschlossenen formalen Sprache in Übereinstimmung mit gewissen Gesetzen jeweils eine reelle Zahl aus dem Intervall [0; 1] zuordnet. Die von Adams eingeführte formale Sprache L enthält neben den bekannten wahrheitsfunktionalen Satzoperatoren „$\neg$" (Negation), „&" (Konjunktion) und „$\vee$" (Disjunktion) einen zur Formalisierung indikativischer (nicht aber konjunktivischer) Ksätze bestimmten Operator „$\rightarrow$". Der syntaktische Aufbau von L erscheint merkwürdig restriktiv: Jeder L-Satz ist entweder *faktisch* oder ein *Konditional.* *Faktisch* sind genau diejenigen L-Sätze, in denen der Operator „$\rightarrow$" nicht vorkommt. Ein Satz ist ein *Konditional*, gdw. er die Struktur „$A\rightarrow C$" hat und A und C faktisch sind. Demnach werden Ausdrücke wie $\neg(A\rightarrow C)$, $A\&(B\rightarrow C)$ oder $A\rightarrow(B\rightarrow C)$ von Adams syntaktisch nicht zugelassen.

Adams führt von ihm als „probability functions" bezeichnete Funktionen ein, die auf der Menge der L-Sätze definiert sind. Da L, wie gesehen, unter den Operationen der Negations- und Konjunktionsbildung nicht abgeschlossen ist, sind dies keine Wfunktionen im üblichen Sinne. Zu jeder Adamsschen „Wfunktion" P existiert jedoch genau eine gewöhnliche, auf der Menge

[2] Die zweite ist die *Bayessche Regel*, auf die ich in Kürze zurückkomme.

der faktischen L-Sätze definierte Wfunktion P', aus der sie wie folgt abgeleitet werden kann: Für jeden faktischen L-Satz B ist P(B) = P'(B); für Konditionale $A \rightarrow C$ gilt: $P(A \rightarrow C)$ ist mit $P(C/A) =_{Def.} P(A\&C)/P(A)$ identisch, falls P(A) positiv ist, und ansonsten undefiniert.

***A****dams* ***T****hese*

(AT) Für alle Sätze A, C und „Wfunktionen" P gilt: $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$

ist eine von zahlreichen in der einschlägigen Literatur vorgeschlagenen formalen Präzisierungen der noch durch kein Gegenbeispiel widerlegten Behauptung, die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze seien stets mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten identisch.[3] Mithilfe von (AT) und einem plausiblen Kriterium für die probabilistische Gültigkeit von Schlüssen (siehe Kap. 3.9)[4] entwickelt Adams eine Logik für L. Wendet man die Mögliche-Welten-Theorien von Lewis und Stalnaker auf L an, so werden durch sie exakt dieselben Schlüsse als logisch gültig ausgezeichnet. (Bei einer syntaktisch weniger restriktiven Sprache gilt dies nicht mehr.) Zudem läßt sich dann zeigen, daß jeder Schluß probabilistisch gültig ist, gdw. er logisch gültig ist im Sinne von Lewis oder Stalnaker. Die Auffassung dieser Autoren, daß Antecedensverstärkung, Kontraposition und hypothetischer Syllogismus keine gültigen Schlußprinzipien seien, wird durch Adams' Theorie also bestätigt. Wie erwähnt, besteht zwischen Lewis und Stalnaker jedoch Dissens hinsichtlich der Frage, ob

(KAD) $(A \rightarrow C) \vee (A \rightarrow \neg C)$

als gültiges Prinzip auszuweisen sei. Adams' Theorie sagt hierüber nichts aus, da (KAD) in L gar nicht formulierbar ist. Stalnaker hat nun versucht, sie - unter anderem durch Weglassen der prima facie unnötigen syntaktischen Beschränkungen von L - so zu modifizieren, daß sie in diesem Streit zu seinen Gunsten als Schiedsrichterin fungieren kann. Der Versuch ist zwar klar gescheitert, gab aber den Anstoß für die Entdeckung neuer Problemstellungen, die die weitere Forschung über Ksätze vorrangig beschäftigen sollten. Bevor ich dies näher ausführe, sei kurz angedeutet, warum Adams' Ansatz in mancherlei Hinsicht mehr zum Verständnis des logischen

---

[3] Unter der einem Ksatz „Wenn A, dann C" entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeit versteht man - ungeachtet der exakten Definition des jeweiligen Wahrscheinlichkeitsbegriffs - den Quotienten, dessen Zähler die Wahrscheinlichkeit der Konjunktion „A und C" und dessen Nenner die des Satzes A ist.

[4] In erster Annäherung läßt sich sagen, daß probabilistisch gültige Schlüsse in folgendem Sinne *wahrscheinlichkeitssichernd* sind: Es ist unmöglich, daß jede Prämisse eine hohe, die Konklusion jedoch nur geringe Wahrscheinlichkeit besitzt. - Adams präzisiert diese Idee so, daß das Lotterieparadox keinen Einwand darstellt.

Schließens beiträgt als die Mögliche-Welten-Theorien. (Genaueres in den Kapiteln 3.10 und 3.11.)

Letztere unterrichten uns darüber, welche Schlüsse logisch gültig sind, d.h. bei welchen aus logischen Gründen nicht sein kann, daß sämtliche Prämissen wahr sind, die Konklusion aber falsch ist. Beschränkt man sich auf in L formulierbare Prämissen und Konklusionen, zeichnet Adams, wie erwähnt, dieselben Schlüsse als probabilistisch gültig aus, die Lewis und Stalnaker logisch gültig nennen. Wenn eine Person weiß, daß ein Schluß logisch bzw. probabilistisch gültig ist, wird sie die Konklusion als sicher einschätzen, falls sie alle Prämissen für sicher hält. Im Allgemeinen besteht hinsichtlich der Prämissen jedoch nicht Sicherheit, sondern nur mehr oder weniger hohe Wahrscheinlichkeit. Mit Blick auf solche Situationen stellt sich die Frage, welches der höchste Wert ist, der als Konklusionswahrscheinlichkeit eines probabilistisch gültigen Schlusses garantiert werden kann, falls bestimmte Prämissenwahrscheinlichkeiten vorgegeben sind. Im Rahmen von Adams' Theorie läßt sich diese praktisch bedeutsame Frage beantworten, und zwar je nach Schlußform unterschiedlich. Beispielsweise ist der Schluß von $\neg A \vee C$ und A auf C probabilistisch gültig genau wie der von $A \rightarrow C$ und A auf C. Wenn aber als $P(A \rightarrow C)$ und P(A) die Werte x bzw. y vorgegeben sind, so kann - von Sonderfällen abgesehen - für C ein höherer Wert garantiert werden, als wenn bekannt ist, daß $P(\neg A \vee C)$ und P(A) x bzw. y betragen. Bemerkenswerte Unterschiede sind auch festzustellen zwischen dem Modus Ponens „$A \rightarrow C$, A, also C" und dem Modus Tollens „$A \rightarrow C$, $\neg C$, also $\neg A$". Nur für den zweiten Schluß gilt: Zu jedem Zahlenpaar $<x,y>$ mit $x>0$ und $y<1$ kann die Wahrscheinlichkeit der nicht-konditionalen Prämisse so gewählt werden, daß die Konklusionswahrscheinlichkeit mindestens bei y liegen muß, falls die der konditionalen Prämisse x beträgt. Beim Modus Tollens läßt sich eine hohe Konklusionswahrscheinlichkeit unter Umständen also auch dann garantieren, wenn eine der Prämissen recht unwahrscheinlich ist.

Kap. 3.11 handelt von einem weiteren für die alltägliche Praxis des logischen Schließens wichtigen Problem, das nicht im Fokus der Mögliche-Welten-Theorie liegt, von Adams aber gründlich untersucht wurde. Unbestritten sollte eine Person, die „Wenn A, dann C" und $\neg C$ zu einem Zeitpunkt t für wahrscheinlich hält, auch $\neg A$ zu t als wahrscheinlich annehmen (Dies ergibt sich in Adams' Theorie aus der probabilistischen Gültigkeit des Modus Tollens.) Anders zu beurteilen sind Situationen, in denen jemand zu $t_1$ „Wenn A, dann C" hohe Wahrscheinlichkeit beimißt und kurz darauf zu $t_2$ nichts weiter erfährt, als daß $\neg C$ wahr ist.

Nun sollte die betreffende Person nur unter bestimmten Bedingungen $\neg A$ zu $t_2$ als wahrscheinlich annehmen. Bei der Untersuchung dieser Bedingungen werden wir auf erste Belege stoßen für die von Adams offenbar vertretene These, daß es nicht sinnvoll ist, indikativische Ksätze generell als wahrheitswertig zu behandeln. In Kap. 4.3 dienen diese Belege in Verbindung mit weiteren dazu, eine präzisierte Fassung der These zu untermauern.

Ungeachtet der durch sie vermittelten Einsichten in die Logik natürlicher Sprachen erscheint Adams' Theorie vielen Autoren unbefriedigend, da sie nicht (zumindest nicht direkt) anwendbar ist auf komplexe Sätze, in die Ksätze eingebettet sind. Sie lehrt uns aufgrund der von Adams eingeführten syntaktischen Beschränkungen nichts über die funktionalen Abhängigkeiten der Wahrheitswerte und Wahrscheinlichkeiten solcher komplexen Sätze von den Wahrheitswerten bzw. Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Teilsätze. Herkömmlichen Erwartungen an die logische Sprachanalyse wird Adams somit nicht vollauf gerecht.

Bei oberflächlicher Betrachtung können die Unzulänglichkeiten seiner Theorie leicht beseitigt werden, ohne ihre Vorzüge preiszugeben. Wir setzen voraus, daß indikativische Ksätze im selben Sinne wahrheitswertig sind wie andere Behauptungssätze auch und heben die scheinbar überflüssigen syntaktischen Restriktionen auf, indem wir festlegen, daß $A \rightarrow C$ ein L-Satz ist, gdw. A und C L-Sätze sind. Schließlich wird (AT) durch eine These Stalnakers ersetzt:

(ST) Für alle Sätze A, C und (echten) Wfunktionen P gilt: $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$.

Stalnaker ging diesen Weg, weil er erkannte, daß mittels (ST) zwingend für (KAD) argumentiert werden kann (vgl. Kap 3.12). Zwar wurde (KAD) von Lewis und ihm als ein für *konjunktivische* Ksätze geltendes Prinzip diskutiert; die zwischen ihnen ausgetauschten Argumente sind jedoch ohne weiteres auf indikativische übertragbar. Setzt man sich in Bezug auf letztere über Lewis' Einwände gegen das Prinzip hinweg, dann sollte man bei ersteren konsequenterweise ebenso verfahren. Lewis stand deshalb, wollte er nicht Stalnaker als Gewinner des „(KAD)-Streits" anerkennen, vor der Herausforderung, die scheinbar überaus plausible These (ST) zu widerlegen. Dies ist ihm in seinem Aufsatz „Probabilities of Conditionals and Conditional Probabilities" derart überzeugend gelungen, daß die Absurdität von (ST) seitdem außer Zweifel steht. Lewis beweist dort: Wenn (ST) zutrifft, dann ist, wann immer $P(A\&C)$ und $P(A\&\neg C)$ positiv sind, C von A stochastisch unabhängig, d.h. $P(C/A) = P(C)$. Hieraus folgt sein sogenanntes *erstes Trivialitätstheorem*, die in den vergangenen 30 Jahren folgenreichste Erkenntnis der Forschung über Ksätze: (ST) kann nur für *triviale* Sprachen erfüllt sein. - Dabei nennt Lewis eine Sprache trivial, wenn in ihr keine drei logisch möglichen und paarweise logisch unvereinbaren Sätze existieren.

Tatsächlich gibt es im Falle nicht-trivialer Sprachen ein Muster zur Konstruktion von Beispielen, in denen die Wahrscheinlichkeit eines Ksatzes von der zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeit deutlich abweicht. Drei solche Beispiele werden in Kap. 3.16 vorgestellt. Eines von ihnen ist eine Variation der Newcomb-Paradoxie, die mit den Themen dieser Dissertation vielfältig verflochten ist. In allen drei Fällen steht der jeweilige Ksatz aber im Konjunktiv. Offenbar existieren keine Beispiele, die widerlegen würden, daß die Wahrscheinlichkeiten *indikativischer* Ksätze stets mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten identisch sind. Lewis' Theorem sollte daher nicht als Widerlegung dieser Identitätsbehauptung, sondern nur einer verfehlten formalen Präzisierung derselben aufgefaßt werden.

Zahlreiche Alternativen zu (ST) sind vorgeschlagen worden; sei es, um für (KAD) zu argumentieren, sei es, um zu erreichen, daß Adams' Theorie von „echten" Wfunktionen handelt und auf komplexe Sätze, in die Ksätze eingebettet sind, anwendbar wird. Einige dieser Versuche scheitern an weiteren Trivialitätstheoremen von Lewis, Hajek und Hall.[5] Z.B. soll nach einer von Lewis formulierten (nicht vertretenen) Hypothese nur für *Glaubensfunktionen (belief functions)* P gelten: $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$; für sämtliche Sätze A und C. Hierunter versteht Lewis Wfunktionen, die geeignet sind, die epistemische Situation einer vernünftigen Person zu repräsentieren. - Hajek und Hall haben jedoch bewiesen, daß wenn diese Hypothese zutrifft, keine *nicht-triviale* Glaubensfunktion existiert, die per *Konditionalisierung* aus einer anderen nicht-trivialen Glaubensfunktion hervorgeht.[6] Dabei heißt eine Wfunktion *trivial*, gdw. es keine drei paarweise logisch unvereinbaren Sätze gibt, denen sie jeweils einen positiven Wert zuweist. Die *Konditionalisierung* ist eine bereits in den Kapiteln 3.3 und 3.4 erörterte Methode der Revision von Wfunktionen. (Revisionen können z.B. aufgrund neuer Informationen erforderlich werden.) Anhänger des Bayesianismus vertreten aus guten Gründen die Auffassung, daß sie unter gewissen, vielfach erfüllten Bedingungen die einzig vernünftige Revisionsmethode sei. Dies ist die zweite der beiden Thesen, die für die gegenwärtige Ausprägung des Bayesianismus kennzeichnend sind. Eine

[5] Vgl. Lewis (91b) sowie Hajek & Hall (94).

[6] Wie Lewis durch sein *zweites Trivialitätstheorem* die Behauptung zu widerlegen versucht, vermag nicht ganz zu überzeugen. Mehr dazu in 3.17.

Alternative zu (ST), durch die ausgeschlossen wird, daß von zwei nicht-trivialen Glaubensfunktionen die eine aus der anderen per Konditionalisierung hervorgeht, wäre ebenfalls nicht zu rechtfertigen.

Erst B. C. v. Fraassen[7] ist es gelungen, die Identität der Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten durch eine These auszudrücken, die von Wfunktionen mit folgenden Eigenschaften handelt:

1. Sie sind nachweislich nicht sämtlich trivial.
2. Ihr gemeinsamer Definitionsbereich ist eine bezüglich Negations- und Konjunktionsbildung abgeschlossene formale Sprache.

Nach v. Fraassen gibt es, im Widerspruch zu (ST), zwar keinen Operator „→", so daß für alle A, C und P gilt: $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$. Immerhin existiere aber zu jeder Wfunktion P ein Pfeiloperator, so daß diese Gleichung für beliebige Sätze A und C erfüllt ist. V. Fraassen betrachtet den Pfeil somit als Funktion einer Wfunktion. Er will nicht ausschließen, daß $A \rightarrow C$ relativ zu verschiedenen Wfunktionen verschiedene Wahrheitswerte besitzt. Hierin liegt die grundlegende Idee und, wie ich argumentieren werde, zugleich der entscheidende Schwachpunkt seiner Theorie. Problematisch ist ferner, daß bereits unter bescheidenen semantischen Annahmen zu *keiner* nicht-trivialen Wfunktion ein Pfeil existiert, so daß die genannte Gleichung auf alle Sätze A und C zutrifft. V. Fraassen war sich dieser durch Theoreme von Stalnaker bzw. Hajek und Hall doppelt belegten Tatsache bewußt.[8] In der von ihm vorgeschlagenen Mögliche-Welten-Semantik ist der *abgeschwächte hypothetische Syllogismus* deshalb ungültig. Beispiele, die die Gültigkeit des Schlusses von den Prämissen $A \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ und $B \rightarrow C$ auf die Konklusion $A \rightarrow C$ widerlegen würden, läßt er jedoch vermissen. (Sie finden sich m.W. auch nirgendwo sonst.)

Die einfallsreiche und überaus sorgfältig fundierte Theorie Van McGees[9] ist diesen Einwänden nicht ausgesetzt. Auch McGee will die (vermeintlichen oder tatsächlichen) Mängel der Adamsschen Theorie beheben, ohne in eine Trivialitätsfalle zu geraten. Er setzt hierzu die erwähnten syntaktischen Beschränkungen weitgehend außer Kraft und legt fest, daß für sämtliche *Geefunktionen* P gilt: $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, wann immer $P(A) > 0$ ist und A und C faktisch sind. - Der Operator „→" ist wiederum nur zur Formalisierung *indikativischer* Ksätze

[7] Vgl. v. Fraassen (76).
[8] Vgl. Hajek & Hall (94) und den Anhang von v. Fraassen (76).
[9] Vgl. McGee (89).

vorgesehen. *Geefunktionen* (die Bezeichnung stammt von mir) entsprechen den Anforderungen, durch die gewöhnliche Wfunktionen definiert sind, zeichnen sich aber unter anderem dadurch aus, daß sie Sätzen der Strukturen A&B→C und A→(B→C) stets denselben Wert zuordnen.

Aus guten Gründen verlangt McGee nur für *faktische* A und C, daß P(A→C) im Fall P(A) > 0 mit P(C/A) übereinstimmt. In Verbindung mit zusätzlichen Postulaten[10] gelingt ihm hierdurch nämlich, die Gültigkeit des abgeschwächten hypothetischen Syllogismus sicherzustellen und, wichtiger noch, zu verhindern, daß alle Geefunktionen trivial sind.

Zu den weiteren Vorzügen seiner Theorie zählt McGee, daß in ihr die Wahrscheinlichkeiten von Sätzen, in denen Ksätze in syntaktisch untergeordneter Position vorkommen, stets berechenbar sind anhand der Wahrscheinlichkeiten gewisser faktischer Sätze. Ferner erscheint ihm vorteilhaft, A→(B→C) und A&B→C als logisch äquivalent ausgezeichnet zu haben. Denn natürlichsprachige Sätze der Art „Wenn A, dann (wenn B, dann C)“ bzw. „Wenn A und B, dann C“ können sich offenbar nicht im Wahrheitswert unterscheiden. Lewis und Stalnaker zufolge sind die angegebenen Formeln hingegen *nicht* logisch äquivalent, und nach Adams ist A→(B→C) gar kein wohlgeformter Ausdruck.

Unter zwei von McGee vertretenen Annahmen hat die logische Äquivalenz von A→(B→C) mit A&B→C jedoch eine vielbeachtete Konsequenz, die m.W. von niemandem außer ihm akzeptiert wird. Die Annahmen lauten, daß A→C logisch wahr ist, falls C aus A logisch folgt, und daß nicht gilt: A→C ist wahr, gdw. A falsch oder C wahr ist. Die von McGee selbst herausgearbeitete Konsequenz besteht darin, daß der Modus Ponens „A→C, A, also C“ ungültig ist.[11] Er versucht, die Gültigkeit desselben durch eine Reihe von Gegenbeispielen zu widerlegen. Wie ich in Kap. 3.22 zeigen werde, ist zwar die bisherige Kritik an diesen Beispielen verfehlt, McGees Position aber dennoch nicht haltbar. Nicht der Modus Ponens, sondern die Äquivalenz von A→(B→C) mit A&B→C sollte als ungültig bewertet werden.

Wesentlich profunder ist die bisher vorgebrachte Kritik daran, wie McGee zufolge die Wahrscheinlichkeiten mancher komplexer Sätze funktional abhängen von denen der sie konstituierenden Teilsätze. Anscheinend würden kompetente Sprecher z.B. Konjunktionen von

---

[10] Erwähnt sei zumindest, daß die Menge der Geefunktionen nicht im üblichen Sinne bezüglich Konditionalisierung abgeschlossen sein soll. - All dies wird in 3.19 ausführlich erläutert.
[11] Damit ein gültiger Schluß entsteht, muß nach McGee vorausgesetzt werden, daß A und C faktisch sind.

Ksätzen nicht immer die Wahrscheinlichkeiten zuordnen, die sie ihnen nach McGee zuordnen müßten. Angesichts dieser und anderer Einwände dürfte auch *sein* Versuch, Adams' Theorie so zu verbessern, daß sie von echten Wfunktionen handelt, gescheitert sein.

Insbesondere Kap. 4 wird zeigen, daß sie einer Verbesserung der von McGee und v. Fraassen intendierten Art gar nicht bedarf. Die durch die reduzierten Ausdrucksmöglichkeiten von Adams' formaler Sprache bedingten Mängel lassen sich teilweise kompensieren, indem gewisse *Formalisierungsregeln* bereitgestellt werden. Solche Regeln geben als Übersetzungen natürlichsprachiger Sätze, in die Ksätze eingebettet sind, Formeln an, die keine Konditionale $A \rightarrow C$ in syntaktisch untergeordneter Position enthalten. (Z.B. wird „Wenn A, dann (wenn B, dann C)" nicht strukturerhaltend durch $A \rightarrow (B \rightarrow C)$, sondern durch $A \& B \rightarrow C$ übersetzt. Näheres hierzu bereits in 3.22 und 3.23.)

Auch F. Jackson[12], dessen Ansatz von Lewis übernommen wurde, hält Adams' Theorie für wegweisend, aber ergänzungsbedürftig. Was seines Erachtens fehlt, sind die Bedingungen, unter denen indikativische Ksätze wahr oder falsch sind. Sein Vorschlag ist sehr einfach, dessen Rechtfertigung aber umfangreich und anspruchsvoll. Er betrachtet diese Ksätze hinsichtlich ihrer Wahrheitsbedingungen als ***m***ateriale ***I***mplikationen, vertritt also die These:

(MI) Jeder indikativische Ksatz „Wenn A, dann C" ist wahr, gdw. C wahr oder A falsch ist.

Jackson unterscheidet zwischen der Wahrscheinlichkeit eines indikativischen Ksatzes „Wenn A, dann C" und dem Grad seiner *Behauptbarkeit* (*assertability*). Erstere entspricht der Wahrscheinlichkeit, daß C wahr oder A falsch ist, letztere ist identisch mit der bedingten Wahrscheinlichkeit (dem Quotienten der Wahrscheinlichkeiten der Sätze „A und C" und A). Nur in Ausnahmefällen stimmen diese Werte überein.

Jackson weiß, daß kompetente Sprecher, wenn sie indikativische Ksätze als mehr oder weniger wahrscheinlich einschätzen, stets die Eigenschaft meinen, die er Behauptbarkeit nennt. Auch ist ihm klar, daß sie manche Ksätze als falsch bewerten würden, die sie als wahr anerkennen müßten, wenn sie (MI) immer Beachtung schenkten. Daher taucht die Frage auf, welchen Sinn es hat, Ksätzen auf kontraintuitive Weise Wahrheitswerte und Wahrscheinlichkeiten zukommen zu lassen. Warum erscheint es Jackson nicht vorteilhafter, auf Ksätze allein das Konzept der Behauptbarkeit anzuwenden? - Er bezeichnet es als zentrale philosophische Aufgabe seiner Theorie, zu erklären, warum Behauptbarkeit bei indikativischen Ksätzen stets

[12] Vgl. Jackson (87).

mit bedingter Wahrscheinlichkeit einhergehe. Für die bestmögliche Erklärung dieser These sei (MI) unverzichtbar,[13] und bereits hierdurch werde (MI) hinreichend gerechtfertigt.

In meiner Kritik an Jacksons Ausführungen werde ich argumentieren, daß seine Erklärung überflüssig und seine Rechtfertigung von (MI) weder in diesem noch einem anderen Punkt überzeugend ist. Ferner will ich Lewis' Auffassung in Zweifel ziehen, daß es gegenüber Adams' Konzeption einen Fortschritt darstelle, negierte Ksätze sowie Konjunktionen mit konditionalen Konjunkten in die formale Sprache einzuführen, wenn zugleich (MI) vertreten wird.

Ansätze zur Fortentwicklung seiner Theorie stammen auch von Adams selbst. Ihm geht es jedoch nicht darum, deren Anwendung auf gewisse syntaktisch komplexe Sätze der natürlichen Sprache zu erleichtern. Die Restriktionen der formalen Sprache läßt er also in Kraft. Adams will vielmehr seine Theorie dahingehend ergänzen, daß ihr Anwendungsbereich auf *kontrafaktische* Ksätze ausgedehnt werden kann. Er führt zunächst aus, warum folgende Idee eine hohe Anfangsplausibilität besitzt:[14] Wenn eine Person zu einem Zeitpunkt t von der Falschheit eines Satzes A überzeugt ist, stimmt die Wahrscheinlichkeit, die sie zu t dem Satz „Wenn A wahr wäre, wäre C wahr" beimißt, überein mit derjenigen, die das indikativische Pendant „Wenn A wahr ist, ist C wahr" zu einem früheren Zeitpunkt für sie hatte, als ihr A noch möglich erschien. Grob gesagt, sind somit die Wahrscheinlichkeiten kontrafaktischer Ksätze gleichzusetzen mit den zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeiten zu einem früheren Zeitpunkt.

Durch ein mit der Newcomb-Paradoxie eng verwandtes Beispiel zeigt Adams auf, daß dieser Vorschlag noch unzureichend ist. Eine von ihm vorgelegte revidierte Fassung (sein *Zwei-Faktoren-Modell*) wird dem Einwand zwar gerecht und kann auch auf nicht-kontrafaktische Ksätze im Konjunktiv angewandt werden, erfährt in Kap. 3.26 aber ebenfalls ihre Widerlegung. In einem wichtigen Exkurs am Schluß desselben Kapitels lege ich dar, warum aus sehr ähnlichen Gründen die kausale Entscheidungstheorie von Gibbard und Harper scheitert.[15] Sie läßt nämlich zu, daß eine Handlung für einen Akteur unter allen Umständen vorteilhafter ist als jede der Alternativen, während bei einer feineren Zergliederung des Umstandsraums für eine andere Handlung dasselbe gilt. (Möglich wird dies, wenn, wie bei Gibbard und Harper, der

[13] Selbstverständlich benötigt Jackson für seine Erklärung neben (MI) noch weitere Prämissen; siehe Kap. 3.25.
[14] Vgl. Adams (75), Kap. 4 und Adams (76).
[15] Vgl. Gibbard & Harper (81); anderen Entscheidungstheorien dieser Art dürfte es nicht besser ergehen.

Wert, den eine Handlungskonsequenz unter einem Umstand besitzt, auch ein Erwartungswert sein darf.) Gelegentlich empfiehlt die Theorie also in derselben Entscheidungssituation je nach Wahl des Umstandsraums eine andere Handlung als die allein dominante oder zumindest allein rationale. - Analog hierzu hängt es manchmal von der Wahl einer Partition von Sätzen ab, ob nach Adams' „verbessertem" Vorschlag „Wenn A zuträfe, träfe C zu" oder „Wenn non-A zuträfe, träfe C zu" die höhere Wahrscheinlichkeit zukommt.

Ksätze im Konjunktiv bleiben somit die Domäne der Mögliche-Welten-Semantik. Wie sich auf ihrer Grundlage die Wahrscheinlichkeiten solcher Ksätze bestimmen lassen, wird in 3.27 erörtert. Um einen naheliegenden Vorschlag verteidigen zu können, untersuche ich dort den Zusammenhang zwischen der Wahrscheinlichkeit eines Ksatzes „Wenn A zuträfe, träfe C zu" und der durch die Annahme, daß A wahr ist, revidierten Wahrscheinlichkeit des Satzes C. Anknüpfungspunkt meiner Überlegungen wird ein Resultat von David Lewis sein, wonach es genau eine Methode gibt, eine Wfunktion P so zu einer Wfunktion $P_A$ zu revidieren, daß $P_A(A) = 1$ ist und generell gilt: $P_A(C) = P(A \rightarrow C)$.[16] Lewis nennt diese Methode *Imaging*. Wie sich aus seinem schon erwähnten ersten Trivialitätstheorem ergibt, darf für sie nicht generell gelten: $P_A(C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$.

Am Ende des dritten Hauptteils scheint es ratsam, das Verhältnis zwischen der Mögliche-Welten-Theorie von Lewis oder Stalnaker und der probabilistischen von Adams als friedliche Koexistenz bei disjunkten Anwendungsbereichen zu bestimmen. Erstere ist nur für konjunktivische, letztere allein für indikativische Ksätze zuständig. Der zweite Teil dieser Behauptung wird in 3.26 begründet, der erste bezieht seine Plausibilität aus dem Scheitern aller bisherigen Versuche, indikativische Ksätze als wahrheitswertig aufzufassen, ohne in eine der zahlreichen Trivialitätsfallen zu geraten (vgl. 3.14 - 3.24). Wird nämlich die Mögliche-Welten-Theorie auch auf Ksätze im Indikativ angewandt, so müssen diese als wahrheitswertig behandelt werden. Dasselbe gilt dann für Konjunktionen indikativischer Ksätze mit anderen Sätzen, die wahr oder falsch sind. Man kommt also nicht umhin, formalsprachige Pendants solcher Konjunktionen, wie z.B. $(A \rightarrow C)\&B$, ebenfalls als wahrheitswertig zu behandeln, und es wäre völlig unplausibel, sie (Adams' Vorschlag folgend) nicht einmal syntaktisch zuzulassen. Läßt man sie aber zu, wird es angesichts der unumstrittenen These, daß die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze stets mit den zugehörigen bedingten

[16] Vgl. Lewis (91a).

Wahrscheinlichkeiten gleichzusetzen sind, extrem schwierig, den Trivialitätsfallen auszuweichen. Gelungen ist dies, jeweils unter Inkaufnahme inakzeptabler Nachteile, bisher nur v. Fraassen, McGee und Jackson.[17]

Trotz ihrer Vorzüge gegenüber den untersuchten Alternativen ist die vorgeschlagene „friedliche Koexistenz bei disjunkten Anwendungsbereichen" unbefriedigend. In den meisten Kontexten hat die Übertragung eines konjunktivischen Ksatzes in den Indikativ offenbar nicht zur Folge, daß sich seine Wahrheitsbedingungen verändern oder er gar seine Wahrheits*wertigkeit* verliert. Gewisse Ausnahmen (etwa das in 2.2 geschilderte Oswald/Kennedy-Beispiel) belegen noch nicht, daß indikativische Ksätze *generell* im Rahmen einer anderen Theorie analysiert werden müssen als konjunktivische.

Um eine Klassifikation zu erhalten, auf deren Grundlage sich die Zuständigkeiten der genannten Theorien angemessen bestimmen lassen, muß die übliche Indikativ/Konjunktiv-Dichotomie durch eine Unterscheidung im Bereich der indikativischen Ksätze in eine Trichotomie überführt werden. Im vierten Hauptteil versuche ich darzulegen, daß die Adäquatheit möglicher Begründungen von Ksätzen nicht immer nach denselben Kriterien bemessen werden darf. Je nachdem, welche Kriterien einschlägig sind, handelt es sich um einen *alethischen* oder einen *nicht- alethischen* Ksatz.[18] Ksätze im Konjunktiv sind immer alethisch, indikativische nur in den meisten Kontexten. Derselbe indikativische Ksatz kann in einem Kontext alethisch, in einem anderen dagegen nicht-alethisch sein. Für die Formalisierung *alethischer* Ksätze stehen *faktische Konditionale* der Art $A\Box\!\!\rightarrow C$ zur Verfügung, die durch die Mögliche-Welten-Theorie semantisch interpretiert werden. *Indikativische* sind formalisierbar durch *nicht-faktische* der Art $A\rightarrow C$, mit denen Adams' Theorie befaßt ist. Demnach gehören indikativische alethische Ksätze zum Anwendungsbereich *beider* Theorien.

Adams' mithilfe des Operators „$\rightarrow$" formulierte These (AT) wird unverändert übernommen, und die syntaktischen Beschränkungen seiner formalen Sprache bleiben in Kraft. Allerdings enthält diese nun auch faktische Konditionale $A\Box\!\!\rightarrow C$, die auf übliche Weise zur Bildung komplexerer Sätze herangezogen werden dürfen. Somit wird die von Lewis und Stalnaker eingeführte formale Sprache in diejenige von Adams eingebettet. (Z.B. ist $A\rightarrow(B\Box\!\!\rightarrow C)$ ein

[17] Wie schon erwähnt, gibt letzterer die Wahrheitsbedingungen indikativischer Ksätze nicht im Rahmen der Mögliche-Welten-Semantik an.
[18] Der von mir thematisierte Unterschied zwischen Begründungen von Ksätzen ähnelt dem zwischen den Rechtfertigungen der beiden Handlungsalternativen im Newcomb-Problem.

syntaktisch zulässiger Ausdruck, nicht jedoch $A \Box\!\!\rightarrow (B \rightarrow C)$. Nicht-faktische Konditionale dürfen keine Konstituenten komplexerer Sätze sein.)

Meine Klassifikation sowie die auf ihr basierende neuartige Bestimmung der Anwendungsbereiche der genannten Theorien mögen nach diesen Andeutungen zunächst kompliziert und wenig attraktiv erscheinen. Tatsächlich werden sie den logischen Intuitionen kompetenter Sprecher weit besser gerecht als irgendeine der bekannten Alternativen. In logischer Hinsicht ist irrelevant, ob ein alethischer Ksatz im Indikativ oder im Konjunktiv steht, nicht aber, ob ein indikativischer Ksatz alethisch oder nicht-alethisch ist. Kap. 4.1 wird zeigen, daß zwei indikativische Ksätze „Wenn A, dann C“ und „Wenn A, dann non-C“ nur dann im Widerspruch zueinander stehen, wenn beide alethisch sind.

Einige weitere Vorzüge meines Ansatzes seien kurz erwähnt:

1. Die These, daß die Wahrscheinlichkeit eines indikativischen Ksatzes immer der zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeit gleichkommt, wird so präzisiert, wie von Adams vorgeschlagen. Die Trivialitätstheoreme stellen dann kein Problem dar. Zudem ist es nun nicht länger nachteilig, daß seine Theorie nur eingeschränkt auf komplexe Sätze angewandt werden kann, die Ksätze als Konstituenten enthalten. (Dies wird in 4.2 begründet.)
2. Mögliche-Welten-Semantiker gehen von der Idee aus, daß „Wenn A zuträfe, träfe C zu“ wahr ist, gdw. C in denjenigen A-Welten (Welten, in denen A zutrifft) wahr ist, die der realen Welt am ähnlichsten sind. Von welchen Kriterien abhängt, welche A-Welten zu den der realen Welt ähnlichsten gehören, ist heftig umstritten. Aus meiner Charakterisierung alethischer Ksätze läßt sich eine Antwort auf diese Frage ableiten (siehe 4.2).
3. Ebenfalls umstritten ist, ob indikativische Ksätze als wahrheitswertig anerkannt werden sollten. Und auch hier werden durch die von mir favorisierte Klassifikation die Weichen so gestellt, daß das Problem gelöst werden kann: Nur *alethische* Ksätze im Indikativ sind wahrheitswertig (hierzu 4.3).

# 1 Einige grammatische und semantische Bestimmungen

Ein Bedingungs- oder Ksatz ist ein aus zwei Teilsätzen zusammengesetzter Behauptungssatz, durch den über die in ihnen formulierten Sachverhalte ausgesagt wird, daß der eine besteht oder bestünde, falls der andere besteht bzw. bestünde.

Jeder Ksatz K läßt sich ohne Veränderung seines semantischen Gehalts in folgende kanonische Form bringen: Wenn A zutrifft (zuträfe), trifft (träfe) C zu. A und C stehen dabei für selbständige Sätze, die ich als *Antecedens* bzw. *Konsequens* von K bezeichne. Gelegentlich verwende ich die Begriffe Antecedens und Konsequens auch zur Bezugnahme auf die beiden Segmente eines Ksatzes. Mißverständnisse werden sich aus diesen Ambiguitäten nicht ergeben. Wenn z.B. gesagt wird, das Antecedens des Ksatzes

(1) Falls Weiß am Zug wäre, könnte er mattsetzen

sei wahr, so ist offenbar nicht das Segment „Falls Weiß am Zug wäre“ gemeint, sondern der Satz „Weiß ist am Zug“.

Von Ksätzen semantisch, nicht aber grammatisch unterscheidbar sind *Temporalsätze.* Sie bringen zum Ausdruck, daß der im einen Teilsatz formulierte Sachverhalt zu der Zeit besteht, die durch den anderen Teilsatz gekennzeichnet wird. - Beispiele:

(2) Wenn der Hahn in dieser Nacht zum zweiten Mal kräht, wirst du mich dreimal verleugnet haben.

(3) Wenn es dunkel wird, müssen wir die Suche einstellen.

(4) Am schlimmsten ist seine Allergie, wenn im August die Roggenernte beginnt.

Der die Zeitangabe enthaltende Teilsatz beginnt meist mit der Konjunktion „wenn“, ist manchmal aber auch konjunktionslos. Wird „wenn“ durch „falls“ ersetzt bzw. „falls“ ergänzt, so ändert sich der semantische Gehalt eines Temporalsatzes. Er wird konditional. (Der Leser möge sich mithilfe dieses Ersetzungstests davon überzeugen, daß (2) bis (4) temporal sind.) Die Antecedentien von Ksätzen können dagegen durch „wenn“ *und* „falls“ eingeleitet sein.[1] Daneben stehen - ebenfalls anders als bei Temporalsätzen - die Präpositionalphrasen „unter der Bedingung“, „unter der Voraussetzung“ sowie die Partizipien „vorausgesetzt“ und

[1] Ein Beispiel für die zweite Art, den Antecedensbegriff zu verwenden.

„angenommen" zur Verfügung. (Man verdeutliche sich, daß Satz (1) konditional bleibt, auch wenn „falls" durch „wenn" ersetzt wird.)

Temporalsätze sind nicht Thema dieser Arbeit, und Ksätze, die unabhängig vom jeweiligen Kontext als *Generalisierungen* zu verstehen sind, werden nur indirekt behandelt. Ein Ksatz ist als Generalisierung aufzufassen, wenn durch ihn mitgeteilt wird, daß jede Entität eines gewissen Bereichs, auf die eine im Antecedens genannte Eigenschaft zutrifft, auch eine im Konsequens genannte Eigenschaft aufweist. Generalisierende Ksätze können paraphrasiert werden, indem ihnen ein generalisierender Ausdruck der Art „für alle Personen (Orte etc.) X gilt" vorangestellt wird. Die hierin vorkommende Variable muß dann auch im Antecedens und im Konsequens eingefügt werden, und zwar so, daß der generalisierende Ausdruck sie bindet. - Beispiel: Der Ksatz (5) wird durch seine Paraphrase (6) als Generalisierung transparent gemacht.

(5) Wenn man von Luxemburg nach Belgien telefonieren will, muß man 0032 vorwählen.

(6) Für alle Personen X gilt: Wenn X von L nach B telefonieren will, muß X 0032 vorwählen.

Nicht-generalisierend sind dagegen z.B. die Ksätze (1) und

(7) Wenn Sie um 9 Uhr das Lösegeld abliefern, lasse ich um 10 Uhr die Geiseln frei.

Die vorliegende Arbeit handelt insofern *indirekt* auch von generalisierenden Ksätzen, als nicht-generalisierende von ihnen impliziert werden. (5) impliziert z.B.

(8) Wenn Hans von L nach B telefonieren will, muß er 0032 vorwählen.

Derartige Spezialfälle von Generalisierungen liegen im Blickpunkt unseres Interesses.

In der englischsprachigen Literatur zur Logik oder Semantik von Ksätzen wird häufig zwischen *indicative* und *subjunctive conditionals* unterschieden. Im Deutschen entspricht dieser Unterscheidung die zwischen *indikativischen* und *konjunktivischen* Ksätzen. Ein Ksatz ist indikativisch, wenn sein Antecedens und Konsequens im Indikativ stehen, und konjunktivisch, wenn beide Teilsätze konjunktivisch sind. Unter unseren bisherigen Beispielen ist der Ksatz (1) der einzige konjunktivische.

Ksätze, deren Teilsätze verschiedene Modi aufweisen, kommen selten vor und erscheinen im Vergleich zu ihren modushomogenen Pendants meist stilistisch minderwertig. Ich werde sie, mich der Praxis bedeutenderer Autoren anschließend, im folgenden ignorieren.

Modus und Tempus eines Ksatzes sind aufschlußreich hinsichtlich der epistemischen Einstellung des Sprechers zum Antecedens. Versuchen wir, dies anhand folgender Fallunterscheidung zu präzisieren:

1. Das Antecedens oder das Konsequens steht im Konjunktiv Plusquamperfekt. (Wenn Weiß das Opfer angenommen hätte, hätte er seine Dame verloren. – Beide Teilsätze im Konjunktiv Plusquamperfekt.)

2. Antecedens und Konsequens stehen im Konjunktiv Imperfekt.[2] (Wenn Weiß das Opfer annähme, verlöre er seine Dame.)

3. Antecedens und Konsequens sind indikativisch.

In der Regel hält der Sprecher eines Ksatzes die Wahrheit des Antecedens im ersten Fall für ausgeschlossen, im zweiten für ausgeschlossen oder unwahrscheinlich und im dritten für möglich (d.h. zumindest nicht für ausgeschlossen).

Ksätze des ersten Typs heißen *kontrafaktisch*. Darüber hinaus sei ein Ksatz kontrafaktisch relativ zu einem Kontext, wenn er zum zweiten Typ gehört und jedem der Adressaten klar sein muß, daß der Sprecher von der Falschheit des Antecedens überzeugt ist. Dieser Sprachgebrauch dürfte mit dem der von mir behandelten Autoren, die eine Definition des Begriffs *counterfactual conditional* durchweg für überflüssig halten, ungefähr übereinstimmen.

[2] Anstelle des Konjunktivs Imperfekt kann auch eine Form von „würde“ in Verbindung mit dem Infinitiv des betreffenden Verbs gewählt werden. (Z.B. ist „würde verlieren“ eine Alternative zu „verlöre“.) - Andere Tempora als die unter 1 und 2 erwähnten sind bei konjunktivischen Ksätzen nur dann möglich, wenn diese in indirekter Rede vorkommen. - Beispiel: Der Zuschauer behauptet, daß Weiß seine Dame verliere, wenn er das Opfer annehme. (Antecedens und Konsequens im Konjunktiv Präsens.)
Zum Formenbestand des Konjunktivs vgl. Helbig/Buscha (89), S. 23 - 26 und S. 188 - 192.

# 2 Mögliche-Welten-Semantik für Konditionalsätze

## 2.1 Zur Vorgeschichte

Ksätze, insbesondere kontrafaktische, wurden im zwanzigsten Jahrhundert zu einem Thema der Philosophie, weil die Auffassung populär wurde, die Analyse dieser Sätze könne zum Verständnis wissenschaftstheoretischer Grundbegriffe entscheidend beitragen.[1] N. Goodman stellte 1947 fest:[2]

Indeed, if we lack the means for interpreting counterfactual conditionals, we can hardly claim to have an adequate philosophy of science.

Zu Gemeinplätzen geworden sind Ausführungen wie die folgenden J. L. Mackies über den Zusammenhang zwischen kontrafaktischen Ksätzen und Kausalgesetzen:[3]

[Counterfactuals] are important because they mark a difference between statements of natural or causal law and merely accidental generalizations. Law statements entail or sustain counterfactuals whereas accidental[4] generalizations do not. If it just happens to be the case that everyone in this room understands Italian, it does not follow that if Mr. Chou En-Lai had been here he would have understood Italian, but if there is a causal law which connects being in this room with understanding Italian then this counterfactual does follow.

Der Grundgedanke in David Lewis' begrifflicher Analyse des Phänomens „Kausalität" lautet: Wenn ein Ereignis u Ursache eines Ereignisses w ist, wäre, falls u nicht stattgefunden hätte, auch w ausgeblieben.[5] - Hierzu ein Beispiel Mackies:[6]

[To] say that the spark caused the explosion seems to mean at least that if there had been no spark this explosion would not have occurred.

Zahlreiche Anhänger fand auch die Idee, Dispositionsprädikate mithilfe kontrafaktischer Ksätze zu definieren. Lewis präzisiert den Gedanken so:

Something x is disposed at time t to give response r to stimulus s iff, if x were to undergo stimulus s at time t, x would give response r.[7]

[1] Vgl. Chisholm (46), Rescher (61), Mackie (62) und Goodman (91).
[2] A.a.O. S. 9.
[3] Vgl. Mackie (73), S. 65.
[4] Nicht-gesetzesartige Generalisierungen als zufällig zu bezeichnen, ist üblich, aber irreführend. Wenn die nicht-gesetzesartige Generalisierung „Im Seminar sitzen nur Männer" wahr ist, muß sie nicht zufällig wahr sein. Es könnte sich um ein Priesterseminar handeln.
[5] Vgl. Lewis (73b) sowie die Zusammenfassung und Kritik dieser Analyse in v. Kutschera (93).
[6] Vgl. Mackie (73), S. 64.
[7] Vgl. Lewis (97), S. 147. - Allerdings entwickelt Lewis in diesem Aufsatz aufgrund der in Martin (94) vorgetragenen Kritik eine wesentlich kompliziertere Definition.

Schließlich sei erwähnt, daß nach R. Nozick zu den für die Wahrheit von „S weiß, daß p" notwendigen Bedingungen neben „p ist wahr" und „S glaubt, daß p" u.a. auch der Ksatz „Wenn p nicht wahr wäre, würde S nicht glauben, daß p" gehört.[8]

Diese Auflistung ließe sich fortsetzen, mag jedoch zunächst genügen, um die philosophische Relevanz einer Theorie der Ksätze anzudeuten. Von einer solchen Theorie wäre insbesondere Aufschluß darüber zu erwarten, wie die *Wahrheitsbedingungen* eines *kontrafaktischen* Ksatzes lauten, d.h. welche Bedingungen notwendig und zusammen hinreichend für dessen Wahrheit sind. Solange diese Frage nicht beantwortet wird, bleiben die obigen Definitionsvorschläge unklar.

Die von Gottlob Frege in die analytische Philosophie eingeführte Festlegung **„Wenn A, dann C" ist wahr, gdw. A falsch oder C wahr ist**[9] hilft hier nicht weiter. Bedingungssätze, für die diese Festlegung gilt, nannte Russell „materiale Implikationen"; was durch sie zum Ausdruck gebracht wird, bezeichnete Frege als „hypothetische Gedankengefüge"[10]. Frege wollte nicht die Semantik alltagssprachlicher Ksätze *beschreiben*, sondern den metasprachlichen Gebrauch von Ksätzen in logischen oder mathematischen Kontexten *normieren*.[11] Seine Sprachreform hat sich inzwischen in genau den Bereichen vollständig durchgesetzt, für die er sie konzipiert hatte. Die These, auch auf andere Themenbereiche bezogene Ksätze seien hinsichtlich ihrer Wahrheitsbedingungen als materiale Implikationen aufzufassen, führt hingegen zu den sogenannten „Paradoxien der materialen Implikation". Gemeint sind die beiden folgenden Probleme: Wie läßt sich die Identifizierung von Ksätzen mit materialen Implikationen damit vereinbaren, daß erstens Non-A und zweitens C nicht hinreichend ist, um auf „Wenn A, dann C" zu schließen? Der Satz „Wenn Hans aus Berlin stammt, ist er ein gebürtiger Bayer" wird nicht dadurch wahr, daß Hans in Köln oder München geboren wurde - obwohl dann das Antecedens falsch bzw. das Konsequens wahr ist.

Inwiefern hier Paradoxien vorliegen, ist allerdings nicht recht einzusehen. Denn welche prima facie wahren Voraussetzungen sollen welche prima facie falsche Konsequenz nach sich ziehen? Wem intuitiv einleuchtet, daß Ksätze materiale Implikationen sind, wird ebenso akzeptabel

---

[8] Vgl. Nozick (94), S. 167 - 172. - Nozick führt aus, daß in den sogenannten Gettier-Beispielen deshalb kein Wissen vorliegt, weil diese dritte Bedingung verletzt ist.
[9] Vgl. Frege (1879), §5 (reprographischer Nachdruck in Frege (1974)) sowie Frege (1978), S. 76.
[10] Vgl. Frege (1976), S. 82 - 86.
[11] A.a.O. S. 83 f.

erscheinen, daß „Wenn A, dann C“ aus Non-A bzw. C folgt. Und wer diese Identifizierung von vornherein für unplausibel hält, wird ohnehin nichts Paradoxes erkennen.

Wir werden sehen, daß die Gleichsetzung *indikativischer* Ksätze mit entsprechenden materialen Implikationen an den gleichnamigen „Paradoxien“ noch nicht scheitert. Anders verhält es sich bei kontrafaktischen. Für deren Wahrheit kann nicht genügen, was bei ihrer Behauptung bereits unterstellt wird: die Falschheit des Antecedens. Auf der Suche nach einer adäquateren Lösung geht N. Goodman von folgender Idee aus: Ein Satz der Art „Wenn A zutreffend wäre, wäre C zutreffend“ ist wahr, wenn C aus Kausalgesetzen, maßgebenden Bedingungen und A logisch folgt. Damit stellen sich die beiden Aufgaben, zu explizieren, was Naturgesetze und was maßgebende Bedingungen sind. Goodman wendet sich zunächst der zweiten zu, kommt jedoch am Ende einer inzwischen klassischen Argumentation zu keinem für ihn befriedigenden Ergebnis. Ich beschränke mich darauf, zu referieren, an welchem Problem seine Bemühungen scheitern.

Angenommen, ein bestimmtes Streichholz ist niemals angestrichen und entzündet worden.
Es wurde normgerecht hergestellt, war zu einem Zeitpunkt t trocken und befand sich in einer windstillen Umgebung, deren Sauerstoffgehalt für Verbrennungsvorgänge ausreichend war. Ferner sei es ein kausales Gesetz, daß normgerecht hergestellte, trockene Zündhölzer sich entzünden, wenn sie bei Windstille und genügend Sauerstoff sachgerecht angestrichen werden. Dann folgt das Konsequens des kontrafaktischen Ksatzes

(1) Wenn das Streichholz zu t sachgerecht angestrichen worden wäre, hätte es sich entzündet

aus dessen Antecedens in Konjunktion mit einem kausalen Gesetz und Bedingungen, die Goodman als maßgebend betrachten will. Nach seinem Ansatz ist Satz (1) im geschilderten Kontext also wahr. Ein durchaus plausibles Resultat. - Inakzeptabel wäre dagegen eine Theorie, aufgrund welcher der Satz

(2) Wenn das Streichholz zu t sachgerecht angestrichen worden wäre, wäre es nicht trocken gewesen

hier ebenfalls als wahr zu bewerten ist. Was spricht aber dagegen, auch die Annahme, daß das Streichholz sich niemals entzündet hat, als maßgebende Bedingung anzuerkennen? Mit Hilfe *dieser* Bedingung, des Antecedens von (2) und des „Gesetzes“, daß alle normgerecht hergestellten Streichhölzer, die bei genügend Sauerstoff sachgemäß angestrichen werden und sich trotz Windstille nicht kurz darauf entzünden, nicht trocken sind, könnte man auf das Konsequens von (2) schließen.

Nach Goodmans Diagnose liegt der entscheidende Fehler dieses Versuchs, für die Wahrheit von (2) zu argumentieren, nicht in einer vielleicht mißbräuchlichen Verwendung des Gesetzesbegriffs, sondern darin, die Bedingung, das Streichholz habe sich niemals entzündet, als maßgebend aufzufassen. Denn im vorliegenden Kontext sind die Umstände so, daß es sich entzündet *hätte*, wenn es angestrichen worden wäre. Hier zeigt sich, wie Goodman feststellt, daß ein Satz B, um für einen kontrafaktischen Ksatz „Wenn A zutreffend wäre, wäre C zutreffend" als maßgebende Bedingung fungieren zu können, mit A *mithaltbar* (*cotenable*) sein muß. Es darf nicht gelten, *daß B falsch gewesen wäre, wenn A wahr gewesen wäre*.

Goodmans Versuch, die Wahrheitsbedingungen kontrafaktischer Ksätze anzugeben, führt dann jedoch zu einem Zirkel oder unendlichen Regreß. Er benötigt den Begriff der maßgebenden Bedingung, zu dessen Definition den der Mithaltbarkeit, und im Definiens *dieses* Begriffs taucht wiederum ein (negierter) kontrafaktischer Ksatz auf. Um zu wissen, ob C wahr gewesen wäre, wenn A wahr gewesen wäre, muß man bereits wissen, ob ein als maßgebende Bedingung in Betracht kommender Satz B falsch gewesen wäre, wenn A wahr gewesen wäre. Und letzteres kann nur wissen, wer bereits weiß, ob ein in Betracht zu ziehendes B' falsch gewesen wäre, wenn A wahr gewesen wäre, usw. - Eine nicht-zirkuläre Lösung des Problems war für Goodman nicht in Sicht. Sein negatives Resultat aus dem Jahre 1947 stand über zwei Jahrzehnte im Mittelpunkt der Diskussion über kontrafaktische Ksätze. 1991 resümierte Richard Jeffrey:[12] [T]he problem hasn't been solved to this day. I expect it's unsolvable.

Der insbesondere von Goodman geäußerte Glaube, durch die Klärung der Wahrheitsbedingungen kontrafaktischer Ksätze seien bedeutsame Fortschritte in der Wissenschaftstheorie zu erzielen, ist inzwischen allgemeiner Ernüchterung gewichen. Frank Döring schreibt in der Routledge Enzyclopedia of Philosophy zum Stichwort „Counterfactuals":

Goodman and many others believed that an analysis of counterfactuals was indispensable for the philosophy of science. Few still share this opinion. The cotenability problem, the indeterminacy of many counterfactuals, ... have convinced many that counterfactuals do not belong in the ultimate scientific description of the world.

[12] Vgl. Jeffrey (91), S. 161.

Das Interesse angelsächsischer Philosophen an Ksätzen wurde jedoch wiederbelebt, als Ende der 60er bzw. zu Beginn der 70er Jahre Robert Stalnaker und David Lewis einen unabhängig voneinander entwickelten neuen Ansatz ins Spiel brachten, der auf die seit den Arbeiten von Saul Kripke[13] in der Modallogik gebräuchliche Mögliche-Welten-Semantik zurückgreift. Anders als Goodman versucht Stalnaker nicht, auf nicht-zirkuläre Weise und ohne Verwendung von Begriffen, die ebenfalls klärungsbedürftig sind, die Wahrheitsbedingungen kontrafaktischer Ksätze anzugeben.[14] Vielmehr will er anhand neuer semantischer Methoden die Logik von Ksätzen erforschen und einen begrifflichen Apparat zur präziseren Neuformulierung philosophischer Probleme bereitstellen. Ferner sollen unsere Intuitionen bezüglich der Gültigkeit logischer Prinzipien geschärft, gültige bewiesen und ungültige sowie Möglichkeiten ihrer Widerlegung im Lichte der formalen Semantik erkennbar werden.[15] Diese Ziele scheinen ihm erreichbar, auch ohne die von Goodman gestellte Aufgabe zu lösen. - Lewis verfolgt ähnliche Ziele, steht aber zudem in der Tradition Goodmans.[16]

### *2.2 Lewis' Theorie kontrafaktischer Konditionalsätze*

Lewis beschränkt sich in (73a) auf die Analyse *kontrafaktischer*, also nur *einiger* konjunktivischer Ksätze, da er glaubt, daß konjunktivische Ksätze, die sich auf zukünftige Ereignisse beziehen, dieselben Wahrheitsbedingungen haben wie die entsprechenden indikativischen und daß indikativische Ksätze eine grundsätzlich andere semantische Analyse erforderlich machen als kontrafaktische. Letzteres erscheint ihm aufgrund des folgenden, von E. Adams stammenden Beispiels evident:[17] Dem indikativischen Satz

(1) If Oswald did not kill Kennedy, then someone else did

---

[13] Vgl. Kripke (63).
[14] Vgl. Stalnaker (84), S. 121.
[15] A.a.O. S. 122.
[16] D. Edgington und R. Stalnaker teilen diese Auffassung; vgl. Edgington (95), S. 251 bzw. Stalnaker (84), S. 155.
[17] Vgl. Adams (70).

wird man sicher zustimmen. Die Übertragung dieses Satzes in den Konjunktiv, also der kontrafaktische Ksatz

(2) If Oswald had not killed Kennedy, then someone else would have

ist jedoch falsch (wenn wir um des Beispiels willen die Ergebnisse der Warren-Komission nicht in Zweifel ziehen). Da die Sätze sich auf dieselbe Situation beziehen und nur im Modus verschieden sind, müssen sie unterschiedliche Wahrheitsbedingungen haben, sofern sie überhaupt beide wahrheitswertig sind. Der semantische Unterschied zwischen indikativischen und kontrafaktischen Ksätzen kann also nicht allein darin bestehen, daß unterschiedliche Informationen über die epistemische Einstellung des Sprechers zum Antecedens vermittelt werden.[18]

Eines der Ziele, die Lewis mit seiner in (73a) vorgestellten Analyse verfolgt, besteht darin, den Begriff der Gültigkeit von Schlüssen zu charakterisieren, in deren Prämissen oder Konklusion kontrafaktische Ksätze vorkommen. Hierzu stellt er dem zu untersuchenden Fragment der natürlichen Sprache eine Logiksprache als Vergleichsobjekt gegenüber. Bezüglich letzterer ist es dann möglich, mittels einer auf die naive Mengenlehre zurückgreifenden semantischen Metasprache präzise zu definieren, wann gewisse Schlüsse gültig sind.

Eine logische Sprachanalyse dieser Art ist nur dann *korrekt*, wenn eine bestimmte *Minimal*forderung erfüllt ist; was eine solche Analyse *leistet*, hängt davon ab, inwieweit einer bestimmte *Maximal*forderung Rechnung getragen wird. Letztere lautet: Wenn ein auf Deutsch (oder in einer anderen natürlichen Sprache ) formulierter Schluß *intuitiv gültig* ist und seine Prämissen und Konklusion durch die Sätze $P_1, ..., P_n$ sowie K einer Logiksprache L formalisiert werden, so sollte der Schluß von $P_1, ..., P_n$ auf K *formal gültig* sein. - Die Minimalforderung ist die Umkehrung hiervon: Wenn der mittels L-Ausdrücken formulierte Schluß formal gültig ist, muß jeder durch ihn formalisierbare deutschsprachige Schluß intuitiv gültig sein.[19]

Unter der *Formalisierung* einer Anzahl natürlichsprachiger Behauptungssätze versteht man deren Übertragung in eine Logiksprache. Dabei wird implizit vorausgesetzt, daß

[18] Zur Frage, ob Lewis die richtigen Konsequenzen aus Adams' Beispiel zieht, werde ich in Kap. 4.1 Stellung nehmen.
[19] Wir werden anhand mehrerer Beispiele sehen, daß die Relevanz dieser Forderungen von Lewis und Stalnaker sowie in den an sie anknüpfenden Arbeiten zur logischen Analyse von Ksätzen implizit vorausgesetzt wird. - Ähnliche Festlegungen über die Ziele der logischen Sprachanalyse und die Kriterien zu ihrer Bewertung werden in Blau (78), Teil 1, Kap. 1 getroffen und ausführlich erläutert.

1. jedem der zu übersetzenden natürlichsprachigen Sätze genau ein L-Satz zuzuordnen ist und
2. jeder zugeordnete L-Satz sowie jeder in einem zugeordneten L-Satz enthaltene Ausdruck (Klammersymbole ausgenommen; vgl. u.) genau einem der natürlichsprachigen Sätze bzw. in ihnen enthaltenen Ausdrücke zugeordnet sein muß.

*Intuitiv gültig* ist ein natürlichsprachiger Schluß, wenn jeder *strukturgleiche* natürlichsprachige Schluß eine wahre Konklusion oder (mindestens) eine falsche Prämisse hat. - Ehe beurteilt werden kann, ob zwei Schlüsse strukturgleich sind, müssen die in ihnen enthaltenen Prämissen und Konklusionen in eine *kanonische Form* gebracht werden. Die Kanonisierung ist eine Vorstufe der Formalisierung und vollzieht sich innerhalb der natürlichen Sprache. Sie soll die intuitiv erfaßten logischen Strukturen von Sätzen transparenter machen sowie syntaktische und lexikalische Ambiguitäten beseitigen. Dabei werden Satzglieder in einheitlicher Weise angeordnet und eventuell ergänzt, Variablen eingefügt und durch generalisierende Ausdrücke wie *für alle Zeitpunkte t gilt* gebunden etc.

Zum Vokabular der von Lewis verwendeten, i.f. L genannten logischen Sprache gehören eine abzählbar unendliche Menge von *Satz*konstanten, die durch Buchstaben mitgeteilt werden, ferner die autonym, d.h. als Namen für sich selbst, mitgeteilten *logischen Konstanten* oder *Operatoren* $\neg$, $\&$, $\vee$, $\supset$, $\equiv$, $\Box$, $\Diamond$, $\Box\!\!\rightarrow$, $\Diamond\!\!\rightarrow$, und schließlich die (ebenfalls autonym mitgeteilten) Klammersymbole ( , ).

Sätze von L sind zunächst alle Satzkonstanten. Ferner gilt: Wenn A und B Sätze von L sind, so sind auch $\neg A$, $A\&B$, $A\vee B$, $A\supset B$, $A\equiv B$, $\Box A$, $\Diamond A$, $A\Box\!\!\rightarrow B$ und $A\Diamond\!\!\rightarrow B$ Sätze von L.

Zur *semantischen Interpretation* von L benötigt Lewis u.a. eine Menge *möglicher Welten* und eine *Interpretationsfunktion* $|\;|$. Der Terminus *mögliche Welt* erinnert an ein von Leibniz entworfenes Szenario, in dem *unsere* Welt *eine* einer unendlichen Anzahl möglicher Welten ist, die ursprünglich alle nur im Bewußtsein Gottes existierten. Gott hat unsere Welt „erschaffen", weil sie die beste aller möglichen Welten war. - Auch Lewis glaubt an die Existenz möglicher Welten, jedoch gehören sie für ihn nicht zu einem philosophischen Schöpfungsmythos, sondern sind Teile eines Modells für die in der Umgangssprache verwurzelte und allgemein akzeptierte Alltagsmetaphysik. Lewis hält für unstrittig, „that things might have been otherwise than they are".[20] Dies läßt sich als Existenzbehauptung paraphrasieren: „There are many ways things could have been besides the way that they actually are". Da Lewis zulässige Paraphrasen

[20] Vgl. Lewis (73a), S. 84.

dessen, was ihm zutreffend erscheint, ebenfalls für zutreffend hält, glaubt er an die Existenz von Entitäten, auf welche die Beschreibung „ways things could have been" paßt. Derartige Entitäten (also „ways things could been") nennt er *mögliche Welten*.[21]

Die *Interpretationsfunkton* $|\,|$ ordnet jeder Satzkonstanten eine Teilmenge der Menge I aller möglichen Welten zu. Für die Interpretation komplexer L-Sätze gelten folgende Regeln:

$|\neg A| = I\,/\,|A| = \{j|\ j\in I \text{ und } j\notin |A|\}$

$|A\&B| = |A|\cap|B| = \{j|\ j\in |A| \text{ und } j\in |B|\}$

$|A\vee B| = |A|\cup|B| = \{j|\ j\in |A| \text{ oder } j\in |B|\}$

Spezielle Regeln zur Interpretation der *materialen Implikation* $A\supset B$ und der *materialen Äquivalenz* $A\equiv B$ sind nicht erforderlich, da diese Sätze als Abkürzungen für die *Disjunktion* $\neg A\vee B$ bzw. die *Konjunktion* $(A\supset B)\&(B\supset A)$ definiert sind.

Teilmengen von I nenne ich in Übereinstimmung mit Lewis auch *Propositionen.* Durch einen L-Satz A wird relativ zu einer Funktion $|\,|$ *die Proposition* $|A|$ *formuliert*. Dagegen kann nach einem bekannten Theorem von G. Cantor nicht umgekehrt jede Proposition formulierbar sein, sofern I von gleich hoher Kardinalität ist wie die Menge der L-Sätze.[22]

Eine Proposition $|A|$ soll aufgefaßt werden als die Menge der Welten, in denen A relativ zu $|\,|$ wahr ist; unter Voraussetzung des *Bivalenzprinzips*, wonach jeder Satz entweder wahr oder falsch ist, gilt also: Relativ zu $|\,|$ ist A in j wahr, wenn $j\in|A|$ und in j falsch, wenn $j\notin|A|$ ist. - Angesichts der aufgeführten Interpretationsregeln folgt hieraus, daß bezüglich eines Paares $<|\,|, j>$ $\neg A$ wahr ist, gdw. A falsch ist, A&B wahr ist, gdw. A und B beide wahr sind und $A\vee B$ wahr ist, gdw. A und B nicht beide falsch sind.

I.f. setze ich häufig eine Interpretationsfunktion implizit als gegeben voraus und sage, ohne auf diese hinzuweisen, ein Satz A sei wahr in einer Welt j. - Welten, in denen A wahr ist, werden auch als *A-Welten* bezeichnet.

L-Sätze der Form $\neg A$, A&B und $A\vee B$ sind nun zur Modellierung der Wahrheitsbedingungen von Negationen, Konjunktionen bzw. Disjunktionen einer natürlichen Sprache geeignet. Hiermit ist gemeint, daß z.B. ein Satz „A und B", eine Konjunktion also, deren Konjunkte

[21] Wesentlich kontroverser sind Lewis' sonstige Aussagen über mögliche Welten; vgl. Lewis (73a), Kap. 4.1 sowie Stalnakers Kritik in (84), Kap. 3.
[22] Vgl. Lewis (73a), S. 90.

durch A und B formalisiert sind, bei jeder Interpretation in jeder Welt $j \in I$ mit A&B im Wahrheitswert übereinstimmt. Entsprechendes gilt für Sätze der Form „Es ist nicht der Fall, daß A" und „A oder B".

Ermöglicht wird diese Übereinstimmung dadurch, daß die Wahrheitswerte der Sätze $\neg A$, A&B, $A \vee B$ in derselben Weise funktional von den Wahrheitswerten der sie konstituierenden Teilsätze abhängen wie die Wahrheitswerte von Negationen, Konjunktionen und Disjunktionen einer natürlichen Sprache.

Wenn wir nun Sätze der Form „Es ist notwendig, daß A" durch $\Box A$ formalisieren, so müssen wir feststellen, daß es eine derartige Analogie hier nicht geben kann. Der Wahrheitswert von „Es ist notwendig, daß A" hängt nämlich gar nicht funktional vom Wahrheitswert des Satzes A ab. A kann wahr sein, ohne mit Notwendigkeit wahr zu sein. Und im Falle deontischer Notwendigkeit („es ist notwendig, daß du dich entschuldigst") liegt nicht einmal mit der Falschheit von A der Wahrheitswert des Notwendigkeitssatzes fest.

Bei dem Versuch, die Wahrheitsbedingungen solcher Modalsätze auf angemessene Weise zu modellieren, erweist sich die Menge möglicher Welten als nützliches Konstrukt. Daß A mit Notwendigkeit zutrifft, läßt sich nämlich so erläutern, daß A in allen möglichen Welten wahr ist, die eine bestimmte, dem Kontext zu entnehmende Bedingung erfüllen. Manchmal müssen die für den Wahrheitswert des Notwendigkeitssatzes entscheidenden Welten nur naturgesetzlich oder sogar nur analytisch möglich sein. In anderen Fällen müssen sie mit der realen Welt bezüglich bestimmter historischer Fakten übereinstimmen, z.B. bezüglich aller Fakten, die in der realen Welt bis zu einem Zeitpunkt t realisiert sind. Die deontische Notwendigkeit ist insofern ein Sonderfall, als die Menge der für sie relevanten Welten, die der „deontisch perfekten", nicht die reale Welt enthalten muß.

Es liegt somit nahe, den Notwendigkeitsoperator $\Box$ als beschränkten Allquantor über I einzuführen. Er dient dazu, über diejenigen Welten aus I zu quantifizieren, die in einem dem jeweiligen Kontext zu entnehmenden Sinne von der realen Welt i aus *zugänglich* sind, die also z.B. naturgesetzlich mit i übereinstimmen. Um für beliebige Welten die Wahrheitsbedingungen von Sätzen der Art $\Box A$ festlegen zu können, führt Lewis Funktionen Z ein, die jeder Welt $j \in I$ eine als *Zugänglichkeitssphäre* von j bezeichnete Teilmenge von I zuordnen.[23] Es läßt sich

[23] A.a.O. S. 7.

dann definieren, daß $\Box A$ wahr ist in j, gdw. A in allen Welten der im jeweiligen Kontext einschlägigen Menge $Z_j$ wahr ist. - Als Abkürzung für $\neg\Box\neg A$ wird $\Diamond A$ verwendet. $|\Diamond A|$ ist also die Menge aller $j \in I$, für die $Z_j \cap |A|$ nicht leer ist.

Bei der Formalisierung eines kontrafaktischen Ksatzes des Deutschen werden das Antecedens und das Konsequens durch L-Sätze A und C formalisiert, die dann mit Hilfe des zweistelligen Satzoperators $\Box\!\!\rightarrow$ zu einem neuen L-Satz, der Formalisierung des deutschen Ksatzes, verknüpft werden. Der links (rechts) vom Operator stehende L-Satz ist stets die Formalisierung des Antecedens (Konsequens) und wird i.f. ebenfalls als Antecedens (Konsequens) bezeichnet. L-Sätze der Art $A \Box\!\!\rightarrow C$ nenne ich *Konditionale*.

Was sind nun die Wahrheitsbedingungen für Konditionale? - In Anbetracht des bisher zusammengetragenen formalen Instrumentariums mag es naheliegend sein, einen von C. I. Lewis stammenden Ansatz[24] aufzugreifen und die materiale Implikation mittels eines vorangestellten Notwendigkeitsoperators zur *strikten Implikation* zu verschärfen. Die Wahrheitsbedingungen eines Konditionals $A \Box\!\!\rightarrow C$ könnten dann mit denen der strikten Implikation $\Box(A \supset C)$ identifiziert werden. $A \Box\!\!\rightarrow C$ (drei Zeichen) wäre nur eine Abkürzung für $\Box(A \supset C)$ (sechs Zeichen) und die Logik der Konditionale nur ein Teilgebiet der monadischen Modallogik.

Der Wahrheitswert eines Konditionals hängt diesem Vorschlag zufolge von den Wahrheitswerten des Konsequens in den zugänglichen Antecedenswelten ab. $A \Box\!\!\rightarrow C$ ist dann und nur dann in j wahr, wenn $A \supset C$ in allen von j aus zugänglichen Welten wahr ist, d.h. wenn C in allen von j aus zugänglichen A-Welten zutrifft. Als zugänglich sollten dabei, wie z.B. Ken Warmbrod, ein Vertreter dieses Vorschlags, meint, nur solche Welten angesehen werden, die der realen Welt *mindestens so ähnlich sind wie die ihr ähnlichsten A-Welten*.[25] - Betrachten wir zur Erläuterung dieser Forderung folgendes Beispiel: Der Spieler S wird, nachdem er in der ersten Halbzeit ohne Torerfolg war, vom Trainer ausgewechselt. Der Wahrheitswert des Satzes

(3) Wenn S in der ersten Halbzeit ins gegnerische Tor getroffen hätte, wäre er zur Pause nicht ausgewechselt worden

[24] Vgl. Lewis (1918) und Lewis/Langford (1932).
[25] Vgl. Warmbrod (81), S 278 - 280.

hängt nach Warmbrods Auffassung davon ab, was in gewissen kontrafaktischen Weltverläufen geschieht, die (anders als der reale Weltverlauf) einschließen, daß S in der ersten Halbzeit ein Tor schießt. Kontrafaktische Weltverläufe, in denen S z.B. in der 30. Minute den gegnerischen Torwart überwindet, danach aber ein Eigentor schießt oder schwer verletzt wird, spielen dabei jedoch keine Rolle. Entscheidend sind vielmehr solche, in denen er nach seinem Tor bis zur Pause in etwa so weiterspielt, wie er tatsächlich gespielt hat und in denen der Trainer sich seinen tatsächlichen Handlungsdispositionen entsprechend verhält; kontrafaktische Weltverläufe also, *die dem realen Ereignisverlauf unter Berücksichtigung aller Vergleichsaspekte und deren jeweiliger Wichtigkeit maximal ähnlich sind.*

Was spricht dagegen, die Wahrheitsbedingungen kontrafaktischer Ksätze mit Hilfe der strikten Implikation und einer auf der Menge der möglichen Welten definierten Ähnlichkeitsrelation zu modellieren? - Lewis' Einwand läßt sich wie folgt rekonstruieren:[26] Angenommen, ein durch A formalisierter deutscher Satz beschreibt einen nicht bestehenden Sachverhalt, der jedoch hätte bestehen können, der also in einer möglichen Welt realisiert ist. Nach unseren logischen Intuitionen ist es dann widersprüchlich, im selben Kontext „Wenn A wahr wäre, wäre C falsch" und „Wenn A wahr wäre, wäre C wahr" zu äußern. Dagegen ist es nicht widersprüchlich, zu behaupten „Wenn A wahr wäre, wäre C falsch; aber wenn A&B wahr wäre, wäre C wahr", obwohl beide Ksätze, wie deren Verknüpfung durch „aber" anzeigt, denselben Äußerungskontext haben. Theoretisch ist sogar eine beliebig lange Sequenz wahrer Ksätze denkbar, in welcher jeder mit Ausnahme des ersten konstruiert ist entsprechend der Vorschrift: Verstärke das Antecedens des vorangehenden Ksatzes, negiere sein Konsequens und wende das Prinzip *duplex negatio affirmat* an. Beispielsweise könnte jemand zurecht behaupten

(4) Wenn S ins gegnerische Tor getroffen hätte, wäre er nicht ausgewechselt worden; aber wenn er außerdem ein Eigentor geschossen hätte, wäre er dennoch ausgewechselt worden.

Der dritte Satz dieser Sequenz könnte so beginnen: Wenn er ein Tor *für* und eines *gegen* sein Team geschossen und der Ersatzspieler E sich beim Warmlaufen einen Bänderriß zugezogen hätte, ...

Angenommen, die beiden ersten Sätze werden formalisiert durch $A \Box\!\!\rightarrow \neg C$ und $A\&B \Box\!\!\rightarrow C$. Da unseren logischen Intuitionen zufolge aus der Konjunktion der formalisierten (natürlichsprachigen) Sätze kein Widerspruch folgt, darf dann auch aus der Konjunktion dieser

[26] Vgl. Lewis (73a), S. 10 - 13.

L-Sätze kein Widerspruch folgen.[27] Gleiches gilt für die Konjunktion der Sätze $\Box(A\supset\neg C)$ und $\Box(A\&B\supset C)$; denn nach dem zu diskutierenden Vorschlag, dessen Richtigkeit wir zunächst unterstellen wollen, sind Konditionale Abkürzungen für entsprechende strikte Implikationen. Wird zur Interpretation der beiden letztgenannten L-Sätze dieselbe Zugänglichkeitssphäre gewählt, so können sie nur dann gemeinsam wahr sein, wenn es keine zugängliche A&B-Welt gibt. (Gäbe es eine solche A&B-Welt, so müßte sie wegen der Wahrheit von $\Box(A\&B\supset C)$ eine C-Welt und wegen der Wahrheit von $\Box(A\supset\neg C)$ eine $\neg$C-Welt sein. Derartige „Welten“ sind jedoch sinvollerweise in Lewis’ Theorie weder möglich noch von einer möglichen Welt aus zugänglich.) Wenn aber zur Bestimmung des Wahrheitswertes von $A\&B\Box\!\!\rightarrow C$ eine Zugänglichkeitssphäre einschlägig ist, die keine A&B-Welt enthält, so ist nicht nur $A\&B\Box\!\!\rightarrow C$, sondern auch $A\&B\Box\!\!\rightarrow\neg C$ wahr. Falls also zur Interpretation der Konditionale $A\Box\!\!\rightarrow\neg C$ und $A\&B\Box\!\!\rightarrow C$ dieselbe Zugänglichkeitssphäre gewählt wird, so folgt aus der Konjunktion dieser Konditionale $A\&B\Box\!\!\rightarrow\neg C$. Aus der Konjunktion der entsprechenden deutschen Sätze, d.h. aus (4), folgt jedoch *nicht*

(5) Wenn S sowohl ins gegnerische als auch ins eigene Tor getroffen hätte, wäre er nicht ausgewechselt worden,

sondern vielmehr die Negation von (5).

Dieses Problem läßt sich umgehen, indem für $A\Box\!\!\rightarrow\neg C$ eine Sphäre $Z_i^1$ und für $A\&B\Box\!\!\rightarrow C$ eine Sphäre $Z_i^2$ gewählt wird, so daß $Z_i^1\subset Z_i^2$ ist und $Z_i^2$, nicht aber $Z_i^1$, eine A&B-Welt enthält. Unter solchen Voraussetzungen kann in jeder zugänglichen$^1$ A-Welt $\neg$C und in jeder zugänglichen$^2$ A&B-Welt C wahr sein, ohne daß zugleich in jeder zugänglichen$^2$ A&B-Welt $\neg$C wahr wäre. - $\Box(A\&B\supset C)$ ist hier eine striktere Implikation als $\Box(A\supset\neg C)$. Denn es gilt allgemein: Wenn zwei strikten Implikationen D und E die Zugänglichkeitssphären $Z_j^m$ bzw. $Z_j^n$ zugeordnet werden, dann ist D mindestens ebenso strikt wie E, gdw. $Z_j^n\subseteq Z_j^m$ ist.

Lewis hält diesen Ausweg für unbefriedigend, weil erstens die zur Interpretation einer strikten Implikation zu wählende Zugänglichkeitssphäre eine *Funktion des Kontextes* des zu formalisierenden Ksatzes sei und zweitens die durch $A\Box\!\!\rightarrow\neg C$, $A\&B\Box\!\!\rightarrow C$ und $\neg(A\&B\Box\!\!\rightarrow\neg C)$ zu formalisierenden Sätze *im selben Kontext wahr sein können*.[28] Demnach

[27] Vgl. die oben aufgeführten, auf U. Blau zurückgehenden Forderungen an die logische Sprachanalyse. - Die Definition der Folgerungsbeziehung für L-Sätze wird im Laufe dieses Kapitels nachgeliefert.
[28] Vgl. Lewis (73a), S. 13.

sollte es möglich sein, daß die drei L-Sätze auch dann gemeinsam wahr sind, wenn zu ihrer Interpretation dieselbe Zugänglichkeitssphäre gewählt wird und sie mithin Abkürzungen für strikte bzw. negierte strikte Implikationen derselben Striktheit sind. Wie gesehen ist dies jedoch nicht möglich.

Schließlich könnte man erwägen, das Antecedens als Teil des Kontextes aufzufassen, durch den die Vagheit eines Ksatzes aufgelöst wird. Dann sind die Kontexte der durch $A \Box\!\!\rightarrow \neg C$ und $A\&B \Box\!\!\rightarrow C$ zu formalisierenden Sätze zwangsläufig verschieden, und es läßt sich vielleicht rechtfertigen, unterschiedliche Zugänglichkeitssphären zuzuordnen. - Lewis weist diese ad-hoc-Idee wie folgt zurück:[29]

> That is not altogether wrong, but it is defeatist. It consigns to the wastebasket of contextually resolved vagueness something much more amenable to systematic analysis than most of the rest of the mess in that wastebasket.

In dem Vorschlag, Zugänglichkeitssphären antecedensabhängig variieren zu lassen, sieht Lewis also keine Rettung der „Theorie der strikten Implikation“. Trotzdem bestehen wichtige Gemeinsamkeiten zwischen seiner Theorie und derjenigen Warmbrods. In beiden findet sich die Idee, von einer antecedensunabhängigen, auf der Menge der möglichen Welten definierten komparativen Ähnlichkeitsrelation auszugehen und den Wahrheitswert eines Konditionals von den Wahrheitswerten des Konsequens in den maximal ähnlichen Antecedenswelten abhängig zu machen. Die Menge der maximal ähnlichen darf jedoch nach Lewis nicht mit der Menge der zugänglichen Antecedenswelten gleichgesetzt werden. Jede maximal ähnliche Antecedenswelt habe als zugänglich zu gelten, aber nicht jede zugängliche auch als maximal ähnlich.

Die folgende Festlegung scheint Lewis’ Auffassungen gerecht zu werden: $A \Box\!\!\rightarrow C$ ist wahr in j, gdw. die Menge der A-Welten, die j maximal ähnlich sind, nur C-Welten enthält. - Seines Erachtens ist dies jedoch nur *beinahe* richtig. Denn im Falle einer endlosen, alle zugänglichen A-Welten einschließenden Sequenz von A-Welten, die j zunehmend ähnlicher werden, ist die Menge der j *maximal* ähnlichen A-Welten leer. Dem obigen Vorschlag zufolge müßte dann für jeden Satz C $A \Box\!\!\rightarrow C$ in j wahr sein - auch wenn die endlose Sequenz von irgendeiner Stelle an nur noch $A\&\neg C$-Welten enthält. - Lewis gibt hierzu folgendes Beispiel: Eine bestimmte Strecke sei in der realen Welt i genau 10 cm lang. In I (der Menge der möglichen Welten) könnte es zu jeder Welt j, in der die Strecke 10 + x cm lang ist, eine Welt k geben, die sich von

[29] A.a.O.

j nur darin unterscheidet, daß die Länge der Strecke 10 + x/2 cm beträgt. Dabei sei x eine positive reelle Zahl. Die Welt k wäre i ähnlicher als die Welt j, da die Differenz zwischen der k- und der i-Strecke geringer wäre als die zwischen der j- und der i-Strecke. Die Menge der i maximal ähnlichen Welten, in denen die Strecke länger als 10 cm ist, wäre also leer. Dennoch ist nicht jeder kontrafaktische Ksatz mit dem Antecedens „Wenn die Strecke länger als 10 cm wäre" wahr.

Um diesem Einwand (dessen Berechtigung noch zu diskutieren sein wird) Rechnung zu tragen, muß die obige Definition der Wahrheit eines Konditionals nach Lewis' Auffassung wie folgt modifiziert werden: **A□® C ist wahr in j, gdw. entweder keine A-Welt von j aus zugänglich ist oder eine zugängliche A&C-Welt existiert, die j ähnlicher ist als jede A&ØC-Welt.**

Die in dieser Definition verwendete Ähnlichkeitsrelation ist hinsichtlich ihrer struktuellen Eigenschaften allerdings noch zu vage, um eine präzise Charakterisierung des Begriffs der Gültigkeit von Schlüssen zu ermöglichen, in denen Konditionale vorkommen. Die zur Erläuterung des Definiens vorauszusetzende ptolemäische Vorstellung eines Universums möglicher Welten, die von dessen Zentrum, der realen Welt, um so weiter entfernt sind, je weniger sie dieser ähneln, ist zunächst nur ein heuristisches Bild, an dem man sich bei der Suche nach einem präziseren Definiens orientieren kann.

Lewis bietet zwei gleichwertige Möglichkeiten an, zur gewünschten Präzisierung zu gelangen. Die später von ihm präsentierten Alternativen hierzu basieren auf Voraussetzungen, die er nicht als erfüllt betrachtet. Eine der beiden Möglichkeiten besteht im wesentlichen darin, auf der Menge I eine zweistellige Relation $\leq_i$ zu definieren und im obigen Definiens den Ähnlichkeitsbegriff durch diese Relation zu ersetzen. Ich werde an späterer Stelle kurz hierauf zurückkommen. Befassen wir uns zunächst jedoch mit der anderen, der eine weniger direkte Charakterisierung des Ähnlichkeitsbegriffs zugrunde liegt.

Angenommen, es gibt eine (von i aus) zugängliche A&C-Welt j, die i ähnlicher ist als jede A&¬C-Welt. Dann ist j in einer Menge $S \subseteq I$ enthalten, für die gilt, daß erstens jedes Element von S der Welt i ähnlicher ist als jedes Nicht-Element und zweitens $A \supset C$ in jeder Welt aus S wahr ist. Umgekehrt läßt sich festhalten: Wenn es eine zugängliche A-Welt j gibt, die in einer Menge $S \subseteq I$ mit diesen zwei Eigenschaften enthalten ist, so ist j eine zugängliche A&C-Welt, die i ähnlicher ist als jede A&¬C-Welt.

Welche strukturellen Eigenschaften muß eine Menge $\mathbf{S_i}$ von Teilmengen von I aufweisen, damit der Sachverhalt, daß in einer der Teilmengen j, nicht aber k als Element enthalten ist, stets so gedeutet werden kann, daß die Welt j der Welt i ähnlicher ist als die Welt k? - Lewis zufolge müssen die Elemente von $\mathbf{S_i}$ *Sphären*[30] sein. Eine Weltenmenge $S \in \mathbf{S_i}$ ist nur dann eine Sphäre von $\mathbf{S_i}$ , wenn für jede Weltenmenge $S' \in \mathbf{S_i}$ gilt: $S \supseteq S'$ oder $S' \supseteq S$. Falls es nämlich eine Welt j gäbe, die in S, aber nicht in S' enthalten ist und eine Welt k, die zu S' gehört, nicht aber zu S, führte die gewünschte Deutung zu einem (analytischen) Widerspruch: Da j Nicht-Element einer Menge wäre, die k als Element enthält und k Nicht-Element einer Menge, die j als Element enthält, müßte k der Welt i ähnlicher sein als die Welt j und j zugleich i ähnlicher als k.

Eine Sphärenmenge $\mathbf{S_i}$ sollte so viele ineinander verschachtelte Mengen enthalten, daß die gesamte verfügbare „Ähnlichkeitsinformation" kodiert wird. Falls jedes Element einer Menge $S \subseteq I$ der Welt i ähnlicher ist als jedes Nicht-Element von S, sollte daher S eine Sphäre sein. Wenn wir mit Lewis annehmen, daß keine Welt der Welt i so ähnlich ist wie i sich selbst, muß $\mathbf{S_i}$ demnach *zentriert* sein, d.h. auch die Menge $\{i\}$ muß eine Sphäre sein. - Schließlich sollte $\mathbf{S_i}$ noch folgende Bedingungen erfüllen:

1. Wenn $\mathbf{Z}$ eine nicht-leere Teilmenge von $\mathbf{S_i}$ ist, ist $\bigcap \mathbf{Z}$, die Durchschnittsmenge von $\mathbf{Z}$, eine Sphäre von $\mathbf{S_i}$.
2. Wenn $\mathbf{Z}$ eine Teilmenge von $\mathbf{S_i}$ ist, ist $\bigcup \mathbf{Z}$, die Vereinigungsmenge von $\mathbf{Z}$, eine Sphäre von $\mathbf{S_i}$.

Die erste Bedingung ist überflüssig, falls es in jeder Teilmenge $\mathbf{Z}$ von $\mathbf{S_i}$ eine kleinste Sphäre gibt. Dann nämlich ist $\bigcap \mathbf{Z}$ stets mit der kleinsten Sphäre aus $\mathbf{Z}$ identisch und gehört, weil $\mathbf{Z}$ Teilmenge von $\mathbf{S_i}$ ist, ohnehin schon zu den Elementen von $\mathbf{S_i}$. Da es Lewis jedoch aus dem bereits dargelegten Grund geboten erscheint, endlose Sequenzen von Welten zuzulassen, die i zunehmend ähnlicher werden, will er, um keine „Ähnlichkeitsinformation" zu ignorieren, auch endlose Sequenzen immer kleinerer Sphären nicht ausschließen. In solchen Fällen ist die erste Bedingung nicht trivialerweise erfüllt.

Warum aber ist es sinnvoll, sie zu stellen? - Lewis begründet dies wie folgt: Wenn $\mathbf{Z}$ eine nicht-leere Teilmenge von $\mathbf{S_i}$, $j \in \bigcap \mathbf{Z}$ und $k \notin \bigcap \mathbf{Z}$ ist, muß es eine Sphäre $S \in \mathbf{Z}$ geben, in der j enthalten ist, nicht aber k. Da jedes Element einer Sphäre von $\mathbf{S_i}$ deren Zentrum i ähnlicher ist

[30] A.a.O. S. 14

als jedes Nicht-Element, ähneln j und i einander mehr als k und i. Damit ist gezeigt, daß jedes Element von $\bigcap \mathbf{Z}$ i ähnlicher ist als jedes Nicht-Element. Dies wiederum ist ein hinreichender Grund, $\bigcap \mathbf{Z}$ als Sphäre festzulegen. - In analoger Weise läßt sich begründen, warum die Vereinigungsmenge einer Menge von Sphären selbst eine Sphäre sein sollte und warum diese Forderung nicht stets trivialerweise erfüllt ist.

Fassen wir zusammen: Eine Menge $\mathbf{S}_i$ von Teilmengen von I ist eine Sphärenmenge, gdw.

1. $\mathbf{S}_i$ zentriert ist,
2. für je zwei Elemente S und S' von $\mathbf{S}_i$ gilt, daß $S \subseteq S'$ oder $S' \subseteq S$ ist,
3. $\mathbf{S}_i$ im angegebenen Sinne abgeschlossen ist unter den Operationen der Durchschnitts- und Vereinigungsbildung.

Die Wahrheit eines Konditionals kann nun unter Rekurs auf eine Sphärenmenge wie folgt definiert werden:

(Def.*): $A \Box\!\!\rightarrow C$ ist wahr in i, gdw.
1. in keiner Sphäre von $\mathbf{S}_i$ eine A-Welt liegt, oder
2. $\mathbf{S}_i$ eine Sphäre enthält, in der eine A-Welt liegt und $A \supset C$ in jeder Welt dieser Sphäre wahr ist.

Erinnern wir uns, daß hierbei eine Interpretationsfunktion $|\ |$ als gegeben vorausgesetzt wird und $A \Box\!\!\rightarrow C$ relativ zu $|\ |$ in i wahr ist, gdw. $i \in |A \Box\!\!\rightarrow C|$ ist. Gemäß (Def.*) kann die Proposition $|A \Box\!\!\rightarrow C|$ dann bestimmt werden als die Menge aller $j \in I$, für die gilt: Wenn es in einer der Sphären von $\mathbf{S}_j$ eine A-Welt gibt, so enthält $\mathbf{S}_j$ eine Sphäre, in der eine A-Welt liegt und deren Durchschnitt mit $|A|$ Teilmenge von $|C|$ ist.[31] - Anders gesagt:

$$|A \Box\!\!\rightarrow C| = \{j \in I: \bigcup \mathbf{S}_j \cap |A| = \varnothing \text{ oder } \exists S \in \mathbf{S}_j : |A| \cap S \neq \varnothing \text{ und } |A| \cap S \subseteq |C|\}$$

Inwiefern ist diese Konzeption nun ein Fortschritt gegenüber der Auffassung, daß Konditionale Abkürzungen für strikte Implikationen sind? - Angenommen, die Konditionale $A \Box\!\!\rightarrow C$ und $A\&B \Box\!\!\rightarrow \neg C$ müssen relativ zum selben Kontext interpretiert werden. Es kann dann zwei Sphären S, $S' \in \mathbf{S}_i$ geben, so daß erstens S zwar eine A-Welt, anders als S' jedoch keine A&B-Welt enthält (gemäß der zweiten Bedingung für Sphärenmengen ist dann $S \subset S'$), und zweitens

[31] Man beachte, daß diese Bestimmung nicht wie folgt vereinfacht werden darf: $|A \Box\!\!\rightarrow C|$ ist die Menge aller $j \in I$, für die gilt: Wenn es in einer der Sphären $S \in \mathbf{S}_j$ eine A-Welt gibt, so ist $S \cap |A|$ Teilmenge von $|C|$. Letzteres hieße, daß $A \Box\!\!\rightarrow C$ nur dann in j wahr ist, wenn $A \supset C$ in allen Welten der Sphäre $\bigcup \mathbf{S}_j$ wahr ist.

$A \supset C$ in allen Welten aus S wahr ist, während $A\&B \supset \neg C$ sogar in allen Welten aus S' wahr ist. - In einem solchen Fall sind beide Konditionale und, da S' eine $A\&B\&\neg C$-Welt enthält, auch die Negation $\neg(A\&B \Box\!\!\rightarrow C)$ in i wahr.

Die konkurrierende Theorie läßt, wie wir gesehen haben, eine solche Wahrheitswertverteilung nur dann zu, wenn unterschiedliche Zugänglichkeitssphären zur Interpretation der Konditionale $A \Box\!\!\rightarrow C$, $A\&B \Box\!\!\rightarrow \neg C$ und $A\&B \Box\!\!\rightarrow C$ gewählt werden, so daß diese Abkürzungen sind für strikte Implikationen unterschiedlicher Striktheit. Unter Lewis' Voraussetzung, daß die für eine strikte Implikation einschlägige Zugänglichkeitssphäre funktional vom jeweiligen Kontext abhängt, folgt hieraus, daß jene Theorie eine solche Wahrheitswertverteilung ausschließt, sofern $A \Box\!\!\rightarrow C$, $A\&B \Box\!\!\rightarrow \neg C$ und $\neg(A\&B \Box\!\!\rightarrow C)$ relativ zum selben Kontext interpretiert werden. Sind Konditionale Abkürzungen für strikte Implikationen, müssen sie, wie Lewis meint, relativ zum selben Kontext gleich strikt sein. Sind sie hingegen Lewissche Konditionale, gilt dies nicht. Deshalb werden letztere von ihm auch *variabel strikt* genannt. Die für ein variabel striktes Konditional einschlägige Sphärenmenge hängt zwar ebenfalls funktional vom jeweiligen Kontext ab; welche ihrer Sphären für den Wahrheitswert des Konditionals entscheidend ist, kann jedoch auch im selben Kontext von Antecedens zu Antecedens variieren.[32]

Die Schwachstelle in Lewis' Argumentation dürfte leicht erkennbar sein. Warum sollen Zugänglichkeitssphären funktional vom jeweiligen Kontext abhängen, so daß unterschiedliche strikte Implikationen relativ zum selben Kontext immer gleich strikt sind? Lewis benutzt dieses m.E. willlkürliche Postulat, ohne es zu begründen. Wenn es jedoch nicht überzeugend begründet werden kann, verfügt er über keinen stichhaltigen Einwand gegen die Theorie Warmbrods. Die Unterschiede zwischen dieser und Lewis' Theorie sind dann kaum des Streites wert. Wie bereits ausgeführt, ist nach Warmbrod $A \Box\!\!\rightarrow C$ in j wahr, gdw. $A \supset C$ in allen von j aus zugänglichen Welten wahr ist. Dabei sollen nur solche Welten als zugänglich gelten, die der realen Welt mindestens so ähnlich sind wie die ihr ähnlichsten Antecedenswelten. Dieser Ansatz läuft aufs selbe hinaus wie die von Lewis *beinahe* akzeptierte Festlegung: $A \Box\!\!\rightarrow C$ ist wahr in j, gdw. die Menge der j maximal ähnlichen A-Welten nur C-Welten

[32] Zugänglichkeitssphären werden zur Bestimmung der Wahrheitsbedingungen variabel strikter Konditionale nicht benötigt. (Natürlich könnte man $\bigcup \mathbf{S}_i$ als Menge der von i aus zugänglichen Welten festlegen.)

enthält.[33] Warmbrod wählt einen etwas umständlicheren Weg; durch seine ungewöhnliche Definition des Zugänglichkeitsbegriffs gelingt es ihm jedoch, die Logik der Konditionale als Teilgebiet der monadischen Modallogik einzuführen.

Unterschiedliche Grenzziehungen zwischen formal gültigen und ungültigen Schlüssen ergeben. sich aus den Konzeptionen des variabel strikten Konditionals und der strikten Implikation, falls letztere in *traditioneller* Weise interpretiert wird, so daß Zugänglichkeitssphären *nicht antecedensabhängig variieren*. Nach den folgenden Begriffsexplikationen[34] soll dies anhand einiger bekannter Schlußformen exemplarisch dargelegt werden.

Wenn I eine Menge möglicher Welten und **S** ein Sphären*system* ist, d.h. eine Funktion, die jeder Welt $j \in I$ eine Sphärenmenge $\mathbf{S}_j$ zuordnet, so sei das Paar $< I, \mathbf{S}>$ ein Sphären*modell*.

Durch ein Sphärenmodell wird der Wahrheitswert jedes Konditionals in jeder Welt $j \in I$ eindeutig determiniert. Dasselbe gilt für Notwendigkeitssätze, wenn wir $\Box A$ durch $\neg A \Box\!\!\rightarrow A$ definieren, so daß $\Box A$ in i wahr ist, gdw. in keiner Sphäre von $\mathbf{S}_i$ eine $\neg A$-Welt liegt.[35]

Ein L-Satz A sei *logisch wahr*, gdw. für jedes Sphärenmodell $< I, \mathbf{S}>$ gilt, daß bei einer zugehörigen Interpretationsfunktion $|\;|$ $|A| = I$ ist. - Zwei Sätze A und B heißen *logisch äquivalent*, gdw. $A \equiv B$ logisch wahr ist.

Aus den L-Sätzen $A_1, ..., A_n$ *folge logisch* C bzw. der Schluß von $A_1, ..., A_n$ auf C sei (formal) *gültig* (symbolisch: $A_1, ..., A_n \Rightarrow C$), gdw. zu keinem Sphärenmodell $< I, \mathbf{S}>$ eine Interpretationsfunktion $|\;|$ gewählt werden kann, so daß für eine Welt $j \in I$ gilt: $j \in |A_1| \cap ... \cap |A_n|$, aber $j \notin |C|$. - Ein Schluß von $A_1, ..., A_n$ auf C ist also gültig, gdw. $A_1 \& ... \& A_n \supset C$ logisch wahr ist.

Sätze und Schlüsse einer *natürlichen* Sprache seien logisch wahr bzw. gültig, wenn sie durch logisch wahre L-Sätze bzw. gültige L-Schlüsse symbolisierbar sind.[36] Daneben können sie in einem anderen, bereits definierten Sinne logisch wahr bzw. gültig sein: Ein z.B. auf Deutsch formulierter Schluß heiße *intuitiv gültig*, gdw. jeder strukturgleiche deutschsprachige Schluß eine wahre Konklusion hat, falls all seine Prämissen wahr sind; ein deutscher Satz sei *intuitiv*

[33] Lewis bemängelt hieran nur, daß wegen der Möglichkeit einer endlosen Sequenz j zunehmend ähnlicher werdender A-Welten die Menge der j maximal ähnlichen eventuell leer ist.

[34] Die Unterschiede zu den entsprechenden Bestimmungen in Lewis (73a), S. 118 f., sind unwesentlich.

[35] Vgl. Lewis (73a), S. 22.

[36] Diese Festlegung sowie die folgenden, den Begriff der „intuitiven Gültigkeit" betreffenden Ausführungen gehen nicht auf Lewis zurück.

*logisch wahr*, gdw. jeder strukturgleiche deutsche Satz wahr ist. - Wann immer i.f. *intuitive* logische Wahrheit oder Gültigkeit gemeint ist, wird dies durch das Adjektiv „intuitiv" ausdrücklich herausgestellt.

Die beiden zentralen Forderungen, die die Korrektheit und Leistungsfähigkeit der logischen Sprachanalyse betreffen, lauten demnach:

1. Intuitiv ungültige Schlüsse *dürfen nicht* so formalisiert und interpretiert werden, daß sie gültig sind (die Minimalforderung).
2. Intuitiv gültige Schlüsse *sollten* so formalisiert und interpretiert werden, daß sie gültig sind (die Maximalforderung).

Angenommen, wir interpretieren mit Bezug auf ein Sphärenmodell $< I, \mathbf{S}>$ $A \Box\!\!\rightarrow C$ stets als variabel striktes Konditional und $\Box(A \supset C)$ stets (traditionellerweise) als Menge aller $j \in I$, so daß $A \supset C$ in allen Welten der Menge $\bigcup \mathbf{S}_j$ wahr ist. Dann folgt aus $\Box(A \supset C)$ logisch $A \Box\!\!\rightarrow C$. Daß $\bigcup \mathbf{S}_j$ und damit jedes Element von $\mathbf{S}_j$ nur $A \supset C$-Welten enthält, heißt nämlich nichts anderes als: Wenn in einer Sphäre S von $\mathbf{S}_j$ eine A-Welt liegt, dann ist $A \supset C$ in jeder Welt aus S wahr. Und dies ist hinreichend für die Wahrheit von $A \Box\!\!\rightarrow C$ in j (vgl. Def.*).

Umgekehrt folgt aus $A \Box\!\!\rightarrow C$ nicht logisch $\Box(A \supset C)$. Denn die Falschheit von $A \supset C$ in einer Welt der Sphäre $\bigcup \mathbf{S}_j$ ist für die Falschheit von $\Box(A \supset C)$ notwendig und *hinreichend*, für die Falschheit von $A \Box\!\!\rightarrow C$ hingegen nur notwendig. Wenn wir in einem Raumschiff auf der Suche nach wahren Konditionalen in immer kleinere Sphären des Universums $\mathbf{S}_j$ vorstoßen, so wird kein Konditional $A \Box\!\!\rightarrow C$ durch die Entdeckung von $\neg(A \supset C)$-Welten falsifiziert, sofern diese in $\bigcup \mathbf{S}_j / \{j\}$ liegen. In $\{j\}$, der kleinsten aller Sphären, könnte sich erweisen, daß $A \Box\!\!\rightarrow C$ in j wahr ist. Denn j könnte eine A&C-Welt sein. - Im Gegensatz dazu genügt die Entdeckung einer beliebigen $\neg(A \supset C)$-Welt aus $\bigcup \mathbf{S}_j$ zur Falsifikation von $\Box(A \supset C)$.[37]

$A \Box\!\!\rightarrow C$ ist zwar logisch schwächer als $\Box(A \supset C)$ (d.h. aus letzterem folgt logisch ersteres, während die Umkehrung nicht gilt), aber logisch stärker als $A \supset C$. Denn die Wahrheit von

[37] Die *Verifikation* von $\Box(A \supset C)$ kann indes nur gleichzeitig mit der von $A \Box\!\!\rightarrow C$ erfolgen, und zwar erst dann, wenn die Welt j, der Endpunkt unserer Expedition, auf die Wahrheit von $A \supset C$ hin untersucht worden ist. - Bei einer Reise von Innen nach Außen kann dagegen die Falsifikation von $A \Box\!\!\rightarrow C$ nur gleichzeitig mit der von $\Box(A \supset C)$ erfolgen, während es möglich ist, daß $\Box(A \supset C)$ noch falsifiziert wird, wenn $A \Box\!\!\rightarrow C$ schon verifiziert ist.

$A \supset C$ in der einzigen Welt der Sphäre $\{j\}$ ist für die Wahrheit von $A \supset C$ notwendig und *hinreichend*, für die Wahrheit von $A \Box\!\!\rightarrow C$ aber nur notwendig.

Die Positionierung zwischen materialer und strikter Implikation ermöglicht es, daß gewisse Schlüsse nicht gültig sind, die nach Lewis' Auffassung nicht gültig sein dürfen, wenn Konditionale zur Formalisierung von Ksätzen einer natürlichen Sprache verwendet werden sollen. Anders als $A \supset C$ ist der Satz $A \Box\!\!\rightarrow C$ nicht logisch so schwach, daß er bereits aus $\neg A$ und aus C logisch folgt, und anders als $\Box(A \supset C)$ ist er nicht logisch so stark, daß aus ihm $A \& B \Box\!\!\rightarrow C$ logisch folgt.

Würden wir $A \Box\!\!\rightarrow C$ als materiale Implikation interpretieren, so wären die Schlüsse $\neg A \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$, $C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$ sowie $A \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow A \& B \Box\!\!\rightarrow C$ allesamt gültig. Durch eine Interpretation von $A \Box\!\!\rightarrow C$ als strikte Implikation (mit der jeweiligen Menge $\bigcup \mathbf{S}_j$ als konstanter Zugänglichkeitssphäre) würde nur die Gültigkeit der beiden ersten Schlüsse vermieden, nicht jedoch die des dritten, der sogenannten *Antecedensverstärkung*. Nach dem Muster der Antecedensverstärkung konstruierte natürlichsprachige Schlüsse sind intuitiv ungültig. Dies zeigte unser Beispiel aus der Fußballwelt, und dies zeigt auch das folgende von R. Stalnaker: „If this match were struck, it would light" könnte wahr sein; „If this match had been soaked in water overnight and it were struck, it would light" ist sicher falsch.[38] Solange weder eine überzeugende Möglichkeit noch ein triftiger Grund in Sicht ist, solche Beispiele „wegzudiskutieren", ist es angesichts der erwähnten Minimalforderung an Formalisierungen und anschließende Interpretationen geboten, Konditionale so zu interpretieren, daß der Schluß von $A \Box\!\!\rightarrow C$ auf $A \& B \Box\!\!\rightarrow C$ ungültig ist.

Die Ungültigkeit der Antecedensverstärkung hat die prima facie unwillkommene Konsequenz, daß auch der *hypothetische Syllogismus* ungültig ist. Hierbei handelt es sich um den Schluß $A \Box\!\!\rightarrow B,\ B \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$. Wäre dieser Schluß gültig, so würde aus $A \& B \Box\!\!\rightarrow A$ und $A \Box\!\!\rightarrow C$ logisch $A \& B \Box\!\!\rightarrow C$ folgen. Da hier die erste Prämisse logisch wahr und somit „kostenlos" ist, würde also aus $A \Box\!\!\rightarrow C$ logisch $A \& B \Box\!\!\rightarrow C$ folgen.

Man mag sich schwer tun, den hypothetischen Syllogismus *als Schema für deutschsprachige Schlüsse* (also das Schema „Wenn A wahr wäre, wäre B wahr; wenn B wahr wäre, wäre C wahr; darum ..."*)* bereits wegen dieses modus-tollens-Arguments als ungültig zu verwerfen.

[38] Vgl. Stalnaker (91), S. 38.

Denn überzeugende Beispiele zu konstruieren, die zeigen, daß nach diesem Muster gebildete natürlichsprachige Schlüsse intuitiv ungültig sind, ist weniger leicht als die analoge Aufgabe für die Antecedensverstärkung. Falls wir solche Beispiele nicht finden könnten, wäre es angesichts der erwähnten Maximalforderung vorteilhaft, Konditionale so zu interpretieren, daß der hypothetische Syllogismus gültig ist.

Lewis übernimmt von Stalnaker das folgende, vielleicht bekannteste Beispiel, das den hypothetischen Syllogismus, verstanden als Schema für Schlüsse einer natürlichen Sprache, als Fehlschluß entlarven soll:[39]

(6) If J. Edgar Hoover had been born a Russian, then he would have been a communist.

(7) If he had been a communist, he would have been a traitor.

---

(8) If he had been a Russian, he would have been a traitor.

Um des Argumentes willen wollen wir Lewis einräumen, daß die Prämissen dieses Schlusses wahr sind, während seine Konklusion falsch ist.[40] Ein hierzu passendes Mögliche-Welten-Szenario ließe sich etwa so ausmalen: Eine Sphäre $S \in \mathbf{S_i}$ (i sei die reale Welt) enthält eine Welt j, in der Hoovers Eltern kurz vor seiner Geburt nach Rußland auswandern, so daß er als Russe geboren wird, und in der Hoover nach der Oktoberrevolution der KPdSU beitritt. In jeder anderen Welt aus S, in der Hoover als Russe geboren wird, wird er ebenfalls Kommunist. Damit ist die erste Prämisse wahr. (Natürlich ist nicht recht einzusehen, warum z.B. eine Welt, in der H als Russe geboren wird und als Soldat der Zarenarmee im ersten Weltkrieg ums Leben kommt, ohne je Kommunist gewesen zu sein, der realen Welt i weniger ähnlich sein soll als die Welt j. Der Leser möge großzügigerweise annehmen, daß es hierfür einen Grund gibt.) - Des weiteren ist H weder in j noch in irgendeiner anderen Welt aus S, in der er als Russe geboren wird, damit beschäftigt, Geheimnisse eines Landes an ein anderes Land zu verraten. Konsequenz: Die Konklusion (8) ist falsch. (Welten, in denen Antecedens und Konsequens von (8) zusammen wahr sind, sind also dem Zentrum weniger ähnlich als die Welten aus S.) - Zu $\mathbf{S_i}$ gehört auch eine Sphäre $S' \subset S$, die zwar keine Welt enthält, in der H Russe ist, dafür aber eine Welt k, in der er als FBI-Chef heimlich „Das Kapital“ liest und, vom Sieg des Weltkommunismus überzeugt, gelegentliche Undercover-Aufträge des KGB erfüllt. In k ist er

[39] Vgl. Lewis (73a), S. 33 und Stalnaker (91), S. 38.

[40] Natürlich würde bereits die Beschreibung einer bloß *möglichen* Situation, in der (6) und (7) wahr und (8) falsch ist, ausreichen, um über ein geeignetes Gegenbeispiel zu verfügen.

somit Kommunist und „Verräter". Zudem gibt es in S' keine Welt, in der er Kommunist und *kein* „Verräter" ist. Dann ist die zweite Prämisse wahr.

Trotz aller Unzulänglichkeiten macht das Beispiel doch deutlich, wie Fälle konstruiert sind, in denen der hypothetische Syllogismus von wahren Prämissen zu einer falschen Konklusion führt. Wenn wir der Einfachheit halber voraussetzen, daß die Mengen der dem Zentrum maximal ähnlichen A- und B-Welten nicht leer sind[41], läßt sich dies wie folgt angeben: Die ähnlichsten A-Welten sind sämtlich A&B-Welten und liegen weiter vom Zentrum entfernt als die ähnlichsten B-Welten. C ist ein Satz, der in allen maximal ähnlichen B-, nicht aber in allen maximal ähnlichen A-Welten wahr ist. - Nach diesem Muster ist auch der folgende Fehlschluß aufgebaut:

Wenn die PDS bei der Bundestagswahl 1994 stärkste Partei geworden wäre, wäre Kohl als Kanzler zurückgetreten.
Wenn Kohl nach der Wahl 94 als Kanzler zurückgetreten wäre, wäre Schäuble sein Nachfolger geworden.

---

Wenn die PDS 1994 stärkste Partei geworden wäre, wäre Schäuble Kohls Nachfolger geworden.

E. J. Lowe hält, von derartigen Beispielen unbeeindruckt, daran fest, daß der hypothetische Syllogismus ein gültiges Schlußschema sein sollte.[42] Den aus den Sätzen (6) bis (8) bestehenden Schluß akzeptiert er nicht als Gegenbeispiel, weil seines Erachtens nicht die Prämisse

(7) If H had been a communist, he would have been a traitor

wahr ist, sondern vielmehr

(9) If H had been a communist and not been born a Russian, he would have been a traitor.

Ersetzt man in dem genannten Schluß (7) durch (9), so entspricht er nicht mehr dem hypothetischen Syllogismus. - F. Jackson hat diesen Einwand anhand eines anderen Beispiels diskutiert und zurückgewiesen.[43] Übertragen auf den hier vorliegenden Fall läßt sich seine Argumentation wie folgt zusammenfassen: Es erscheint plausibel, daß eine mögliche Welt, in

[41] Durch sein schon erläutertes Beispiel der 10 cm langen Strecke glaubt Lewis zeigen zu können, daß diese Voraussetzung nicht immer erfüllt ist.
[42] Vgl. Lowe (84).
[43] Vgl. Jackson (87), S. (81).

der H Kommunist wurde, am ehesten eine solche wäre, in der er *als gebürtiger US-Bürger* irgendwann in den Bann dieser Ideologie geriet. Demnach ist der Satz

(10) If H had been a communist, he would not have been born a Russian

wahr. - Aus (10) folgt

(11) If H had been a communist, he would have been a communist and not been born a Russian.

Wenn nun, wie Lowe fordert, der hypothetische Syllogismus gültig wäre, dann folgte aus (11) und der von Lowe akzeptierten Prämisse (9) die von ihm zurückgewiesene Prämisse (7).

Zudem basiert, wie Jackson ausführt, Lowes Einwand auf folgender falschen impliziten Annahme: Falls „Wenn A&B zuträfe, träfe C zu" falsch ist, kann nicht „Wenn A zuträfe, träfe C zu" wahr sein, sondern allenfalls „Wenn A&¬B zuträfe, träfe C zu". Hiernach ist (7) falsch, weil es falsch ist, daß H ein „Verräter" gewesen wäre, wenn er Kommunist gewesen und als Russe zur Welt gekommen wäre. Es stellt sich jedoch die Frage, warum Lowe das Antecedens von (9) bereits für spezifisch genug hält, damit (9) wahr sein kann. Schließlich wäre H als Kommunist und gebürtiger US-Amerikaner kein „Verräter" gewesen, wenn etwa in den 20er Jahren auch in den USA der Kommunismus als Staatsreligion eingeführt worden wäre. Die Lowes Einwand zugrunde liegende implizite Annahme läuft offenbar darauf hinaus, kontrafaktische Ksätze nur dann als wahr anzuerkennen, wenn das Konsequens aus dem Antecedens logisch folgt. Dies hieße jedoch, daß gerade diejenigen kontrafaktischen Ksätze, die für uns von praktischem Interesse sein können, sämtlich falsch sind.

Eine Alternative zu dem Versuch, die Ungültigkeit des hypothetischen Syllogismus zu begründen, indem man seine intuitive Gültigkeit durch Gegenbeispiele widerlegt, besteht darin, das obige, gegen den hypothetischen Syllogismus gerichtete modus-tollens-Argument, in dem die Ungültigkeit der Antecedensverstärkung vorausgesetzt wurde (vgl. S. 37), auf Schemata natürlichsprachiger Sätze („Wenn A wahr wäre, wäre B wahr; wenn B wahr wäre, wäre C wahr; ...") zu übertragen und mit einem von R. Stalnaker stammenden Argument zu verkoppeln, durch welches die Ungültigkeit der Antecedensverstärkung begründet werden soll. Dieses Argument setzt zwei plausible und bescheidene Thesen voraus:

1. Es gibt wahre kontrafaktische Ksätze, die *kontingent* sind, bei denen also das Konsequens nicht aus dem Antecedens logisch folgt.

2. Ein kontrafaktischer Ksatz ist falsch, wenn sein Antecedens logisch möglich und logisch unvereinbar mit seinem Konsequens ist.

Ist nun „Wenn A zuträfe, träfe C zu“ ein kontingent wahrer kontrafaktischer Ksatz, so folgt C nicht logisch aus A. Die Konjunktion aus A und $\neg$C ist dann logisch möglich. Zudem ist sie logisch unvereinbar mit C. Wegen der zweiten These muß also „Wenn A&$\neg$C zuträfe, träfe C zu“ falsch sein. Da es nach der ersten These wahre kontingente Ksätze der Art „Wenn A zuträfe, träfe C zu“ gibt, ist die Antecedensverstärkung somit ein Fehlschluß. Dann aber muß, wie das obige modus-tollens-Argument zeigt, auch der hypothetische Syllogismus ungültig sein.

Daß dieses Schlußschema lange Zeit als gültig angesehen wurde, ist auf die Ungewöhnlichkeit der Gegenbeispiele zurückzuführen. Ihre Möglichkeit wurde erst im Lichte der Theorien von Lewis und Stalnaker erkennbar. Sie wurden zu Tage gefördert, weil diese Autoren zum Nachweis der Adäquatheit ihrer Theorien nach Gegenbeispielen *suchen* mußten.

Ungewöhnlich sind die Gegenbeispiele deshalb, weil in ihnen neben den Prämissen „Wenn A zuträfe, träfe B zu“ und „Wenn B zuträfe, träfe C zu“ auch der Satz „Wenn B zuträfe, träfe $\neg$A zu“ wahr ist. Üblicherweise geht jedoch die Wahrheit der beiden Prämissen einher mit der Falschheit dieses Satzes oder der Wahrheit von „Wenn B zuträfe, träfe A zu“. Unter diesen üblichen Voraussetzungen scheint es keine Gegenbeispiele zum hypothetischen Syllogismus zu geben,[44] und so ist es nur zu begrüßen, daß folgende Schlüsse in Lewis’ (und Stalnakers) Semantik gültig sind:

$A \Box\!\!\rightarrow B, \neg(B \Box\!\!\rightarrow \neg A), B \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$;

$A \Box\!\!\rightarrow B, B \Box\!\!\rightarrow A, B \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$

Beweis des zweiten Schlusses (den des ersten überlasse ich dem Leser): Angenommen, alle drei Prämissen sind wahr in i. Liegt in keiner Sphäre aus $\mathbf{S}_i$ eine A-Welt, so ist nach (Def.*) (vgl. S. 33) auch die Konklusion wahr in i. Gibt es in $\mathbf{S}_i$ eine Sphäre, die eine A-Welt enthält, so gibt es wegen $A \Box\!\!\rightarrow B$ in einer Sphäre $S \in \mathbf{S}_i$, die nur $A \supset B$-Welten enthält, eine A&B-Welt j (vgl. (Def.*)). Aus der Existenz einer B-Welt in $\bigcup \mathbf{S}_i$ und der Wahrheit von $B \Box\!\!\rightarrow A$ kann dann gefolgert werden, daß in einer Sphäre S’, die nur $B \supset A$-Welten enthält, eine A&B Welt k liegt.
- Nun ist $S \subseteq S'$ oder $S' \subseteq S$ (vgl. S. 33). Im **ersten Fall** ist $A \equiv B$ wahr in jeder Welt aus S. Da

[44] R. Stalnaker stellt in (84), S. 130 f. ein vermeintliches Gegenbeispiel unter „Normalbedingungen“ vor, das er jedoch nach kurzer Diskussion zu Recht als inadäquat zurückweist.

$B \Box\!\!\rightarrow C$ in i wahr ist, gibt es wegen der Existenz einer B-Welt in $\bigcup \mathbf{S}_i$ eine Sphäre S'', die eine B&C-Welt l und ansonsten nur $B \supset C$-Welten enthält. Wenn $S \subseteq S''$ ist, ist $j \in S''$ und folglich eine A&B&C-Welt. Zudem ist dann in allen Welten aus S der Satz $(A \equiv B)\&(B \supset C)$ und somit auch $A \supset C$ wahr. Da S mit j eine A&C-Welt enthält, ist demnach $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr in i (vgl. (Def.*)). - Ist umgekehrt $S'' \subseteq S$, so ist $l \in S$ und, da S nur $A \equiv B$-Welten enthält, eine A&B&C-Welt. Zudem ist dann in allen Welten aus S'' der Satz $A \supset C$ wahr. Da S'' mit l eine A&C-Welt enthält, ist dann wiederum $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr in i (vgl. (Def.*)).

Die Argumentation für den **zweiten Fall** ergibt sich, indem man in der für den ersten Fall überall S durch S' und j durch k ersetzt. Damit ist gezeigt, daß der hypothetische Syllogismus durch Hinzufügung der Prämisse $B \Box\!\!\rightarrow A$ gültig wird. ♘

Dieses Resultat läßt sich verwenden, um die Gültigkeit des Schlusses $A \Box\!\!\rightarrow B$, $A\&B \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$ zu beweisen.[45] Man streicht hierzu in dem soeben als gültig bewiesenen Schluß $A \Box\!\!\rightarrow A\&B$, $A\&B \Box\!\!\rightarrow A$, $A\&B \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$ die überflüssige, weil logisch wahre, zweite Prämisse und ersetzt die erste durch die logisch äquivalente Prämisse $A \Box\!\!\rightarrow B$.

In den Gegenbeispielen zum hypothetischen Syllogismus ist die durch $B \Box\!\!\rightarrow C$ zu formalisierende Prämisse wahr, während der durch $A\&B \Box\!\!\rightarrow C$ zu formalisierende Satz falsch ist. Daß Schäuble Kohls Nachfolger geworden wäre, wenn dieser nach der Wahl 94 zurückgetreten wäre, mag stimmen. Falls jedoch die PDS stärkste Partei geworden und Kohl zurückgetreten wäre, wäre nicht Schäuble Bundeskanzler geworden.

Mit der Antecedensverstärkung fällt nicht nur der hypothetische Syllogismus, sondern - unter einer bescheidenen Zusatzannahme - auch die *Kontraposition*, d.h. der Schluß $A \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow \neg C \Box\!\!\rightarrow \neg A$. Die Zusatzannahme besteht darin, daß der Schluß $A \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C \vee B$, die sogenannte *Konsequensabschwächung*, gültig ist. In Lewis' Semantik ist diese Annahme zu Recht erfüllt. Denn da entsprechende natürlichsprachige Schlüsse intuitiv gültig sind, *sollten* Konditionale so interpretiert werden, daß die Konsequensabschwächung (formal) gültig ist.

Nun läßt sich wiederum durch ein modus-tollens-Argument zeigen, daß die Kontraposition nicht gültig sein kann, wenn die Konsequensabschwächung gültig und die

[45] Vgl. Lewis (73a), S. 35.

Antecedensverstärkung ungültig ist:[46] Wäre die Kontraposition gültig, so führte sie uns von $A \square\!\!\rightarrow C$ zu $\neg C \square\!\!\rightarrow \neg A$. Von hier gelangten wir per Konsequensabschwächung zu $\neg C \square\!\!\rightarrow \neg A \vee \neg B$, und dies würde uns per Kontraposition und Substitution logisch äquivalenter Antecedentien weiterleiten zu $A \& B \square\!\!\rightarrow C$. Aus $A \square\!\!\rightarrow C$ würde also logisch $A \& B \square\!\!\rightarrow C$ folgen, denn A, B und C können in der obigen Argumentation beliebig gewählt werden.

In Lewis' Semantik zeigt sich das „Scheitern" der Kontraposition in Fällen folgender Art: In einer Sphäre $S \in \mathbf{S}_i$ , die nur $A \supset C$-Welten enthält, liegt mindestens eine A-Welt. $A \square\!\!\rightarrow C$ ist also wahr in i. S enthält keine $\neg C$-Welt; es gibt jedoch größere Sphären, in denen $\neg C$-Welten liegen. In jeder größeren Sphäre, die eine $\neg C$-Welt enthält, gibt es eine $\neg C \& A$-Welt. - Dann ist $\neg C \square\!\!\rightarrow \neg A$ falsch in i. - Unter der Voraussetzung, daß die Mengen der dem Zentrum maximal ähnlichen A- bzw. $\neg C$-Welten nicht leer sind, läßt sich die Konstruktion von Gegenbeispielen so beschreiben: Die ähnlichsten A- sind sämtlich $A \supset C$-Welten und dem Zentrum näher als die ähnlichsten $\neg C$-Welten. Letztere sind nicht sämtlich $\neg C \supset \neg A$-Welten.

Man beachte, daß $A \square\!\!\rightarrow C$ nur dann mit $\neg(\neg C \square\!\!\rightarrow \neg A)$ vereinbar ist, wenn C wahr ist.[47] In Gegenbeispielen zur Kontraposition muß die durch $A \square\!\!\rightarrow C$ zu formalisierende Prämisse daher ein kontrafaktischer Ksatz mit wahrem Konsequens sein. Durch solche Ksätze wird ausgesagt, daß C *selbst* dann, *auch* dann oder *erst recht* dann wahr wäre, wenn A wahr wäre.

Die obige abstrakte Beschreibung möglicher Gegenbeispiele trifft z.B. auf folgenden Fehlschluß zu:

Auch wenn die Republikaner 1994 in den Deutschen Bundestag eingezogen wären, wären sie nicht 1994 bis 98 an der Regierung beteiligt gewesen.

---

Wenn die Republikaner von 1994 bis 98 an der Regierung beteiligt gewesen wären, wären sie 1994 nicht in den Bundestag eingezogen.

Die Definition von Sphärensystemen ist nur *eine* Möglichkeit, das Bild eines Universums möglicher Welten, die von der im Zentrum liegenden Welt umso weiter entfernt sind, je weniger sie dieser ähneln, für die Interpretation von Konditionalen fruchtbar zu machen. Eine

[46] Vgl. Stalnaker (84), S. 123 f.

[47] Hieraus ergibt sich fast unmittelbar die Gültigkeit des modus-tollens-Schlusses $A \square\!\!\rightarrow C, \neg C \Rightarrow \neg A$. Denn aus $A \square\!\!\rightarrow C$ und $\neg C$ folgt logisch $\neg C \square\!\!\rightarrow \neg A$, woraus in Verbindung mit $\neg C$ mittels Modus ponens $\neg A$ logisch folgt.

von Lewis vorgestellte Alternative besteht darin, auf der Menge I eine zweistellige Relation ${}_i\leq$ zu definieren, durch die der umgangssprachliche Ähnlichkeitsbegriff hinsichtlich seiner strukturellen Eigenschaften präzisiert wird. „$j\ {}_i\leq k$“ ist zu lesen als: Die Welt j ist der Welt i mindestens so ähnlich wie die Welt k. Die Negation von „$j\ {}_i\leq k$“ wird durch „$k\ {}_i< j$“ ausgedrückt.

An die Stelle der Sphärensysteme treten nun *komparative Ähnlichkeitssysteme*. Hierbei handelt es sich um Funktionen, die jeder Welt $i\in I$ eine Zugänglichkeitssphäre $Z_i$ und eine *schwache totale Ordnungsrelation* ${}_i\leq$ zuordnen. Eine Ordnung ist eine *transitive*, *reflexive* und *antisymmetrische* Relation; totale Ordnungen, wie z.B. die Teilmengenrelation, sind zudem *konnex*. Nach Lewis' Festlegungen ist ${}_i\leq$ *transitiv* (für alle $j, k, l \in I$ gilt: Ist $j\ {}_i\leq k$ und $k\ {}_i\leq l$, so ist $j\ {}_i\leq l$), *konnex* (für alle $j, k \in I$ ist $j\ {}_i\leq k$ oder $k\ {}_i\leq j$) und somit auch *reflexiv* (für jedes $j\in I$ gilt: $j\ {}_i\leq j$). Lewis verlangt jedoch nicht, daß ${}_i\leq$ auch *antisymmetrisch* ist (daß für alle $j, k \in I$ gilt: Ist $j\ {}_i\leq k$ und $k\ {}_i\leq j$, so ist $j = k$). Daher wird ${}_i\leq$ von ihm nur als *schwache* totale Ordnung[48] festgelegt. Es soll nämlich nicht ausgeschlossen werden, daß unterschiedliche Welten j und k einer Welt i gleich ähnlich sind. Aus demselben Grund wurde auch nicht verlangt, daß es für unterschiedliche Welten $j, k \in \bigcup \mathbf{S}_i$ stets eine Sphäre $S \in \mathbf{S}_i$ geben muß, in der nur eine dieser Welten liegt. - Andererseits soll aus demselben Grund, aus dem $\{i\}$ als Sphäre von $\mathbf{S}_i$ festgelegt wurde, für jede von i verschiedene Welt j gelten: $i\ {}_i< j$.[49]

Man beachte, daß $k\ {}_i< l$ vereinbar ist mit $l\ {}_j< k$. Eine durch Vergleich der Ähnlichkeitsabstände mehrerer Welten zur Welt i ermittelbare Ähnlichkeitsrangfolge muß nicht übereinstimmen mit der entsprechenden Rangfolge für eine von i verschiedene Welt j. Vergleichsaspekte, die aus der Sicht *einer* Welt wichtig sind, können nämlich aus der Sicht einer *anderen* unwichtig sein. (Wenn Ähnlichkeit von den Standpunkten unterschiedlicher Welten aus meßbar wäre, stünde also nicht a priori fest, daß unterschiedliche Meßwerte, die zwei Welten k und l auf einer „Ähnlichkeitsskala“ für i zuzuordnen sind, sich durch ordinale Transformation auf Meßwerte abbilden lassen, die k und l bezüglich einer entsprechenden Skala für j zukommen.)

Die Wahrheit eines Konditionals kann unter Rekurs auf ein Paar $< Z_i\, , {}_i\leq >$ wie folgt definiert werden:

[48] Nach dieser etwas unglücklichen, aber üblichen Terminologie ist jede Ordnung auch eine schwache Ordnung, aber nicht jede schwache Ordnung auch eine Ordnung.

[49] Drei weitere, unmittelbar plausible Bedingungen, die für das Vorliegen eines Ähnlichkeitssystems erforderlich sind, finden sich in Lewis (73a), S. 48.

(Def.**): $A \Box\!\!\rightarrow C$ ist wahr in i, gdw.

1. $Z_i$ keine A-Welt enthält, oder
2. $Z_i$ eine A-Welt j enthält, so daß für jede Welt k (also auch für j) gilt: Wenn $k \;{}_i\!\leq j$ ist, dann ist $A \supset C$ wahr in k.

Lewis kann zeigen, daß (Def.**) und (Def.*) gleichwertig sind. Wenn wir voraussetzen, daß Sphären- und Ähnlichkeitssysteme auf derselben Weltenmenge I definiert sind, gilt nämlich für beliebige $j \in I$:

1. Wenn $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr ist relativ zu einer Sphärenmenge $\mathbf{S}_j$, so gibt es ein Paar $< Z_j, {}_j\!\leq >$ (also einen Wert eines Ähnlichkeitssystems), relativ zu dem $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr ist.
2. Wenn $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr ist relativ zu einem Paar $< Z_j , {}_j\!\leq >$, gibt es eine Sphärenmenge $\mathbf{S}_j$, relativ zu der $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr ist.

Man kann also ein Sphären*system*, aufgrund dessen ja der Wahrheitswert jedes Konditionals in jeder Welt festliegt, durch ein geeignetes Ähnlichkeits*system* ersetzen, ohne daß sich der Wahrheitswert irgendeines Konditionals in irgendeiner Welt ändert. Ebenso ist jedes Ähnlichkeitssystem durch ein geeignetes Sphärensystem ersetzbar.[50]

Lewis fordert nicht, daß die Relation ${}_i\!\leq$ eine schwache *Wohlordnung* ist. Eine Wohlordnung ist eine auf einer Menge M definierte totale Ordnung, bei der es in jeder Teilmenge von M „kleinste" Elemente gibt. Wenn ${}_i\!\leq$ eine schwache Wohlordnung wäre, gäbe es in jeder Menge $X \subseteq I$ eine Welt j, so daß für alle $k \in X$ gilt: $j \;{}_i\!\leq k$.[51] Dann wäre die von Lewis abgelehnte *Limes-Annahme* gerechtfertigt, nach der für jeden Satz A und jede Welt i gilt: **Wenn es eine von i aus zugängliche A-Welt gibt, so ist die Menge der i maximal ähnlichen A-Welten nicht leer.** Die Limes-Annahme schließt endlose, durch keine maximal ähnliche A-Welt begrenzte Sequenzen von A-Welten aus, die i zunehmend ähnlicher werden. Daß sie zu restriktiv ist, glaubt Lewis anhand des bereits vorgestellten Beispiels der 10 cm langen Strecke gezeigt zu haben.

Unter der Limes-Annahme könnten wir eine *Selektionsfunktion* (kurz: *Sfunktion*) s definieren, die jedem Satz A und jeder Welt i eine Menge zuordnet, welche sich als Menge der i maximal

[50] A.a.O. S. 49 f.

[51] Entsprechend gilt: Wenn die Relation $\subseteq$ bezüglich einer Sphärenmenge $\mathbf{S}_i$ eine Wohlordnung wäre, enthielte jede Menge $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{S}_i$ die Sphäre $\bigcap \mathbf{Z}$.

ähnlichen A-Welten auffassen ließe und nur in dem Fall leer wäre, daß keine zugänglichen A-Welten existieren. Würden (Def.*) und (Def.**) dann durch die einfachere Definition

(Def.***): $A \,\Box\!\!\rightarrow C$ ist wahr in i, gdw. $s(A, i) \subseteq |C|$ ist

ersetzt, so änderte sich in keiner Welt der Wahrheitswert irgendeines Konditionals, falls s in folgender Weise von einem Ähnlichkeits- oder Sphärensystem abgeleitet wäre: Wenn die Menge $Z_i \cap |A|$ (bzw. $\bigcup \mathbf{S}_i \cap |A|$) leer ist, ist auch s(A, i) leer. Ist $Z_i \cap |A|$ (bzw. $\bigcup \mathbf{S}_i \cap |A|$) nicht leer, so gilt:

$s(A, i) = \{j: j \in |A| \text{ und } \forall k: k \notin |A| \text{ oder } j \leq_i k\}$ (bzw.
$s(A, i) = \{j: j \in |A| \text{ und } \forall S \in \mathbf{S}_i : S \cap |A| = \varnothing \text{ oder } j \in S\}$).[52]

Lewis gibt vier Bedingungen an, durch die Sfunktionen auch ohne Ähnlichkeits- oder Sphärensysteme charakterisiert werden.[53] Er beweist, daß unter der Limes-Annahme jede von einem Ähnlichkeitssystem abgeleitete Sfunktion diese Bedingungen erfüllt und jede sie erfüllende Sfunktion von einem Ähnlichkeitssystem abgeleitet werden kann.[54]

## *2.3 Stalnakers Verteidigung der Limes-Annahme*

Zeigt Lewis' Argument gegen die Limes-Annahme wirklich, daß die Angabe der Wahrheitsbedingungen von Konditionalen mittels Sfunktionen auf einer inakzeptablen Voraussetzung beruht? - R. Stalnaker hat dies wie folgt bestritten:[55] Angenommen, in der realen Welt i ist eine auf einem Blatt abgebildete Strecke genau 10 cm lang und zwei Welten j und k unterscheiden sich nur darin, daß ihre Länge in j 10,1 und in k 10,2 cm beträgt. Dann ist zwar der Längenunterschied zwischen der j- und der i-Strecke etwas geringer als der zwischen der k- und der i-Strecke. Aber folgt hieraus, daß (von i aus betrachtet) auch der „Ähnlichkeitsabstand" zwischen i und j geringer ist als der zwischen i und k? - Spontan wird

[52] Vgl. Lewis (73a), S. 58.
[53] A.a.O. S. 58.
[54] A.a.O. S. 59.
[55] Vgl. Stalnaker (81a) sowie Stalnaker (84), S. 141 f.

man dies vermutlich bejahen - weil man ein unspezifisches Konzept von Ähnlichkeit unter Berücksichtigung aller Details zugrunde legt. Geht man jedoch von dem Ähnlichkeitskonzept aus, das bei der Selektion von Antecedenswelten zur Anwendung kommen sollte, so lautet die Antwort: Nein. Um gemäß letzterem Konzept der Welt i ähnlicher zu sein als die Welt k, muß j *unter Berücksichtigung aller für die Selektion relevanten Details* i ähnlicher sein als k Ob die Strecke 10,1 oder 10,2 cm lang ist, dürfte in den meisten Kontexten irrelevant sein Für die Selektion von Antecedenswelten dürfte es zumeist nur darauf ankommen, daß die Strecke zwar länger als 10 cm ist, aber kurz genug, um auf dem betreffenden Blatt Platz zu finden.

Wenn ein Sprecher allerdings einen Ksatz mit dem Antecedens „Falls die Strecke länger als 10 cm wäre" verwendet, um eine Mitteilung zu machen, für die bereits der Unterschied zwischen 10,1 und 10,2 so wichtig ist, daß er einen Unterschied der Ähnlichkeiten zweier Welten zur Welt i begründen kann, dann ist dieses Antecedens zu unspezifisch, um die beabsichtigte Mitteilung erfolgreich kommunizieren zu können. Vielleicht hätte der Sprecher dann besser gesagt: „Wenn die Strecke länger als 10, aber nicht länger als 10,1 cm wäre, ..."

Eine Selektion maximal ähnlicher Antecedenswelten ist in Lewis' Beispiel also durchaus möglich, weil nicht jeder Unterschied einen für die Selektion relevanten *Ähnlichkeits*unterschied impliziert.

Nun gelingt es Stalnaker nicht nur, Lewis' Argumentation zu entkräften; er kann dessen Beispiel sogar als Argument für die Limes-Annahme umfunktionieren.[56] Bevor dies dargelegt werden kann, sei vorausgeschickt, daß Lewis Sätze der Art „Wenn A wahr wäre, könnte C wahr sein" (oder auch: „Wenn A wahr wäre, wäre vielleicht C wahr") durch $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ formalisiert und als Negationen von „Wenn A wahr wäre, wäre C falsch" auffaßt. Entsprechend definiert er $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ als Abkürzung für $\neg(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$. - Lewis' Auffassung zufolge müßte in der realen Welt i für jede reelle Zahl x gelten: Wenn die Strecke länger als 10 cm gezeichnet worden wäre, wäre sie nicht x cm lang. (Für $x \leq 10$ ist dies trivial. Ist $x > 10$, so gibt es nach Lewis zu jeder Welt j, in der die Strecke eine Länge von x cm hat, eine Antecedenswelt k, die i ähnlicher ist als die Welt j, weil die Streckenlänge in k zwischen 10 und x cm beträgt.) In Verbindung mit den obigen Festlegungen über negierte Ksätze folgt hieraus, daß für keine reelle Zahl x gilt: Wenn die Strecke länger als 10 cm gezeichnet worden wäre, hätte sie x cm lang sein können. - Es erscheint jedoch einleuchtend, daß die Strecke länger als

[56] Vgl. Stalnaker (84), S. 142.

10 cm hätte gezeichnet werden können und daß sie dann irgendeine Länge gehabt hätte - während es nach Lewis' Theorie nicht nur keine Länge gibt, die sie dann gehabt hätte, sondern auch keine, die sie *hätte haben können*.

Ehe wir das Thema „Limes-Annahme" endgültig verlassen, sei darauf hingewiesen, daß die Entscheidung, ob die Limes-Annahme für alle Sphärenmodelle vorausgesetzt werden darf, in Lewis' Theorie keinerlei Einfluß darauf hat, welche Sätze logisch wahr sind und welche nicht. - In *einer* Richtung ist diese Behauptung trivial: Wenn ein Satz A logisch wahr ist, so ist er dies erst recht unter der Limes-Annahme. Denn wenn für jedes Sphärenmodell gilt, daß bei der zugehörigen Interpretationsfunktion $|\,|$ $|A| = I$ ist, so gilt dies erst recht für jedes Sphärenmodell, das die Limes-Annahme erfüllt.

Die Umkehrung scheint mir dagegen einen ausführlicheren Beweis zu erfordern: Angenommen, ein Satz A ist in jedem Sphärenmodell mit zugehöriger Interpretationsfunktion, das die Limes-Annahme erfüllt, in jeder Welt wahr. B sei ein Satz, in dem der Operator $\Diamond\!\!\rightarrow$ nicht vorkommt und der gemäß der diesen Operator betreffenden, oben angegebenen Abkürzungskonvention mit A logisch äquivalent ist. Zu jedem Sphärenmodell < I, **S**> mit zugehöriger Interpretationsfunktion $|\,|$, das die Limes-Annahme *nicht* erfüllt, läßt sich dann ein sie erfüllendes Sphärenmodell < I, **S***> mit zugehöriger Interpretationsfunktion $|\,|^*$ konstruieren, so daß gilt: $|B| = |B|^*$. Weil < I, **S***> die Limes-Annahme erfüllt, ist $|B|^*$ und somit auch $|B|$ identisch mit I. B ist also auch in jedem Modell, das die Limes-Annahme *nicht* erfüllt, in jeder Welt wahr.

Die Funktion $|\,|^*$ soll allen Satz*konstanten* dieselben Teilmengen von I zuordnen wie $|\,|$. Welche Werte $|\,|^*$ den übrigen L-Sätzen zuordnet, hängt dann nur noch von < I, **S***> ab. *Eine* Möglichkeit, < I, **S***> auf geeignete Weise aus < I, **S**> abzuleiten, ist folgende: Eine Sphärenmenge $\mathbf{S}_j$ ($j \in I$) wird durch $\mathbf{S}^*_j = \{\emptyset, \{j\}, \bigcup \mathbf{S}_j\}$[57] substituiert, sofern jedes in B vorkommende Konditional entweder in j falsch oder nur deshalb in j wahr ist, weil sein Antecedens in jeder Welt aus $\bigcup \mathbf{S}_j$ falsch ist. (Man beachte, daß die Ersetzung von $\mathbf{S}_j$ durch $\mathbf{S}^*_j$ nichts an den Wahrheitswerten solcher Konditionale in j ändert und daß die Substitutionsbedingung trivialerweise erfüllt ist, wenn in B keine Konditionale vorkommen.) - Enthält B hingegen (unter anderem) m ($m \geq 1$) in j wahre Konditionale $A_1 \Box\!\!\rightarrow C_1, \ldots, A_m \Box\!\!\rightarrow C_m$,

[57] Die leere Menge ist Element jeder Sphärenmenge. Denn wenn **Z** Teilmenge einer Sphärenmenge $\mathbf{S}_i$ ist, ist $\bigcup \mathbf{Z}$ eine Sphäre von $\mathbf{S}_i$. Vgl. die angegebene Definition von Sphärenmengen sowie Lewis (73a), S. 15.

wobei jeder der Sätze $A_1$ , ..., $A_m$ in einer Welt aus $\bigcup \mathbf{S}_j$ wahr ist, so gibt es ein m-Tupel $< k_1 , ..., k_m >$, für dessen Welten $k_i$ (i = 1, ...,m) jeweils gilt: $A_i \& C_i$ ist wahr in $k_i$, und die kleinste Sphäre $S \in \mathbf{S}_j$, in der $k_i$ liegt, enthält nur $A_i \supset C_i$-Welten. $\mathbf{S^*_j}$ ist dann eine Sphärenmenge, die aus folgenden Elementen besteht: $\varnothing$, $\{j\}$,$\bigcup \mathbf{S}_j$ sowie jeweils der kleinsten Sphäre aus $\mathbf{S}_j$, in der $k_i$ liegt.

Wird $< I, \mathbf{S} >$ durch $< I, \mathbf{S}^* >$ und $|\ |$ durch $|\ |^*$ ersetzt, so ändert sich in keiner Welt $j \in I$ der Wahrheitswert eines in B vorkommenden Satzes. Folglich muß gelten: $|B| = |B|^*$.

## 2.4 *Stalnakers Theorie*

Die zuerst veröffentlichte und zugleich meistdiskutierte Version einer Sfunktionen-Semantik stammt von R. Stalnaker und R. Thomason.[58] In Stalnaker (91)[59] wird diese Version, die sich, anders als Lewis' Analyse, nicht nur auf kontrafaktische, sondern auf sämtliche Ksätze bezieht, in ihren Grundzügen dargestellt und philosophisch motiviert. Stalnaker versucht, die Wahrheitsbedingungen von Ksätzen auf indirektem Wege zu ermitteln, indem er zunächst der Frage nachgeht, wie eine rationale Person auf der Grundlage ihrer sonstigen Überzeugungen entscheidet, ob sie einen bestimmten Ksatz für wahr halten sollte. Zur Beantwortung dieser Frage greift er eine Idee F.P. Ramseys auf.[60] Hiernach sollte man seine epistemische Einstellung zu einem Ksatz vom Ergebnis eines Gedankenexperiments abhängig machen, das Stalnaker wie folgt beschreibt:[61]

First, add the antecedent (hypothetically) to your stock of beliefs; second, make whatever adjustments are required to maintain consistency (without modifying the hypothetical belief in the antecedent); finally, consider whether or not the consequent is then true.

Fällt das Ergebnis dieses als „Ramsey-Test" bezeichneten Experiments positiv aus, sollte der betreffende Ksatz geglaubt werden.

---

[58] Vgl. Stalnaker (68) sowie Stalnaker & Thomason (70).
[59] Hierbei handelt es sich um einen heute leichter zugänglichen Nachdruck eines von Stalnaker 1968 veröffentlichten Aufsatzes.
[60] Vgl. Ramsey (1931), S. 247.
[61] Vgl. Stalnaker (91), S. 33.

Stalnaker hält den Ramsey-Test für ein adäquates Verfahren. Zudem erscheint er ihm heuristisch nützlich bei der Suche nach den Wahrheitsbedingungen von Ksätzen. Um sie zu finden, müssen, so Stalnaker, die durch den Ramsey-Test gegebenen Glaubens- in Wahrheitsbedingungen transformiert werden, durch die erklärbar wird, *warum* dieser Test ein adäquates Verfahren darstellt. Nachdem er als ontologische Entsprechung eines „stock of beliefs" eine mögliche Welt ausgemacht hat[62], scheint ihm der Übergang von Glaubens- zu Wahrheitsbedingungen nicht schwer. In erster Annäherung formuliert er diese wie folgt:[63]

Consider a possible world in which A is true, and which otherwise differs minimally from the actual world. *If A, then B* is true (false) just in case B is true (false) in that possible world.

Verdeutlichen wir uns den von Stalnaker behaupteten Erklärungszusammenhang zwischen dieser Festlegung und dem Ramsey-Test anhand folgender Überlegungen einer rationalen Person: „Jeden zu meinem gegenwärtigen „Überzeugungskorpus" (≈ stock of beliefs) gehörenden Satz halte ich für wahr in der realen Welt. Der Ksatz „Wenn A, dann C" sollte nur dann hinzugefügt werden, wenn er ebenfalls in ihr wahr ist. Dies ist er nur dann, wenn C in derjenigen A-Welt wahr ist, die sich von der realen Welt nur minimal unterscheidet. Deshalb sollte ich „Wenn A, dann C" nur dann glauben, wenn C zu meinem Überzeugungskorpus gehört, nachdem ich eine durch die Hypothese A ausgelöste, möglichst konservative Revision durchgeführt habe. Denn nur eine solche „Minimalrevision" stellt sicher, daß die zu meinem revidierten Überzeugungskorpus gehörenden Sätze in der minimal verschiedenen A-Welt wahr sind."

Speziell zur Präzisierung der Wahrheitsbedingungen von *Ksätzen* bzw. zur Interpretation von Konditionalen unserer formalen Sprache L benötigt Stalnaker **erstens** eine auf einer Weltenmenge I definierte reflexive *Zugänglichkeitsrelation* R. Die Menge aller $j \in I$ mit $iRj$ ist dann die Menge der von i aus zugänglichen Welten. **Zweitens** führt er aus „technischen Gründen", die sogleich erläutert werden, eine *absurde Welt* $\lambda$ ein, *in der jeder Satz wahr ist*. Schließlich ist **drittens** eine Sfunktion erforderlich, die jedem Paar, bestehend aus einer Welt und einer Proposition, eine Welt zuordnet.

Stalnakers Festlegung der Wahrheitsbedingungen von Konditionalen ist besonders einfach:

(Def.#): $A \square\!\!\rightarrow C$ ist wahr in j, gdw. $s(j, |A|) \in |C|$ ist.

[62] A.a.O. S. 33.
[63] A.a.O. S. 33 f.

Es fällt auf, daß Sfunktionen hier, anders als bei Lewis, stets genau eine Welt als Wert haben. Diese Besonderheit von Stalnakers Theorie resultiert aus der Konjunktion zweier von ihm vertretener Thesen: der Limes- und der *Singularitäts*annahme. Erstere besagt, daß es zu jedem Paar $\langle j, |A| \rangle$ *mindestens* eine maximal ähnliche A-Welt gibt[64]; letztere, daß zu jedem Paar $\langle j, |A| \rangle$ *höchstens* eine maximal ähnliche A-Welt existiert. Die Limes-Annahme ist für Sfunktionen-Semantiken unerläßlich, die Singularitätsannahme dagegen verzichtbar, sofern diese Semantiken, wie die von Lewis präsentierte, mit *Mengen*- statt *Welten*-Sfunktionen operieren.

Angenommen, alle Propositionen sind durch L-Sätze formulierbar und eine Welten-Sfunktion s kann in eindeutiger Weise von einem Lewisschen komparativen Ähnlichkeitssystem abgeleitet werden, von einer Funktion also, die jeder Welt j eine Zugänglichkeitssphäre $Z_j$ und eine schwache totale Ordnungsrelation $_j\leq$ zuordnet. Wegen der Limes-Annahme muß dann für jede Welt j $_j\leq$ nicht nur eine schwache totale Ordnung, sondern auch eine schwache Wohlordnung sein. (In jeder Menge $X \subseteq I$ muß es eine Welt k geben, so daß für alle $l \in X$ gilt: $k \,_j\leq l$.) Und wegen der Singularitätsannahme ist notwendig, daß für jede Welt j $_j\leq$ *antisymmetrisch* und mithin nicht nur eine *schwache*, sondern eine Wohlordnung *im eigentlichen Sinne* ist.

Von der Singularitätsannahme sind neben (Def.#) auch die Bedingungen geprägt, die Stalnakers Sfunktionen für beliebige Sätze A, B und Welten j erfüllen müssen:[65]

1. $s(j, |A|) \in |A|$.
2. $s(j, |A|) = \lambda$, gdw. $|A| \cap \{k: jRk\} = \varnothing$.
3. Ist $j \in |A|$, so gilt: $s(j, |A|) = j$.
4. Wenn $s(j, |A|) \in |B|$ und $s(j, |B|) \in |A|$ ist, gilt: $s(j, |A|) = s(j, |B|)$.

Die erste Bedingung stellt z.B. die logische Wahrheit[66] des Satzes $A \Box\!\!\rightarrow A$ sicher und wäre als Bedingung für Mengen-Sfunktionen in der Form $s(j, |A|) \subseteq |A|$ völlig unkontrovers. Die zweite ist durch die Überlegung motiviert, daß nur aus einem unmöglichen, d.h. in keiner

[64] Wie wir gleich sehen werden, gibt es in Stalnakers Theorie auch dann eine j maximal ähnliche A-Welt, wenn keine von j aus zugänglichen A-Welten existieren. Stalnakers Formulierung der Limes-Annahme weicht daher geringfügig von Lewis' Formulierung ab.

[65] A.a.O. S. 35 f.

[66] Naheliegenderweise lassen sich die Begriffe der logischen Wahrheit und der Gültigkeit im Sinne Stalnakers wie folgt festlegen: Ein Satz A ist logisch wahr, gdw. für jedes Quadrupel $\langle I,R,\lambda,s \rangle$ gilt, daß bei einer beliebigen zugehörigen Interpretationsfunktion $|\;|$ $|A| = I$ ist. Ein Schluß von $A_1, \ldots, A_n$ auf C ist gültig, gdw. zu keinem Quadrupel $\langle I,R,\lambda,s \rangle$ eine Interpretationsfunktion $|\;|$ gehört, so daß für eine Welt $j \in I$ gilt:
$j \in |A_1| \cap \ldots \cap |A_n|$, aber $j \notin |C|$.

zugänglichen Welt wahren Antecedens Beliebiges gefolgert werden kann. - Konditionale mit unmöglichem Antecedens generell als wahr festzulegen ist natürlich willkürlich. Stalnaker hätte mit gleicher Berechtigung festlegen können, daß $s(j,|A|)$ und $A \Box\!\!\rightarrow C$ im Falle der Unmöglichkeit von A nicht definiert bzw. unbestimmt sind. (Entsprechendes gilt für Lewis' Behandlung solcher Konditionale.)

Bedingung 3 läßt sich damit begründen, daß einem Paar $<j,|A|>$ eine j maximal ähnliche A-Welt zugeordnet werden sollte und keine Welt der Welt j so ähnlich ist wie j selbst. - Eine Konsequenz aus dieser Bedingung und (Def.#) ist die Gültigkeit des modus-ponens-Schlusses $A, A \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow C$.

Die vierte Bedingung hat den Zweck, widersprüchliche Ähnlichkeitsurteile auszuschließen. Angenommen, es wäre $s(j,|A|) \in |B|$, $s(j,|B|) \in |A|$ und $s(j,|A|) \neq s(j,|B|)$). Die der Welt j ähnlichste A-Welt wäre dann eine B-Welt und die ihr ähnlichste B-Welt eine A-Welt. Wenn die Welten $s(j,|A|)$ und $s(j,|B|)$ der Welt j gleich ähnlich wären, gäbe es dann neben $s(j,|A|)$ eine weitere j maximal ähnliche A-Welt. Dies läßt die Singularitätsannahme jedoch nicht zu. Wenn $s(j,|A|)$ und $s(j,|B|)$ j nicht gleich ähnlich wären, gäbe es entweder mit $s(j,|B|)$ eine A-Welt, die j ähnlicher wäre als die j ähnlichste A-Welt oder mit $s(j,|A|)$ eine B-Welt, die j ähnlicher wäre als die j ähnlichste B-Welt. Dies wäre widersprüchlich.

Ein weiteres Argument für die vierte Bedingung ergibt sich daraus, daß, wie die obigen Ausführungen über den hypothetischen Syllogismus gezeigt haben, Konditionale so interpretiert werden sollten, daß der abgeschwächte hypothetische Syllogismus $A \Box\!\!\rightarrow B$, $B \Box\!\!\rightarrow A$, $B \Box\!\!\rightarrow C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$ gültig ist. Dieser Schluß ist nämlich unter gewissen Voraussetzungen genau dann gültig, wenn die genannte Bedingung erfüllt ist. Voraussetzungen sind (Def.#), die Singularitätsannahme und die Annahme, daß verschiedene Welten stets sprachlich unterscheidbar sind, daß es also im Fall $j \neq k$ stets einen Satz A gibt, der in j wahr und in k falsch ist. Nehmen wir an, Bedingung 4 ist erfüllt und die Sätze $A \Box\!\!\rightarrow B$, $B \Box\!\!\rightarrow A$ sowie $B \Box\!\!\rightarrow C$ sind wahr in j. Aufgrund von (Def.#) ist dann $s(j,|A|) \in |B|$ und $s(j,|B|) \in |A| \cap |C|$. Hieraus folgt wegen 4 die Identität von $s(j,|B|)$ mit $s(j,|A|)$. Daher muß auch $s(j,|A|) \in |C|$ sein, so daß $A \Box\!\!\rightarrow C$ in j wahr ist. Wenn umgekehrt der abgeschwächte hypothetische Syllogismus gültig ist und die Welten $s(j,|A|)$ und $s(j,|B|)$ Elemente der Mengen $|B|$ bzw. $|A|$ sind, muß $s(j,|A|) = s(j,|B|)$ sein. Andernfalls wären diese Welten sprachlich unterscheidbar, so daß es einen Satz C gäbe, der in $s(j,|B|)$ wahr und in $s(j, |A|)$ falsch ist. Im Widerspruch zur Annahme wären dann die Sätze $A \Box\!\!\rightarrow B$, $B \Box\!\!\rightarrow A$, $B \Box\!\!\rightarrow C$ und $\neg(A \Box\!\!\rightarrow C)$ in j wahr.

Ein Argument einer Sfunktion besteht bei Stalnaker aus einer Welt und einer Proposition, bei Lewis hingegen aus einer Welt und einem Satz. Dieser Unterschied ist jedoch unerheblich. Wir können in (Def.#) sowie in 1 bis 4 $s(j, |A|)$ und $s(j, |B|)$ überall durch $s(j, A)$ bzw. $s(j, B)$ ersetzen und gelangen so zu (Def.#*) sowie zu den Bedingungen 1* bis 4*. Wenn dann 1 bis 4 für eine Funktion s erfüllt sind, so erfüllt die Funktion s' mit $s'(j, C) = s(j, |C|)$, für beliebige j und C, die Bedingungen 1* bis 4*. Sind umgekehrt 1* bis 4* für s' erfüllt, so erfüllt s mit $s(j, |C|) = s'(j, C)$, für beliebige j und C, 1 bis 4. Der Fall, daß $|A| = |B|$, $s'(j, A) \neq s'(j, B)$ und die s' zugeordnete Relation s somit keine Funktion wäre, kann nicht auftreten, sofern 1* bis 4* von s' erfüllt werden. Denn aus 1* und $|A| = |B|$ folgt $s'(j, A) \in |B|$ und $s'(j, B) \in |A|$, so daß wegen 4* $s'(j, A)$ mit $s'(j, B)$ identisch sein muß.

## *2.5 Zur Lewis/Stalnaker-Debatte über die Singularitätsannahme*

Alle nach Lewis' Theorie logisch wahren Sätze sind auch nach Stalnakers Theorie logisch wahr. Die Umkehrung gilt hingegen nicht; denn der Satz $(A \Box\!\!\rightarrow C) \vee (A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$, das sogenannte Prinzip des ***k**onditionalen **a**usgeschlossenen **D**ritten* (kurz: KAD), wird von Stalnaker, nicht aber von Lewis als logisch wahr ausgezeichnet. Dieser Unterschied ist offensichtlich darauf zurückzuführen, daß die Singularitätsannahme von ersterem akzeptiert und von letzterem zurückgewiesen wird. Eine Sfunktionen-Semantik, die auf diese Annahme verzichtet, läßt nämlich die Möglichkeit offen, daß zur Menge der einer Welt j maximal ähnlichen A-Welten sowohl C- als auch $\neg$C-Welten gehören und mithin beide Disjunkte von KAD falsch sind.

Zur **Widerlegung** der Singularitätsannahme macht Lewis[67] von einem Beispiel W.v.O. Quines[68] Gebrauch. Die Sätze

[67] Vgl. Lewis (73a), S. 80.
[68] Vgl. Quine (50), S. 14.

(12) Wenn Verdi und Bizet Landsleute gewesen wären, wäre Verdi Franzose gewesen

und

(13) Wenn Verdi und Bizet Landsleute gewesen wären, wäre Bizet Italiener gewesen

können nicht beide wahr sein, da andernfalls der Satz

(14) Wenn Verdi und Bizet Landsleute gewesen wären, wären sie keine Landsleute gewesen

wahr wäre.[69] (14) ist jedoch falsch, weil das gemeinsame Antecedens dieser Sätze nicht so absurd ist, daß es in keiner zugänglichen Welt wahr sein kann. - Unter der Singularitätsannahme können (12) und (13) auch nicht beide falsch sein, denn eine Antecedenswelt, in der einer der beiden Komponisten seine tatsächliche Nationalität behält, ist der realen Welt ceteris paribus ähnlicher als eine, in der die Nationalitäten beider geändert sind. In der ähnlichsten Welt, in der Verdi und Bizet Landsleute waren, muß also entweder das Konsequens von (12) oder das von (13) wahr sein. Beide Möglichkeiten, (12) und (13) unterschiedlich zu bewerten, sind jedoch unplausibel, da keiner der Sätze angesichts der vorliegenden Fakten besser begründbar ist als der jeweils andere.

Dieses Dilemma ist vermeidbar, falls man die Singularitätsannahme aufgibt. Dann nämlich läßt sich die Auffassung vertreten, daß die Menge der maximal ähnlichen Antecedenswelten (mindestens) eine Welt enthält, in der beide Komponisten Italiener und (mindestens) eine, in der beide Franzosen sind. (12) und (13) wären somit beide falsch. - Lewis glaubt, daß diese Wahrheitswertverteilung, die sich selbstverständlich auch im Rahmen seiner Sphärensemantik rechtfertigen läßt, am ehesten den Fakten entspricht.

Bei seiner **Verteidigung**[70] der Singularitätsannahme stellt Stalnaker zunächst klar, daß diese als eine in der Praxis vielfach nicht erfüllte idealisierende Annahme der abstrakten semantischen Theorie verstanden werden sollte. Ähnliche Idealisierungen seien auch aus anderen Bereichen der Semantik bekannt. Z.B. werde üblicherweise festgelegt, daß propositionale Funktionen jedem singulären Terminus einen der Wahrheitswerte wahr oder falsch zuordnen, obwohl dies angesichts der Vagheit umgangssprachlicher Begriffe und der fehlenden Referenz mancher singulärer Termini vielfach willkürlich sei. Bezüglich dieses und anderer Beispiele habe B. C. v. Fraassen bereits gezeigt, wie semantische Theorien dahingehend ergänzt werden können, daß bei ihrer Anwendung die in natürlichen Sprachen anzutreffenden Vagheiten angemessen

[69] Doppelte Staatsbürgerschaft gab es nicht.

[70] Vgl. Stalnaker (81a) sowie Stalnaker (84), S. 133 - 140.

berücksichtigt werden.[71] V. Fraassens Methode läßt sich in groben Zügen wie folgt skizzieren: Wenn eine semantische Theorie eine präzise Festlegung verlangt, die angesichts der Vagheit der zu analysierenden Sätze willkürlich wäre, so kann der verfügbare Vagheitsspielraum durch mehrere gleichermaßen adäquate Festlegungen ausgefüllt werden. (Man vergleiche: Ein Bereich mit unscharfen Rändern läßt sich auf unterschiedliche Weisen scharf abgrenzen.) Der zu interpretierende *formal*sprachige Satz ist dann *wahr*, wenn er bei allen dieser Festlegungen wahr, *falsch*, wenn er bei allen falsch und *unbestimmt*, wenn er bei einigen wahr und bei einigen falsch ist.

Stalnaker versucht, diesen Ansatz auch auf seine Sfunktionen-Semantik anzuwenden.[72] Angenommen, die Menge der einer Welt j maximal ähnlichen A-Welten enthält mindestens zwei Elemente. Eine Sfunktion sei *zulässig*, gdw. sie Stalnakers Bedingungen erfüllt und dem Paar $<j, |A|>$ eine dieser maximal ähnlichen A-Welten zuordnet. Die Beziehung $s(j, |A|) \in |C|$ gilt dann für jede, für keine oder nur für einige der zulässigen Sfunktionen. Im ersten Fall ist $A \Box\!\!\rightarrow C$ in j wahr, im zweiten falsch und im dritten unbestimmt. *Wahrheit* ist hier also zu verstehen als *Wahrheit relativ zu einer Menge zulässiger Sfunktionen* und muß unterschieden werden von *Wahrheit bei einer einzelnen Sfunktion*. Ein Satz, der bei einer zulässigen Sfunktion in j wahr (bzw. falsch) ist, kann in j nicht falsch (bzw. wahr) sein, wohl aber unbestimmt.

*Logische* Wahrheit ist (unter Vernachlässigung der Parameter I, R und $\lambda$) Wahrheit in jeder Welt relativ zu jeder Menge von Sfunktionen; ein Schluß ist *gültig*, gdw. gilt: Sind sämtliche Prämissen relativ zu einer Menge von Sfunktionen in einer Welt j wahr, so ist auch die Konklusion relativ zu dieser Menge in j wahr. - Demnach ändert die Einarbeitung des Ansatzes von v. Fraassen nichts daran, welche Schlüsse und Sätze in Stalnakers Semantik als gültig bzw. logisch wahr ausgezeichnet werden. Insbesondere bleibt KAD logisch wahr. Denn für jede Funktion s einer beliebigen Menge von Sfunktionen gilt, daß einer der Sätze $A \Box\!\!\rightarrow C$ und $A \Box\!\!\rightarrow \neg C$ bei s in j wahr ist.

Aus KAD folgt, daß $\neg(A \Box\!\!\rightarrow C)$ und $A \Box\!\!\rightarrow \neg C$ logisch äquivalent sind. Stalnaker glaubt, seine Konzeption sei u.a. deshalb der von Lewis vorzuziehen, weil auch Ksätze der Umgangssprache

[71] Vgl. v. Fraassen (66).
[72] Vgl. Stalnaker (84), S. 134 f.

negiert werden, indem das Konsequens negiert wird.[73] Es erscheine widersprüchlich zu behaupten: Weder trifft es zu, daß C, wenn A, noch trifft es zu, daß non-C, wenn A. Ebenso sei es widersprüchlich, die Sätze (12) und (13) beide zu verneinen, gleichzeitig aber zu behaupten:

(15) Wenn Verdi und Bizet Landsleute gewesen wären, wäre Verdi Franzose oder Bizet Italiener gewesen.

Demgegenüber hält Lewis die Konjunktion der Sätze non-(12), non-(13) und (15) sogar für wahr. Entsprechend ist der sogenannte *Distributionsschluß* $A \Box\!\!\rightarrow B \vee C \Rightarrow (A \Box\!\!\rightarrow B) \vee (A \Box\!\!\rightarrow C)$ nach seiner Theorie ungültig. - Stalnaker sieht hierin eine Mißachtung der logischen Intuitionen kompetenter Sprecher und bewertet deshalb die Tatsache, daß dieser Schluß sich genau dann als gültig erweisen läßt, wenn man die Singularitätsannahme akzeptiert, als deren Bestätigung.

Im übrigen habe auch Quine die Gültigkeit des genannten Schlusses implizit vorausgesetzt, als er anhand des Verdi-Bizet-Beispiels die Möglichkeit einer logischen Analyse kontrafaktischer Ksätze in Zweifel zu ziehen versuchte. Stalnaker rekonstruiert Quines Argumentation wie folgt:[74] Wenn man Satz (15) überhaupt als wahrheitswertig betrachten will, so ist er wahr. Dann muß auch entweder (12) oder (13) wahr sein. Die Entscheidung, (12) (bzw. (13)) sei wahr, ist jedoch ebenso berechtigt wie die, (12) (bzw. (13)) sei falsch. Deshalb ist es gar nicht sinnvoll, (12) und (13) Wahrheitswerte zuzusprechen. Die Analyse solcher Ksätze fällt also nicht in den Bereich der Logik; denn deren Gegenstand sind *wahrheits*konservierende Schlüsse.

Quine schließe, wie Stalnaker urteilt, völlig zu Recht gemäß dem Distributionsschluß von (15) auf die Disjunktion der Sätze (12) und (13). Zurückzuweisen sei jedoch Quines These, daß einer dieser beiden Sätze wahr sein muß, falls deren Disjunktion wahr ist. (12) und (13) seien trotz der Wahrheit dieser Disjunktion beide unbestimmt. Eine Entscheidung zwischen beiden sei also gar nicht erforderlich.

Auch Lewis vermeidet das Problem, zwischen (12) und (13) wählen zu müssen - allerdings auf andere Weise. Nach seiner Theorie ist nicht am Ende, sondern am Anfang von Quines Argumentation der entscheidende Fehler zu lokalisieren: Quine gelangt durch Anwendung des

[73] A.a.O. S. 136 und 140.
[74] A.a.O. S. 137.

ungültigen Distributionsschlusses von der wahren Prämisse (15) zu einer falschen Konklusion, nämlich zur Disjunktion der falschen Sätze (12) und (13).

Wie erfolgreich verteidigt Stalnaker die Singularitätsannahme? - Dies hängt zunächst davon ab, ob es ihm gelingt, die durch sie verursachten, von Lewis aufgezeigten Probleme mithilfe der Methode v. Fraassens zu entschärfen. In dieser Hinsicht erscheint mir Stalnakers Argumentation überzeugend. Man könnte den Vorwurf erheben, die Verkopplung seiner ursprünglichen Theorie mit v. Fraassens Ansatz sei eine ad-hoc-Maßnahme zur Rettung der Singularitätsannahme. Wenn es aber stimmt, daß dieser Ansatz sich bereits in anderen Bereichen bewährt hat und ohnehin benötigt wird, ist dieser Vorwurf unberechtigt.

Stalnaker will jedoch nicht nur zeigen, daß die vermeintlichen Nachteile der Singularitätsannahme letztlich nicht ins Gewicht fallen. Er will auch begründen, warum wir diese Annahme akzeptieren sollten; und hier scheinen mir seine Argumente zwar geschickt präsentiert, letztlich aber nicht zwingend. Halten wir zunächst fest, daß durch die Theorien von Stalnaker und Lewis genau dieselben kontrafaktischen Ksätze als wahr ausgezeichnet werden.[75] Zudem sind alle nach Stalnaker falschen kontrafaktischen Ksätze auch nach Lewis falsch. Einige, die Lewis als falsch bewerten würde, erhalten jedoch bei Stalnaker den Wert *unbestimmt*. Dabei handelt es sich um solche, deren maximal ähnliche Antecedenswelten *nur teilweise* auch Konsequenswelten sind. (Der Einfachheit halber setze ich hier die von Lewis zurückgewiesene Limes-Annahme voraus.) Die Zuordnung des Wahrheitswertes *unbestimmt* dürfte in diesen Fällen tatsächlich eher mit den Urteilen kompetenter Sprecher im Einklang stehen als die des Wertes *falsch*. Die von Lewis angegebenen *Falschheits*bedingungen für kontrafaktische Ksätze sind vielleicht nur angemessen für Sätze wie „Es steht fest, daß C wahr wäre, wenn A wahr wäre“ oder „Wenn A wahr wäre, wäre mit Sicherheit C wahr“. Z.B. ist der Satz

(16) Es steht fest, daß Verdi Franzose gewesen wäre, wenn Verdi und Bizet Landsleute gewesen wären

eindeutig falsch. Seine *Wahrheits*bedingungen unterscheiden sich dagegen nicht von denen des Satzes (12).

M.E. sind jedoch auch Kontexte möglich, in denen Satz (12) so zu verstehen ist, daß seine Falschheitsbedingungen dieselben sind wie die von (16). Ein Sprecher könnte (12) mit der

[75] Man erinnere sich, daß Lewis’ Theorie im Gegensatz zu Stalnakers nur für kontrafaktische Ksätze gilt.

plausiblen Begründung *verneinen*, es sei keineswegs *sicher*, daß Verdi Franzose gewesen wäre; ebenso gut hätte Bizet Italiener sein können, wenn die beiden Landsleute gewesen wären. Entsprechendes gilt für Satz (13), so daß sich die Konjunktion aus non-(12) und non-(13) plausibel begründen läßt. Dagegen dürfte es angesichts der vorliegenden Fakten nicht möglich sein, überzeugende Gründe für die Konjunktion aus (12) und (13) zu finden. Stalnakers Behauptung[76], (12) und (13) beide als falsch zu bezeichnen sei nicht besser, als beiden Sätzen den Wert *wahr* zuzuordnen, erscheint mir daher unzutreffend.

Lewis' Analyse kontrafaktischer Ksätze ließe sich also durch die Einführung eines dritten Wahrheitswertes zwar etwas verbessern, kann aber im Gegensatz zu Stalnakers Analyse notfalls auch ohne dieses Supplement verteidigt werden. Des weiteren bleibt festzuhalten, daß eine Mengen-Sfunktionen-Semantik à la Lewis[77] auf einfache Weise so modifiziert werden kann, daß jeder kontrafaktische Ksatz denselben Wahrheitswert erhält wie bei Stalnaker. Hierzu müßte man definieren:

$$A \Box\!\!\rightarrow C \text{ ist in } j \begin{cases} \text{wahr, wenn } s(j, A) \subseteq |C| \text{ ist,} \\ \text{falsch, wenn } s(j, A) \subseteq |\neg C| \text{ ist,} \\ \text{unbestimmt, wenn } s(j, A) \cap |C| \text{ und } s(j, A) \cap |\neg C| \text{ beide nicht leer sind.} \end{cases}$$

Wenn also Stalnakers Analyse eher mit den (zu vermutenden) Urteilen kompetenter Sprecher hinsichtlich der Wahrheitswerte kontrafaktischer Ksätze vereinbar scheint als Lewis', dann ist dieser Vorzug auf das Operieren mit einem dritten Wahrheitswert zurückzuführen, nicht aber auf die Singularitätsannahme. Stalnaker präsentiert somit einen Vorzug seiner Theorie, der bei genauerer Betrachtung nicht als Argument für die Singularitätsannahme gewertet werden kann, den er angesichts seiner vorangehenden Erklärung, diese rechtfertigen zu wollen, anscheinend jedoch als Argument hierfür gewertet wissen möchte.

Aber vielleicht werden die Vorteile der Singularitätsannahme deutlicher, wenn wir uns dem Prinzip KAD zuwenden. Dessen logische Wahrheit in Stalnakers Semantik ist tatsächlich dieser Annahme zuzuschreiben und wäre daher ein gewichtiges Argument, sie zu akzeptieren, falls die logischen Intuitionen kompetenter Personen dafür sprächen, KAD als logisch wahr auszuzeichnen. - Es ist m.E. jedoch kaum plausibel, eine Disjunktion als wahr zu bewerten, wenn keines ihrer Disjunkte wahr ist. Stalnaker hingegen will solche

[76] Vgl. Stalnaker (84), S. 136.
[77] Vgl. Lewis (73a), S. 57 - 60 sowie S. 45 f. der vorliegenden Arbeit.

Wahrheitswertverteilungen zulassen. Seiner supplementierten Theorie zufolge muß $(A\Box\!\!\rightarrow C)\vee(A\Box\!\!\rightarrow\neg C)$ auch dann wahr sein, wenn beide Disjunkte unbestimmt sind. Wesentlich naheliegender erscheint mir, in Übereinstimmung mit fast allen bisher vorgeschlagenen dreiwertigen Logiken natürlicher Sprachen festzulegen, daß Disjunktionen zweier unbestimmter Sätze stets unbestimmt sind.[78] In einer Mengen-Sfunktionen-Semantik, in der $A\Box\!\!\rightarrow C$ in j wahr, falsch oder unbestimmt ist, je nachdem, ob jede, keine oder nur einige der j maximal ähnlichen A-Welten zur Menge der C-Welten gehören, wäre KAD demnach ein Prinzip, das aus logischen Gründen wahr oder unbestimmt ist.

Damit dürfte klar sein, daß auch die Gültigkeit des Distributionsschlusses keine wünschenswerte Konsequenz der Singularitätsannahme ist. Konditionale sollten nicht so interpretiert werden, daß dieser Schluß sich als gültig erweisen läßt. Denn Satz (15) ist, wie Stalnaker zugibt, wahr, während (12) und (13), wie Stalnaker ebenfalls zugibt, beide nicht wahr sind, so daß - im Widerspruch zum Distributionsschluß - auch die Disjunktion aus (12) und (13) nicht wahr sein kann. (Freilich setze ich hier die traditionelle Disjunktionsregel voraus, nach der eine wahre Disjunktion mindestens ein wahres Disjunkt haben muß.)

Trotzdem erscheint es mir in diesem Zusammenhang unerläßlich, eine interessante Argumentation zu diskutieren, mit der Stalnaker anhand der Umgangssprache zu rechtfertigen versucht, daß der Distributionsschluß in seiner Semantik gültig ist. Die Wiedergabe dieser Argumentation setzt allerdings voraus, daß die hier eingeführte formale Sprache L um Individuen- und Prädikatvariablen, Individuen- und Prädikatkonstanten sowie Existenz- und Allquantoren ergänzt wird. Da diese zusätzlichen L-Ausdrücke nur an sehr wenigen Stellen der vorliegenden Arbeit benötigt werden, wäre der selbst mit einer *knappen* Einführung in die Prädikatenlogik verbundene Aufwand durch den Zweck nicht gerechtfertigt. Ich empfehle dem Leser daher, gegebenenfalls eines der zahlreichen Logiklehrbücher zu Rate zu ziehen.[79] - Stalnakers Argumentation[80] setzt bei der Beobachtung an, daß

(17) Präsident Carter muß eine Frau zum Supreme Court berufen

mehrdeutig ist, da der Skopus des quantifizierenden Ausdrucks „eine Frau“ unterschiedlich gedeutet werden kann. Dieser Ausdruck hat entweder weiten oder engen Skopus. Im ersten Fall läßt sich (17) durch den Satz $\exists x(\Box F(x))$ formalisieren, im zweiten Fall durch $\Box\exists x(F(x))$.

[78] Vgl. Blau (78), S. 86 f.
[79] Z.B. v. Kutschera (79), Kap. 8 und 9.
[80] Vgl. Stalnaker (84), S. 137 - 139.

F(x) steht für „Carter muß x zum Supreme Court“ berufen, und der Ausdruck $\Box$ ist als deontischer Notwendigkeitsoperator aufzufassen. - Die Individuenmenge, über die jeweils quantifiziert wird, sei für jede mögliche Welt dieselbe.

Die logisch schwächere, durch $\Box\exists x(F(x))$ formalisierbare Lesart des Satzes (17) ist natürlich naheliegender. Wer die andere Lesart zum Ausdruck bringen will, sollte besser sagen:

(18) Es gibt eine Frau, die von Carter zum Supreme Court berufen werden muß.

Angenommen, eine aufrichtige Person X hält (18) für falsch und äußert (17). Der Adressat Y stellt daraufhin die Frage, welche Frau der Präsident berufen muß - eine Frage, die deutlich macht, daß Y Satz (17) fälschlicherweise im Sinne von (18) verstanden hat. X wäre unaufrichtig, würde er mit der Nennung eines Personennamens antworten. Unangemessen wäre auch die Antwort, er wisse nicht, wen Carter berufen muß. Denn auf diese Weise würde X den Adressaten in seinem Mißverständnis bestätigen. Richtig wäre vielmehr, das Mißverständnis durch die Mitteilung zu korrigieren, Carter müsse zwar eine Frau berufen, es gebe aber keine bestimmte Frau, die er berufen müsse.

Vergleichen wir nun die logischen Beziehungen zwischen den Formeln $\exists x(\Box F(x))$ und $\Box\exists x(F(x))$ mit denjenigen zwischen $\exists x(A \Box\!\!\rightarrow F(x))$ und $A \Box\!\!\rightarrow \exists x(F(x))$. Stalnaker und Lewis stimmen darin überein, daß bei beiden Satzpaaren aus dem Existenzsatz der jeweils andere logisch folgt. Aber nur Lewis ist der Auffassung, daß in beiden Fällen der Existenzsatz der logisch stärkere ist. Stalnaker betrachtet die Sätze $\exists x(A \Box\!\!\rightarrow F(x))$ und $A \Box\!\!\rightarrow \exists x(F(x))$ als logisch äquivalent. Die Gültigkeit des Schlusses von $A \Box\!\!\rightarrow \exists x(F(x))$ auf $\exists x(A \Box\!\!\rightarrow F(x))$ ergibt sich für ihn unmittelbar aus der Gültigkeit des Distributionsschlusses. Denn die Existenzsätze $\exists x(F(x))$ und $\exists x(A \Box\!\!\rightarrow F(x))$ lassen sich als Abkürzungen von Disjunktionen auffassen (Disjunktionen, die nur im Falle einer endlichen Individuenmenge endlich sind).

Wenn es inadäquat wäre, Konditionale so zu interpretieren, daß der Distributionsschluß gültig ist, dann müßten natürlichsprachige Sätze, die z.B. durch $A \Box\!\!\rightarrow \exists x(F(x))$ formalisierbar sind, eine ähnliche Skopusambiguität aufweisen wie (17). Nach Stalnakers Befund gibt es bei solchen Sätzen aber keine derartigen Skopusambiguitäten. Stalnaker sieht sich z.B. außer Stande, unterschiedliche Lesarten des Satzes

(19) Wenn es am Supreme Court zu einer Vakanz gekommen wäre, hätte Carter eine Frau berufen

auszumachen.

Er versucht, ein Argument für die Eindeutigkeit dieses Satzes zu konstruieren, indem er einen imaginären Dialog vorstellt, der sich in aufschlußreicher Weise von dem durch die Äußerung des Satzes (17) initiierten Dialog unterscheidet: Angenommen, eine aufrichtige Person X äußert (19). X glaubt, daß der Präsident im Falle einer Vakanz durch Losentscheid zwischen mehreren von ihm ausgewählten Frauen eine Neubesetzung vorgenommen hätte. Der Adressat stellt nun die Frage, welche Frau von Carter berufen worden wäre, wenn es zu einer Vakanz gekommen wäre. X antwortet, er wisse dies nicht. - Anders als im vorigen Dialog erscheint Stalnaker diese Antwort *hier* durchaus angemessen. Insbesondere sei nicht zu erkennen, inwiefern sie den Adressaten in einem Mißverständnis bestätigen könnte. - Lewis' Position zufolge hätte X die Frage hingegen etwa folgendermaßen beantworten müssen: Carter hätte dann eine Frau berufen; es gibt aber keine bestimmte Frau, die er berufen hätte. – Diese Antwort sei jedoch seltsam, da nicht klar sei, welche Unterscheidung durch *aber* angezeigt werden soll.

Kommen wir zur kritischen Bewertung dieser Argumentation: M.E. muß Stalnaker eingeräumt werden, daß Satz (19) kaum aufgrund einer Skopusambiguität mißverstanden werden kann. Dies gilt jedoch auch für Satz (17), der sich nur mit Mühe so verstehen läßt, daß der quantifizierende Ausdruck weiten Skopus erhält. Ferner wäre die Existenz unterschiedlicher (wenn auch unterschiedlich stark präferierter) Skopuslesarten des Satzes (19) zwar, wie Stalnaker meint, ein guter Grund, Konditionale so zu interpretieren, daß der Distributionsschluß ungültig ist; sie stellt jedoch keine notwendige Voraussetzung für eine solche Interpretation dar. Hinreichend wäre bereits, daß es im Deutschen zwei Sätze gibt, so daß

1. im Zuge derselben Formalisierung der erste durch $A \Box\!\!\rightarrow \exists x(F(x))$ und der zweite durch $\exists x(A \Box\!\!\rightarrow F(x))$ formalisiert werden kann und
2. eine Situation möglich ist, in der nur der erste Satz wahr ist.

Kandidaten für die Erfüllung dieser Bedingungen sind z.B. die Sätze (19) und

(20) Es gibt eine Frau, die Carter berufen hätte, wenn es am Supreme Court zu einer Vakanz gekommen wäre.

Angenommen, der Präsident hätte, wenn eine Neubesetzung notwendig geworden wäre, per Los zwischen mehreren Frauen entschieden. In jedem Fall wäre dann eine Frau Richterin am Supreme Court geworden. (19) wäre also, zumindest in der präferierten Lesart, wahr. - Warum aber sollte (20) wahr sein, obwohl es keine weibliche Person x gibt, für die der Satz „Carter hätte x berufen, wenn es am Supreme Court zu einer Vakanz gekommen wäre" wahr ist? Auch nach Stalnakers Theorie ist dieser offene Satz in der vorausgesetzten Situation für jede Person x falsch oder unbestimmt (je nachdem, ob x an der Verlosung teilnimmt oder nicht). Es liegt dann jedoch nahe, der plausiblen Regel zu folgen, daß eine Disjunktion, die kein wahres und mindestens eine unbestimmtes Disjunkt enthält, unbestimmt ist, und Satz (20) den Wert *unbestimmt* zuzuordnen. - Will man auf die Einführung eines dritten Wahrheitswertes verzichten, so bleibt offenbar nichts anderes übrig, als (20) in Übereinstimmung mit Lewis' Theorie als falsch zu bewerten.

Durch das Beispiel der Sätze (19) und (20) zeigt sich somit erneut, daß die Gültigkeit des Distributionsschlusses *keine* wünschenswerte Konsequenz der Singularitätsannahme ist.

Wir benötigen allerdings noch eine alternative Erklärung für den von Stalnaker herausgestellten Unterschied der beiden fiktiven Dialoge; eine Erklärung also, die nicht die These einschließt, daß es irrelevant sei, ob der Skopus des quantifizierenden Ausdrucks in Satz (19) weit oder eng gefaßt wird. Warum also erscheint es nicht abweichend oder irreführend, daß die Person X im zweiten Dialog mit „Ich weiß es nicht" antwortet statt, wie im ersten, das Mißverständnis des Adressaten zu korrigieren, indem sie die „weite-Skopus-Lesart" zurückweist?

Hierauf gibt es eine plausible Antwort, wenn wir annehmen, daß - im Gegensatz zu Stalnakers Auffassung - kompetente und hinreichend informierte Sprecher Satz (20) im Kontext des zweiten Dialogs am ehesten als unbestimmt bewerten würden:[81] Im ersten Dialog weiß X, daß es niemand gibt, den Carter berufen muß, und verneint daher Satz (18), die Existenzpräsupposition der Frage, wen Carter berufen muß. Als aufrichtiger Sprecher kann X dagegen nicht Satz (20) verneinen, also die Existenzpräsupposition der Frage, wen der Präsident im Falle einer Vakanz berufen hätte. Denn X bewertet (20) zu Recht als unbestimmt

[81] Aus Stalnakers Adaption des Ansatzes von v. Fraassen ergibt sich, daß (20) nach Stalnaker im angegebenen Kontext wahr ist.

und folgt als aufrichtiger Sprecher der Maxime, nur solche Sätze zu verneinen, die er für falsch hält.[82] - Die ausweichende Antwort „Ich weiß es nicht“ muß hier, wie auch in anderen Fällen der Unterdeterminiertheit semantischer durch außersprachliche Sachverhalte, im Sinne von „Das läßt sich nicht sagen“ verstanden werden. (Beispielsweise wäre es nicht ungewöhnlich, wenn jemand, nach dessen Einschätzung die Firma F im Vagheitsbereich des Begriffs „Großbetrieb“ liegt, die Frage „Ist F ein Großbetrieb?“ zögerlich mit „Das weiß ich nicht“ beantwortet. Auch hier wäre diese Antwort nicht als Eingeständnis fehlender Sachkenntnis zu deuten.)

Mit einer Ausnahme sind nunmehr alle Argumente vorgestellt und diskutiert, die in der inzwischen schon als klassisch geltenden[83] Stalnaker/Lewis-Debatte über die Singularitätsannahme eine wichtige Rolle gespielt haben. Die Ausnahme betrifft folgendes Problem, mit dem Lewis seinen Kontrahenten konfrontiert sieht:[84] Wie bereits erwähnt, sind Sätze der Art „Wenn A wahr wäre, könnte C wahr sein“ Lewis zufolge als Negationen von „Wenn A wahr wäre, wäre non-C wahr“ aufzufassen. Er definiert daher $A\Diamond\!\!\rightarrow C$, eine Formalisierung solcher Sätze, als Abkürzung für $\neg(A\Box\!\!\rightarrow\neg C)$. - Wenn nun das Prinzip KAD (also $(A\Box\!\!\rightarrow C)\vee(A\Box\!\!\rightarrow\neg C)$) logisch wahr wäre, dann folgte aufgrund dieser Definition aus $A\Diamond\!\!\rightarrow C$ logisch $A\Box\!\!\rightarrow C$.[85] Es ist jedoch beispielsweise eine Situation vorstellbar, in der es *wahr* ist, daß die Sechs *hätte fallen können*, wenn jemand gewürfelt hätte, aber *nicht wahr* (Lewis würde sagen: *falsch*), daß die Sechs dann *gefallen wäre*. - Wenn Stalnaker an KAD festhalten will, kann er dieses Problem nur vermeiden, indem er eine plausible Alternative zu Lewis' Definition von $A\Diamond\!\!\rightarrow C$ angibt.

Stalnaker hat daraufhin vorgeschlagen, $A\Diamond\!\!\rightarrow C$ durch $\Diamond(A\Box\!\!\rightarrow C)$ zu definieren, wobei der Ausdruck $\Diamond$ als *epistemischer* Möglichkeitsoperator zu verstehen sei. Diese Definition sei vor allem aus zwei Gründen der von Lewis angegebenen vorzuziehen:[86]

[82] Nach U. Blau gilt für Negationen der Umgangssprache im Normalfall: Non-A ist *wahr*, wenn A falsch, *falsch*, wenn A wahr und *unbestimmt*, wenn A unbestimmt ist; vgl. Blau (78), S. 78. Demnach kann der sprachkompetenten Person X unterstellt werden, daß sie neben (20) auch
(21) Es gibt keine Frau, die Carter berufen hätte, wenn ...
als unbestimmt betrachtet. Durch die Äußerung von (21) (= non-(20)) würde sie also die Maxime verletzen, nur das zu behaupten, was sie für wahr hält.
[83] Vgl. Harper (81), S. 4.
[84] Vgl. Lewis (73a), S. 80.
[85] Da zudem aus $\Diamond A$ logisch $(A\Box\!\!\rightarrow C)\supset(A\Diamond\!\!\rightarrow C)$ folgt, wäre somit $\Diamond A\supset((A\Box\!\!\rightarrow C)\equiv(A\Diamond\!\!\rightarrow C))$ logisch wahr.
[86] Vgl. Stalnaker (84), S. 142 - 146.

1. Die Konjunktion der Sätze „Es ist falsch, daß wenn A wahr wäre, C wahr wäre“ und „Wenn A wahr wäre, könnte C wahr sein“ ist in einem pragmatischen Sinne widersprüchlich. Der Fall ähnelt der aus Moores Paradox bekannten Konjunktion „Es regnet, aber ich glaube nicht, daß es regnet“.[87] - Stalnaker kann die Ähnlichkeit der beiden Konjunktionen erklären, indem er erstere als Spezialfall von „Es ist falsch, daß B, aber es könnte wahr sein, daß B“ auffaßt und durch $\neg(A \Box\!\!\rightarrow C) \& \Diamond(A \Box\!\!\rightarrow C)$ formalisiert. Lewis hingegen ignoriert durch seine Formalisierung $\neg(A \Box\!\!\rightarrow C) \& \neg(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$ ihre pragmatische Widersprüchlichkeit.
2. Der Satz „Wenn A wahr wäre, könnte C falsch sein, aber ich glaube, daß C wahr wäre, wenn A wahr wäre“ ist keineswegs widersprüchlich. Nach Stalnakers Theorie ist dies auch nicht zu erwarten, denn man kann $A \Box\!\!\rightarrow \neg C$ für möglich halten und dennoch $A \Box\!\!\rightarrow C$ glauben. Lewis zufolge müßte der obige Satz hingegen in derselben Weise widersprüchlich sein wie „Es regnet nicht, aber ich glaube, daß es regnet“. Das erste Konjunkt ist nämlich durch $A \Diamond\!\!\rightarrow \neg C$, nach Lewis also auch durch das hiermit logisch äquivalente $\neg(A \Box\!\!\rightarrow C)$ formalisierbar, während der Satz, den der Sprecher im zweiten Konjunkt zu glauben behauptet, durch $A \Box\!\!\rightarrow C$ formalisiert werden kann.

Lewis hat die Idee, $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ durch $\Diamond(A \Box\!\!\rightarrow C)$ zu definieren, bereits in (73a)[88] mit folgender Begründung verworfen: Angenommen, in Stalnakers Tasche befand sich zu einem Zeitpunkt t kein Pfennig. Der Satz „Wenn Stalnaker zu t seine Tasche durchsucht hätte, hätte er vielleicht einen Pfennig gefunden“ sei dann falsch. Wenn wir diesen Satz durch $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ formalisieren und A und C in geeigneter Weise interpretieren, müßte die Formel $\Diamond(A \Box\!\!\rightarrow C)$, falls sie das Definiens von $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ wäre, demnach auch falsch sein. Tatsächlich sei sie jedoch wahr. Schließlich gebe es eine zugängliche Welt, in der sich zu t ein Pfennig in Stalnakers Tasche befand und $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr ist.

Natürlich glaubt Stalnaker, seine erst in (79) vorgeschlagene Definition gegen diesen Einwand verteidigen zu können. Er stellt zunächst klar, daß der im Definiens vorkommende Operator $\Diamond$ nicht, wie Lewis unterstellt, als ontische, sondern als epistemische Modalität zu deuten sei. Ob eine mögliche Welt von der realen Welt aus zugänglich ist, hänge also davon ab, ob eine bestimmte Person sie für möglich hält. Der in Lewis’ Beispiel durch $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ formalisierte Satz könne demnach, entgegen Lewis’ Auffassung, auch dann wahr sein, wenn sich kein Pfennig in Stalnakers Tasche befand.

[87] Das Paradox besteht darin, daß dieser Satz widersprüchlich erscheint, obwohl seine Konjunkte zusammen wahr sein können.
[88] Vgl. S. 80 f.

Stalnaker räumt ein, daß der genannte Satz auch eine Lesart zuläßt, bei der seine Wahrheit unter dieser Bedingung ausgeschlossen ist. Um dieser Lesart gerecht zu werden, müsse die epistemische Interpretation des Möglichkeitsoperators jedoch nicht aufgegeben, sondern nur der ontischen angeglichen werden. Stalnaker schlägt vor, im Falle der von Lewis anvisierten Lesart eines durch *vielleicht* qualifizierten Ksatzes diejenigen Welten als zugänglich aufzufassen, die der Sprecher des Satzes für möglich halten würde, wenn ihm alle für den Wahrheitswert des entsprechenden *un*qualifizierten Satzes relevanten Fakten bekannt wären.

M.E. präsentiert Stalnaker hier eine Notlösung, die unabhängig von den durch sie induzierten Wahrheitswertzuordnungen nicht gerechtfertigt werden kann und für die in einer plausiblen Modellierung dessen, was Sprecher solcher Ksätze zu verstehen geben wollen, kein Platz ist. - Dennoch dürfte es möglich sein, Stalnakers Definition gegen Lewis' Einwand zu verteidigen. Dies könnte wie folgt geschehen: Der im Definiens verwendete Möglichkeitsoperator ist in einigen Kontexten epistemisch, in anderen ontisch zu deuten. Letzterenfalls muß eine Welt, um (von der realen Welt aus) zugänglich zu sein, mit den Naturgesetzen übereinstimmen. Manchmal muß sie zudem mit der realen Welt hinsichtlich aller Fakten übereinstimmen, die bis zu einem bestimmten Zeitpunkt realisiert sind, auf den im Antecedens Bezug genommen wird. In Lewis' Pfennig-Beispiel muß genau diese zusätzliche Anforderung erfüllt sein. Der Satz „Wenn Stalnaker zu t seine Tasche durchsucht hätte, hätte er vielleicht einen Pfennig gefunden" ist daher, im Einklang mit Lewis' Intuition, falsch, wenn sich zu t kein Pfennig in Stalnakers Tasche befand.

Anscheinend ist es also möglich, $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ so zu definieren, daß an der logischen Wahrheit von KAD festgehalten werden kann, ohne den Unterschied zwischen $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ und $A \Box\!\!\rightarrow C$ zu verwischen. Wenigstens eines der vorgestellten Argumente gegen die Singularitätsannahme ist demnach nicht stichhaltig. Die übrigen bleiben jedoch in Kraft, auch wenn Stalnakers Definition des dyadischen Operators $\Diamond\!\!\rightarrow$ der von Lewis angegebenen vorzuziehen ist.

## *2.6 Ein Kompromißvorschlag*

Ob und wie Lewis auf die beiden oben dargelegten Haupteinwände gegen seine Definition geantwortet hat, ist mir nicht bekannt. Er könnte die aufgezeigten Mängel zumindest partiell im Rahmen derjenigen Modifikation seiner Theorie beheben, die auch geeignet ist, den anhand des Verdi/Bizet-Beispiels aufgezeigten Mangel zu beseitigen. - Wie bereits erläutert, sind Lewis' Falschheitsbedingungen für kontrafaktische Ksätze in den meisten Kontexten etwas zu schwach. Sie sind angemessen für Sätze wie

(21) Es steht fest, daß C wahr wäre, wenn A wahr wäre.

Zwischen (21) und

(22) Wenn A wahr wäre, wäre C wahr

besteht m.E. jedoch ein semantischer Unterschied, der in Situationen deutlich wird, in denen weder feststeht, daß C wahr, noch daß C falsch wäre, falls A wahr wäre. In solchen Situationen ist (21) eindeutig falsch, während kompetente, über die relevanten Fakten informierte Sprecher (22) wahrscheinlich weder als wahr noch als falsch bezeichnen würden. Insofern liegt es nahe, (22) als unbestimmt zu definieren, sofern - modellhaft gesprochen - die maximal ähnlichen Antecedenswelten nur teilweise auch Konsequenswelten sind.

Insgesamt besteht mein Vorschlag zur Modifikation von Lewis' Theorie aus drei Punkten:

1. Sätze vom Typ (21) werden durch $f(A \Box\!\!\rightarrow C)$ (lies: es steht ***f***est, daß ...), solche vom Typ (22) durch $A \Box\!\!\rightarrow C$ formalisiert.
2. $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ wird als Abkürzung für $\neg f(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$, $f\neg(A \Box\!\!\rightarrow C)$ als Notationsvariante von $f(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$ definiert.
3. Die Bedingungen für Wahrheit, Falschheit und Unbestimmtheit werden wie folgt festgelegt:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| | $A \Box\!\!\rightarrow C$ | $f(A \Box\!\!\rightarrow C)$, $f\neg(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$ | $\neg(A \Box\!\!\rightarrow C)$ | $\neg f(A \Box\!\!\rightarrow C)$, $A \Diamond\!\!\rightarrow \neg C$ |
| $s(j, A) \subseteq \lvert C \rvert$ | w | w | f | f |
| $s(j, A) \cap \lvert C \rvert \neq \varnothing$ und $s(j, A) \cap \lvert \neg C \rvert \neq \varnothing$ | u | f | u | w |
| $s(j, A) \subseteq \lvert \neg C \rvert$ | f | f | w | w |

Entsprechend gilt:

| | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| | $A \Box\!\!\rightarrow \neg C$ | $f(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$, $f\neg(A \Box\!\!\rightarrow C)$ | $\neg(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$ | $\neg f(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$, $A \Diamond\!\!\rightarrow C$ |
| $s(j, A) \subseteq \lvert C \rvert$ | f | f | w | w |
| $s(j, A) \cap \lvert C \rvert \neq \varnothing$ und $s(j, A) \cap \lvert \neg C \rvert \neq \varnothing$ | u | f | u | w |
| $s(j, A) \subseteq \lvert \neg C \rvert$ | w | w | f | f |

Inwiefern wird durch diesen Vorschlag Stalnakers Einwänden gegen Lewis' Definition des Operators $\Diamond\!\!\rightarrow$ partiell Rechnung getragen?

Stalnaker kritisiert, daß nach Lewis zwischen den Sätzen „Es ist falsch, daß wenn A wahr wäre, C wahr wäre“ und „Wenn A wahr wäre, könnte C wahr sein“ keinerlei Konflikt besteht (erster Einwand). *Nun* sind diese Sätze jedoch durch $\neg(A \Box\!\!\rightarrow C)$ und $\neg f(A \Box\!\!\rightarrow \neg C)$ formalisierbar - zwei Formeln, die nicht zusammen wahr sein können (vgl. die Spalten 3 und 8). Außerdem kritisiert Stalnaker, daß Sätze wie „Wenn A wahr wäre, könnte C falsch sein; aber ich glaube, daß C wahr wäre, wenn A wahr wäre“ Lewis zufolge dem Schema „Non-B, aber ich glaube, daß B“ subsumierbar sind (zweiter Einwand). Diese Subsumierbarkeit ist *hier* nicht mehr gegeben. Im ersten Konjunkt behauptet der Sprecher $\neg f(A \Box\!\!\rightarrow C)$, im zweiten erklärt er, $A \Box\!\!\rightarrow C$ zu glauben. - Wie ein Blick auf die Wahrheitswerttafeln zeigt (vgl. die Spalten 1 und 4), ist die komplexe Behauptung demnach weiterhin in gewisssem Sinne widersprüchlich: Zwar ist es möglich, daß keines ihrer Konjunkte falsch ist; es ist jedoch ausgeschlossen, daß beide wahr sind. Auch hiermit wäre Stalnaker nicht einverstanden.

Die Frage, ob sich seine verbleibenden Einwände gegen die Definition $A\Diamond\!\!\rightarrow C =_{Def.} \neg f(A\Box\!\!\rightarrow\neg C)$ ausräumen ließen oder ob Stalnakers Definition doch vorzuziehen ist, hat für das Folgende kaum Bedeutung und kann daher offenbleiben.

## *2.7 Sollte* A&C *logisch stärker sein als* $A\Box\!\!\rightarrow C$*?*

Nach der Diskussion der Einwände, die Stalnaker und Lewis *gegeneinander* erheben, wird uns nun ein Einwand beschäftigen, der *gegen beide* gerichtet ist.

Stalnaker fordert, daß $s(i, |A|) = i$ ist, falls gilt: $i \in |A|$. Und Lewis verlangt, daß Sphärenmengen zentriert sind, daß also jede Sphärenmenge $\mathbf{S}_i$ die Menge $\{i\}$ enthält. Jeder der beiden muß deshalb angesichts der von ihm angegebenen Wahrheitsbedingungen für Konditionale den Schluß von A&C auf $A\Box\!\!\rightarrow C$ als gültig anerkennen. Nach Stalnaker muß, falls A&C in i wahr ist, $s(i, |A|) \in |C|$ und somit $A\Box\!\!\rightarrow C$ in i wahr sein. Für Lewis gilt: Ist A&C in i wahr, so enthält $\mathbf{S}_i$ mit $\{i\}$ eine Sphäre, in der erstens eine A-Welt und zweitens keine A&¬C-Welt liegt. Auch hieraus folgt die Wahrheit von $A\Box\!\!\rightarrow C$ in i.

Daß beide somit nicht die Möglichkeit eines wahren kontrafaktischen Ksatzes mit wahrem Antecedens ausschließen, ist allgemein akzeptiert worden. Im Anschluß an Lewis hat sich die Betrachtungsweise durchgesetzt, daß der Konjunktiv Plusquamperfekt zwar ein konventionelles Mittel ist, die Falschheit des Antecedens zu signalisieren, daß Sätze wie „Wenn A wahr gewesen wäre, wäre C wahr gewesen" jedoch nur *konventionell* und nicht *logisch* die Falschheit von A implizieren. Non-A wird unterstellt, aber nicht behauptet. Kontrafaktische Ksätze mit wahrem Antecedens sind daher stets irreführend, nicht aber notwendigerweise falsch. - Konventionelle Implikationen kommen häufig durch Partikeln und Konjunktionen zustande.
Hier ein Beispiel für einen wahren Satz, der aufgrund der Partikel „sogar" etwas Falsches konventionell impliziert: Sogar Brasilien hatte sich für die Fußball-WM 98 qualifiziert.

Kritisiert wurde die Auffassung, daß $(A\&C)\supset(A\Box\!\!\rightarrow C)$ als logisch wahr festzulegen sei, deshalb, weil - wie etwa D. Nute[89] und M. Pendlebury[90] meinen - $A\Box\!\!\rightarrow C$ nicht wahr sein könne, wenn zwischen den durch A und C formalisierten Sätzen keinerlei inhaltlicher Zusammenhang besteht. Es mag stimmen, daß der Himmel blau und das Gras grün ist. Aber der Satz

(23) Wenn der Himmel blau wäre, wäre das Gras grün

ist, so diese Kritik, falsch - und zwar nicht wegen der Wahrheit des Antecedens, sondern aufgrund des Fehlens eines inhaltlichen Zusammenhangs zwischen Antecedens und Konsequens.

Lewis führt zu seiner Verteidigung an[91], daß Sätze wie (23) zwar recht merkwürdig („odd") erscheinen und daher für gewöhnlich nicht behauptet werden. „Odditiy" dürfe jedoch nicht mit Falschheit verwechselt werden. Und gerade weil solche Sätze in der allgemeinen sprachlichen Praxis nicht vorkommen, haben wir, so Lewis, bei der Beurteilung ihrer Wahrheitswerte keine klaren Intuitionen, gegen die seine und Stalnakers Theorie verstoßen könnte. In solchen Fällen sei es erlaubt, unsere vagen vortheoretischen Sprachintuitionen aus systematischen Gründen zu präzisieren bzw. zu korrigieren.

J. Bennett gesteht dieser Verteidigung einige Plausibilität zu, sofern, wie bei Satz (23), die Wahrheit des Antecedens weder für noch gegen die Wahrheit des Konsequens spricht. Problematischer seien jedoch Fälle, in denen das Konsequens zutrifft, *obwohl* das Antecedens zutrifft. - Er stellt folgendes Beispiel vor:[92]

Suppose that I believe...that Caspar didn't come to the party and that the party was a bad one, and I say „If Caspar had come, the party would have been a good one." You hear me say this, and you know that Caspar did attend the party and that it was a good party, but you also know that Caspar ruins most parties he attends, and that he nearly ruined this one.

Bennett berichtet, die meisten der von ihm befragten Personen seien der Auffassung gewesen, der Satz „If Caspar had come, the party would have been a good one" sei im beschriebenen Kontext falsch. Die übrigen hätten ihn als „not true" bezeichnet.

[89] Vgl. Nute (75a), S. 476 f.
[90] Vgl. Pendlebury (89), S. 200 - 204.
[91] Vgl. Lewis (73a), S. 28.
[92] Vgl. Bennett (74), S. 387 f.

Nun ist es vermutlich unmöglich, eine semantische Theorie der Ksätze zu entwickeln, welche die Urteile kompetenter Sprecher stets als oberste Instanz respektiert und zudem größtmögliche Kohärenz aufweist. Nehmen wir Ksätze ins Blickfeld, deren Antecedens oder Konsequens sich im Skopus einer der Partikeln „selbst“, „sogar“ oder „auch“ befindet, so wird deutlich, daß das Kohärenzideal tatsächlich danach verlangt, sich über die Urteile von Bennetts Testpersonen hinwegzusetzen. Der Satz „*Selbst* wenn Kaspar gekommen wäre, wäre die Party gut gewesen“ erscheint nämlich bezüglich der geschilderten Situation wesentlich akzeptabler. Störend ist allein, daß durch ihn per konventionelle Implikation fälschlich unterstellt wird, Kaspar sei nicht gekommen. Auch Bennett würde jedoch einräumen, daß dies kein Grund sein kann, den obigen Satz als falsch zu bezeichnen. Wenn er aber wahr ist *und sich die Wahrheitsbedingungen eines Ksatzes durch die Hinzufügung der Partikel „selbst“ (bzw. „even“) nicht verändern*, so müssen wir auch den Satz „If Caspar had come, the party would have been a good one“ als wahr akzeptieren.

Für die These, daß der Gebrauch der Partikel „selbst“ in einem beliebigen Behauptungssatz hinsichtlich dessen Wahrheitsbedingungen irrelevant ist, hat F. Jackson auf überzeugende Weise argumentiert. Gelegentlich wurde zwar die Ansicht vertreten, aus „Selbst wenn A wahr wäre, wäre C wahr“ folge logisch C.[93] Dies ist jedoch anhand folgender Beispiele leicht widerlegbar:

(24) Selbst wenn ich nur zwei Minuten zu spät gekommen wäre, hätte ich meinen Job verloren.

(25) Selbst wenn ich das Studium abgeschlossen hätte, wäre ich heute arbeitslos.

(26) Selbst wenn der Salat nur mit wenig Essig zubereitet gewesen wäre, hätte ich ihn nicht gegessen.

Es sei angenommen, daß diese drei Sätze wahr sind. Der erste wird von einer Person geäußert, die ihren Arbeitsplatz gerade noch pünktlich erreicht und ihren Job nicht verloren hat. Der Sprecher des zweiten hat sein Studium frühzeitig abgebrochen, eine Firma gegründet und ist heute *nicht* arbeitslos. Der des dritten hat seinen Salat gegessen, weil dieser keinen Tropfen Essig enthielt.

Nach Jacksons Auffassung[94] löst das Wort „selbst“, als Partikel verwendet (also nicht als Reflexivpronomen), konventionelle Implikationen aus. Was dabei jeweils konventionell

[93] Vgl. etwa Mackie (73), S. 78, Pollock (75), S. 52 und Gärdenfors (88), S. 152 f.
[94] Vgl. Jackson (87), S. 44 - 47.

impliziert wird, hängt u.a. vom Skopus dieses Wortes ab und ist häufig nur recht vage bestimmbar. - Vergleichen wir z.B. die Sätze

(27) Karpov hat selbst Hübner mattgesetzt

und

(28) Selbst Karpov hat Hübner mattgesetzt.[95]

In ihren Wahrheitsbedingungen unterscheiden sich beide nicht von

(29) Karpov hat Hübner mattgesetzt.

Da „selbst" in (27) nicht denselben Skopus hat wie in (28), besteht jedoch folgender Unterschied: (27) impliziert konventionell (d.h. aufgrund der konventionellen Bedeutung der Partikel „selbst"), daß für alle oder die meisten von Hübner und Karpov verschiedenen Personen P einer bestimmten Gruppe (z.B der der Turnierteilnehmer) gilt:

1. Karpov hat P mattgesetzt.
2. (1) ist weniger erstaunlich als (29).

Dagegen impliziert (28) konventionell, daß für alle oder die meisten von Hübner und Karpov verschiedenen Personen P derselben Gruppe gilt:

1. P hat Hübner mattgesetzt.
2. (1) ist weniger erstaunlich als (29).

So wird erklärbar, warum (27) ein Kompliment für Karpov ist, während durch (28) eine abschätzige Bewertung seiner Spielstärke zum Ausdruck kommt.

Jackson wendet diesen Ansatz auch auf konditionale Behauptungssätze an: „Selbst wenn A zuträfe, träfe C zu" impliziert konventionell, daß für (fast) alle Sätze S einer anhand des Kontextes bestimmbaren Satzmenge gilt:

1. „Wenn S zuträfe, träfe C zu" ist wahr.
2. (1) ist eher als normal oder selbstverständlich anzusehen als die Wahrheit des Satzes „Wenn A zuträfe, träfe C zu".

Jacksons weiteren Ausführungen zufolge enthält die kontextabhängige Satzmenge in den meisten Fällen lediglich die Negation des Antecedens. „Selbst wenn A zuträfe, träfe C zu"

[95] Bei Jackson finden sich andere Beispiele; vgl. a.a.O.

impliziert dann konventionell „Wenn non-A zuträfe, träfe C zu". Da die Partikel „selbst" logisch irrelevant ist, kann die Konjunktion dieser Ksätze durch $(A \Box\!\!\rightarrow C)\&(\neg A \Box\!\!\rightarrow C)$ formalisiert werden, und hieraus folgt gemäß den Theorien von Jackson, Lewis und Stalnaker logisch C. - Bei oberflächlicher Betrachtung laden die sprachlichen Fakten dazu ein, in voreiliger Verallgemeinerung dieses Sachverhalts die These aufzustellen, jeder selbst-wenn-Ksatz impliziere logisch sein Konsequens. Zutreffend ist dagegen (nach Jackson) nur, daß in den meisten Fällen ein selbst-wenn-Ksatz unter Voraussetzung eines von ihm konventionell implizierten Ksatzes sein Konsequens logisch impliziert.

Ein Beispiel für den Regelfall ist der Satz

(30) Selbst wenn er sich entschuldigte, würde sie ihm nicht verzeihen[96],

der konventionell impliziert, daß sie ihm nicht verzeihen würde, falls er sich *nicht* entschuldigte. - Ausnahmen kommen hingegen vor, wenn die kontextuell zu bestimmende Satzmenge nicht die *Kontradiktion* des Antecedens enthält, sondern Sätze, die zu diesem in *konträrem Gegensatz* stehen. Bezüglich der Beispiele (24) bis (26) gehören zu den jeweiligen Satzmengen etwa die Sätze „Ich kam eine Stunde zu spät", „Ich brach das Studium erst kurz vorm Examen ab" bzw. „Der Salat war mit viel Essig zubereitet". - (26) impliziert also konventionell

(31) Wenn der Salat mit viel Essig zubereitet gewesen wäre, ...

Offensichtlich impliziert die Konjunktion der Sätze (26) und (31) nicht logisch deren gemeinsames Konsequens.

Aus Bennetts Beispiel eines kontrafaktischen Ksatzes, dessen Konsequens wahr ist, *obwohl* sein Antecedens wahr ist („If Caspar had come, the party would have been a good one"), ergibt sich somit kein überzeugendes Argument für die Inadäquatheit einer Logik, in der der Schluß von A&C auf $A \Box\!\!\rightarrow C$ gültig ist. Vielmehr geben Jacksons Ausführungen über selbst-wenn-Ksätze uns Grund, die Urteile von Bennetts Testpersonen zu korrigieren. Der von ihnen mehrheitlich als falsch bezeichnete Ksatz ist im geschilderten Kontext zwar irreführend und unangemessen, aber wahr, da wir ihn als wahr bewerten müssen, falls ihm die Partikel „even" vorangestellt wird, und da sich die Wahrheitsbedingungen eines englischen oder deutschen Ksatzes durch Voranstellung der Partikel „even" bzw. „selbst" nicht verändern.

[96] Vgl. die vorangehende Fußnote.

In der Debatte um die Gültigkeit des genannten Schlusses ist die Position von Lewis und Stalnaker also nicht so leicht zu erschüttern, wie es zunächst scheint. Aus einem Grund, der meines Wissens bisher nicht vorgebracht worden ist, teile ich sie dennoch nicht.

### *2.8 Eine neue Begründung des alten Einwandes*

Angenommen, Antecedens und Konsequens eines kontrafaktischen Ksatzes beschreiben zwei Ereignisse $E_1$ und $E_2$, die nacheinander stattgefunden haben. Nach Eintritt von $E_1$ war das spätere Eintreten von $E_2$ zunächst keineswegs zwingend. Die Geschichte hätte zumindest unmittelbar nach $E_1$ auch so verlaufen können, daß $E_2$ ausgeblieben wäre. (Obwohl unmittelbar vor $E_2$ diese Möglichkeit vielleicht nicht mehr bestand.) - In Fällen dieser Art trifft es, wie mir scheint, bei Geltung des Bivalenzprinzips nicht zu, daß $E_2$ eingetreten wäre, falls $E_1$ stattgefunden hätte.

Betrachten wir ein Beispiel: Die Ziehung der Lottozahlen begann um 19 Uhr; wenige Minuten später standen die durch ein ordnungsgemäßes Ausziehungsgerät ermittelten Gewinnzahlen fest: 3, 7, 11, 15, 19, 23. - Welchen Wahrheitswert hat in diesem Kontext der Satz:

(32) Wenn die Ausziehung um 19 Uhr begonnen hätte, wären die Zahlen 3, 7, 11, 15, 19, 23 gezogen worden?

Folgende Überlegung zeigt, daß wir ihn unter Voraussetzung des Bivalenzprinzips als falsch bewerten müssen: Angenommen, die Auslosung begann nicht um 19, sondern um 20 Uhr, es wurden jedoch mit demselben einwandfreien Gerät *dieselben Gewinnzahlen* ermittelt. Unter diesen Umständen wäre Satz (32) offensichtlich nicht wahr - also falsch, sofern wir mit nur zwei Wahrheitswerten auskommen wollen. Denn das Gerät war laut Voraussetzung in keiner Weise manipuliert, so daß höchstwahrscheinlich andere Zahlen ausgelost worden wären, falls die Ausziehung eine Stunde früher (also um 19 Uhr) begonnen hätte. Wenn die Situation, in der die Ziehung um 20 Uhr begann, in einer Welt j realisiert ist, sind demnach die j ähnlichsten Welten, in denen das Antecedens von (32) wahr ist, fast ausschließlich solche, in denen nicht die Zahlenfolge 3, 7, 11, 15, 19, 23 ermittelt wurde. Hieraus folgt, daß es bei

Ähnlichkeitsvergleichen unterschiedlicher Antecedenswelten k mit der Welt j nicht auf die jeweils in k ermittelten Gewinnzahlen ankommt. Die Gewinnzahlen sind, anders als z.B. der Zustand des Ausziehungsgeräts, ein *irrelevanter Vergleichsaspekt*.

Kehren wir nun zur ersten Situation zurück, in der Antecedens und Konsequens von (32) wahr sind. Diese Situation sei in einer Welt i realisiert. Lewis und Stalnaker würden sagen, daß zur Menge der i maximal ähnlichen Antecedenswelten nur die Welt i gehört. Ihre Begründung, keine Welt sei einer Welt i so ähnlich wie i sich selbst, ist prima facie sehr einleuchtend, sofern wir ein unspezifisches Konzept von *Ähnlichkeit unter Berücksichtigung aller Details* zugrundelegen. Entscheidend bei der Selektion von Antecedenswelten ist jedoch *Ähnlichkeit unter Berücksichtigung aller im jeweiligen Kontext relevanten Vergleichsaspekte*. Und da die Gewinnzahlen hier kein relevanter Vergleichsaspekt sind, enthält die Menge der i maximal ähnlichen Antecedenswelten auch solche, in denen andere Gewinnzahlen gezogen wurden als 3, 7, 11, 15, 19, 23. Bei nur zwei Wahrheitswerten muß Satz (32) deshalb in i falsch sein, obwohl sein Antecedens und sein Konsequens in i wahr sind.[97]

Unser Beispiel demonstriert somit, daß Konditionale nicht so interpretiert werden dürfen, daß der Schluß $A\&C \Rightarrow A \Box\!\!\rightarrow C$ gültig ist.

Lewis selbst hat gezeigt, durch welche Korrektur seiner Theorie der Schluß von A&C auf $A \Box\!\!\rightarrow C$ blockiert werden kann, auch wenn er die Notwendigkeit einer Korrektur nicht sieht. Die Forderung, daß jede Sphärenmenge $\mathbf{S}_i$ zentriert sein, also die Menge $\{i\}$ enthalten muß, ist durch die Forderung nach *schwacher* Zentriertheit zu ersetzen. Eine Sphärenmenge $\mathbf{S}_i$ sei schwach zentriert, gdw. sie nicht-leere Sphären enthält und die Welt i Element jeder nicht-leeren Sphäre von $\mathbf{S}_i$ ist.[98] - Die übrigen Bedingungen, die erfüllt sein müssen, damit eine Menge von Teilmengen einer Weltenmenge I eine Sphärenmenge ist, werden unverändert übernommen.

Stalnakers Theorie ließe sich dadurch korrigieren, daß statt „$i = s(i, |A|)$, falls $i \in |A|$" nur noch gefordert wird: „$i \in s(i, |A|)$, falls $i \in |A|$". Dies setzt voraus, von einer *Welten*- zu einer *Mengen*-Sfunktionen-Semantik zu wechseln, was - wie die Diskussion der Singularitätsannahme gezeigt hat - auch aus anderen Gründen ratsam ist.

[97] Man beachte, daß ein vorangestelltes *selbst* oder *auch* die Akzeptabilität des Satzes (32) nicht erhöhen würde.
[98] Vgl. Lewis (73a), S. 29.

Ein wichtiges Problem der Sfunktionen-Semantiken (das sich in ähnlicher Form aber auch für die von Lewis präferierten Semantiken stellt) ist von mir bisher völlig ignoriert worden: Wie läßt sich auf allgemeine Weise *inhaltlich* (statt rein formal) bestimmen, welche Eigenschaften eine Antecedenswelt besitzen muß, um zu den der realen Welt maximal ähnlichen Antecedenswelten zu gehören? Aufklärung hierüber wird erst Kap. 4.2 bringen. Zunächst sei nur vermerkt, daß nach Auffassung mehrerer Autoren[99] mit dieser Frage Goodmans Problem der maßgebenden Bedingungen in neuem Gewand zurückkehrt. Eine A-Welt j ist dieser Sichtweise zufolge der realen Welt i maximal ähnlich, gdw. in j ebenso wie in i alle Bedingungen erfüllt sind, die hinsichtlich irgendeines wahren Ksatzes „Falls A zuträfe, träfe C zu" als maßgebend gelten sollten. (Zur Wiederholung: Nach Goodmans Ansatz ist „Falls A zuträfe, träfe C zu" wahr, gdw. C aus A in Konjunktion mit kausalen Gesetzen und Bedingungen folgt, die hinsichtlich dieses Ksatzes maßgebend sind. An dem Problem, den Begriff der maßgebenden Bedingung zu definieren, scheiterte Goodman.)

[99] Vgl. etwa Edgington (95), S. 251 und Jackson (91), S. 5.

# 3 Wahrscheinlichkeiten von Konditionalsätzen

## 3.1 Zwei bayesianische Thesen

Wir haben gesehen, wie unter Rückgriff auf die Mögliche-Welten-Semantik versucht wurde, den wahrheitsfunktionalen Ansatz zu überwinden und die „Paradoxien" der materialen Implikation zu vermeiden. Im Mittelpunkt des Interesses standen dabei zunächst *konjunktivische* oder *kontrafaktische* Ksätze. Versuche, den Mögliche-Welten-Ansatz auch auf solche im Indikativ anzuwenden, wurden von einigen Theoretikern nachgeliefert, von anderen als nicht sinnvoll eingeschätzt.[1]

Ernest Adams bezog nicht aus der Mögliche-Welten-Semantik, sondern aus dem *Bayesianismus* das theoretische Rüstzeug zur Vermeidung der genannten „Paradoxien". Seine Aufmerksamkeit galt zunächst *indikativischen* Ksätzen; Vorschläge zur Übertragung seiner Theorie auf konjunktivische wurden von Adams u.a. nachgeliefert.[2]

Der Bayesianismus ist eine bis ins 18. Jahrhundert zurückreichende epistemologische Doktrin, deren gegenwärtige Ausprägung in Übereinstimmung mit Paul Teller durch folgende Thesen grob charakterisierbar ist:[3]

I. Die epistemische Situation einer vernünftigen Person ist durch eine Wahrscheinlichkeitsfunktion repräsentierbar.

II. Revisionen der epistemischen Situation einer vernünftigen Person geschehen nach der Methode der Konditionalisierung.

Eine Wahrscheinlichkeitsfunktion (kurz: Wfunktion) sei hier eine Funktion P, die den Sätzen einer formalen Sprache L in Übereinstimmung mit folgenden *Standardgesetzen* jeweils eine reelle Zahl zuordnet:

1. $P(A) \geq 0$.
2. $P(T) = 1$.
3. Wenn A und B logisch unvereinbar sind, ist $P(A \vee B) = P(A) + P(B)$.

[1] Näheres hierzu erst in den Kapiteln 3.25 und 4.3.
[2] Dies wird Thema von Kap. 3.26 sein.
[3] Vgl. Teller (73), S. 218.

Dabei sei T eine beliebige Tautologie. - L-Sätze werden hier nicht autonym verwendet, sondern stehen für irgendwelche durch sie formalisierten natürlichsprachigen Sätze. Ein Satz A sei ein durch einen L-Satz A formalisierter nicht-konditionaler Satz, in dem keine Ksätze vorkommen. (Ein Beispiel für einen nicht-konditionalen Satz, in dem Ksätze vorkommen, wäre etwa eine Konjunktion von Ksätzen.)

Inwiefern sind, wie unter I behauptet, Wfunktionen zur Repräsentation der epistemischen Situation irgendeiner vernünftigen Person geeignet? Und warum wäre eine Person, deren epistemische Situation nicht durch eine Wfunktion repräsentierbar ist, nicht vernünftig? - Die Antwort auf die erst Frage lautet, daß die einem Satz A zugeordnete Zahl als Grad aufgefaßt werden kann, in dem eine bestimmte Person zu einer bestimmten Zeit von der Wahrheit des Satzes A überzeugt ist. Die übliche Antwort auf die zweite Frage macht von Voraussetzungen Gebrauch, die ich zunächst kurz darlegen will.

In welchem Maße eine Person von der Wahrheit irgendeines Satzes überzeugt ist, können andere häufig herausfinden, indem sie beobachten oder testen, *inwieweit sie bereit ist, auf der Grundlage ihrer epistemischen Einstellung bezüglich der Wahrheit des betreffenden Satzes zu handeln*. Eine besonders geeignete Möglichkeit, dies zu testen, könnte, sofern sie gern wettet, darin bestehen, ihr Wetten auf die Wahrheit des Satzes anzubieten. Diese Idee wird zumeist wie folgt präzisiert:[4] Eine *b:a-Wette einer Person X mit einer Person Y auf einen Satz C* ist ein Abkommen, wonach Y von X b Euro erhält, wenn C falsch ist und a Euro an X zu zahlen hat, wenn C wahr ist. Der Wert b/a+b ist der *Wettquotient* dieser Wette *für X*, a/a+b ihr Wettquotient für Y.

Von zentraler Bedeutung sind nun zwei Voraussetzungen:[5]

1. X betrachtet eine b:a-Wette auf einen Satz C als *fair*, gdw. ihr Wettquotient für X (also b/a+b) identisch ist mit dem Wert Gl(C), dem Grad, in dem X glaubt, daß C wahr ist. (Gl sei eine Funktion, die jedem Satz eine reelle Zahl zuordnet.)[6]
2. X ist bereit, jede Wette einzugehen, die sie als fair betrachtet.[7]

[4] Vgl. Skyrms (89), S. 266 - 269.
[5] A.a.O. S. 289 f.
[6] Einfachheitshalber wird dabei der fallende Grenznutzen des Geldes ignoriert.
[7] Darüber hinaus kann angenommen werden, daß X bereit ist, jede für ihre Wettpartnerin Y unfaire Wette abzuschließen. X könnte - auch als vernünftige Person - sogar bereit sein, eine für sich selbst unfaire Wette auf einen Satz A einzugehen, sofern sie den Vorsatz hat, den Y gegebenenfalls zustehenden Gewinn nicht voll auszuzahlen, oder sofern sie davon überzeugt ist, daß sie und ihre Wettpartnerin nie erfahren werden, ob A wahr oder falsch ist.

Die Gleichsetzung von *für X fairen Wettquotienten*, d.h. solchen, die eine Wette für X fair machen, mit Glaubensgraden von X erscheint plausibel, wenn angenommen wird, daß X eine vernünftige Person ist. Eine solche Person würde z.B. eine 10:0-Wette auf C (eine Wette, bei der sie nichts gewinnen kann) dann und nur dann als fair betrachten, wenn für sie Gl(C) = 1 ist; dagegen wäre eine 0:10-Wette auf C (eine Wette, bei der sie nichts verlieren kann) dann und nur dann für sie fair, wenn Gl(C) = 0 ist. Die zweite Voraussetzung ist plausibel unter der impliziten Annahme, daß X überzeugt ist, Y werde ihrer Zahlungsverpflichtung im vereinbarten Fall nachkommen. Unterstellt man einer vernünftigen Person X diese Überzeugung, so wird die zweite Voraussetzung von ihr zwar nicht notwendigerweise erfüllt, aber auch nicht notwendigerweise *nicht* erfüllt. Wenn sie bereit ist, jede Wette einzugehen, die sie als fair betrachtet, so spricht dies für sich genommen nicht gegen ihre Vernünftigkeit.

Die Voraussetzungen 1 und 2 haben eine bemerkenswerte Konsequenz:

3. Wenn X's epistemische Funktion Gl nicht die angegebenen Standardgesetze der Wahrscheinlichkeit erfüllt, so sind Wetten konstruierbar, zu deren Annahme X bereit wäre, obwohl sie unter allen Umständen, d.h. bei jeder möglichen Verteilung der Wahrheitswerte wahr und falsch auf die Sätze, auf die sie zu wetten bereit wäre, per saldo einen Verlust erleiden würde. Wenn Gl hingegen die Standardgesetze erfüllt, so ist es nicht möglich, sie in dieser Weise zur sicheren per-saldo-Verliererin mehrerer Wetten zu machen.

Der Sachverhalt, daß 3 aus 1 und 2 folgt, wird durch das sogenannte *Dutch-Book-Theorem* formuliert.[8] Es liefert den wohl entscheidenden Grund, warum Glaubensgrade Wahrscheinlichkeiten sein sollten: Wenn die Voraussetzungen 1 und 2 für eine Person X erfüllt sind, kann sie genau dann aufgrund ihrer Wettbereitschaft nicht systematisch ausgebeutet werden, wenn ihre epistemische Funktion eine Wfunktion ist. Insofern sollte sie in ihrem eigenen Interesse darauf achten, die Standardgesetze nicht zu verletzen.

Natürlich ist es nur eine idealisierende Annahme, daß epistemische Situationen durch reellwertige Funktionen repräsentierbar sind. Tatsächlich können wir häufig nicht sagen, in welchem Grad wir von der Wahrheit eines Satzes überzeugt sind oder bei welchem Wettquotienten uns eine Wette auf einen Satz als fair erscheint. Nimmt man diese Idealisierung jedoch hin, betrachtet man zudem 1 und 2 bei vernünftigen Personen als erfüllt und setzt ferner

[8] Vgl. Skyrms (89), S. 290. - Behauptet wurde dieses Theorem zuerst in Ramsey (31), S. 182, bewiesen zuerst in De Finetti (37).

voraus, daß diese nicht systematisch ausgebeutet werden wollen, so läßt sich anhand des Dutch-Book-Theorems zeigen: Die epistemischen Funktionen durch und durch vernünftiger Personen erfüllen die Standardgesetze.

Auf diese Art und unter diesen Vorbehalten wird üblicherweise die These gerechtfertigt, daß die epistemische Situation einer vernünftigen Person durch eine Wfunktion repräsentierbar ist. Daneben gibt es eine neuere, mathematisch leichter zu handhabende Möglichkeit, die Stärke des Glaubens einer Person anhand ihrer Wettbereitschaft zu ermitteln.[9] Allerdings wird der Begriff der Wette dabei in einer anderen, vom alltagssprachlichen Gebrauch abweichenden Weise verwendet. Eine Wette auf einen Satz A ist nun eine Versicherungspolice, bei der man die Versicherungssumme von einem Euro kassiert, falls A wahr ist und leer ausgeht, falls A falsch ist. Die Versicherungs*prämie* wird als Preis der Wette bezeichnet. Kauft X eine Wette auf A zum Preis von b Euro, dann beträgt ihr möglicher Netto*gewinn* 1–b Euro und ihr möglicher Netto*verlust* b Euro. (Unter Verwendung des anderen Wettbegriffs läßt sich also sagen, daß X dann eine b: (1–b) -Wette auf A abschließt (Wettquotient: b).)

Wenn X der Preis von b Euro für eine Wette auf A als fair erscheint, so ist sie indifferent zwischen Kaufen und Verkaufen einer solchen Wette zum Preis von b Euro. Nimmt man an, daß Euros beliebig oft teilbar sind, daß der Grad, in dem X einen beliebigen Satz A für wahr hält, stets mit dem aus ihrer Sicht fairen Preis einer Wette auf A übereinstimmt und daß X bereit ist, jede Wette, deren Preis ihr fair erscheint, zu kaufen oder zu verkaufen, dann kann in Analogie zum zuvor angegebenen Dutch-Book-Theorem gezeigt werden: X ist genau dann dagegen gefeit, mehrere Wetten zu kaufen und zu verkaufen, durch deren Gesamtheit sie unter allen Umständen per saldo einen Verlust erleidet, wenn ihre epistemische Funktion die Standardgesetze erfüllt.

Implizit wird bei diesem Verfahren angenommen, daß X sicher ist, ihren Bruttogewinn ausgezahlt zu bekommen, sofern der Satz, auf den sie gewettet hat, sich als wahr erweist. Ebenfalls unerwähnt bleibt bei Teller die nicht unwichtige Annahme, daß X sicher ist, in „nicht allzu ferner Zukunft“ zu erfahren, ob A wahr oder falsch ist. Denn wenn X den Satz A zwar für möglich hält, andererseits aber nicht überzeugt ist, daß sie je erfahren wird, ob A zutrifft oder nicht, so wäre es für X unvernünftig, eine Wette auf A zum Preis von Gl(A) Euro zu kaufen. - Schließlich wird (unrealistischerweise) unterstellt, daß die von X erwartete Zeitspanne

[9] Vgl. etwa Teller (73), S. 222 f.

zwischen Abschluß und Entscheidung der Wette keinen Einfluß darauf hat, welchen Preis X für die Wette zu zahlen bereit ist.

Unter einer Wette ist i.f. stets eine Versicherungspolice zu verstehen: Wahrscheinlichkeiten (bzw. Glaubensgrade) werden also nicht als faire Wett*quotienten*, sondern als faire Wett*preise* oder *-prämien* gedeutet. Letztere Auffassung erscheint mir etwas vorteilhafter, da folgender Zusammenhang bei ihr besonders evident ist: Die Bedingungen für eine Wette auf A (Euro 1.-, falls A wahr ist; Euro 0.-, falls A falsch ist) sind so festgelegt, daß es plausibel ist, P(A) (bzw. Gl(A)) mit dem Preis einer als fair angesehenen Wette auf A gleichzusetzen. - Dieser Zusammenhang wird uns noch beschäftigen, wenn wir uns mit Wetten auf *Ksätze* befassen.

Der Bayesianismus wurde weiter oben durch eine zweite These charakterisiert, derzufolge Revisionen der epistemischen Situation einer vernünftigen Person nach der Methode der Konditionalisierung geschehen. Eine vernünftige Person X halte einen Satz A für *möglich*, gdw. für ihre Wfunktion P gilt: $P(A) > 0$; X sei von A *überzeugt*, gdw. $P(A) = 1$ ist. Nehmen wir nun an, X hält A zu einem Zeitpunkt $t_0$ für möglich und die epistemische Situation von X zu $t_0$ ist durch eine Wfunktion $P_0$ repräsentierbar. Zwischen $t_0$ und dem späteren Zeitpunkt $t_1$ gelangt X durch eine Information zu der Überzeugung, daß A. Sonstige Informationen erhält sie zwischen $t_0$ und $t_1$ nicht. $P_1$ ergibt sich dann *durch Konditionalisierung bezüglich A* aus $P_0$, gdw. für alle C gilt:

(B) $P_1(C) = P_0(C/A) =_{def.} P_0(A\&C)/P_0(A)$

Hierzu ein anschauliches Beispiel: In Abbildung 1 werden Wahrscheinlichkeiten durch Flächeninhalte repräsentiert. Der gesamte Flächeninhalt eines Rechtecks entspricht der Wahrscheinlichkeit 1. $P_1$ ergibt sich durch Konditionalisierung bezüglich A aus $P_0$. Es gilt: $P_1(C) = P_1(\neg C) = 0{,}25/0{,}5 = 0{,}5$. Dagegen ist $P_0(C) = 0{,}25$ und $P_0(\neg C) = 0{,}75$.

(B) ist die sogenannte *Bayessche Regel*; der Quotient P(C/A) wird üblicherweise mit der Wahrscheinlichkeit von C unter der Annahme A oder, anders gesagt, der durch A bedingten Wahrscheinlichkeit von C identifiziert. Diese Gleichsetzung geht auf Ideen von Thomas Bayes und Pierre Laplace zurück. In einem 1763 posthum veröffentlichten Essay schreibt Bayes:[10]

The probability that two ...events will both happen is ...the probability of the first, [multiplied by] the probability of the second on the supposition that the first happens.[11]

[10] Vgl. Bayes (1940), S. 378.

[11] Vgl. auch S. 14 von Laplace (1951), einer englischen Übersetzung des 1795 veröffentlichten *Essai Philosophique sur les probabilités.*

Die Übertragung dieses Gesetzes von Ereignissen auf Sätze findet sich bei Frank P. Ramsey als drittes seiner „fundamental laws of probable belief“:[12]

Degree of belief in (p and q) = degree of belief in p × degree of belief in q given p

Die naheliegende These, daß „degree of belief in q given p“ nichts anderes ist als „degree of belief in *if p, then q*“ wird uns noch ausgiebig beschäftigen. (Ramsey weist diese These ohne Angabe von Gründen zurück.[13])

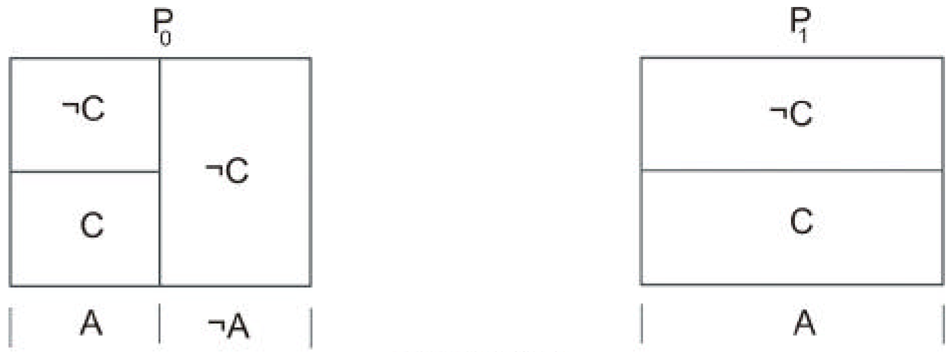


Abbildung 1

### 3.2 Eine Verallgemeinerung der Konditionalisierung

Konditionalisierung ist nur dann möglich, wenn die neue Information zuvor nicht die Wahrscheinlichkeit Null hatte. Denn der Quotient P(C/A) ist für den Fall P(A) = 0 undefiniert. Da es kein Merkmal vernünftiger Personen sein kann, niemals aufgrund einer neuen Information A von einer früheren Überzeugung ¬A abzurücken, ist Konditionalisierung also nicht die einzige Revisionsmethode solcher Personen. Wäre es sinnvoll zu fordern, daß kein logisch möglicher Satz je die Wahrscheinlichkeit Null erhält, um so sicherzustellen, daß stets konditionalisiert werden kann? - Es mag gute Gründe geben, dies zu fordern, aber wohl keinen schlechteren als den, daß so die universelle Anwendbarkeit der Konditionalisierung sichergestellt wird. Schließlich hat jedes Konditionalisieren zum Ergebnis, daß die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Satzes (der Negation des Satzes, bezüglich dessen

[12] Vgl. Ramsey (1931), S. 181.
[13] A.a.O. S. 180.

konditionalisiert wird) auf Null absinkt oder bei Null bleibt. Wenn nur logisch falsche Sätze die Wahrscheinlichkeit Null erhalten sollen, ist Konditionalisierung keine brauchbare Revisionsmethode, die Sicherstellung ihrer Anwendbarkeit also kein sinnvolles Ziel. Ist sie hingegen brauchbar, so kann sie aus mindestens zwei Gründen nicht die einzige Revisionsmethode vernünftiger Personen sein: Erstens, weil sie nicht anwendbar ist, wenn neue Informationen alten Überzeugungen widersprechen; zweitens, weil es häufig vernünftig ist, neuen Informationen nicht völlig zu trauen, die Wahrscheinlichkeiten der Sätze, über deren Wahrheit informiert wird, also nicht bis zum Wert Eins anzuheben. Alternativen zur Konditionalisierung werden also in jedem Fall benötigt - ganz gleich, ob der Grenzfall $P_1(A) = 1$ nur für logisch wahre oder auch für kontingente Sätze A zugelassen wird. *Eine* solche Alternative ist die sogenannte (zweizellige) *Jeffrey-Konditionalisierung*[14], eine höchst plausible Verallgemeinerung der einfachen Konditionalisierung. Sie wird noch in Kap. 3.17 eine Rolle spielen und soll deshalb kurz vorgestellt werden, ehe ich mich der Frage zuwende, ob bzw. unter welchen Vorbehalten sich rechtfertigen läßt, daß Revisionen der Wfunktionen vernünftiger Personen durch Konditionalisierung erfolgen.

Bei der allgemeineren Revisionsmethode wird, falls $P_0(A) > 0$ ist und bezüglich A konditionalisiert werden soll, $P_0(A)$ um einen Betrag x angehoben und $P_0(\neg A)$ um denselben Betrag gesenkt, damit $P_1^x(A) + P_1^x(\neg A) = 1$ ist. Ansonsten gilt für alle Sätze C: $P_1^x(C/A) = P_0(C/A)$ und, sofern nicht $P_1^x(\neg A) = 0$ ist, $P_1^x(C/\neg A) = P_0(C/\neg A)$. - Die (durch Jeffrey-Konditionalisierung bezüglich A aus $P_0$ hervorgehende) Wfunktion $P_1^x$ ist für beliebige Sätze C wie folgt definiert:

$$P_1^x(C) = \begin{cases} P_0(C) + x(P_0(C/A) - P_0(C/\neg A)), \text{ falls } P_0(A) > 0 \text{ und } P_0(\neg A) > 0. \\ P_0(C), \text{ falls } P_0(\neg A) = 0. \\ \text{undefiniert, falls } P_0(A) = 0. \end{cases}$$

Für x soll gelten: $0 \leq x \leq P_0(\neg A)$. Wenn $x = P_0(\neg A)$ ist, liegt der Spezialfall der einfachen Konditionalisierung vor. Ein anschauliches Beispiel liefert Abbildung 2.

[14] Vgl. Lewis (91b), S. 108 f. Ein noch allgemeineres Verfahren wird in Jeffrey (83), Kap. 11, beschrieben.

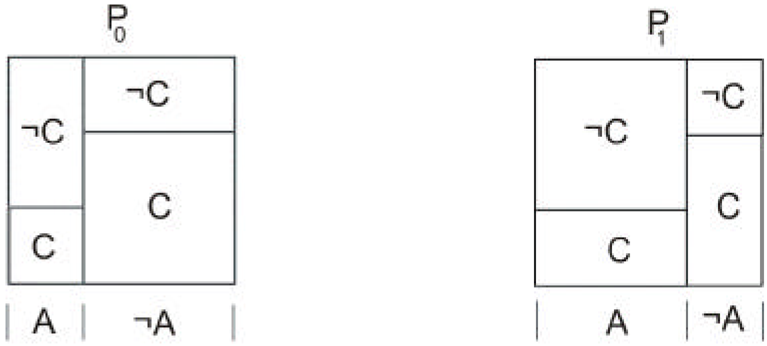


Abbildung 2

Hier ist $P_0(A) = P_0(C/A) = 1/3$, $P_0(C/\neg A) = 2/3$ und $x = 1/3$. Es gilt: $P_0(C) = P_0(C/A) \times P_0(A) + P_0(C/\neg A) \times P_0(\neg A) = 5/9$. Daher ist $P_1^x(C) = 5/9 + 1/3(1/3 - 2/3) = 4/9$. Wie man sieht, bleiben beim Jeffrey-Konditionalisieren die Verhältnisse der Wahrscheinlichkeiten von C und ¬C sowohl im A- als auch im ¬A-Bereich gewahrt. Lediglich die Gewichte, d.h. die Wahrscheinlichkeiten von A und ¬A, verändern sich.

## *3.3 Warum konditionalisieren?*

Die These, daß die Jeffrey-Konditionalisierung als Revisionsmethode vernünftiger Personen anzusehen ist, ist schwieriger zu begründen als die These, daß dies für die nur in Fällen von als sicher akzeptierter Information anwendbare einfache Konditionalisierung gilt. Zudem ist die zweite These hinsichtlich des Themas „Wahrscheinlichkeiten von Ksätzen“ bedeutsam genug. Deshalb befasse ich mich bis auf weiteres nur noch mit der *einfachen* Konditionalisierung und lasse dabei das Prädikat *einfach* weg.

Warum also soll es, wie Bayesianer behaupten, für eine Person X vernünftig sein zu konditionalisieren? Genauer gefragt: Warum soll es für sie *das Vernünftigste* sein zu konditionalisieren, sofern die Voraussetzungen hierfür erfüllt sind:

1. Xs epistemische Situation zu $t_0$ ist durch eine Wfunktion $P_0$ repräsentierbar.

2. Zwischen $t_0$ und $t_1$ erhält X die Information, daß A, erfährt ansonsten jedoch nichts Neues in diesem Zeitraum.
3. X hat zu $t_1$ keinerlei Zweifel an der Wahrheit von A.
4. $P_0(A) > 0$ ?

Wenn unsere „vernünftige Modellperson" X A für möglich hält und von C überzeugt ist, so wird sie sich allein durch die Information, daß A, von dieser Überzeugung nicht abbringen lassen. Dies gilt insbesondere auch dann, wenn X aufgrund der Information zu der *Überzeugung* gelangt, daß A zutrifft. X wird vielmehr glauben, daß einer der A&C-Fälle vorliegt, die sie zuvor für möglich hielt. - Komprimieren wir dies durch das folgende konservative Prinzip

(K) Wenn $P(A) > 0$ und $P(C) = 1$ ist, so ist auch $P_A(C) = 1$.

Dabei ist $P_A$ eine Wfunktion, für die $P_A(A) = 1$ gilt und die sich als Revision von P ergibt, wenn die betreffende Person *nur* die Information A erhält und dadurch zu der Überzeugung gelangt, daß A wahr ist. (Zeitindizes habe ich aus Bequemlichkeit weggelassen.)

Da die epistemische Situation einer vernünftigen Person das Ergebnis eines langen Erfahrungs- und Erkenntnisprozesses ist, wird sie ihre Wfunktion auf eine konservative Weise revidieren, sofern sie sich durch neue Information zu einer Revision gezwungen sieht. Das Prinzip (K) ist eine wichtige Komponente dieses epistemologischen Konservatismus. Wenn X unter den Voraussetzungen 1 bis 4 ihre Wfunktion stets durch Konditionalisierung revidiert, so ist sichergestellt, daß (K) nicht verletzt wird. Denn ist $P_A(C) = P(C/A)$, $P(A) > 0$ und $P(C) = 1$, so muß auch $P_A(C) = 1$ sein.

Die Konformität mit (K) ist ein wichtiges Argument für die These, daß es vernünftig ist, Wfunktionen unter den genannten Voraussetzungen per Konditionalisierung zu revidieren. Ein weiteres Argument für diese These ergibt sich daraus, daß die Konditionalisierung noch in anderer Hinsicht der Maxime gerecht wird, Wfunktionen auf konservative Weise zu revidieren. Ergibt sich $P_A$ durch Konditionalisierung bezüglich A aus P, so bleiben die Verhältnisse der Wahrscheinlichkeiten beliebiger Sätze, die den Satz A implizieren, gewahrt. Wenn A&C vor dem Konditionalisieren x-mal so wahrscheinlich war wie A&D, dann bleibt dies auch nach dem Konditionalisieren so. Bildlich gesprochen: Die Verhältnisse beliebiger Teilbereiche des A-Bereichs bleiben gleich. Der Unterschied besteht nur darin, daß nach dem Konditionalisieren der ¬A-Bereich verschwunden ist und alle Teilbereiche des A-Bereichs um den Faktor 1/P(A) angewachsen sind. (Man mache sich dies - eventuell durch Einzeichnen zusätzlicher Trennlinien - anhand von Abbildung 1 klar.)

Es spricht somit einiges dafür, daß Revisionen per Konditionalisierung vernünftig sind. Zwingend sind die angeführten Gründe allerdings nicht. Zudem lassen sie die Möglichkeit offen, daß es andere unter den Voraussetzungen 1 bis 4 anwendbare Revisionsmethoden gibt, die in anderen relevanten Hinsichten konservativ und deshalb[15] ebenfalls vernünftig sind. Daß unter den genannten Bedingungen stets *das* vernünftige Verfahren existiert, ist schließlich nicht selbstverständlich. Kap. 3.27 wird zeigen, daß es tatsächlich noch andere konservative Revisionsmethoden gibt, deren Anwendung die Wahrscheinlichkeiten bestimmter Sätze auf den Wert 1 ansteigen läßt, und daß es jeweils vom Zweck der Revision abhängt, welche Methode vernünftig oder angemessen ist. (Nicht immer besteht der Zweck darin, die gegebene Wfunktion neuen Informationen anzupassen.)

Für Klarheit sorgt in dieser Situation eine von David Lewis und Paul Teller stammende diachrone Variation des Dutch-Book-Theorems, zu deren Formulierung der Begriff einer *konditionalen Wette* (einer Wette auf einen Ksatz) benötigt wird.[16] „Wenn A, dann B“ sei ein mithilfe der L-Sätze A und B semiformalisierter Ksatz einer natürlichen Sprache, der weder im Antecedens noch im Konsequens einen Ksatz enthält. Eine Wette auf „Wenn A, dann B“ ist durch folgende Abmachungen charkterisiert:[17] Der Käufer der Wette (bzw. der Versicherungspolice) gewinnt einen Euro, falls A&B wahr ist. Er bekommt nichts, falls A&¬B wahr ist und erhält den Kaufpreis der Wette (die Prämie) zurück, wenn A falsch ist. Die möglichen Nettoresultate des Käufers in Euro sind also 1 − Prämie, 0 − Prämie und 0.

Die erwähnte Dutch-Book-Variation lautet nun wie folgt:

(T) Wenn eine Person X, deren epistemische Funktion die Standardgesetze der Wahrscheinlichkeit erfüllt, **erstens** eine Wette auf einen beliebigen Satz B als fair anerkennt, gdw. für ihre Wfunktion P gilt: „P(B) = Prämie der Wette“, **zweitens** eine Wette auf einen beliebigen Ksatz „Wenn D, dann E“, bei dem $P(D) \neq 0$ ist, als fair anerkennt, gdw. gilt:

[15] Damit unterstelle ich nicht, daß Konservatismus generell vernünftig ist, sondern nur, daß Konservatismus vernünftig ist bei Wahrscheinlichkeitsrevisionen, die erforderlich sind, wenn aufgrund neuer Informationen bestimmte Wahrscheinlichkeiten angehoben werden sollen.
[16] Vgl. Teller (73), S. 222 - 225.
[17] Vgl. McGee (89), S. 495.

„P(E/D) = Prämie der Wette", wenn X **drittens** genau dann bereit ist, eine Wette zu kaufen oder zu verkaufen, wenn sie diese ihr selbst gegenüber als mindestens fair anerkennt und wenn schließlich **viertens** vor einem Zeitpunkt t feststeht, daß X nach t bezüglich eines Satzes A erfahren wird, ob dieser wahr oder falsch ist, und daraufhin ihre Wfunktion P mit $P(A) > 0$ dahingehend revidieren wird, daß $P_A(A) = 1$ bzw. $P_{\neg A}(\neg A) = 1$ ist, so läßt sich zeigen: Dann und nur dann[18], wenn nicht für beliebige Sätze C gilt: $P_A(C) = P(C/A)$, kann X vor t dazu verleitet werden, Wetten abzuschließen, durch die sie einen Nettoverlust erleiden muß, falls A sich als falsch herausstellt, und durch die sie im anderen Fall nach t in eine Situation gerät, in der sie dazu verleitet werden kann, weitere Wetten abzuschließen, die bei jedem möglichen Ausgang dazu führen, daß X - bezogen auf alle ausgehandelten Wetten - einen Nettoverlust erleidet.

Grob gesprochen landet X also, sofern sie die Konditionalisierungsregel verletzt, zwangsläufig an einem der Astenden des unten abgebildeten Baumdiagramms.

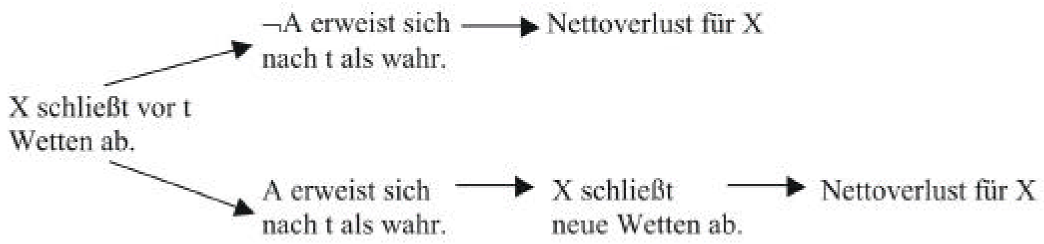


Abbildung 3

Hervorzuheben ist, daß wenn X ihre revidierten Wahrscheinlichkeiten nicht per Konditionalisierung bestimmt, eine Person Y nicht wissen muß, ob der in (T) erwähnte Satz A wahr oder falsch ist, um X systematisch ausbeuten zu können.[19] Y muß hinsichtlich A nur wissen, daß sich für beide *herausstellen wird,* ob A wahr oder falsch ist. - Darüber hinaus muß Y mindestens einen Satz C kennen, dessen revidierte Wahrscheinlichkeit $P_A(C)$ X nicht per

[18] Teller formuliert a.a.O. den *dann-wenn*-Teil des Theorems, nicht jedoch die von mir im folgenden Kapitel bewiesene *nur-dann-wenn*-Behauptung.

[19] Wenn Y etwa weiß, daß A wahr ist und zudem weiß, daß X dies nur für möglich, nicht aber für sicher hält, kann Y an X eine Wette auf ¬A für eine Prämie von z Euro ($z > 0$) verkaufen, so daß X einen Nettoverlust erleiden wird. Aber eine solche Ausbeutung funktioniert eben - anders als eine nach dem in (T) relevanten Verfahren - nur bei überlegenem Wissen von Y und nicht bei jedem Ausgang der Wette auf ¬A.

Konditionalisierung bestimmen würde und wissen, ob $P_A(C)$ kleiner oder größer als $P(C/A)$ wäre.

Wenn man die ersten drei Voraussetzungen aus (T) bei vernünftigen Personen, welche die Standardgesetze respektieren, als erfüllt betrachtet und annimmt, daß diese gegen eine systematische Ausbeutung der in (T) erwähnten Art immun sein wollen, steht somit fest: In Fällen von als sicher akzeptierter neuer Information konditionalisieren vernünftige Personen, wann immer die entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten definiert sind.

Auf diese Weise und unter diesen Vorbehalten läßt sich die zweite den Bayesianismus charakterisierende These rechtfertigen.

### *3.4 Ein Beweis für das Dutch-Book-Theorem (T)*

Drei der vier in (T) vorkommenden Voraussetzungen bedürfen aufgrund des Vorangehenden keiner weiteren Kommentierung. Lediglich für Voraussetzung 2 ist eine eingehende Begründung erforderlich. Warum sollte X, falls $P(D) > 0$ ist, eine Wette auf „Wenn D, dann E“ genau dann als fair akzeptieren, wenn die Prämie $P(E/D)$ Euro beträgt? - Diese Frage ist für uns auch aus folgendem Grund von Interesse: Falls eine triftige Begründung gegeben werden kann, so hätten wir anscheinend zugleich ein überzeugendes Argument, die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Bedingungssätze mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten zu identifizieren. Denn warum sollte die für nicht-konditionale Sätze A höchst plausible Gleichung „Prämie einer aus Sicht von X fairen Wette auf A = Wahrscheinlichkeit, die X A zuordnet“ nicht auch für Ksätze gelten? - Ich werde auf diesen Punkt ebenso zurückkommen wie auf die Begründung der zweiten Voraussetzung. Zuvor jedoch will ich versuchen, die in der Überschrift genannte Aufgabe zu lösen.

Angenommen, alle vier Voraussetzungen aus (T) sind erfüllt und es gibt einen Satz C, so daß für die Wfunktionen P und $P_A$ der Person X gilt: $P_A(C) \neq P(C/A)$.[20] Dann ist $P_A(C)$ entweder

[20] Geht man von der Annahme $P_{\neg A}(C) \neq P(C/\neg A)$ aus, so müssen in der folgenden Argumentation überall A und $\neg A$ füreinander ersetzt werden.

kleiner oder größer als P(C/A). - Nehmen wir zunächst an, $P_A(C)$ ist kleiner, so daß es eine positive Zahl y gibt, für die gilt: $P_A(C) + y = P(C/A)$. X wird nun vor dem in Voraussetzung 4 erwähnten Zeitpunkt t eine konditionale Wette $\alpha$ angeboten, bei der sie

- einen Euro kassiert, falls A&C wahr ist,
- nichts erhält, falls A&¬C wahr ist,
- die Prämie von P(C/A) Euro zurückbekommt, falls A falsch ist.

Gemäß den Voraussetzungen 2 und 3 hält X diese Wette für fair und zahlt für sie die Prämie von P(C/A) Euro. - Eine gewöhnliche Wette auf ¬A, bei welcher der Verkäufer den Gewinn von einem Euro auszahlt, falls ¬A wahr ist und nichts auszahlt, falls ¬A falsch ist, betrachtet X genau dann als fair, wenn die Prämie P(¬A) Euro beträgt. Eine Wette $\beta$, die sich von dieser gewöhnlichen Wette nur darin unterscheidet, daß der im Fall ¬A auszuzahlende Gewinn lediglich y Euro beträgt ($y = P(C/A) - P_A(C)$; vgl. oben), erscheint X daher bei einer Prämie von yP(¬A) Euro fair. X wird gebeten, $\beta$ für genau diese Prämie zu verkaufen - wozu sie gemäß Voraussetzung 3 auch bereit ist.

Stellt sich nach t heraus, daß ¬A zutrifft, so erleidet X durch den Kauf von $\alpha$ einen Nettoverlust von 0 und durch den *Ver*kauf von $\beta$ einen Nettoverlust von y–yP(¬A) Euro.
Per saldo hat X also einen Verlust von yP(A) Euro.

Erweist sich dagegen A als zutreffend, so ist $P_A$ X's revidierte Wfunktion. X ist dann entsprechend den Voraussetzungen 1 und 3 bereit, für eine Prämie von $P_A(C)$ Euro eine Wette $\gamma$ zu verkaufen, deren Käufer von X einen Euro erhält, falls C wahr ist und leer ausgeht, falls C falsch ist. (N.V. ist $P_A(C) = P(C/A)–y$.)

Per saldo hat X sich durch den Kauf von $\alpha$ und die *Ver*käufe von $\beta$ und $\gamma$ wiederum einen sicheren Verlust eingehandelt. Denn wenn A wahr ist, liegt entweder die Situation A&C oder die Situation A&¬C vor. Addiert man für jeden dieser Fälle die Nettogewinne, die X aufgrund der drei Wetten einstreicht, so ergibt sich jeweils ein Verlust von yP(A).[21]

[21] Vgl. auch den entsprechenden in Teller (73) präsentierten Beweis.

| | Nettogewinn bei A&C | Nettogewinn bei A&¬C |
|---|---|---|
| $\alpha$ | $1-P(C/A)$ | $-P(C/A)$ |
| $\beta$ | $yP(\neg A)$ | $yP(\neg A)$ |
| $\gamma$ | $P(C/A)-y-1$ | $P(C/A)-y$ |
| Summe | $-yP(A)$ | $-yP(A)$ |

Abbildung 4

Man sieht leicht, daß X dieses Unglück erspart bleibt, wenn $P_A(C) = P(C/A)$ und somit $y = 0$ ist. Die Summe der Nettogewinne beträgt dann ebenfalls stets Null, ganz gleich, ob A&C oder A&¬C zutrifft. - Die Wette $\beta$ existiert unter der Annahme $y = 0$ nicht; anders gesagt: $\beta$ ist dann eine Wette, die X für 0 Euro verkauft und die ihn in keinem Fall zur Auszahlung eines Gewinns verpflichtet.

Es sei dem Leser überlassen, auf analoge Weise zu beweisen, daß auch im Fall $P_A(C) > P(C/A)$ X unter den Voraussetzungen 1 bis 4 in ein System von Wetten „verstrickt" werden kann, durch das sie unter allen Umständen einen Nettoverlust erleidet.

Zu zeigen bleibt noch, daß X unter den genannten Voraussetzungen gegen derartige Ausbeutungsversuche immun ist, sofern für beliebige Sätze C gilt: $P_A(C) = P(C/A)$.[22] – Bisher war davon die Rede, in welcher epistemischen Situation jemand eine Wette als fair anerkennt und welche Handlungsdispositionen mit dem Anerkennen einer Wette als fair verbunden sind (vgl. die Voraussetzungen 1 bis 3 aus (T)). Es wurde jedoch nicht gesagt, wann eine Wette *tatsächlich* für eine Person X fair ist - unabhängig davon, ob X sie für fair *hält*. Dies muß nun nachgeholt werden. Eine Wette sei für X fair, gdw. ihre Prämie mit ihrem *Erwartungswert* für X übereinstimmt. Ist P die Wfunktion von X, so sei für X der Erwartungswert einer Wette auf einen (nicht-konditionalen) Satz A die Summe der in den Fällen A und ¬A auszuzahlenden Beträge, gewichtet jeweils mit den Wahrscheinlickeiten P(A) und P(¬A). Die Prämie einer (gewöhnlichen) für X fairen Wette auf A ist also $P(A) \times 1$ Euro $+ P(\neg A) \times 0$ Euro $= P(A)$ Euro. Entsprechend sei für X der Erwartungswert einer Wette auf einen Ksatz „Wenn A, dann C",

[22] Mir ist nicht bekannt, ob dieser Teil des Theorems (T) bereits irgendwo bewiesen wurde. Ich empfehle dem Leser, sich mit dem folgenden, nicht ganz einfachen Beweis erst zum Schluß seiner Lektüre zu beschäftigen.

bei dem $P(A) > 0$ ist, die Summe der in den Fällen $A\&C$, $A\&\neg C$ sowie $\neg A$ auszuzahlenden Beträge, gewichtet mit den Wahrscheinlichkeiten dieser Fälle, so daß die Prämie einer (gewöhnlichen) für X fairen Wette auf „Wenn A, dann C“ identisch ist mit dem Betrag $P(A\&C) \times 1$ Euro + $P(A\&\neg C) \times 0$ Euro + $P(\neg A) \times$ Prämie = $P(C/A)$ Euro. (Aus der Gleichung „Prämie = $P(A\&C) + P(\neg A) \times$ Prämie“ folgt „$P(A\&C)$ = Prämie $-$ $P(\neg A) \times$ Prämie = $P(A) \times$ Prämie“, also „Prämie = $P(A\&C)/P(A)$“.)

In Anbetracht der Voraussetzungen 1 und 2 aus (T) ergibt sich somit, daß X eine beliebige Wette genau dann als fair anerkennt, wenn sie tatsächlich für sie fair ist. - Sofern X nur in *eine* Wette verwickelt ist, die für sie selbst mindestens fair ist, kann ihr nicht das Unglück widerfahren, bei jedem (logisch) möglichen Ausgang einen Nettoverlust zu erleiden. Denn da bei fairen Wetten der Erwartungswert mit der Prämie identisch ist und da die Wahrscheinlichkeiten, durch welche die bei der Berechnung des Erwartungswertes zu addierenden Beträge gewichtet werden, sich zu Eins summieren, können die in den (logisch) möglichen Fällen auszuzahlenden Beträge weder alle größer noch alle kleiner als die Prämie sein. Damit ist klar, daß X weder als Käuferin noch als Verkäuferin einer für sich selbst mindestens fairen Wette bei jedem möglichen Ausgang zur Nettoverliererin werden kann. Als Käuferin gewinnt sie in wenigstens einem Fall mindestens die Prämie zurück; als Verkäuferin muß sie in wenigstens einem Fall höchstens die Prämie zurückzahlen.

Ist aber eine Situation, in der X notwendigerweise zur Nettoverliererin wird, auch dann ausgeschlossen, wenn X *mehrere* für sie mindestens faire Wetten kauft oder verkauft? - Zum Glück lautet auch hier die Antwort: ja. - Angenommen, X kauft mehrere für sie mindestens faire Wetten und verkauft andere, die ebenfalls für sie mindestens fair sind. (Man beachte: Der Erwartungswert einer für X mindestens fairen Wette ist mindestens so groß wie die Prämie, falls X die Wette kauft, und höchstens so groß, falls X sie verkauft.) SE sei die Summe der Erwartungswerte der Wetten, die X kauft, abzüglich der Summe der Erwartungswerte derjenigen, die X verkauft. Dabei werde zur Bestimmung der einzelnen Erwartungswerte jedesmal dieselbe Wfunktion P verwendet. Schließlich sei SP die Summe der Prämien der von X gekauften Wetten, abzüglich der Summe der Prämien derjenigen, die X verkauft. - Da der Erwartungswert einer fairen Wette stets mit der Prämie identisch ist, gilt: SE $\geq$ SP. Nun gibt es eine Menge M von Sätzen $A_1,..., A_n$ mit folgenden Eigenschaften:

1. $A_1 \vee ... \vee A_n$ ist eine Tautologie.
2. Die Sätze aus M sind paarweise logisch unvereinbar.
3. M enthält für jeden Satz, der in den Wettbedingungen irgendeiner der von X eingegangenen Wetten erwähnt wird, einen Satz, der ihn logisch impliziert.

Für jedes $A_i \in M$ sei $SA_i$ die Summe der Beträge, die X aufgrund der Wettbedingungen der von ihr gekauften Wetten gewinnt, falls $A_i$ wahr ist, abzüglich der Summe der Beträge, die X im Falle $A_i$ wegen der von ihr verkauften Wetten auszahlen muß. Die Summe aller jeweils durch $P(A_i)$ gewichteten Werte $SA_i$ ($i \in 1, ..., n$) ist offensichtlich identisch mit SE und somit mindestens so groß wie SP. (Man erinnere sich: Bei der Berechnung der Erwartungswerte der einzelnen Wetten wurde jedesmal ebenfalls die Wfunktion P zu Grunde gelegt.) Da sich die Wahrscheinlichkeiten $P(A_i)$ zu Eins summieren, können die Werte $SA_i$ also nicht alle kleiner als SP sein. X kann also nicht bei jedem der Wettausgänge $A_1$ bis $A_n$ zur Nettoverliererin werden.

Wir wissen nun: Wenn die Voraussetzungen 1 bis 3 erfüllt sind und X vor dem in 4 genannten Zeitpunkt t mehrere Wetten abschließt, die alle relativ zur Wfunktion P für sie fair sind, so kann sie nicht bei jedem möglichen Ausgang zur Nettoverliererin werden. Folgendes ist hingegen noch ungeklärt: Kann X auch dann in ein System von Wetten geraten, durch das sie zwangsläufig an einem der Astenden von Abbildung 3 landet, wenn es keinen Satz C gibt, hinsichtlich dessen X die Regel $P_A(C) = P(C/A)$ verletzt? - Was uns zum Beweis von (T) noch fehlt, ist der Nachweis, daß diese Frage zu verneinen ist.

Vergleichen wir die beiden folgenden Situationen:

1K: X schließt vor t eine Reihe von Wetten ab, die alle relativ zu ihrer Wfunktion P für sie fair sind. Nach t erfährt X, daß A ($P(A) > 0$) wahr ist und revidiert (entsprechend der 4. Voraussetzung aus (T)) ihre Wfunktion dahingehend, daß $P_A(A) = 1$ ist. Nun wird X für eine Prämie von $P(C/A)$ Euro eine Wette auf einen Satz C angeboten. Da X die Regel $P_A(C) = P(C/A)$ befolgt, ist sie gemäß den Voraussetzungen 1 und 3 aus (T) bereit, dieses für sie relativ zu $P_A$ faire Angebot anzunehmen.

2K: Alle Wetten, die X in Situation 1K vor t abschließt, schließt sie zur selben Zeit für dieselben Prämien auch in 2K ab. Der Unterschied besteht darin, daß X nicht nach t, sondern noch vor t eine zusätzliche Wette für eine Prämie von $P(C/A)$ Euro angeboten wird.

Es handelt sich dabei um eine Wette auf den Ksatz „Wenn A, dann C". Gemäß den Voraussetzungen 2 und 3 aus (T) akzeptiert X dieses für sie relativ zu P faire Angebot. Nach t stellt sich A wiederum als wahr heraus. Die von X eingegangene konditionale Wette verwandelt sich dadurch in eine einfache Wette auf C, bei der X einen Euro gewinnt, falls C wahr ist und ansonsten leer ausgeht.[23]

Offensichtlich spielt es für das Nettoergebnis, das X erzielt, wenn alle Wetten entschieden sind, keine Rolle, ob sie nach t eine Wette auf C oder vor t eine auf „Wenn A, dann C" kauft. In beiden Situationen wird X dasselbe Nettoergebnis erzielen, wenn sich in beiden Situationen dieselben Sätze als wahr bzw. falsch erweisen. - Hieraus folgt: X gerät durch die in Situation 1K nach t gekaufte Wette genau dann in das Dilemma, bei jedem den Satz A implizierenden Ausgang aller Wetten einen Nettoverlust zu erleiden, wenn sie in Situation 2K durch den zusätzlichen Kauf der konditionalen Wette in dieses Dilemma gerät (vgl. Abbildung 3).

Nun läßt sich folgendes zeigen:

(T1) Wenn X in einer Situation S vor t mehrere relativ zu P faire Wetten abschließt und einen Nettoverlust erleiden muß, falls A sich nach t als falsch erweist, so gilt: S kann nicht zu einer solchen Situation des Typs 2K ergänzt werden, in der X bei jedem A implizierenden Ausgang aller Wetten einen Nettoverlust erleidet.

Da es für X hinsichtlich ihres Nettoergebnisses in keinem Fall einen Unterschied macht, ob sie sich in einer Typ2K- oder in der korrespondierenden Typ1K-Situation befindet, die sich von ersterer nur darin unterscheidet, daß X nicht vor t eine Wette auf „Wenn A, dann C", sondern nach t eine auf C kauft, folgt aus (T1):

(T2) Unter den in (T1) genannten Voraussetzungen gilt: S kann nicht zu einer solchen Situation des Typs 1K ergänzt werden, in der X bei jedem A implizierenden Ausgang aller Wetten einen Nettoverlust erleidet.

Von (T2) aus gelangen wir ohne größere Schwierigkeiten zum Abschluß des Beweises von (T). Zuvor jedoch muß (T1) bewiesen werden.

Angenommen, X schließt vor t eine Reihe von Wetten ab, die alle relativ zu ihrer Wfunktion P für sie fair sind. SE sei die Summe der Erwartungswerte der von X gekauften, abzüglich der Summe der Erwartungswerte der von X verkauften Wetten; SP die Summe der Prämien der

[23] Der Buchstabe „K" in 1K und 2K soll daran erinnern, daß X in diesen Situationen eine Wette auf C bzw. „Wenn A, dann C" ***k***auft.

gekauften, abzüglich der Summe der Prämien der verkauften Wetten. - Wie bereits erläutert muß SE mindestens so groß sein wie SP und kann X nicht bei jedem Wettausgang einen Nettoverlust erleiden.

Die Menge $M = \{A_1, ..., A_n\}$ erfülle bezüglich der von X abgeschlossenen Wetten die bereits aufgeführten Bedingungen 1 bis 3 (vgl. S. 91). Zudem impliziere jeder Satz aus M einen der Sätze A&C, A&¬C sowie ¬A. $SA_i$ sei für beliebige $A_i \in M$ ebenfalls in der bereits angegebenen Weise definiert. Des weiteren sei $SE_A = \Sigma\ SA_i \times P(A_i\&A)$ und $SE_{\neg A} = \Sigma\ SA_i \times P(A_i\&\neg A)$.

Weil alle bei der Berechnung von SE zu berücksichtigenden Erwartungswerte anhand von P zu bestimmen sind, ist $SE = \Sigma\ SA_i \times P(A_i) = SE_A + SE_{\neg A}$. Daher ist entweder $SE_A \geq SE \times P(A)$ oder $SE_{\neg A} \geq SE \times P(\neg A)$.

Nehmen wir nun ferner an, daß X, wie in den Voraussetzungen aus (T1) formuliert, im Fall ¬A (aufgrund der vor t ausgehandelten Wetten) einen Nettoverlust erleiden muß. Die Werte $SA_i$ sind dann in allen ¬A implizierenden Fällen $A_i$ kleiner als SP; wegen $SE \geq SP$ also auch kleiner als SE. Es gilt demnach $SE_{\neg A} = \Sigma\ SA_i \times P(A_i\&\neg A) < SE \times P(\neg A) = \Sigma\ SE \times P(A_i\&\neg A)$ und folglich $SE_A \geq SE \times P(A)$. Die Werte $SA_i$ können deshalb nicht auch in allen A implizierenden Fällen $A_i$ kleiner sein als SE. (Andernfalls wäre $SE \times P(A) = \Sigma\ SE \times P(A_i\&A) > \Sigma\ SA_i \times P(A_i\&A) = SE_A$.) Da $SE \geq SP$ ist, wird X also nicht in allen A implizierenden Fällen zur Nettoverliererin.

Wenn X vor t zusätzlich eine relativ zu P faire Wette auf einen Ksatz „Wenn A, dann C" kauft, so steigen SE und SP jeweils um den Betrag P(C/A) auf $S_1E$ bzw. $S_1P$ an, so daß $S_1E \geq S_1P$ ist. Für die Werte $S_1A_i$ gilt:

$$S_1A_i = \begin{cases} SA_i + P(C/A), \text{ falls } A_i \text{ logisch } \neg A \text{ impliziert.} \\ SA_i + 1, \text{ falls } A_i \text{ logisch } A\&C \text{ impliziert.} \\ SA_i + 0, \text{ falls } A_i \text{ logisch } A\&\neg C \text{ impliziert.} \end{cases}$$

$S_1E_A$ und $S_1E_{\neg A}$ sind demnach wie folgt zu ermitteln:

$$S_1E_{\neg A} = \Sigma\ S_1A_i \times P(A_i\&\neg A) = SE_{\neg A} + \Sigma\ P(C/A) \times P(A_i\&\neg A) = SE_{\neg A} + P(C/A) \times P(\neg A)$$
$$S_1E_A = \Sigma\ S_1A_i \times P(A_i\&A) = SE_A + \Sigma\ 1 \times P(A_i\&A\&C) + \Sigma\ 0 \times P(A_i\&A\&\neg C) = SE_A + P(A\&C)$$

Da infolge der Voraussetzungen aus (T1), wie gesehen, $SE_A \geq SE \times P(A)$ ist, gilt trivialerweise: $SE_A + P(A\&C) \geq SE \times P(A) + P(A\&C)$. Wegen $P(A\&C) = P(C/A) \times P(A)$ ist also $S_1E_A \geq (SE + P(C/A)) \times P(A) = S_1E \times P(A)$. Die Werte $S_1A_i$ können also nicht in allen A implizierenden Fällen $A_i$ kleiner sein als $S_1E$. Weil $S_1E \geq S_1P$ ist, kann X wiederum nicht in all diesen Fällen zur Nettoverliererin werden. - Damit ist (T1) bewiesen.

Um zu einem Beweis von (T) zu gelangen, ist es erforderlich, (T1) und das daraus folgende (T2) in zweierlei Hinsicht zu verallgemeinern.

1. Modifiziert man die Situationen 1K und 2K so, daß X eine zusätzliche Wette für eine Prämie von P(C/A) Euro nicht kauft, sondern verkauft, so erhält man die Situationen 1V und 2V. Der Leser dürfte ohne größere Schwierigkeiten imstande sein, in Analogie zur vorangehenden Argumentation zwei Theoreme zu beweisen, die sich von (T1) und (T2) nur darin unterscheiden, daß „1K" und „2K" durch „1V" bzw. „2V" ersetzt sind. (Wenn X vor t eine zusätzliche Wette auf „Wenn A, dann C" verkauft, so sinken SE und SP jeweils um P(C/A) auf $S_1E$ bzw. $S_1P$. Und $S_1E_A$ ist nun identisch mit $SE_A - P(A\&C)$. Unter der Voraussetzung $SE_A \geq SE \times P(A)$ muß also auch $S_1E_A = SE_A - P(A\&C) \geq S_1E \times P(A) = (SE - P(C/A)) \times P(A) = SE \times P(A) - P(A\&C)$ sein, so daß X nicht in allen A implizierenden Fällen $A_i$ einen Nettoverlust erzielt.)
   Verallgemeinert man die Beschreibungen von Situationen der Typen 1K und 2K, indem man nur noch festlegt, daß X die dort jeweils erwähnte zusätzliche faire Wette durch Kauf oder Verkauf abschließt, so ergeben sich Beschreibungen von Situationen der Typen 1 und 2. - Durch Ersetzung von „2K" und „1K" durch „2" bzw. „1" erhalten wir aus (T1) und (T2) die allgemeineren Theoreme (T3) und (T4). - Warum diese Theoreme gelten, bedarf keiner weiteren Erläuterung mehr.

2. Situationen der Typen 1 und 2 sind zugleich solche der Typen 1* bzw. 2*. Während X in einer Typ1-Situation nach t genau *eine* zusätzliche Wette abschließt, kauft oder verkauft X in einer 1*-Situation nach t n ($n \geq 1$) zusätzliche Wetten auf Sätze $C_1, ..., C_n$, wobei jede dieser n Wetten für X relativ zu $P_A$ bzw. $P_{\neg A}$ fair ist. - 2*-Situationen unterscheiden sich von 1*-Situationen genau darin, daß X anstelle der in letzteren nach t abgeschlossenen n Wetten schon vor t n Wetten auf Ksätze „Wenn A, dann $C_1$", ..., „Wenn A, dann $C_n$" abschließt. Dabei sind diese n Wetten relativ zu P für X fair.

Um (T3) und (T4) weiter zu verallgemeinern, gehen wir wiederum von (T1) und (T2) aus. Wir ersetzen in (T1) „2K“ durch „2*“ und erhalten so (T5). Um zu (T6) zu gelangen, ersetzen wir in (T2) „1K“ durch „1*“ sowie „(T1)“ durch „(T5)“. - (T6) folgt aus (T5). Die Gründe hierfür sind nahezu identisch mit den Gründen dafür, daß (T2) aus (T1) folgt.

Warum gilt (T5)? - Wir wissen, warum unter der in (T5) formulierten Annahme, daß X aufgrund der vor t ausgehandelten Wetten im Fall $\neg$A einen Nettoverlust erleiden muß, $SE_A \geq SE \times P(A)$ ist und warum hieraus folgt: $S_1E_A \geq S_1E \times P(A)$. Ferner haben wir uns davon überzeugt, daß diese Folgerungen unabhängig davon gelten, ob $S_1E$ und $S_1E_A$ sich durch Addition oder Subtraktion der Werte P(C/A) bzw. PA&C) aus SE bzw. $SE_A$ ergeben. In Verallgemeinerung unserer früheren Argumentation läßt sich für beliebige m mit $1 \leq m < n$ leicht zeigen: Wenn $S_mE_A \geq S_mE \times P(A)$ ist, dann ist $S_{m+1}E_A \geq S_{m+1}E \times P(A)$. - Dabei gilt entweder

$S_{m+1}E = S_mE + P(C_{m+1}/A)$ und $S_{m+1}E_A = S_mE_A + P(A\&C_{m+1})$

oder

$S_{m+1}E = S_mE - P(C_{m+1}/A)$ und $S_{m+1}E_A = S_mE_A - P(A\&C_{m+1})$.

Wenn beispielsweise der zweite Fall vorliegt, muß unter der Voraussetzung $S_mE_A \geq S_mE \times P(A)$ auch $S_mE_A - P(A\&C_{m+1}) \geq (S_mE - P(C_{m+1}/A)) \times P(A) = S_mE \times P(A) - P(A\&C_{m+1})$ sein.

Aus der Annahme, daß X aufgrund der vor t ausgehandelten Wetten im Fall $\neg$A einen Nettoverlust erleiden muß, folgt also letztlich: $S_nE_A \geq S_nE \times P(A)$. - Der Beweis für (T5) dürfte damit hinreichend skizziert sein.

Aus dem aus (T5) folgenden (T6) würde sich sofort (T) ergeben, wenn wir nicht bisher der Einfachheit halber eine letzte Komplikation außer acht gelassen hätten: Es wurde festgelegt, daß sich unter den n zusätzlichen Wetten, die X nach t in einer 1*-Situation abschließt, keine konditionale Wette befindet. Aber natürlich darf nicht ausgeschlossen werden, daß die m-te Wette ($1 \leq m \leq n$) eine auf einen Ksatz „Wenn B, dann D“ ist. Andernfalls dürften wir nicht sicher sein, daß X, falls sie die Konditionalisierungsregel befolgt, unmöglich aufgrund mehrerer vor t abgeschlossener (konditionaler oder nicht-konditionaler) Wetten nach t entweder einen Nettoverlust erleiden muß oder in eine Situation gerät, in der sie dazu verleitet werden kann, weitere (konditionale oder nicht-konditionale) Wetten abzuschließen, die zwangsläufig zu dem Ergebnis führen, daß X - bezogen auf alle Wetten - einen Nettoverlust erleidet.

Modifizieren wir also eine 1*-Situation dahingehend, daß zu den nach t ausgehandelten n fairen Wetten auch konditionale Wetten gehören. Angenommen, die erste dieser n Wetten, die auf einen Ksatz abgeschlossen wird, ist Nr. m ($1 \leq m \leq n$), eine Wette auf einen Ksatz „Wenn B, dann D". X kauft diese Wette für eine Prämie von $P_A(D/B)$ Euro. Da X die Konditionalisierungsregel befolgt, ist $P_A(D/B) = P_A(D\&B)/P_A(B) = P(D\&B/A)/P(B/A) = (P(D\&B\&A)/P(A))/(P(B\&A)/P(A)) = P(D/A\&B)$.

Die modifizierte 1*-Situation heiße S. Vergleichen S mit einer entsprechend modifizierten 2*-Situation S', in der X alle Wetten, die sie in S *vor* t abschließt, zur selben Zeit für dieselben Prämien ebenfalls abschließt. Anstelle jeder der ersten m–1 Wetten, die X in S *nach* t abschließt, schließt X in S' bereits vor t eine korrespondierende Wette auf einen Ksatz ab, dessen Antecedens A ist. Genauer: Wenn X in S *nach* t eine Wette auf $C_i$ ($1 \leq i < m$) kauft (verkauft), so kauft (verkauft) X in S' stattdessen *vor* t für dieselbe Prämie eine Wette auf „Wenn A, dann $C_i$". Schließlich kauft X anstelle der Wette auf „Wenn B, dann D" in S' ebenfalls für P(D/A&B) Euro vor t eine Wette auf „Wenn A&B, dann D".

Wenn wir davon absehen, daß X in S und S' noch jeweils n–m weitere Wetten abschließt, so erzielt X in S bei jedem Wettausgang dasselbe Ergebnis wie in S'. Da sich in beiden Situationen A als wahr erweist, macht es insbesondere keinen Unterschied, ob X für P(D/A&B) Euro *nach* t eine Wette auf „Wenn B, dann D" oder *vor* t eine auf „Wenn A&B, dann D" kauft. Deshalb gerät X in S genau dann aufgrund der zusätzlichen Wetten 1 bis m in das Dilemma, bei jedem A implizierenden Wettausgang einen Nettoverlust zu erleiden, wenn sie in S' infolge der korrespondierenden Wetten 1 bis m ebenfalls in dieses Dilemma gerät.

Unter der Voraussetzung eines sicheren Nettoverlustes im Fall $\neg A$ ist hinsichtlich S' $SE_A \geq SE \times P(A)$. Da die ersten m–1 zusätzlichen Wetten nicht-konditional sind, folgt hieraus: $S_{m-1}E_A \geq S_{m-1}E \times P(A)$. Dann aber läßt sich zeigen, daß $S_mE_A \geq S_mE \times P(A)$ ist, so daß X in S' und demnach auch in S nicht bei jedem (A implizierenden) Wettausgang zur Nettoverliererin werden kann. (Die letzten n–m Wetten, die X in S und S' abschließt, bleiben dabei, wie bereits gesagt, ausgeblendet.)

<u>Beweis</u>: Angenommen, $S_{m-1}E_A$ ist mindestens so groß wie $S_{m-1}E \times P(A)$. - Durch den Kauf der Wette Nr. m auf „Wenn A&B, dann D" steigen $S_{m-1}E$ und $S_{m-1}P$ jeweils um P(D/A&B) auf $S_mE$ bzw. $S_mP$ an. Wegen $S_{m-1}E \geq S_{m-1}P$ ist also auch $S_mE \geq S_mP$. - $S_mE_A$ ist identisch mit

$S_{m-1}E_A + P(A\&B\&D) \times 1 + P(A\&B\&\neg D) \times 0 + P(A\&\neg B) \times P(D/A\&B) =$

$S_{m-1}E_A + P(A\&B\&D) + P(A\&\neg B) \times P(A\&B\&D)/P(A\&B) =$

$S_{m-1}E_A + P(A\&B\&D) \times (1 + P(A\&\neg B)/P(A\&B)) =$

$S_{m-1}E_A + P(A\&B\&D) \times (P(A)/P(A\&B)) =$

$S_{m-1}E_A + P(D/A\&B) \times P(A).$

Offensichtlich ist dieser Wert unter der obigen Annahme mindestens so groß wie $S_mE \times P(A) = (S_{m-1}E + P(D/A\&B)) \times P(A) = S_{m-1}E \times P(A) + P(D/A\&B) \times P(A)$. Q.e.d.

Abschließend müssen wir wieder davon abstrahieren, daß die Wette Nr. m die *erste* der n zusätzlichen Wetten ist, die in S auf einen Ksatz ausgehandelt wird, und daß X bei dieser Wette als *Käuferin* fungiert. Angesichts der ausführlichen Erläuterungen der vorangehenden Argumentationsschritte kann jedoch darauf verzichtet werden, dies im Detail „vorzuexerzieren“.

Der Beweis für (T) ist damit abgeschlossen.

### *3.5 Stalnakers These*

Halten wir fest: Wenn die epistemische Situation einer vernünftigen Person X durch eine Wfunktion P repräsentiert werden kann, $P(A) > 0$ ist und X dann allein aufgrund der Information A zu der Überzeugung gelangt, daß A wahr ist, sollte X die Funktion P so revidieren, daß für beliebige Sätze C gilt: $P_A(C) = P(C/A)$. X sollte stets die Bayessche Regel beachten.

Nach F. P. Ramseys drittem „fundamental law of probable belief“ entspricht der Quotient P(C/A) der Wahrscheinlichkeit von C unter der Bedingung A:[24]

Degree of belief[25] in (p and q) = degree of belief in p × degree of belief in q given p.

[24] Vgl. Ramsey (1931), S. 181.

[25] „Degrees of belief“ haben bei Ramsey die Struktur von Wahrscheinlichkeiten. Genau hierin liegt die Innovation von Ramseys „fundamental law“ gegenüber ähnlichen Formulierungen von Thomas Bayes und Pierre Laplace.

Die bedingteWahrscheinlichkeit P(C/A) darf gemäß einer anderen Bemerkung Ramseys aufgefaßt werden als Ergebnis einer „intern“ (statt durch eine von außen kommende Information) ausgelösten Revision:[26]

> If two people are arguing 'If p will q?' and are both in doubt as to p, they are adding p hypothetically to their stock of knowledge (*sic*!) and arguing on that basis about q; ... they are fixing their degrees of belief in q given p.

Jemand kann seine Wfunktion also auch deshalb revidieren, weil er einen Satz A „hypothetisch seinen Überzeugungen hinzufügt“ - einfacher gesagt: annimmt, daß A wahr ist.

Die zuletzt zitierte Bemerkung legt nahe, „degree of belief in q, given p“ darüber hinaus gleichzusetzen mit „degree of belief in *If p, then q*“. R. Stalnaker hat genau dies getan. Da er außerdem Ramseys „fundamental law“ akzeptierte, gelangte er zu der These, daß für indikativische Ksätze, die er mittels desselben Operators[27] formalisierte wie konjunktivische, gilt:

(ST) $P(A \Box\!\!\rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$.[28]

Dabei dürfen die Sätze A und C beliebig gewählt werden; insbesondere dürfen sie auch Konditionale sein.

Indikativische Ksätze werden demnach durch L-Sätze formalisiert, die ebenso wie andere L-Sätze als Argumente von Wfunktionen auftreten. Sie sind wahrheitswertig wie sonstige Behauptungssätze der jeweiligen natürlichen Sprache auch und werden verwendet, um, wie Stalnaker in seiner Monographie *Inquiry* formulierte, „conditional beliefs“ zum Ausdruck zu bringen.[29] Diese seien identifizierbar mit mentalen Dispositionen eines Sprechers, auf neue Informationen hin seine epistemische Einstellung zu ändern.

> „To be disposed to accept B on learning A is to accept B conditionally on A, or to accept that if A, then B.“[30]

---

[26] A.a.O. S. 247.
[27] Es ist unerheblich, daß Stalnaker anstelle des im vorangehenden Kapitel eingeführten Zeichens „$\Box\!\!\rightarrow$“ das Zeichen „>“ verwendete.
[28] Vgl. Stalnaker (81b) [Wiederabdruck von Stalnaker (70)], S.114 f. sowie S. 120. Die Bedingung „falls P(A) > 0“ fehlt auf S. 120, weil Stalnaker in dieser Arbeit einen erweiterten Begriff von bedingter Wahrscheinlichkeit konstruiert, bei dem P(C/A) auch im Falle P(A) = 0 definiert ist. Von diesem Sonderfall abgesehen macht es jedoch, wie Stalnaker auf S. 115 darlegt, keinen Unterschied, ob man bei der Bestimmung von P(C/A) die übliche oder die erweiterte Definition anwendet.
[29] Vgl. Stalnaker (84), S. 103.
[30] A.a.O. S. 103.

Stalnakers Position ist nicht mit der Auffassung zu verwechseln, daß der Sprecher eines indikativischen Ksatzes *behaupte*, eine entsprechende „Glaubensdisposition“ zu haben. Eine solche Auffassung hätte die inakzeptable Konsequenz, daß die Behauptung eines indikativischen Ksatzes auch dann wahr sein könnte, wenn das Antecedens wahr und das Konsequens falsch ist. Für die Wahrheit der Behauptung wäre hinreichend, daß der Sprecher die sich selbst zugeschriebene Glaubensdisposition tatsächlich besitzt.

Unter Verwendung pragmalinguistischer Ideen von H. P. Grice läßt sich Stalnakers Position wie folgt deutlich machen:[31] Der Sprecher eines Ksatzes „Wenn A, dann C“ will, daß sein Adressat ihm unterstellt, er halte sich an die Konversationsmaxime: Behaupte nur, was du selbst glaubst. Der Adressat weiß, daß der Sprecher dies will. Der Sprecher wiederum weiß, daß der Adressat dies weiß etc. Unter diesen Voraussetzungen *gibt der Sprecher zu verstehen* oder - um mit Grice zu sprechen - *impliziert seine Äußerung konversationell,* er *glaube*, daß C zutrifft, falls A zutrifft. Diesen konditionalen Glauben betrachtet Stalnaker als Glaubensdisposition. Daher läßt sich sagen, daß nach Stalnaker durch Äußerungen indikativischer Ksätze Glaubensdispositionen konversationell impliziert, nicht aber behauptet werden. - Was nach der von Stalnaker in den Arbeiten (68) und (75) vertretenen Position durch einen indikativischen Ksatz *behauptet* wird, ist ein Sachverhalt, der einer hypothetischen Realität angehört - genauer: der maximal ähnlichen Antecedenswelt.

In (84) hingegen ist Stalnaker aus noch ausführlich zu erörternden Gründen von der These abgerückt, durch indikativische Ksätze werde das Bestehen irgendwelcher Sachverhalte behauptet. Der Sprecher bringe lediglich einen konditionalen Glauben bzw. eine Glaubensdisposition zum Ausdruck, seine konditionale Behauptung sei jedoch weder wahr noch falsch. - Die These (ST) ist mit dieser Position aus folgendem Grund unvereinbar: Falls indikativische Ksätze bzw. Äußerungen solcher Sätze nicht wahrheitswertig sind, ist es nicht sinnvoll, sie durch L-Sätze zu formalisieren, denen (relativ zu einer möglichen Welt) Wahrheitswerte zugeordnet werden bzw. Mengen möglicher Welten (Propositionen), in denen sie wahr sind. Wenn aber eine Formel wie $A \Box\!\!\rightarrow C$ keinen Wahrheitswert hat, wäre es problematisch, sie als L-Satz im bisherigen Sinne einzustufen. Wir wüßten nicht, wie die Negation $\neg(A \Box\!\!\rightarrow C)$ oder die Konjunktion $B\&(A \Box\!\!\rightarrow C)$ zu interpretieren wären, die dann ebenfalls als L-Sätze zu gelten hätten. Die Begriffe der Tautologie und der logischen

[31] Vgl. Grice (91).

Unvereinbarkeit wären nur noch partiell definiert, so daß nicht beurteilt werden könnte, ob eine auf der Menge der L-Sätze definierte Funktion P die Standardgesetze der Wahrscheinlichkeit erfüllt. Sofern ein Konditional A□→C nicht wahrheitswertig ist, kann es also nicht zur Argumentemenge einer im klassischen Sinne definierten Wfunktion gehören. Deshalb ist (ST) mit Stalnakers neuer Position unvereinbar.

### *3.6 Adams' These*

Auch E. Adams hält offenbar die theoretischen Konsequenzen der These, jeder indikativische Ksatz sei entweder wahr oder falsch, für inakzeptabel. Zumindest plädiert er dafür, die Analyse der Wahrheitsbedingungen indikativischer Ksätze durch die ihrer Wahrscheinlichkeiten zu ersetzen und stellt über erstere keinerlei Spekulationen an. Es mag zunächst verwundern, daß er, scheinbar in Übereinstimmung mit (ST), dennoch annimmt: „The probability of an indicative conditional of the form 'if A is the case, then B is' is a conditional probability" und „conditional probability" als „the ratio of the probability of 'A and B' to the probability of A" präzisiert.[32] - Was versteht Adams unter Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze, wenn er diese als nicht wahrheitswertig behandelt?

Adams „probabilities" sind Funktionen von der Menge der Sätze einer formalen Sprache L in die Menge der reellen Zahlen, sie sind jedoch wegen Adams' Definition des Begriffs *L-Satz* keine Wahrscheinlichkeiten im üblichen Sinne. Zum Vokabular von L gehören eine abzählbar unendliche Menge von Satzkonstanten sowie die Operatoren ¬, &, ∨, ⊃ und →. Es gibt zwei Arten von L-Sätzen: *faktische* Sätze und *Konditionale*. Faktisch sind zunächst alle Satzkonstanten. Ferner gilt: Wenn A und B faktisch sind, so trifft dies auch auf ¬A, A&B, A∨B und A⊃B zu. Darüber hinaus gibt es keine faktischen L-Sätze. - A→B ist ein Konditional, gdw. A und B faktisch sind.

Es gibt also keine komplexen Sätze, zu deren Konstituenten auch Konditionale gehören. Ausdrücke wie ¬(A→B), A&(B→C), A→(B→C) etc. werden von Adams syntaktisch nicht

[32] Vgl. Adams (75), S. 3.

zugelassen. Da die Menge der L-Sätze somit nicht abgeschlossen ist unter den Operationen der Negations- und Konjunktionsbildung, erfüllt sie nicht die (für Sätze formulierten) Bedingungen einer Boolschen Algebra. Eben deshalb sind Adams' auf der Menge der L-Sätze definierte Wfunktionen keine Wfunktionen im üblichen Sinne.

Allerdings existiert zu jeder Adamsschen „probability function" P genau eine gewöhnliche, auf der Menge der *faktischen* L-Sätze definierte Wfunktion P', aus der sie wie folgt abgeleitet werden kann: Für jeden faktischen L-Satz B ist P(B) = P'(B); für Konditionale A→C gilt:

(AT) P(A→C) = P(C/A) = P(A&C)/P(A), falls P(A) > 0 ist.[33]

Adams' Theorie ist wegen der syntaktischen Beschränkungen seiner formalen Sprache nicht anwendbar auf komplexe natürlichsprachige Sätze, in die Ksätze eingebettet sind. Sie lehrt uns daher nichts über die Gültigkeit von Schlüssen wie: „Wenn sie nicht rennt, wird sie den Bus verpassen, falls er pünktlich abfährt. Sie rennt nicht. Also wird sie den Bus verpassen, falls er pünktlich abfährt." - Für die logische Sprachanalyse ist dies unbefriedigend. Zudem ist es aus der Sicht der Wahrscheinlichkeitstheorie unbefriedigend, daß Adams nicht erklären kann, wie die Wahrscheinlichkeiten komplexer Sätze, in die Ksätze eingebettet sind, von den Wahrscheinlichkeiten der Teilsätze abhängen.

Aus welchen Gründen Adams seiner Theorie derartige, auf den ersten Blick recht nachteilige Beschränkungen ihres Anwendungsbereichs und Erklärungsanspruchs auferlegt, soll in Kap. 3.14 deutlich werden. Eine Beurteilung dieser Theorie wird erst dann möglich sein, wenn wir uns einen Überblick über die bisher vorgeschlagenen Alternativen verschafft haben. Es sei jedoch vorweggenommen, daß jede dieser Alternativen andere, mindestens ebenso gravierende Unzulänglichkeiten nach sich zieht.

Adams bezeichnet (AT) als „cornerstone of my probabilistic theory of conditionals".[34] Die These (AT) läßt sich u.a. damit begründen, daß durch sie auf korrekte Weise beschrieben wird, wie die Wahrscheinlichkeit eines *einfachen* (d.h. keine Ksätze einbettenden) indikativischen Ksatzes von den Wahrscheinlichkeiten nicht-konditionaler Sätze abhängt. Sprecher des Deutschen können zwar nur in wenigen Kontexten - etwa bei Glücksspielen - exakt *beziffern*,

[33] A.a.O. S. 6. Wie P(A→C) im Falle P(A) = 0 zu bestimmen ist, betrachtet Adams in (75) auf S. 41 als offenes Problem. Eine mögliche Lösung dieses Problems bietet McGee (94). - In (77) legt Adams aus „technischen Gründen" fest, daß P(A→C) = 1 ist, falls P(A) = 0 ist.
[34] Vgl. Adams (88), S. 125.

für wie wahrscheinlich sie „Wenn A, dann C“ halten. Sie sehen sich jedoch häufig imstande anzugeben, ob die Wahrscheinlichkeit eines solchen Satzes hoch, gering oder ungefähr ebenso hoch ist wie die von „Wenn A, dann ¬C“ - wobei „Wahrscheinlichkeit“ hier natürlich im umgangssprachlichen, nicht-mathematischen Sinne zu verstehen ist. Bei derartigen Wahrscheinlichkeitsurteilen orientieren sich Sprecher des Deutschen in der Regel tatsächlich daran, wie wahrscheinlich A&C im Verhältnis zu A oder, anders gesagt, verglichen mit A&¬C ist. Hält etwa jemand A&C für beinahe so wahrscheinlich wie A bzw. für wesentlich wahrscheinlicher als A&¬C, so dürfte für ihn die Wahrscheinlichkeit von „Wenn A, dann C“ ebenfalls hoch sein - und umgekehrt.

Dieser Zusammenhang läßt sich auch wie folgt plausibel machen: Wir halten einen Satz C für wahrscheinlich, gdw. wir C für (deutlich) wahrscheinlicher halten als ¬C. Entsprechend erscheint uns C unter der Annahme A wahrscheinlich, gdw. wir A&C für (deutlich) wahrscheinlicher halten als A&¬C. Und was ist die Wahrscheinlichkeit von C unter der Annahme A anderes als die von „Wenn A, dann C“?

### *3.7 Ein weiteres Dutch-Book-Theorem*

Derartige Überlegungen sollen zeigen, daß (AT) *empirisch adäquat* ist, daß also, zumindest unter der idealisierenden Annahme, kompetente Sprecher könnten die Wahrscheinlichkeiten von Sätzen stets exakt beziffern, (AT) durch die *tatsächlichen* Wahrscheinlichkeitseinschätzungen solcher Sprecher in hohem Maße bestätigt wird. Zu beachten ist allerdings, daß (ST) im selben Maße bestätigt wird, die obigen Überlegungen also nicht geeignet sind, eine Entscheidung zwischen (AT) und (ST) herbeizuführen. - Dasselbe gilt für ein z.B. von Vann McGee erwähntes Argument, das begründen soll, warum es *vernünftig* sei, die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze in Übereinstimmung mit (AT) zu bestimmen.[35] Dieses Argument basiert auf einem weiteren Dutch-Book-Theorem:

[35] Vgl. McGee (89), S. 495.

(T') Wenn eine Person X, deren epistemische Funktion die Standardgesetze der Wahrscheinlichkeit erfüllt, **erstens** eine Wette auf einen (nicht-konditionalen) Satz B als fair anerkennt, gdw. für ihre Wfunktion P gilt: „P(B) = Prämie der Wette" und **zweitens** bereit ist, eine (konditionale oder nicht-konditionale) Wette zu kaufen oder zu verkaufen, gdw. sie diese ihr selbst gegenüber als mindestens fair betrachtet, so läßt sich beweisen:X ist dann und nur dann dagegen gefeit, mehrere Wetten zu kaufen oder zu verkaufen, durch deren Gesamtheit sie unter allen Umständen per saldo einen Verlust erleidet, wenn sie eine Wette auf einen beliebigen Ksatz A→C[36] mit P(A) > 0 als fair anerkennt, gdw. gilt: „P(C/A) = Prämie der Wette".

Aus (T') ziehen die Vertreter des darzustellenden Argumentes zunächst den Schluß, daß es vernünftig ist, P(C/A) als faire Prämie einer Wette auf A→C anzuerkennen, sofern P(A) > 0 ist. (T') liefert also die noch fehlende Rechtfertigung der zweiten Voraussetzung aus Theorem (T).

Bei nicht-konditionalen Sätzen B erschien es äußerst plausibel, P(B) mit der Prämie einer als fair anerkannten Wette auf B gleichzusetzen. In Analogie dazu wird nun offenbar unterstellt, es sei ebenso plausibel, P(A→C) mit der Prämie einer als fair akzeptierten Wette auf A→C zu identifizieren. Da es vernünftig ist, letzteren Wert im Fall P(A) > 0 mit P(C/A) in Übereinstimmung zu bringen, sollte demnach auch gelten: P(A→C) = P(C/A), falls P(A) > 0 ist.

Mir ist nicht bekannt, wo dieses Argument für (AT) detailliert vorgetragen wird. Insofern dürfte es nicht überflüssig sein zu zeigen, daß X unter den in (T') angegebenen Voraussetzungen in ein „System" von Wetten verwickelt werden kann, durch das sie bei jedem Ausgang der Wetten einen Nettoverlust erleidet, wenn sie eine Wette auf einen Ksatz A→C mit P(A) > 0 bei einer Prämie als fair anerkennt, die nicht mit P(C/A) Euro identisch ist. Den Beweis der Gegenrichtung möge der Leser unter Zuhilfenahme des recht ähnlichen Beweises für (T) selbst konstruieren.

Angenommen, die Voraussetzungen aus (T') sind erfüllt und X erkennt eine Wette auf einen Ksatz A→C für eine Prämie von P(C/A)−y Euro als fair an. Dabei seien y und P(A) positiv.

[36] Wie zu Beginn von 3.1 erwähnt, werden L-Sätze hier nicht autonym, sondern als Abkürzungen für durch sie formalisierte natürlichsprachige Sätze verwendet. Unter einem Ksatz A→C ist demnach ein durch ein Konditional A→C formalisierter Ksatz zu verstehen.

Nun werden X die nicht-konditionalen Wetten $\alpha$, $\beta$, und $\gamma$ zum Kauf angeboten, die durch folgende Bedingungen charakterisiert sind:

$\alpha$) X erhält einen Euro, falls A&C wahr ist und nichts, wenn A&C falsch ist.

$\beta$) X erhält P(C/A) Euro, wenn A falsch und nichts, falls A wahr ist.

$\gamma$) X erhält y Euro, falls A wahr und nichts, wenn A falsch ist.

Aus den Voraussetzungen von (T') ergibt sich, daß X bereit ist, diese Wetten für P(A&C), $P(\neg A) \times P(C/A)$ bzw. $P(A) \times y$ Euro zu kaufen. - Außerdem ist X laut Annahme bereit, für eine Prämie von P(C/A)–y Euro eine Wette auf $A \rightarrow C$ zu verkaufen, für die gilt:

$\delta$) X zahlt im Fall A&C einen Euro und im Fall $A\&\neg C$ nichts. Ist $\neg A$ wahr, so zahlt X die Prämie zurück. (Die üblichen Bedingungen für konditionale Wetten, d.h. Wetten auf indikativische Ksätze.)

Im folgenden Diagramm wird für jede der vier Wetten aufgelistet, zu welchen Netto„gewinnen“ X in den relevanten Fällen A&C, $A\&\neg C$ sowie $\neg A$ jeweils gelangt.

| | Nettogewinn bei A&C | Nettogewinn bei $A\&\neg C$ | Nettogewinn bei $\neg A$ |
|---|---|---|---|
| $\alpha$ | $1 - P(A\&C)$ | $-P(A\&C)$ | $-P(A\&C)$ |
| $\beta$ | $-P(\neg A) \times P(C/A)$ | $-P(\neg A) \times P(C/A)$ | $P(C/A) - P(\neg A) \times P(C/A)$ |
| $\gamma$ | $y - P(A) \times y$ | $y - P(A) \times y$ | $-P(A) \times y$ |
| $\delta$ | $P(C/A) - y - 1$ | $P(C/A) - y$ | $P(C/A) - y - (P(C/A) - y)$ |
| Summe | $-P(A) \times y$ | $-P(A) \times y$ | $-P(A) \times y$ |

Abbildung 5

In jedem der drei Fälle beträgt die Summe der Nettogewinne aus allen vier Wetten $-P(A) \times y$. Dieser Wert ist negativ, da n.V. sowohl P(A) als auch y positiv ist.

Die Schwachstelle des dargestellten Argumentes für die These, es sei vernünftig, die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze in Übereinstimmung mit (AT) zu bestimmen, ist bereits angedeutet worden. Seine Vertreter nehmen offenbar an: Weil es plausibel ist, P(B) mit der Prämie einer als fair akzeptierten Wette auf B zu identifizieren, muß die Identifizierung von P(A→C) mit der Prämie einer als fair anerkannten Wette auf A→C ebenfalls plausibel sein. - Dieser Analogieschluß ist jedoch, wie Mark Lance dargelegt hat[37], aus folgendem Grund voreilig: Es ist überaus einleuchtend, eine Wette, bei der man gewinnt, falls B wahr ist und leer ausgeht, wenn B falsch ist, als Wette auf B zu bezeichnen. Weniger einleuchtend ist dagegen, wie Lance meint, die übliche Festlegung der Bedingungen für Wetten auf indikativische Ksätze. Zwar sei es plausibel zu bestimmen, daß der Käufer einer solchen Wette gewinnt, wenn Antecedens und Konsequens beide wahr sind, und leer ausgeht, falls allein das Antecedens wahr ist. Zweifelhaft sei jedoch, ob eine Wette, die bei Falschheit von A unentschieden ist, so daß der Käufer seinen Einsatz zurückerhält, stets zu Recht als Wette *auf einen Ksatz A ® C* bezeichnet werden kann. - Machen wir uns dies an zwei Beispielen klar:[38]

1. X kauft eine Wette auf den Satz

   (1) Wenn Hans ein „Ungenügend“ erhielt, wurde er nicht versetzt.

   Es stellt sich heraus, daß Hans „Mangelhaft“ erhielt (was etwas besser ist als „Ungenügend“) und nicht versetzt wurde. Nach den üblichen Wettbedingungen gilt die Wette als unentschieden, und X bekommt die Prämie zurück. Lance würde jedoch, meines Erachtens zu Recht, geltend machen, daß es plausibler wäre, die Wette als gewonnen zu betrachten. Denn wenn Hans mit der Note „Mangelhaft“ nicht versetzt wurde, so zeigt dies, daß er erst recht nicht versetzt worden wäre, wenn er „Ungenügend“ erhalten hätte. Gibt man aber zu, daß das konjunktivische Pendant zu Satz (1) sich als wahr herausgestellt hat, so kommt man offenbar nicht umhin, auch Satz (1) als verifiziert anzusehen[39] und die Wette als gewonnen zu bewerten.

2. X kauft eine Wette auf den Satz

   (2) Wenn der Schaffner den roten Hebel umlegt, wird der hintere Waggon abgekoppelt.

[37] Vgl. Lance (91).
[38] Vgl. auch die a.a.O. von Lance konstruierten Beispiele.
[39] Wie Adams' Oswald/Kennedy-Beispiel zeigt (vgl. S. 22 f.), ist es zwar möglich, daß ein indikativischer Ksatz und sein konjunktivisches Pendant im selben Kontext nicht im Wahrheitswert übereinstimmen. In der Regel sind jedoch - sofern wir überhaupt annehmen wollen, daß sowohl konjunktivische als auch indikativische Ksätze wahr oder falsch sein können - Sachverhalte, deren Bestehen wir als hinreichend für die Wahrheit eines konjunktivischen Ksatzes ansehen würden, zugleich hinreichend für die Wahrheit des indikativischen Pendants. Es sei angenommen, daß in dem zur Erläuterung von Lances Auffassung gewählten Beispiel dieser Regelfall vorliegt. (Der Unterschied zwischen Ausnahme- und Regelfall wird in Kap. 4.1 thematisiert.)

Nun legt der *Kontrolleur* den Hebel um, und der Waggon wird *nicht* abgekoppelt. Hier erscheint es plausibel, die Wette als verloren und nicht, den üblichen Wettbedingungen entsprechend, wegen der Falschheit des Antecedens als unentschieden zu bewerten.

Die Bedingungen für eine Wette auf A→C müßten demnach so festgelegt werden, daß im Fall ¬A unterschiedliche Auszahlungen möglich sind. Will man an der üblichen Definition einer konditionalen Wette festhalten, sollte man also zwischen konditionalen Wetten und Wetten auf Ksätze unterscheiden. Was üblicherweise als Wette auf A→C bezeichnet wird, könnte dann beispielsweise *C/A-Wette* genannt werden.

Die Plausibilität des obigen Analogieschlusses ist damit erschüttert. Freilich ist nicht ausgeschlossen, daß die Identifizierung von P(A→C) mit der Prämie einer als fair anerkannten C/A-Wette auf andere Weise begründet werden kann. Lance greift lediglich ein bestimmtes Argument an, warum es *vernünftig* sei, das Prinzip (AT) zu respektieren.[40] Da ich kein anderes Argument hierfür kenne, kehre ich zu der Feststellung zurück, daß (AT) durch die tatsächlichen „Wahrscheinlichkeits"einschätzungen kompetenter Sprecher in hohem Maße gestützt wird und insofern *empirisch adäquat* ist.

### *3.8 (AT) und die „Paradoxien" der materialen Implikation*

Unter dem Aspekt der so verstandenen empirischen Adäquatheit schneidet (AT) deutlich besser ab als die These, daß indikativische Ksätze bezüglich ihrer Wahrheitsbedingungen als materiale Implikationen zu analysieren sind. Ein wichtiger Beleg hierfür ist, daß letztere These, anders als (AT), eine epistemische Variante der sogenannten Paradoxien der materialen Implikation nach sich zieht. In ihrer gewöhnlichen, alethischen Fassung bestehen diese Paradoxien aus zwei Schlüssen, die als gültig hinzunehmen sind, falls indikativische Ksätze als materiale Implikationen aufgefaßt werden: „Wenn A, dann C" ist (schon dann!) wahr, wenn ¬A wahr ist; „Wenn A, dann C" ist (schon dann!) wahr, wenn C wahr ist. Die alethische Fassung

[40] In Lance (91) setzt er (AT) als „Arbeitshypothese" voraus, deren Adäquatheit er nicht diskutiert. - Lances Aufsatz ist eine Kritik an McGee (89) und wird uns nach der Präsentation von McGees Theorie in Kap. 3.23 erneut beschäftigen.

stellt für Adams trivialerweise kein Problem dar, weil indikativische Ksätze nach seiner Theorie nicht wahrheitswertig sind. Die Vorzüge von (AT) werden erst deutlich, wenn wir beide Thesen mit folgender epistemischen Variante der Paradoxien konfrontieren: „Wenn A, dann C“ muß erstens mindestens so wahrscheinlich wie $\neg$A und zweitens mindestens so wahrscheinlich wie C sein.

Falls Ksätze im Indikativ materiale Implikationen sind, muß beides hingenommen werden. Denn es folgt dann „Wenn A, dann C“ logisch sowohl aus $\neg$A als auch aus C. Wenn aber ein Satz D aus einem Satz B logisch folgt, muß ersterer mindestens so wahrscheinlich sein wie letzterer. Dies läßt sich anhand der Standardgesetze der Wahrscheinlichkeit wie folgt begründen: Angenommen, D folgt logisch aus B. Dann ist $B \supset D$ eine Tautologie und $B\&\neg D$ eine Kontradiktion. Für eine beliebige Wfunktion P gilt also: $P(B\&\neg D) = 0$. Wegen $P(B) = P(B\&D) + P(B\&\neg D)$ folgt hieraus: $P(B) = P(B\&D)$. Und mithilfe dieser Identität gelangt man zu dem Ergebnis, daß $P(D) = P(D\&B) + P(D\&\neg B) = P(B) + P(D\&\neg B)$, also $P(D) \geq P(B)$ ist.

Nun gibt es jedoch Fälle, in denen keineswegs widersprüchlich erscheint, $\neg$A oder C für wahrscheinlich, „Wenn A, dann C“ aber für unwahrscheinlich oder gar ausgeschlossen zu halten. Beispielsweise könnte jemand darauf vertrauen, daß der Deich nicht brechen ($\neg$A) und die Küstenregion nicht überflutet wird (C), aber für ausgeschlossen halten, daß die Küstenregion nicht überflutet wird, *wenn* der Deich bricht. Solche Beispiele machen die obigen „epistemischen Paradoxien“ für Vertreter der These, daß indikativische Ksätze dieselben Wahrheitsbedingungen haben wie materiale Implikationen, zu einem Problem.[41] Vertreter von (AT) können hingegen die epistemischen Paradoxien schlicht als falsche Behauptungen zurückweisen. Für sie wäre es problematisch, wenn sich *keine* Beispiele der obigen Art fänden. Denn da es unter Voraussetzung ihrer Theorie leicht möglich ist, (für eine formale Sprache definierte) Wfunktionen anzugeben, durch welche die beiden paradoxen Behauptungen widerlegt werden, sollte es auch möglich sein, konkrete Beispiele zu konstruieren. Zur Widerlegung der ersten Behauptung kann z.B. eine Wfunktion gewählt werden, bei der $P(\neg A)$ hoch und $P(A\&\neg C) = P(A)$ ist. Dann muß nämlich $P(C/A) = 0$ sein, so daß nach (AT) auch dem

[41] Wir werden in Kap. 3.25 sehen, wie zwei prominente Vertreter dieser These, F. Jackson und D. Lewis, versucht haben, das Problem zu lösen.

Satz $A \rightarrow C$, der Formalisierung von „Wenn A, dann C“, der Wert 0 zugewiesen wird. - Gilt außerdem, daß $P(\neg A) = P(\neg A \& C)$ ist, so wird durch P zugleich die zweite Behauptung widerlegt (vgl. Abbildung 6).

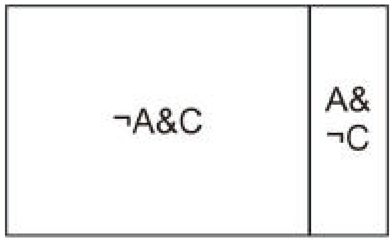


Abbildung 6

Während somit $P(A \supset C) > P(C/A)$ sein kann, gibt es keine Wfunktion P, für die $P(C/A) > P(A \supset C)$ ist. $P(A \supset C)$ ist nämlich identisch mit $P(A \& C) + P(\neg A)$. Ferner gilt:

$$
\begin{aligned}
P(C/A) &= P(A\&C) \times (P(A) + P(\neg A))/P(A)) \\
&= P(A\&C) \times P(A)/P(A) + P(A\&C) \times P(\neg A)/P(A) \\
&= P(A\&C) + P(C/A) \times P(\neg A)
\end{aligned}
$$

Da $P(C/A)$, falls definiert, nicht größer als 1 sein kann, muß also $P(A \supset C) \geq P(C/A)$ sein, sofern $P(A) > 0$ ist. - Die obigen Gleichungen zeigen zudem, daß $P(A \supset C) = P(C/A)$ ist, gdw. $P(\neg A) = 0$ oder $P(C/A) = 1$ ist.

### *3.9 Probabilistische Gültigkeit*

Wenn indikativische Ksätze als materiale Implikationen zu analysieren sind, ist der Schluß von $\neg A$ auf $A \rightarrow C$ logisch gültig. Im klassischen Sinne sind gültige Schlüsse *wahrheitssichernd*, d.h. die Prämissen stellen, sofern sie wahr sind, mit logischer Notwendigkeit sicher, daß auch die Konklusion wahr ist. Weil Adams indikativische Ksätze nicht als wahr oder falsch betrachtet, kann er Schlüsse, in deren Prämissen oder Konklusion solche Ksätze vorkommen, nicht mithilfe dieses klassischen Gültigkeitsbegriffs bewerten. Er benötigt deshalb ein alternatives Konzept, um den Schluß von $\neg A$ auf $A \rightarrow C$ im Einklang mit seinen logischen Intuitionen als ungültig zurückweisen zu können. Naheliegenderweise entwickelt er ein Konzept, wonach gültige Schlüsse *wahrscheinlichkeitssichernd* sind: „[I]t should be impossible for the premises of an inference to be probable while its conclusion is improbable.“[42] Dieses sogenannte „probabilistic soundness criterion“[43] ist jedoch nur als erste Annäherung zu verstehen und, wie Adams selbst zugibt, noch zu ungenau. Seine Unzulänglichkeit läßt sich etwa anhand der Lotterieparadoxie aufzeigen, bei der folgender Schluß eine zentrale Rolle spielt:

Genau eines von 100 Losen gewinnt.
Los 1 gewinnt nicht.
Los 2 gewinnt nicht.
...
Los 99 gewinnt nicht.
―――――――――――――――――
Los 100 gewinnt.

Der Schluß ist intuitiv gültig (jeder strukturgleiche Schluß hat entweder (mindestens) eine falsche Prämisse oder eine wahr Konklusion) und läßt sich, den Zielen der logischen Sprachanalyse entsprechend, mit Hilfe der Prädikatenlogik erster Stufe als gültig erweisen.[44] Das „probabilistic soundness criterion“ ist dagegen nicht erfüllt. Denn wenn eine Wfunktion P der ersten Prämisse den Wert 1 und den übrigen 99 Prämissen jeweils den Wert 0,99 zuordnet, so trifft das konträre Gegenteil dessen zu, was durch Adams’ Kriterium gefordert wird: Es ist nicht nur möglich, daß die Konklusion unwahrscheinlich ist; es ist unmöglich, daß sie es nicht ist. (Genauer gesagt muß ihre Wahrscheinlichkeit 0,01 betragen.)

Um das obige Kriterium zu verbessern, könnte Adams auf ein bekanntes Gesetz zurückgreifen: Ist ein Schluß (im klassischen Sinne) logisch gültig, so kann die *Unsicherheit* der Konklusion nicht größer sein als die Summe der Unsicherheiten der Prämissen. - Dabei ist die Unsicherheit eines Satzes die Differenz zwischen Eins und seiner Wahrscheinlichkeit; es gilt also für beliebige Wfunktionen P und (faktischen) Sätze A: $U_P(A) = 1 - P(A)$.

[42] Vgl. Adams (75), S. 1.
[43] A.a.O.
[44] Vgl. die Ausführungen zur logischen Sprachanalyse in Kap. 2.2.

Das Gesetz läßt sich leicht begründen: Angenommen, C folgt logisch aus A und A steht für die Konjunktion der Prämissen $A_1, ..., A_n$. Wie wir wissen, ist dann $P(C) \geq P(A)$.[45] Ferner muß gelten: $P(A) \geq 1 - \sum_{i=1}^{n} U_P(A_i)$. Denn wegen $P(A) = 1 - P(\neg A_1 \vee ... \vee \neg A_n)$ muß $P(A) \geq 1 - (P(\neg A_1) + ... + P(\neg A_n)) = 1 - (U_P(A_1) + ... + U_P(A_n))$ sein. Somit ist $P(C) \geq 1 - \sum_{i=1}^{n} U_P(A_i)$, also $1 - P(C) = U_P(C) \leq \sum_{i=1}^{n} U_P(A_i)$. Q.e.d.

Adams könnte nun festlegen:

(PG**) Ein Schluß von den faktischen Prämissen $A_1,...,A_n$ auf die faktische Konklusion C ist *probabilistisch gültig* (kurz: *p-gültig*), gdw. für beliebige Wfunktionen P gilt:

$$U_P(C) \leq \sum_{i=1}^{n} U_P(A_i).$$

Logisch gültige Schlüsse wären damit zugleich p-gültig und p-gültige, Adams' ursprünglicher Idee entsprechend, gewissermaßen wahrscheinlichkeitssichernd. Denn jeder Wahrscheinlichkeitsgrad der Konklusion könnte durch hinreichend hohe Wahrscheinlichkeiten aller Prämissen sichergestellt werden. Dies wäre, wie das Lotterieparadox zeigt, durchaus damit vereinbar, daß jede Prämisse eine hohe, die Konklusion jedoch nur eine geringe Wahrscheinlichkeit besitzt. Entscheidend für die p-Gültigkeit des Schlusses wäre allein, daß *die Wahrscheinlichkeiten aller Prämissen gleichzeitig so hoch sein können, daß schließlich auch die Wahrscheinlichkeit der Konklusion hoch sein muß*. Das Gesetz (PG**) ließe sich dann so verallgemeinern, daß es auch auf Schlüsse anwendbar wird, in deren Prämissen oder Konklusion Konditionale vorkommen:

(PG*) Ein Schluß von $\mathcal{A}_1, ..., \mathcal{A}_n$ auf $\mathcal{C}$ ist *p-gültig*, gdw. für jede *geeignete* Wfunktionen P gilt:

$$U_P(\mathcal{C}) \leq \sum U_P(\mathcal{A}_i).$$

Hierzu drei Erläuterungen: $\mathcal{A}$ und $\mathcal{C}$ seien Variablen, für die sowohl faktische Sätze als auch Konditionale eingesetzt werden dürfen. Eine Wfunktion sei relativ zu einem Schluß *geeignet*, wenn sie allen Antecedentien der in ihm vorkommenden Konditionale positive Werte zuordnet. (Enthält eine Schluß kein Konditional, ist also jede Wfunktion geeignet.) Die *Unsicherheit eines Konditionals* sei in Analogie zu der eines faktischen Satzes definiert, so daß $U_P(A \rightarrow C) = 1 - P(A \rightarrow C) = 1 - P(C/A) = P(\neg C/A)$ ist.

[45] Vgl. S. 107 der vorliegenden Arbeit.

Tatsächlich schlägt Adams jedoch einen etwas anderen Weg ein. (PG**) und (PG*) gelten in „The Logic of Conditionals“ nicht per Definition, sondern sind Theoreme, die mittels folgender Definition von p-Gültigkeit abgeleitet werden können:[46]

(PG) Aus den Prämissen $\mathcal{A}_1, ..., \mathcal{A}_n$ *folgt probabilistisch* $\mathcal{C}$, gdw. zu jeder reellen Zahl y>0 eine reelle Zahl x>0 existiert, so daß für jede für den Schluß geeignete Wfunktion P gilt: Wenn für alle i (i = 1, ...,n) $P(\mathcal{A}_i) \geq 1-x$ ist, dann ist $P(\mathcal{C}) \geq 1-y$.

P-gültige Schlüsse zeichnen sich also dadurch aus, daß eine dem Wert Eins beliebig nahe kommende Konklusionswahrscheinlichkeit 1–y dadurch garantiert werden kann, daß alle Prämissenwahrscheinlichkeiten eine jeweils in Abhängigkeit von y zu bestimmende Schwelle 1–x nicht unterschreiten.

Ist ein Schluß von $\mathcal{A}_1, ..., \mathcal{A}_n$ auf $\mathcal{C}$ p-gültig gemäß (PG*), so gilt für jede geeignete Wfunktion P: Wenn alle Prämissenwahrscheinlichkeiten $P(\mathcal{A}_i)$ die Schwelle 1–y/n nicht unterschreiten, beträgt $P(\mathcal{C})$ mindestens 1–y; zu jeder Zahl y existiert demnach mit y/n ein Schwellenwert x, der die im Definiens von (PG) aufgeführte Bedingung erfüllt.[47] Alle Schlüsse, die nach (PG*) p-gültig sind, sind dies folglich auch nach (PG). Weit weniger trivial ist die von Adams behauptete, nicht jedoch bewiesene Umkehrung hiervon, die These also, daß (PG*) aus (PG) folgt. Adams nimmt offenbar an[48], der Leser sei imstande, diese These anhand der auf den Seiten 45 bis 57 von „The Logic of Conditionals“ versammelten Definitionen und Theoreme eigenständig zu beweisen. Da ich selbst nur nach zeitaufwendigen Bemühungen imstande war, einen Beweis zu finden, vermute ich jedoch, daß der interessierte Leser begrüßen wird, wenn ich kurz darlege, was Adams für überflüssig hielt. Hierzu müssen zunächst einige Begriffe und von Adams bewiesene Theoreme eingeführt werden.

Eine Menge M von L-Sätzen sei *probabilistisch konsistent* (kurz: *p-konsistent*), gdw. zu jeder reellen Zahl y>0 eine Wfunktion P existiert, die allen Sätzen $\mathcal{A} \in M$ einen Wert von mindestens 1–y zuordnet.[49]

[46] Vgl. Adams (75), S. 75.
[47] Vgl. Gibbard (81), S. 212.
[48] Vgl. Adams (75), S. 57.
[49] A.a.O. S. 51; die folgenden Definitionen führt Adams auf den Seiten 47 und 48 ein.

Eine *Wahrheitswertverteilung* V sei eine Funktion, die in Übereinstimmung mit den bekannten Regeln für die Interpretation aussagenlogischer Satzoperatoren jedem L-Satz A genau einen der Wahrheitswerte *wahr* und *falsch* zuordnet.

Ein *faktischer* Satz A werde durch eine Wahrheitswertverteilung V *verifiziert*, wenn V(A) = *wahr* und *falsifiziert*, wenn V(A) = *falsch* ist. Wenn V(A) = *wahr* ist, werde ein *Konditional* A→C durch V *verifiziert*, falls V(C) = *wahr* und *falsifiziert*, falls V(C) = *falsch* ist. Ist V(A) = *falsch*, gelte A→C als durch V weder verifiziert noch falsifiziert.

V *bestätige* eine Satzmenge M, gdw. durch V kein Satz aus M falsifiziert und mindestens einer verifiziert wird.

M sei *bestätigbar*, gdw. es eine Wahrheitswertverteilung V gibt, durch die M bestätigt wird.

Adams beweist nun die beiden folgenden Theoreme:[50]

(Th1) Eine nicht-leere endliche Satzmenge M ist p-konsistent, gdw. sie bestätigbar ist.[51]

(Th2) Wenn eine nicht-leere endliche Satzmenge M nicht bestätigbar ist, so gilt für jede Wfunktion, daß die Summe der Unsicherheiten aller Sätze aus M mindestens Eins beträgt.

Mithilfe von (Th1) läßt sich auf einfache Weise entscheiden, ob Satzmengen p-konsistent sind. *Nicht* p-konsistent sind beispielsweise die Mengen {A→¬A} und {A→B, A→¬B}, weil A→¬A durch keine Wahrheitswertverteilung verifiziert wird und die erste Menge somit nicht bestätigbar ist, bzw. weil jede Wahrheitswertverteilung, die einen der Sätze der zweiten Menge verifiziert, den jeweils anderen falsifiziert, so daß die zweite Menge ebenfalls nicht bestätigbar ist. - Da beide Mengen nicht bestätigbar sind, können wir aus (Th2) den Schluß ziehen, daß es keine Wfunktion P gibt, bei der P(A→¬A) positiv oder sowohl P(A→B) als auch P(A→¬B) größer als 0,5 ist. - Ein Beispiel für p-Konsistenz ist die Menge {A→B, A⊃¬B}, die durch jede Wahrheitswertverteilung V bestätigt wird, für die gilt: V(A) = *falsch*.

Nun läßt sich beweisen, daß p-Gültigkeit nach (PG) stets mit p-Gültigkeit gemäß (PG*) einhergeht. - Angenommen, aus den Prämissen $\mathcal{A}_1, ..., \mathcal{A}_n$ folgt nach (PG) probabilistisch $\mathcal{C}$. Zu einer reellen Zahl y mit 0<y<1 existiert dann eine reelle Zahl x>0, so daß für jede geeignete

[50] A.a.O. S. 52 - 54.

[51] Man beachte, daß die leere Menge p-konsistent ist.

Wfunktion P gilt: Wenn für alle i (i = 1,..., n) $P(\mathcal{A}_i) \geq 1-x$ ist, ist $P(\neg\mathcal{C}) \leq y$. Ist $1-x \geq y$, gibt es also keine Wfunktion, die allen Sätzen der Menge $\{\mathcal{A}_1, ..., \mathcal{A}_n, \neg\mathcal{C}\}$ einen Wert zuordnet, der größer als $1-x$ ist. Ist $y > 1-x$, existiert keine Wfunktion, die allen Sätzen dieser Menge einen Wert zuordnet, der größer als $y = 1-(1-y)$ ist, wobei n.V. gilt: $1-y > 0$. Die Menge $\{\mathcal{A}_1, ..., \mathcal{A}_n, \neg\mathcal{C}\}$ ist somit in jedem Fall nicht p-konsistent. Nach (Th1) kann sie dann auch nicht bestätigbar sein. Hieraus folgt wegen (Th2), daß für jede Wfunktion P gilt:
$\sum U_P(\mathcal{A}_i) \geq 1-U_P(\neg\mathcal{C}) = P(\neg\mathcal{C}) = 1-P(\mathcal{C}) = U_P(\mathcal{C})$. Q.e.d.

### *3.10 Wie groß kann die Konklusionsunsicherheit bei Modus ponens und Modus tollens höchstens sein?*

Die Unsicherheit der Konklusion eines p-gültigen Schlusses kann also Adams zufolge nicht größer sein als die Summe der Unsicherheiten seiner Prämissen. Falls wir jedoch anhand der Unsicherheiten der Prämissen eines p-gültigen Schlusses die *größtmögliche* Unsicherheit der Konklusion bestimmen wollen, so führt uns die Addition der Prämissenunsicherheiten in manchen Fällen zu einem falschen Ergebnis. Dies kann passieren, wenn $\sum U_P(\mathcal{A}_i) > 1$ ist oder wenn der p-gültige Schluß eine Prämisse $\mathcal{A}_i$ mit $U_P(\mathcal{A}_i) > 0$ enthält, die weggelassen werden kann, ohne daß der Schluß dadurch p-ungültig wird.

Man mag vielleicht vermuten, daß zumindest folgende Hypothese bezüglich der größtmöglichen Konklusionsunsicherheit eines p-gültigen Schlusses von $\mathcal{A}_1, ...\mathcal{A}_n$ auf $\mathcal{C}$ haltbar ist: Wenn bestimmte Prämissenunsicherheiten $x_1, ...,x_n$ vorgegeben sind und keine der Prämissen überflüssig ist, so gilt:

$$\max\{U_P(\mathcal{C}): U_P(\mathcal{A}_1) = x_1, ..., U_P(\mathcal{A}_n) = x_n\} = \begin{cases} \sum x_i, \text{ falls } \sum x_i \leq 1 \\ 1, \text{ falls } \sum x_i > 1. \end{cases}$$

Solange wir uns nur mit p-gültigen Schlüssen befassen, in denen keine Konditionale vorkommen, ist diese Hypothese zutreffend. - Betrachten wir zwei Beispiele:

Der modus-ponens-Schluß von A und $A \supset C$ auf C ist p-gültig, weil für beliebige P $U_P(A) + U_P(A \supset C) = P(\neg A) + P(A \& \neg C) = 1 - P(A \& C) = U_P(A \& C) \geq U_P(C)$ ist. Außerdem enthält dieser Schluß offenbar keine überflüssigen Prämissen, denn weder aus A noch aus $A \supset C$ folgt probabilistisch C. (Unterschiedliche Wfunktionen können A einen hohen und C einen geringen bzw. $A \supset C$ einen hohen und C einen geringen Wert zuordnen.) Fälle, in denen $U_P(A) + U_P(A \supset C)$ mit $U_P(C)$ identisch ist, sind durchaus möglich und treten genau dann auf, wenn $P(\neg A \& C) = 0$ ist (Beweis trivial). Man verdeutliche sich dies anhand von Abbildung 7, durch die dargestellt werden soll, daß bei einer Wfunktion P $U_P(A) = 0{,}1$, $U_P(A \supset C) = 0{,}5$ und $U_P(C) = 0{,}6$ ist.

P-gültig ist auch der modus-tollens-Schluß von $A \supset C$ und $\neg C$ auf $\neg A$, der ebenfalls keine überflüssige Prämisse enthält. Fälle, in denen $U_P(A \supset C) + U_P(\neg C) = U_P(\neg A)$ ist, treten wiederum genau dann auf, wenn $P(\neg A \& C) = 0$ ist. Abbildung 8 zeigt, daß unter dieser Bedingung $U_P(\neg A) = 0{,}6$ ist, falls $U_P(A \supset C) = 0{,}5$ und $U_P(\neg C) = 0{,}1$ ist.

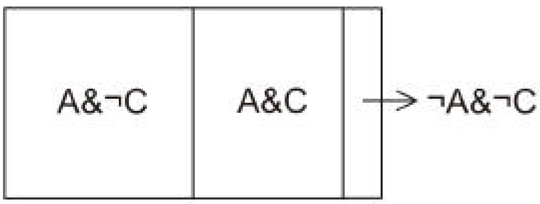

Abbildung 7

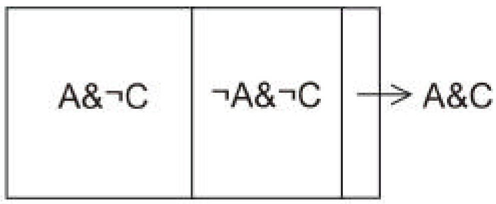

Abbildung 8

Die beiden Beispielschlüsse bestätigen also die obige Hypothese bezüglich der größtmöglichen Konklusionsunsicherheit. Daß sie dennoch nicht haltbar ist, stellt sich heraus, wenn in diesen Schlüssen der Operator „⊃“ durch Adams' „→“ ersetzt wird.

Der modus-ponens-Schluß von A und $A \rightarrow C$ auf C ist p-gültig, weil für beliebige P gilt: $U_P(C) = P(\neg C) = P(\neg A \& \neg C) + P(A \& \neg C) \leq P(\neg A) + P(A \& \neg C)/P(A) = U_P(A) + U_P(A \rightarrow C)$. Zudem ist keine der Prämissen überflüssig. - Versuchen wir nun, für eine Wfunktion P den Wert $\max\{U_P(C): U_P(A) = x, U_P(A \rightarrow C) = y\}$ zu bestimmen. Aus $U_P(A \rightarrow C) = y$ und $U_P(A) = x$ folgt, daß $P(A \& C)/P(A) = 1-y$ und $P(A \& C) = (1-y)(1-x)$ ist. P(C) ist also mit

(1–y)(1–x) identisch, falls gilt: P(¬A&C) = 0. Andernfalls ist P(C) größer. Die maximale Unsicherheit von C beträgt daher 1–(1–y)(1–x). Dieser Wert stimmt mit x+y, der Summe der Unsicherheiten von A und A→C, nur dann überein, wenn gilt: x = 0 oder y = 0. Falls $U_P$(A→C) = 0,5 und $U_P$(A) = 0,1 ist, kann $U_P$(C) also, anders als beim analogen Schluß ohne Konditional, höchstens 0,55 betragen. (Bildlich ließe sich dies darstellen, indem man in Abbildung 7 die Linie zwischen dem A&¬C- und dem A&C-Bereich so weit nach links verschiebt, daß sie den A-Bereich halbiert.)

Man mag erwarten, daß auch bei dem p-gültigen Schluß von A→C und ¬C auf ¬A die maximale Unsicherheit der Konklusion 1–(1–y)(1–x) beträgt, sofern die Prämissen Wahrscheinlichkeiten von 1–y bzw. 1–x haben. Die Dinge liegen jedoch komplizierter. Aus der Voraussetzung P(A→C) = 1–y folgt zunächst mit (AT), daß P(A) = P(A&C)/(1–y) ist. Des weiteren ergibt sich aus ihr wegen (AT), daß P(A→¬C) = y und somit P(A) = P(A&¬C)/y ist. Die Bestimmung des Maximums von $U_P$(¬A), das ja mit dem von P(A) übereinstimmt, setzt nun eine Fallunterscheidung voraus: Entweder gilt P(C) = x ≤ P(C/A) = 1–y, oder es ist P(C) > P(C/A). In Fällen, wo P(C) ≤ P(C/A) ist, kann P(C) = P(A&C) = x sein. Ist dagegen P(C) > P(C/A), besteht diese Möglichkeit nicht. Dafür kann - was in Fällen der zuvor genannten Art nur unter der Bedingung P(A) = 1 möglich ist - P(¬C) = P(A&¬C) = 1–x sein. In Fällen der ersten Art ist P(A) (= P(A&C)/1–y) also identisch mit x/(1–y), sofern P(C) = P(A&C) ist. Andernfalls ist P(A) kleiner. In Fällen der zweiten Art ist P(A) (= P(A&¬C)/y) identisch mit (1–x)/y, falls P(¬C) = P(A&¬C) ist, und ansonsten kleiner. **Das Maximum von P(A) bzw. $U_P$(ØA) beträgt also x/(1 - y), falls P(C) £ P(C/A), und (1 - x)/y, falls P(C) > P(C/A) ist.** Dabei ist x/(1–y) = (1–x)/y = 1, falls P(C) = P(C/A), x/(1–y) > 1 > (1–x)/y, falls P(C) > P(C/A) und (1–x)/y > 1 > x/(1–y), falls P(C) < P(C/A) ist.[52] Mit y+x, der Summe der Unsicherheiten der Prämissen des modus-tollens-Schlusses von A→C und ¬C auf ¬A, stimmt x/(1–y) nur dann überein, wenn y = 0 oder x+y = 1, und (1–x)/y nur dann, wenn x+y = 1 ist.

Bei der Übertragung unseres Zahlenbeispiels auf den zuletzt thematisierten Schluß stellt sich heraus, daß das Maximum für $U_P$(¬A) bei 0,2 liegt, sofern $U_P$(A→C) = 0,5 und

[52] Adams behauptet in (77), S. 193, das Maximum von $U_P$(¬A) sei x/(1–y), sofern P(C) = x und P(C/A) = 1–y ist. Um zu erkennen, daß dies nur die halbe Wahrheit sein kann, genügt es, sich klarzumachen, daß x/(1–y) > 1 sein kann.

$U_P(\neg C) = 0{,}1$ ist. - Abbildung 9 zeigt einen Fall, in dem diese Prämissenunsicherheiten zusammen mit dem genannten Maximum realisiert sind.

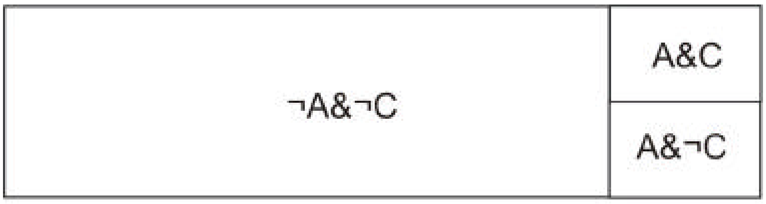


Abbildung 9

Die dargelegten Fakten lassen wichtige Unterschiede zwischen den p-gültigen Schlüssen „A→C, A, also C“ und „A→C, ¬C, also ¬A“ erkennen:

1. Beim modus-ponens-Schluß ist es möglich, anhand der Prämissenunsicherheiten x und y die maximale Konklusionsunsicherheit, nämlich $1-(1-x)(1-y)$, zu berechnen, ohne zu wissen, welche Prämisse welche Unsicherheit besitzt. Dies ist bei Modus tollens offensichtlich anders. $x/(1-y)$ und $y/(1-x)$ bzw. $(1-x)/y$ und $(1-y)/x$ stimmen nur dann überein, wenn $x+y = 1$ oder $x = y$ ist.
2. Die maximale Konklusionsunsicherheit kann bei Modus ponens nicht kleiner sein als eine der vorgegebenen Prämissenunsicherheiten, weil die Ungleichung $1-(1-x)(1-y) < x$ durch kein Paar $\langle x, y\rangle \in [0; 1] \times [0; 1]$ erfüllt wird. Daß für die maximale Konklusionsunsicherheit bei Modus tollens eine solche Beschränkung nicht besteht, zeigt bereits das obige Zahlenbeispiel, in dem die maximale Konklusionsunsicherheit bei 0,2 und eine der Prämissenunsicherheiten bei 0,5 liegt.

Tatsächlich kann, auch wenn $P(C/A)$ nur sehr gering ist, jede Konklusionswahrscheinlichkeit $P(\neg A) < 1$ durch eine hinreichend hohe Prämissenwahrscheinlichkeit $P(\neg C)$ sichergestellt werden. Genauer: Zu jedem Paar $\langle x, z\rangle$ mit $x < 1$ und $z > 0$ gibt es ein $y > 0$, so daß gilt: Wenn $P(C/A) > 1-x$ und $P(\neg C) \geq 1-y$ ist, dann ist $P(\neg A) > 1-z$. - Anhand von Abbildung 10 läßt sich dies leicht demonstrieren.

Das Maximum für $U_P(\neg A)$ unter Vorgabe der hier durch Flächeninhalte bzw. *Verhältnisse* von Flächeninhalten repräsentierten Werte $U_P(A \rightarrow C)$ und $U_P(\neg C)$ wird in der abgebildeten epistemischen Situation erreicht, weil P(A&C) = P(C) ist. P(C/A) ist nur gering. P(A) beträgt zwar ein Vielfaches von P(A&C), ist aber ebenfalls gering, weil P(C) äußerst gering ist. - Je größer $P(\neg C) = 1 - P(A\&C)$ bei gleichbleibendem P(C/A) wird, umso größer wird auch $P(\neg A)$.


Abbildung 10

Eine beliebig geringe positive Konklusionsunsicherheit kann beim modus-tollens-Schluß also nicht nur durch hinreichend hohe Wahrscheinlichkeiten *beider* Prämissen sichergestellt werden, sondern auch durch eine in Abhängigkeit von der Wahrscheinlichkeit der konditionalen Prämisse zu bestimmende hinreichend hohe Wahrscheinlichkeit der nicht-konditionalen Prämisse. Überraschenderweise gibt es noch folgende dritte Möglichkeit: Hohe Konklusionswahrscheinlichkeit kann auch durch *geringe Wahrscheinlichkeiten beider Prämissen* garantiert werden! Paradoxerweise ist es in Bezug auf Modus tollens durchaus korrekt zu argumentieren: Der Schluß ist p-gültig; seine Prämissen sind äußerst unwahrscheinlich; also ist die Konklusion wahrscheinlich zutreffend. Diese modus-tollens-spezifische Kuriosität kommt dadurch zustande, daß erstens $P(A \rightarrow C)$ und $P(\neg C)$ beide gering sind, gdw. $P(A \rightarrow \neg C)$ und P(C) beide hoch sind und zweitens $\neg A$ per Modus tollens sowohl aus $A \rightarrow C$ und $\neg C$ als auch aus $A \rightarrow \neg C$ und C probabilistisch folgt.

Nicht zutreffend ist hingegen, daß eine beliebig geringe Konklusionsunsicherheit bei jeder Wahrscheinlichkeit der nicht-konditionalen Prämisse durch eine hinreichend hohe oder geringe Wahrscheinlichkeit der konditionalen Prämisse sichergestellt werden kann. - Nehmen wir z.B. an, es sei $P(\neg C) = 0{,}5$. Ist es dann möglich, $P(A \rightarrow C)$ so zu wählen, daß das Maximum für $U_P(\neg A) < 0{,}5$ ist? - Falls gilt: $P(\neg C) = 0{,}5 \leq P(C/A) = 1-y$, ist $y \in [0; 0{,}5]$ und das Maximum für $U_P(\neg A)$ beträgt, wie wir wissen, $0{,}5/(1-y)$. Dieser Wert kann offensichtlich für kein y aus dem genannten Intervall kleiner als 0,5 sein. Wenn dagegen

$P(\neg C) = 0{,}5 > P(C/A) = 1{-}y$ ist, muß $y \in\ ]0{,}5;\ 1]$ sein und das gesuchte Maximum liegt bei $0{,}5/y$. Auch dieser Wert kann für kein y des genannten Intervalls kleiner sein als 0,5.[53]

### *3.11 Probleme bei der Rechtfertigung zweistufiger modus-tollens-Schlüsse*

Weitere bedeutsame Unterschiede zwischen Modus ponens und Modus tollens hängen nur indirekt mit den dargelegten Fakten bezüglich der jeweils maximalen Konklusionsunsicherheit zusammen. Die Beschäftigung mit diesen Unterschieden wird uns zu einem tieferen Verständnis des von Adams konstruierten Begriffs der p-Gültigkeit von Schlüssen führen. Unter anderem wird sich herausstellen, daß Adams' Kriterium (PG) in bestimmten Kontexten nicht anwendbar ist, um Schlüsse, die wir aufgrund ihrer Struktur als Modus ponens oder Modus tollens klassifizieren würden, hinsichtlich ihrer Gültigkeit zu beurteilen.

Zunächst sei festgestellt, daß es möglich ist, die Prämissen des modus-ponens-Schlusses gleichzeitig für sicher zu halten. Dies ist im Falle der modus-tollens-Prämissen nicht möglich. Zwar können $A \rightarrow C$ und $\neg C$ gleichzeitig sehr wahrscheinlich sein. Wenn jedoch $P(\neg C) = 1$ ist, ist $P(A \rightarrow C) = P(A\&C)/P(A)$ entweder Null oder undefiniert.

Des weiteren gilt, daß eine Person X, die $A \rightarrow C$ zu $t_0$ für mindestens wahrscheinlich hält (so daß $P_0(C/A)$ hoch ist) und zu $t_1$ erfährt, daß A wahr ist, $A \rightarrow C$ auch zu $t_1$ noch für wahrscheinlich halten wird, während sie von der Einschätzung $A \rightarrow C$ „abrücken“ dürfte, falls sie zu $t_1$ erfährt, daß C falsch ist. Dies ist leicht einzusehen, wenn, wie wir annehmen wollen, X ihre Wfunktion $P_0$ jeweils per Konditionalisierung revidiert[54] und $P_0(\neg C) > 0$ ist.[55] Dann gilt nämlich:

$P_1(A \rightarrow C) = P_1(A\&C)/P_1(A) = P_0(A\&C/A)/P_0(A/A) = P_0(C/A)$, falls X zu $t_1$ zu der Überzeugung A gelangt, und

[53] Damit ist freilich nicht ausgeschlossen, daß $U_P(\neg A)$ unter der Voraussetzung $P(\neg C) = 0{,}5$ kleiner als 0,5 ist. Gezeigt wurde nur, daß dann, ganz gleich, wie $P(C/A)$ festgelegt wird, $U_P(\neg A)$ *nicht notwendigerweise* kleiner als 0,5 ist.
[54] Vgl. die Bayessche Regel auf S. 80 der vorliegenden Arbeit.
[55] Die Konditionalisierungsvoraussetzung $P_0(A) > 0$ ist erfüllt, weil n.V. $P_0(C/A)$ hoch (und somit definiert) ist.

$$P_1(A \rightarrow C) = P_1(A\&C)/P_1(A) = P_0(A\&C/\neg C)/P_0(A/\neg C) = \begin{cases} 0, \text{ wenn } P_0(C/A) \neq 1 \\ \text{undefiniert, wenn } P_0(C/A) = 1, \end{cases}$$

falls X zu $t_1$ zu der Überzeugung $\neg C$ gelangt.

Da $P_0(A \rightarrow C)$ hoch ist und $P_0$ aufgrund der Information A per Konditionalisierung revidiert wird, muß wegen (AT) auch $P_1(C)$ hoch sein. - Adams nennt solche Schlüsse *zweistufig*, weil die Prämissen $A \rightarrow C$ und A auf unterschiedlichen „Zeitstufen“ $t_0$ und $t_1$ probabilistisch bewertet werden.

Zur Rechtfertigung eines zweistufigen Schlusses genügt es nicht, ihn als p-gültig zu erweisen. P-gültig ist ein Schluß, gdw. die Konklusionsunsicherheit *zu t* nicht größer sein kann als die Summe der Prämissenunsicherheiten *zu t*. Deshalb sind nur *einstufige* Schlüsse durch den Nachweis ihrer p-Gültigkeit hinreichend begründbar. - Man könnte jedoch die Sichtweise vertreten, daß beim zweistufigen modus-ponens-Schluß ein einstufiger zumindest involviert ist, weil die Prämisse $A \rightarrow C$ zu $t_1$ die Wahrscheinlichkeit behält, die sie zu $t_0$ hatte, so daß X zu $t_1$ die Wahrscheinlichkeit der Konklusion C anhand *beider* Prämissenwahrscheinlichkeiten zu $t_1$ bestimmt. War die Wahrscheinlichkeit der konditionalen Prämisse zu $t_0$ hoch, so muß sie, nachdem X zu $t_1$ zu der Überzeugung gelangt ist, daß A, aufgrund der Bayesschen Regel und (AT) auch zu $t_1$ hoch sein. Wegen der p-Gültigkeit von Modus ponens ist dann sichergestellt, daß C zu $t_1$ ebenfalls wahrscheinlich ist.

Wie wir gesehen haben, ist diese Sichtweise auf zweistufige *modus-tollens*-Schlüsse nicht übertragbar. Wenn X zu $t_1$ zu der Überzeugung gelangt, daß C falsch ist, und ihre Wfunktion per Konditionalisierung revidiert, muß die Wahrscheinlichkeit der konditionalen Prämisse zu $t_1$ Null betragen oder undefiniert sein, kann also nur in Ausnahmefällen gleich bleiben. Dennoch werden auch die in der alltagssprachlichen Praxis vorkommenden zweistufigen *modus-tollens*-Schlüsse von kompetenten Sprechern in der Regel als zwingend empfunden. Beispielsweise erscheint in dem folgenden, von E. Adams vorgestellten modus-tollens-Dialog die Schlußfolgerung, zu der die Person X gelangt, durchaus zwingend:[56]

X: If Jones took chemistry, he didn’t take physics.
Y: He *did* take physics.

[56] Vgl. Adams (88), S. 123.

X: So, he didn't take chemistry.

Hier stellt sich folgendes Problem: Um den Schluß zu ziehen, daß Jones nicht Chemie gewählt hat, benötigt X neben Ys Information auch die von ihr selbst beigesteuerte, den Dialog eröffnende Prämisse. An dieser dürfte X jedoch, wie Adams zu Recht anmerkt, nach Erhalt von Ys Information nicht festhalten: That is, if [X] accepted [Ys] statement it would be odd of [her] to maintain *Jones took physics, but if he took chemistry he didn't take it.*[57]

Wie ist es nun möglich, daß X sich bei ihrer Schlußfolgerung auf eine Prämisse stützt, nachdem sie diese anscheinend verworfen hat?

Angenommen, die Prämissen werden durch $Ch \rightarrow \neg Ph$ bzw. Ph formalisiert, unmittelbar vor Ys Information gilt für Xs Wfunktion $P_0$, daß $P_0(\neg Ph/Ch) = 1$ sowie $P_0(Ph) > 0$ ist, und X konditionalisiert zu $t_1$ bezüglich Ph. Unter solchen Voraussetzungen muß $P_1(\neg Ph/Ch)$ undefiniert sein - was genau dann der Fall ist, wenn $P_1(\neg Ch) = 1$ ist. X kann also auf $\neg Ch$ schließen, weil nach Ys Mitteilung die bedingte Wahrscheinlichkeit nicht mehr definiert ist.

Dieser Zusammenhang besteht jedoch nur, wenn die bedingte Wahrscheinlichkeit zu $t_0$ Eins betrug. Ändern wir die obigen Voraussetzungen dahingehend, daß $P_0(\neg Ph/Ch)$ zwar hoch, aber kleiner als Eins ist, so wird Adams' zweistufiger modus-tollens-Schluß problematisch. $P_1(\neg Ph/Ch)$ ist dann nicht undefiniert, sondern Null, und hieraus ergeben sich, auch vor dem Hintergrund, daß $P_1(Ph) = 1$ ist, keinerlei Beschränkungen hinsichtlich $P_1(\neg Ch)$.

Betrachten wir, von Adams' Beispiel abstrahierend, eine epistemische Situation, in der $P_0(A) = P_0(C) = P_0(C/A) = 0{,}9$ ist (vgl. Abbildung 11).

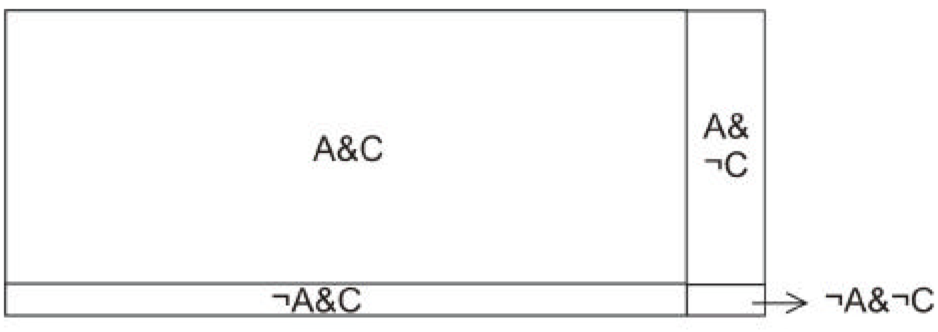


Abbildung 11

[57] A.a.O.

Zu $t_1$ gelangt die Person X, deren frühere Wfunktion $P_0$ war, zu der Überzeugung, daß C falsch ist. X konditionalisiert bezüglich $\neg C$, so daß $P_1(\neg C) = P_0(\neg C/\neg C) = 1$ ist. $P_1(\neg A)$ muß dann 0,1 betragen, weil $P_1(\neg A) = P_0(\neg A/\neg C) = P_0(\neg A\&\neg C)/ P_0(\neg C) = P_0(\neg A\&\neg C)/P_0(\neg A) = P_0(\neg C/\neg A) = 1 - P_0(C/\neg A) = 1 - P_0(C) = 0{,}1$ ist. Die dabei vorausgesetzte Identität von $P_0(C/\neg A)$ mit $P_0(C)$ läßt sich so begründen: Aufgrund der Standardgesetze ist
$P_0(C) = P_0(C/A) \times P_0(A) + P_0(C/\neg A) \times P_0(\neg A)$. In dieser Gleichung darf, da n.V.
$P_0(C) = P_0(C/A)$ ist, $P_0(C/A)$ durch $P_0(C)$ ersetzt werden. Anschließend kann auf beiden Seiten $P_0(C) \times P_0(A)$ subtrahiert werden, so daß wir die Gleichung
$P_0(C) \times P_0(\neg A) = P_0(C/\neg A) \times P_0(\neg A)$ erhalten.

Die Konklusionswahrscheinlichkeit des zweistufigen modus-tollens-Schlusses kann also zu $t_1$ gering sein, obwohl die Prämissen $A\rightarrow C$ und $\neg C$ zu $t_0$ bzw. $t_1$ eine hohe Wahrscheinlichkeit besitzen. Das vorgestellte Beispiel macht dies deutlich, indem es zugleich zeigt, daß die *Kontraposition* nicht p-gültig ist. Wenn nämlich $P_0(A\rightarrow C)$ hoch und $P_1(\neg A)$ gering ist, muß, sofern $P_1$ sich durch Konditionalisierung bezüglich $\neg C$ aus $P_0$ ergibt, wegen (AT) auch $P_0(\neg C\rightarrow\neg A)$ gering sein. Sind dagegen die Werte $P_0(A\rightarrow C)$ und $P_0(\neg C\rightarrow\neg A)$ beide hoch, so muß, nachdem X zu $t_1$ bezüglich $\neg C$ konditionalisiert hat, $P_1(\neg A)$ ebenfalls hoch sein.

Die Tatsache, daß auch zweistufige modus-tollens-Schlüsse in der Regel zwingend erscheinen, läßt sich nun, in Anlehnung an eine Hypothese von E. Adams[58], wie folgt erklären: Wenn eine aufrichtige Sprecherin X zu $t_0$ einen durch $A\rightarrow C$ formalisierbaren Satz behauptet, darf ihr gewöhnlich unterstellt werden, auch die Kontraposition $\neg C\rightarrow\neg A$ zu $t_0$ für wahrscheinlich zu halten. (Ich werde sogleich versuchen, dies zu begründen.) Erfährt X dann zu $t_1$, daß $\neg C$ zutrifft, wird sie daher im Normalfall $\neg A$ zu $t_1$ als wahrscheinlich einschätzen. Denn der zweistufige Modus ponens ist, wie oben dargelegt, wahrscheinlichkeitssichernd. Zweistufige modus-tollens-Schlüsse lassen sich also, sofern die Zusatzprämisse $\neg C\rightarrow\neg A$ unterstellt werden darf, als modus-ponens-Schlüsse rekonstruieren.

Warum hält eine aufrichtige Person, die einen (indikativischen) Ksatz „Wenn A, dann C“ behauptet, im Allgemeinen dessen Kontraposition für wahrscheinlich? Angenommen, X äußert aufrichtigerweise einen durch $A\rightarrow C$ formalisierbaren Ksatz. $P(C/A)$ muß dann für X recht hoch sein. Zudem sei $P(\neg C\rightarrow\neg A) = P(\neg A/\neg C)$ gering, zumindest aber kleiner als 0,5, so daß

[58] Vgl. Adams (88).

ein klares Beispiel gegen die p-Gültigkeit des Kontrapositionsschlusses vorliegt. Da $P(\neg C/A) = 1-P(C/A)$ nur sehr gering ist, ist wegen $P(A) \leq 1$ a fortiori auch $P(\neg C\&A)$ sehr gering. Ferner gilt n.V.: $P(\neg C\&\neg A) < P(\neg C\&A)$. Demnach ist $P(\neg C) = P(\neg C\&A) + P(\neg C\&\neg A)$ nur gering, $P(C)$ also hoch. (Wenn etwa $P(C/A) \geq 0{,}95$ und $P(\neg A/\neg C) < 0{,}5$ ist, muß $P(C) \geq 0{,}9$ sein.) - Daß nur in Fällen, in denen $P(C)$ hoch ist, die obigen Voraussetzungen erfüllt sein können, läßt sich auch anhand der Ungleichung $1 - P(A\&\neg C)/P(A)P(\neg C) \leq 1 - P(A\&\neg C)/P(\neg C)$ begründen, die deshalb gilt, weil $P(A) \leq 1$ ist. Der rechte Term dieser Ungleichung ist identisch mit $P(\neg C\rightarrow\neg A)$, der linke unter der Bedingung $P(\neg C) = 1$ identisch mit $P(A\rightarrow C)$. Wenn $P(A\rightarrow C)$ sehr hoch und $P(C)$ nur gering ist, muß $P(\neg C\rightarrow\neg A)$ hoch sein. Sind $P(A\rightarrow C)$ und $P(C)$ dagegen beide hoch, so wird durch die Ungleichung nicht ausgeschlossen, daß $P(\neg C\rightarrow\neg A)$ gering ist.[59]

In den meisten der Fälle, in denen eine aufrichtige Person X „Wenn A, dann C“ behauptet, trifft es nicht zu, daß sie zur selben Zeit C für wahrscheinlich hält. Deshalb darf ihr in den meisten dieser Fälle unterstellt werden, die Kontraposition für wahrscheinlich zu halten, so daß die entscheidende Voraussetzung für die „Zulässigkeit“ des zweistufigen Modus tollens erfüllt ist.

Ksätze, deren Konsequentien von ihren Sprechern für wahrscheinlich gehalten werden, sind im Allgemeinen solche, deren Antecedens oder Konsequens sich im Skopus einer der Partikeln „selbst“, „sogar“ oder „auch“ befindet. Denn die meisten (nicht aber alle) Ksätze der Art „Selbst (sogar, auch) wenn A zutrifft, trifft C zu“ implizieren konventionell „Wenn ¬A zutrifft, trifft C zu“ (vgl. die auf indikativische Ksätze übertragbaren Ausführungen S. 70 - 72). Die Sprecherin eines solchen Ksatzes gibt also gewöhnlich zu verstehen, daß für sie die Werte $P(C/A)$, $P(C/\neg A)$ und damit auch $P(C)$ hoch sind. Wenn X beispielsweise behauptet

(3) Selbst wenn die SPD die Landtagswahl in NRW verliert, wird die Bundesregierung biS 2002 durchhalten,

[59] Interessanterweise muß nicht nur die Kontraposition $\neg C\rightarrow\neg A$, sondern auch die *Inversion* $\neg A\rightarrow\neg C$ wahrscheinlich sein, falls $A\rightarrow C$ eine hohe und C eine geringe Wahrscheinlichkeit besitzt. Angenommen, es gilt: $P(A\rightarrow C) = 0{,}95$ und $P(C) = 0{,}05$. Dann ist $P(\neg C/A) = 1-P(C/A) = 0{,}05$ und $P(\neg C\&A) \leq 5/1900$, weil $P(A) \leq 1/19$ sein muß. (Das Maximum von $P(A)$ beträgt wegen $P(C) \leq P(C/A)$ gemäß der weiter oben angegebenen Formel $0{,}05/(1-0{,}05) = 1/19$.) Ferner ist $P(A/\neg C) = P(A\&\neg C)/P(\neg C) \leq 1/361$, also $P(\neg A/\neg C) \geq 360/361$, $P(\neg A\&\neg C) \geq 18/19$ und somit auch $P(\neg C/\neg A) \geq 18/19$. Für die Kontraposition kann demnach eine etwas höhere Wahrscheinlichkeit garantiert werden als für die Inversion.

darf der Adressat unterstellen, die Bundesregierung werde nach Auffassung von X nicht vor 2002 wechseln. Es wäre jedoch ein Fehler, X zu unterstellen, auch die Kontraposition von (3), also den Satz

(4) Wenn die Bundesregierung nicht bis 2002 durchhalten wird, wird die SPD zuvor die NRW-Wahl gewonnen haben,

für wahrscheinlich zu halten.

Im Bereich der selbst-wenn-Ksätze findet man leicht Beispiele gegen die p-Gültigkeit der Kontraposition. Andererseits findet man sie fast nur hier. Sonstige Ksätze weisen in der Regel nicht die bereits beschriebenen konventionellen Implikaturen von selbst-wenn-Ksätzen auf. Sie werden im Allgemeinen nicht verwendet, um mitzuteilen, daß C überraschenderweise auch dann wahr ist, wenn A wahr ist, und nicht nur unter gewissen anderen Voraussetzungen, unter denen das unstrittig ist. Fehlen derartige konventionelle Implikaturen, so ist es meist irreführend, „Wenn A, dann C" zu behaupten, falls man ohnehin der Auffassung ist, daß C zutrifft. Man könnte dies zu erklären versuchen, indem man dem Adressaten der Behauptung „Wenn A, dann C" folgendes Räsonnement unterstellt: „Wenn die Sprecherin der Auffassung wäre, daß C wahr ist, hätte sie diese mitteilenswerte Information nicht unterschlagen. Sie hätte dann „C selbst dann, wenn A" oder „C, weil A" oder schlicht „C" behauptet. Daß sie stattdessen „Wenn A, dann C" äußerte, läßt also darauf schließen, daß sie nicht der Auffassung ist, C sei wahr."[60]

Einschränkend muß jedoch festgestellt werden, daß es mittels pragmatischer Kriterien klar abgrenzbare Ausnahmefälle gibt, in denen es durchaus angemessen ist, einen durch keine der genannten Partikeln modifizierten Ksatz zu behaupten, obwohl man das Konsequens als äußerst wahrscheinlich einschätzt. - Betrachten wir hierzu ein interessantes Beispiel von E. Adams.[61] Die Kontraposition des Satzes

(5) If it rained it didn't rain hard

ist der Satz

(6) If it rained hard it didn't rain.

[60] Dieser Erklärungsversuch ließe sich mit Hilfe der von H.P. Grice in (91) vorgeschlagenen Konversationsmaximen ausbauen.
[61] Vgl. Adams (88), S. 122.

Jede kompetente Sprecherin wird (6) aus analytischen Gründen keine positive Wahrscheinlichkeit zuordnen - egal, für wie wahrscheinlich sie (5) hält. Satz (5) bringt zwar ebenso zum Ausdruck, daß es nicht heftig geregnet hat, wie der Satz

(7) It didn't rain hard.

Dennoch kann (5) ein zur adäquaten Situationsbeschreibung geeigneteres Instrument sein als (7). Stellt man sich Kontexte vor, in die (7) eingebettet ist, so dürften dies am ehesten solche sein, in denen durch (7) präsupponiert wird, daß es geregnet hat. Die Negation dürfte allein auf die adverbiale Bestimmung „hard" zu beziehen sein. Annullieren läßt sich die Präsupposition, es habe geregnet, z.B. dadurch, daß man Satz (7) das Antecedens „If it rained" voranstellt und ihr so hypothetischen Charakter zuschreibt. Eine Sprecherin wird Satz (5) typischerweise dann äußern, wenn sie zwar glaubt, es habe nicht geregnet, sich jedoch für den Fall, daß sie eines anderen belehrt wird, ein „nahe gelegenes Rückzugsfeld" schaffen will.

Adams' Beispiel scheint mir an dieser Stelle zunächst deshalb einer eingehenden Betrachtung wert zu sein, weil die obigen Darlegungen über die Zulässigkeit des zweistufigen Modus tollens scheinbar in Konflikt stehen mit der Tatsache, daß die Schlußfolgerung, zu der die Person X in dem folgenden Dialog gelangt, unplausibel ist:

X: If it rained, it didn't rain hard.
Y: But it *did* rain hard.
X: So, it didn't rain.

Die Sätze $R\rightarrow\neg H$, H und $\neg R$ seien als Formalisierungen der Prämissen bzw. der Konklusion dieses offenbar unzulässigen zweistufigen modus-tollens-Schlusses festgelegt. $P_0$ und $P_1$ seien Xs Wfunktionen zu $t_0$ bzw. $t_1$. Falls X zu $t_1$ aufgrund der Information von Y zu der Überzeugung kommt, daß H zutrifft, muß $P_1(\neg R) = 0$ sein, da R aus H analytisch folgt und X dies als sprachkompetente Person weiß. Wenn wir annehmen, daß $P_0(\neg H/R)$ *beinahe* Eins beträgt, ergibt sich kein Konflikt mit den vorangehenden Ausführungen über die Zulässigkeit des zweistufigen Modus tollens. Weil R analytisch aus H folgt, resultiert aus der soeben formulierten Annahme, daß auch $P_0(\neg H)$ beinahe Eins beträgt.[62] Dieser Umstand ermöglicht, daß ein Beispiel gegen die p-Gültigkeit der Kontraposition vorliegt, bei dem $P_0(\neg H/R) \cong 1$ und

[62] Warum? - Weil $P_0(\neg H/R)$ beinahe 1 beträgt, ist $P_0(H)$ positiv. Da R analytisch aus H folgt, muß also $P_0(R/H) = 1$, $P_0(\neg R\&H) = 0$ sowie $P_0(\neg R) = P_0(\neg R\&\neg H)$ sein. N.V. ist $P_0(\neg H\&R) \cong P_0(R)$. Somit gilt: $P_0(\neg H) \cong P_0(R) + P_0(\neg H\&\neg R) = P_0(R) + P_0(\neg R) = 1$.

$P_0(\neg R/H) = 0$ ist - was zur Konsequenz hat, daß X nicht die Prämisse $H \rightarrow \neg R$ zur Verfügung steht, um via Modus ponens auf $\neg R$ zu schließen.

M.E. ist jedoch eher anzunehmen, daß jemand, der aufrichtigerweise die durch $R \rightarrow \neg H$ formalisierte Prämisse behauptet, völlig sicher ist, daß unter der Bedingung R $\neg H$ zutrifft. Verändern wir die Situation also dahingehend, daß $P_0(\neg H/R) = 1$ ist. - Wie ist nun $P_1(R)$ zu bestimmen? - Durch folgende Argumentation gelangt man, scheinbar im Einklang mit dem zuvor Gesagten, zu einer falschen Antwort. Zunächst gilt: $P_1(\neg H/R) = P_0(\neg H\&R/H)/P_0(R/H)$. Der Nenner des rechten Quotienten dieser Gleichung muß Null sein, da aus der Voraussetzung $P_0(\neg H/R) = 1$ folgt, daß $P_0(\neg H\&R) = P_0(R)$, also $P_0(H\&R) = 0$ ist. $P_1(\neg H/R)$ ist demnach undefiniert - was nur dann möglich ist, wenn gilt: $P_1(R) = 0$. - Tatsächlich muß aber $P_1(R) = 1$ sein, weil aufgrund von Ys Information $P_1(H) = 1$ ist und X weiß, daß R aus H analytisch folgt.

Der entscheidende Fehler dieser Argumentation ist gleich an deren Anfang zu lokalisieren. Dort wird unterstellt, daß sich $P_1$ durch Konditionalisierung bezüglich H aus $P_0$ ergibt. Revisionen per Konditionalisierung sind jedoch nur dann möglich, wenn die Sätze, bezüglich deren konditionalisiert werden soll, ursprünglich positive Wahrscheinlichkeit hatten; und im vorliegenden Fall ist, wie soeben gesehen, bereits $P_0(H\&R) = 0$.

Wenn X zu $t_1$ zu der Überzeugung gelangt, daß H zutrifft, erfährt sie etwas, was sie zuvor für ausgeschlossen hielt und ist deshalb zu einer Revision gezwungen, auf die sie nicht vorbereitet war. $P_1$ ist nicht bereits en miniature in $P_0$ enthalten, sondern muß das Ergebnis einer „Neuschöpfung" sein. Die Frage, wie diese zu geschehen hat, betrifft das Thema „Wahrscheinlichkeiten kontrafaktischer Ksätze" und wird in Kap. 3.27 behandelt. Klar ist jedoch, daß $P_1(H) = 1$ sein und die Prämisse $R \rightarrow \neg H$, die zu $t_0$ die Wahrscheinlichkeit Eins hatte, zu $t_1$ den Wert Null bekommen muß. Wegen der analytischen Beziehungen zwischen H und R erhält nämlich neben H auch $H \supset R$ zu $t_1$ den Wert Eins. Aus H und $H \supset R$ folgt probabilistisch der Satz $R \rightarrow H$[63], dem dann ebenfalls der Wert Eins zuzuordnen ist. Folglich ist $P_1(R \rightarrow \neg H) = 1 - P_1(R \rightarrow H) = 0$. - Auf diese Weise läßt sich mit Adams' Theorie erklären, warum Xs frühere konditionale Überzeugung $R \rightarrow \neg H$ angesichts ihres sprachanalytischen

[63] Dieser Schluß ist p-gültig, weil $1 - P(H) + 1 - P(H \supset R) = 1 - P(R\&H) \geq 1 - P(R\&H)/P(R) = 1 - P(R \rightarrow H)$ ist; vgl. (PG*).

Wissens anscheinend „im Widerspruch steht“[64] zu der von ihr als wahr anerkannten Information der Person Y und deshalb zu $t_1$ von X aufgegeben wird.

Die Tatsache, daß X zu $t_0$ $R \rightarrow \neg H$ für sicher hielt, ist somit irrelevant hinsichtlich dessen, was zu $t_1$ in welchem Maße von ihr geglaubt wird. Insbesondere kann sie diesen von ihr zu $t_1$ als widerlegt angesehenen Ksatz nicht als Prämisse des oben angegebenen zweistufigen Modus tollens verwenden, um auf $\neg R$ zu schließen.

Interessant ist ein Vergleich des Regenbeispiels mit Adams’ Chemie/Physik-Beispiel. Wir erinnern uns: Hier äußert X zu $t_0$ den Satz „If Jones took chemistry, he didn’t take physics“, erfährt dann zu $t_1$ von Y, daß Jones sich für Physik entschieden hat, und zieht den Schluß: „So, he didn’t take chemistry“. - Um die durch $Ch \rightarrow \neg Ph$ formalisierbare Prämisse mit guten Gründen behaupten zu können, muß X nicht wissen, welches der beiden Fächer Jones gewählt hat. Für den Adressaten Y ist es sogar naheliegend anzunehmen, daß X dies nicht weiß oder zu wissen glaubt, da sie sich als (vermutlich) kooperative Gesprächspartnerin sonst anders ausgedrückt hätte. Nehmen also auch wir an, daß X zu $t_0$ Jones’ Entscheidung nicht zu kennen glaubt und insbesondere nicht ausschließt, Jones habe Physik gewählt. Anders als im vorangehenden Beispiel steht Ys Information dann nicht im Widerspruch zu irgendeiner von Xs früheren Überzeugungen. X kann ihre revidierte Wfunktion $P_1$ daher per Konditionalisierung bestimmen; denn was sie zu $t_1$ erfährt, hielt sie zu $t_0$ zumindest für möglich.

Als aufrichtige Sprecherin schätzt X die von ihr geäußerte Prämisse $Ch \rightarrow \neg Ph$ zu $t_0$ als sehr wahrscheinlich oder sogar sicher ein. Zu $t_1$ ist die Wahrscheinlichkeit dieses Satzes dagegen entweder undefiniert oder Null, je nachdem, ob $P_0(\neg Ph/Ch)$ Eins oder beinahe Eins beträgt. Auch hier trifft es also in gewissem Sinne zu, daß X ihre konditionale Prämisse aufgrund von Ys Information fallenläßt. Allerdings sind die Konsequenzen dieses „Fallenlassens“ anders als beim Regenbeispiel. Denn die Tatsache, daß $Ch \rightarrow \neg Ph$ zu $t_0$ für X sehr wahrscheinlich war, ist keineswegs irrelevant hinsichtlich dessen, was zu $t_1$ in welchem Maße von ihr geglaubt wird. Wie bereits gezeigt, gilt aufgrund der Bayesschen Regel und (AT):

1. Wenn $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph) = 1$ und $P_0(Ph) > 0$ ist, muß, sofern X zu $t_1$ zu der Überzeugung Ph gelangt, auch $P_1(\neg Ch) = 1$ sein.

[64] Adams teilt diese Intuition; vgl. Adams (88), S. 122.

2. Wenn $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph)$ beinahe Eins beträgt und $P_0(Ph)$ nicht gering ist, muß, sofern X zu $t_1$ zu der Überzeugung Ph gelangt, auch $P_1(\neg Ch)$ sehr hoch sein. (Ist z.B. $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph) = 0{,}99$ und $P_0(Ph) = 0{,}5$, so liegt $P_1(\neg Ch)$ mindestens bei 0,98.)

Durch Adams' Theorie wird erklärbar, wie es zu der in ihrer Struktur durchaus nicht ungewöhnlichen, bei genauerer Betrachtung aber paradox erscheinenden Situation kommen kann, daß die Prämisse $Ch \rightarrow \neg Ph$ einerseits zu $t_1$ aufgrund der Information von Y ihre hohe, ja ihre positive Wahrscheinlichkeit verliert und von X aufgegeben wird, andererseits aber nicht zu dieser Information im Widerspruch steht und zu $t_1$ von X verwendet werden kann, um via Modus tollens auf eine hohe Wahrscheinlichkeit von $\neg Ch$ zu schließen. Adams' Theorie postuliert quasi mechanische Prozesse der Wahrscheinlichkeitsrevision, um das Zustandekommen der paradoxen Situation zu erklären; der Anschein des Paradoxen bleibt jedoch. Er verschwindet nicht, solange wir uns von der Vorstellung leiten lassen, durch indikativische Ksätze werde das Bestehen irgendwelcher Sachverhalte behauptet und die Wahrscheinlichkeit eines solchen Ksatzes sei die Wahrscheinlichkeit seiner Wahrheit. Denn wie kann die Konklusion $\neg Ch$ aufgrund der Prämissen Ph und $Ch \rightarrow \neg Ph$ für X sehr wahrscheinlich sein, wenn $Ch \rightarrow \neg Ph$ nach Xs Überzeugung *falsch* ist, die Prämisse Ph allein aber nicht ausreicht, um auf $\neg Ch$ zu schließen? - Eine weitere Schwierigkeit: Wenn $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph)$ beinahe Eins beträgt und X zu $t_1$ dadurch, daß sie Ph erfährt, zu der Überzeugung kommt, daß $Ch \rightarrow \neg Ph$ *falsch* ist, so mußte sie Ph zu $t_0$ für sehr unwahrscheinlich halten. Tatsächlich konnte X jedoch zu $t_0$ mit guten Gründen $Ch \rightarrow \neg Ph$ behaupten, ohne $\neg Ph$ für wahrscheinlicher zu halten als Ph. Ein hoher Wert $P_0(\neg Ph/Ch)$ kann ohne weiteres mit einem geringen Wert $P_0(\neg Ph)$ einhergehen. Dies wäre nicht möglich, wenn X den Satz $Ch \rightarrow \neg Ph$ aufgrund der von ihr als sicher angenommenen Information Ph zu $t_1$ als falsch betrachten würde. Die beiden Prämissen müßten dann schon zu $t_0$ zueinander im Widerspruch gestanden haben, so daß $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph)$ höchstens $1 - P_0(Ph)$ hätte sein dürfen. - Ähnlich problematisch stellt sich die Situation dar, wenn $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph) = 1$ und $P_1(\neg Ph/Ch)$ wegen der zu $t_1$ erhaltenen Information undefiniert ist. Falls nämlich unter der Voraussetzung, daß $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph)$ *beinahe* Eins beträgt, $Ch \rightarrow \neg Ph$ zu $t_1$ durch die Mittelung Ph als falsch erwiesen wird, so sollte dies im Falle $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph) = 1$ nicht anders sein. $P_1(Ch \rightarrow \neg Ph)$ (die Wahrscheinlichkeit der *Wahrheit* von $Ch \rightarrow \neg Ph$ zu $t_1$) wäre demnach, abweichend von der entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeit, die weiterhin undefiniert bleibt, mit Null zu identifizieren. Wiederum müßte dann ein Problem bestehen, wo keines ist: Wie konnte X zu $t_0$ sicher sein, daß $Ch \rightarrow \neg Ph$ zutrifft, wenn sie gleichzeitig Ph für möglich hielt?

Am einfachsten sind derartige Schwierigkeiten vermeidbar, indem wir schlicht darauf verzichten, die Bayessche Regel und (AT) mit der These zu kombinieren, die Wahrscheinlichkeit eines indikativischen Ksatzes sei die Wahrscheinlichkeit seiner Wahrheit. Wenn wir uns stattdessen mit Stalnakers Auskunft begnügen, daß Äußerungen indikativischer Ksätze den Zweck haben, Glaubensdispositionen zum Ausdruck zu bringen[65], so erscheint die weiter oben beschriebene Situation nicht länger paradox. Indem X zu $t_0$ den durch $Ch \rightarrow \neg Ph$ formalisierten Satz äußert, gibt sie zu verstehen, sie werde zu der Überzeugung $\neg Ph$ gelangen, falls Ch sich für sie als wahr herausstellen sollte. Darüber hinaus ist ihre konditionale Äußerung eine Empfehlung an den Adressaten, die gleiche Glaubensdisposition einzunehmen. Wenn $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph) = 1$ ist und X zu $t_1$ erfährt, daß Ph wahr ist, muß $P_1(Ch) = 0$ sein. Nach $t_1$ ist es dann aus Sicht von X für sie selbst ebenso wie für ihren Adressaten überflüssig, in der beschriebenen Weise disponiert zu sein, weil sie von $t_1$ an ausschließt, daß Ch sich als wahr herausstellen könnte. Würde sie ihre frühere konditionale Äußerung trotzdem wiederholen, so erweckte sie den Eindruck, weiterhin Ch für möglich und ihre zuvor mitgeteilte Glaubensdisposition für potentiell nützlich zu halten sowie Ys Information Ph nicht als sicher zu akzeptieren. Als aufrichtige und nicht an der Irreführung ihres Adressaten interessierte Sprecherin will X diesen Eindruck vermeiden, wird also den durch $Ch \rightarrow \neg Ph$ formalisierten Ksatz (zumindest in indikativischem Modus) nicht erneut äußern.

Offensichtlich darf Xs „Rückzieher“ nicht als Eingeständnis eines Irrtums interpretiert werden. X erfährt zu $t_1$ nichts, was sie zuvor für falsch hielt. Sofern wir indikativische Ksätze als nicht wahrheitswertig betrachten und ihnen die Funktion zuschreiben, Glaubensdispositionen zum Ausdruck zu bringen, gibt es aber auch keinen Grund mehr für die kontraintuitive These, zwischen $Ch \rightarrow \neg Ph$ und Ph bestehe ein Widerspruch. Denn dadurch, daß X zu $t_0$ zu verstehen gibt, eine bestimmte Glaubensdisposition sei potentiell nützlich, schließt sie nicht aus, daß diese sich später als überflüssig erweisen wird.

Schließlich bleibt zu überlegen, wie von der beschriebenen Position aus der Fall zu beurteilen ist, daß $P_0(Ch \rightarrow \neg Ph)$ *beinahe* Eins beträgt und X zu $t_1$ erfährt, daß Ph wahr ist. $P_1(Ch \rightarrow \neg Ph)$ ist hier nicht undefiniert, sondern Null, $P_1(Ch)$ nicht Null, aber sehr gering. Als aufrichtige

[65] Vgl. Kap. 3.5.

Sprecherin würde X ihre konditionale Äußerung nun aus einem anderen Grund nicht wiederholen: Zu $t_1$ hat X eine Glaubensdisposition, die ihrer früheren entgegengesetzt ist. Sie würde nun zu der Überzeugung Ph gelangen, falls Ch sich für sie als wahr herausstellen sollte. Auch hieraus ergibt sich jedoch kein Argument für die kontraintuitive These, daß Ys Information im Widerspruch zu dem von X zuvor geäußerten Ksatz steht. X kann die beiden erwähnten Dispositionen zwar nicht *gleichzeitig* einnehmen. Möglich ist jedoch, daß sie zu $t_0$

1. eine dem Satz $Ch \rightarrow \neg Ph$ korrespondierende Disposition besitzt,
2. die Disposition zweiter Stufe hat, die erstgenannte Disposition durch eine dem Satz $Ch \rightarrow Ph$ korrespondierende zu ersetzen, sofern Ph sich später als wahr herausstellt, und
3. die Wahrscheinlichkeit, daß Ph sich als wahr erweist und ihre Disposition zweiter Stufe „aktiviert" wird, nicht gering (oder sogar hoch) ansetzt.[66]

Aus der Tatsache, daß eine durch diese drei Merkmale charakterisierte epistemische Situation keineswegs widersprüchlich sein muß, folgt, daß X, indem sie zu $t_0$ zu verstehen gibt, eine dem Satz $Ch \rightarrow \neg Ph$ entsprechende Disposition zu haben, nicht ausschließt - ja nicht einmal als unwahrscheinlich ausgibt -, diese später durch eine entgegengesetzte Disposition zu ersetzen.

### *3.12 Zusammenhänge und Analogien*

Zwischen logischer und probabilistischer Gültigkeit bestehen wichtige von Adams herausgearbeitete Zusammenhänge, deren Kenntnis nützlich sein kann, um p-gültige von p-ungültigen Schlüssen zu unterscheiden. (Dabei spielt es keine Rolle, ob wir Lewis' oder Stalnakers Definition von logischer Gültigkeit zugrunde legen.) Ehe ich zwei dieser Zusammenhänge kurz vorstelle, seien einige terminologische und notationelle Festlegungen vorausgeschickt:[67] Ist $\mathcal{A}$ ein Satz aus Adams' Sprache L, so sei $\mathcal{A}'$ das *faktische Pendant* zu $\mathcal{A}$,

---

[66] Man beachte, daß in einem solchen Fall die unter 1. genannte Disposition, anders als diejenige, durch die sie gegebenenfalls zu ersetzen ist, probabilistisch leicht eingeschränkt sein muß: Zu $t_0$ gilt, daß X $\neg Ph$ als *beinahe* sicher einschätzen würde, falls Ch sich als wahr herausstellen sollte.

[67] Vgl. Adams (75), S. 46.

falls entweder $\mathcal{A}'$ mit $\mathcal{A}$ identisch ist und der Operator „→" in $\mathcal{A}$ nicht vorkommt oder $\mathcal{A}'$ sich von $\mathcal{A}$ genau darin unterscheidet, daß anstelle des Operators „→" die materiale Implikation „⊃" steht.[68] M' sei die Menge aller faktischen Pendants der Sätze einer Menge M. Das *faktische Pendant eines Schlusses* bestehe aus den faktischen Pendants seiner Prämissen bzw. seiner Konklusion.

Wenn nun $\mathcal{A}$ ein L-Satz und M eine Menge von L-Sätzen ist, gelten die beiden folgenden von Adams vorgestellten Theoreme:[69]

(Th3) Falls M p-konsistent ist[70] und $\mathcal{A}'$ nicht im Sinne von Lewis oder Stalnaker logisch aus (den Sätzen) der Menge M' folgt, so folgt $\mathcal{A}$ nicht probabilistisch aus M.

(Th4) Falls $\mathcal{A}'$ (im obigen Sinne) logisch aus M' folgt, so folgt $\mathcal{A}'$ probabilistisch aus M.

Notwendige Bedingung für die p-Gültigkeit eines Schlusses mit p-konsistenter Prämissenmenge ist also die logische Gültigkeit *des faktischen Pendants dieses Schlusses*. Die logische Gültigkeit des faktischen Pendants ist, wie (Th4) lehrt, sogar hinreichend für die p-Gültigkeit eines Schlusses, wenn dessen Konklusion faktisch ist. Hieraus folgt zunächst, daß alle logisch gültigen Schlüsse auch p-gültig sind. Denn da Adams' Operator „→" in logisch gültigen Schlüssen nicht vorkommen kann, ist jeder logisch gültige Schluß mit seinem faktischen Pendant identisch. Eine weitere wichtige Konsequenz aus (Th4) besteht darin, daß logisch gültige Schlüsse p-gültig bleiben, wenn im Prämissenteil überall „⊃" durch „→" ersetzt wird. Der Modus ponens „A→C, A, also C" und der Modus tollens „A→C, ¬C, also ¬A" sind demnach p-gültig, weil die faktischen Pendants dieser Schlüsse logisch gültig sind. - Die Ersetzung von „→" durch „⊃" in der *Konklusion* eines logisch gültigen Schlusses kann hingegen dazu führen, daß dieser seine p-Gültigkeit verliert. Aus ¬A oder aus A⊃C folgt beispielsweise logisch (und daher auch probabilistisch) A⊃C, nicht aber probabilistisch A→C.

Ein Entscheidungsverfahren für p-Gültigkeit liefert uns jedoch erst folgendes Theorem:[71]

(Th5) Aus einer Menge M von L-Sätzen folgt probabilistisch $\mathcal{A}$, gdw. $M \cup \{\neg\mathcal{A}\}$ p-inkonsistent ist.

---

[68] Man erinnere sich, daß „→" in jedem Satz aus Adams' Sprache L höchstens einmal vorkommen darf.
[69] Vgl. Adams (75), S. 57 f.
[70] Die Definition von p-Konsistenz findet der Leser auf S. 111 der vorliegenden Arbeit.
[71] A.a.O. S. 58.

Dabei stehe $\neg\mathcal{A}$ für $A \rightarrow \neg C$, falls $\mathcal{A}$ für $A \rightarrow C$ steht. - Mithilfe dieses Theorems läßt sich leicht beweisen, daß - in bemerkenswerter Analogie zu den Mögliche-Welten-Theorien von Lewis und Stalnaker - die Antecedensverstärkung, der hypothetische Syllogismus sowie die Kontraposition p-ungültig sind. Die Wahrheitswertverteilung V mit V(A) = V(C) = *wahr* und V(B) = *falsch* verifiziert den Satz $A \rightarrow C$, während $A\&B \rightarrow \neg C$ durch sie weder verifiziert noch falsifiziert wird. Die Menge $\{A \rightarrow C\} \cup \{A\&B \rightarrow \neg C\}$ ist also bestätigbar und somit gemäß (Th1)[72] p-konsistent. Nach (Th5) folgt daher aus $A \rightarrow C$ (bzw. der diesen Satz enthaltenden Menge) nicht probabilistisch $A\&B \rightarrow C$, d.h. die Antecedensverstärkung ist p-ungültig. - Die Menge $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \cup \{A \rightarrow \neg C\}$ wird durch eine Wahrheitswertverteilung V mit V(A) = *falsch* und V(B) = V(C) = *wahr* bestätigt und ist folglich p-konsistent. Deshalb ist auch der hypothetische Syllogismus, also der Schluß von den Prämissen $A \rightarrow B$ und $B \rightarrow C$ auf die Konklusion $A \rightarrow C$, p-ungültig. - Die p-Konsistenz der Menge $\{A \rightarrow C\} \cup \{\neg C \rightarrow A\}$ und damit die p-Ungültigkeit der Kontraposition wird schließlich durch jede Wahrheitswertverteilung V mit V(A) = V(C) = *wahr* belegt.

Ein Beispiel für einen p-gültigen Schluß ist, wiederum in Analogie zu den genannten Mögliche-Welten-Theorien, der *abgeschwächte* hypothetische Syllogismus, d.h. der Schluß von $A \rightarrow B$ und $A\&B \rightarrow C$ auf $A \rightarrow C$. Wenn es nämlich eine die Menge $\{A \rightarrow B, A\&B \rightarrow C\} \cup \{A \rightarrow \neg C\}$ bestätigende Wahrheitswertverteilung gäbe, so müßte sie A verifizieren, um mindestens einen der Sätze dieser Menge zu verifizieren. Sie müßte dann auch B und C verifizieren, um $A \rightarrow B$ sowie $A\&B \rightarrow C$ nicht zu falsifizieren. Folglich würde sie $A \rightarrow \neg C$ falsifizieren, die obige Menge i.W.z.A. also nicht bestätigen.

Vielleicht hat sich der Leser bei der Einführung von (PG), Adams' Definition der p-Gültigkeit, die Frage gestellt, warum diese Beziehung nicht so definiert wurde:

(PG?) Ein Schluß ist p-gültig, gdw. jede geeignet Wfunktion, die allen Prämissen den Wert Eins zuordnet, auch der Konklusion den Wert Eins zuordnet.

P-Gültigkeit im Sinne von (PG) impliziert p-Gültigkeit im Sinne von (PG?). Die Umkehrung gilt jedoch nicht, wie Antecedensverstärkung, Kontraposition und hypothetischer Syllogismus zeigen. - Es mag genügen, dies für den letztgenannten Schluß kurz darzulegen: Wenn $P(B/A) = P(C/B) = 1$ ist, ist zunächst $P(A\&B) = P(A)$, also $P(A\&\neg B) = 0$. Hieraus folgt, daß

[72] Dieses Theorem wurde hier auf S. 112 eingeführt.

$P(A\&C) = P(A\&B\&C) + P(A\&\neg B\&C) = P(A\&B\&C)$ ist. Ferner muß aufgrund der Annahme $P(C/B) = 1$  $P(B\&C) = P(B)$, also $P(B\&\neg C) = 0$ sein, woraus folgt, daß $P(A\&B) = P(A\&B\&C) + P(A\&B\&\neg C) = P(A\&B\&C)$ ist. Somit gilt: $P(A\&C) = P(A\&B)$. Da $P(B/A) = 1$ ist, muß folglich auch $P(C/A) = 1$ sein. Q.e.d.

Selbstverständlich hält Adams es für einen Vorzug seiner Theorie, daß in ihr die Schlüsse des genannten Trios p-ungültig sind. Wie Lewis und Stalnaker begründet er diese Auffassung anhand geschickt konstruierter Schlüsse der Umgangssprache. Gegen die Antecedensverstärkung gerichtete Beispiele sind leicht zu finden; gegen die Kontraposition führt Adams sein Regenbeispiel („If it rained, it didn't rain hard" ;vgl. S. 123.)ins Feld, und zur „Widerlegung" des hypothetischen Syllogismus mag folgender Schluß genügen:

Wenn Clement bei der NRW-Landtagswahl abgewählt wird, gewinnt die Union im Bundesrat die absolute Mehrheit.
Wenn die PDS bei der NRW-Wahl stärkste Partei wird, wird Clement abgewählt.

---

Wenn die PDS bei der NRW-Wahl stärkste Partei wird, gewinnt die Union im Bundesrat die absolute Mehrheit.

Beispiele, anhand deren Lewis und Stalnaker zu rechtfertigen versuchen, daß die drei Schlüsse in ihren Theorien logisch ungültig sind, müssen nur in den Indikativ übertragen werden, um für Adams zu ähnlichen Zwecken verwendbar zu sein. Umgekehrt könnten die beiden erstgenannten Autoren zu geeigneten Gegenbeispielen gelangen, indem sie die von Adams präsentierten in den Konjunktiv übertragen. Diese Austauschbarkeit der Gegenbeispiele liegt darin begründet, daß die Analogien zwischen den Mögliche-Welten-Semantiken und der probabilistischen Theorie sich bis zu den *Bedingungen* fortsetzen, unter denen Gegenbeispiele auftreten können.[73]

Angenommen, wir vereinfachen Lewis' Theorie dahingehend, daß wir die Limes-Annahme voraussetzen. Wir können dann in der von Lewis selbst dargelegten Weise eine Sfunktion s definieren, die jedem Satz A und jeder Welt $i \in I$ eine Menge zuordnet, die sich als Menge der i maximal ähnlichen A-Welten auffassen läßt und nur dann leer ist, wenn keine zugänglichen A-Welten existieren. Ein zur Formalisierung *konjunktivischer* Ksätze verwendbares Konditional $A \Box\!\!\rightarrow C$ sei also wahr in i, gdw. $s(A, i) \subseteq |C|$ ist. Fälle, wo in derselben Welt i $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr und $A\&B \Box\!\!\rightarrow C$ falsch ist, sind **nur unter der Bedingung möglich, daß A□ ® ØB in i wahr**

[73] Vgl. Jackson (87), S. 79 - 85.

**ist.** Wenn nämlich in i $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr und $A \Box\!\!\rightarrow \neg B$ falsch ist, so gilt: $s(A, i) \subseteq |C|$ und $s(A, i) \cap |B| \neq \emptyset$. Dann ist $s(A, i) \cap |B| = s(A\&B, i) \subseteq s(A, i)$ und folglich $s(A\&B, i) \subseteq |C|$, so daß kein Gegenbeispiel zur Antecedensverstärkung vorliegt. - Analog kann, wenn P(C/A) hoch ist, P(C/B&A) **nur dann gering sein, wenn P(ØB/A) hoch ist.** Betrachten wir, um dies einzusehen, die folgende, leicht zu beweisende Gleichung:

$P(C/A) = P(C/A\&B) \times P(B/A) + P(C/A\&\neg B) \times P(\neg B/A)$.

Ist P(C/A) hoch und P(C/A&B) gering, so muß PC/A&¬B) noch höher als P(C/A) sein und mit einem hohen Wert P(¬B/A) gewichtet werden. Beispielsweise ist unter der Annahme, daß $P(C/A) = 0{,}9$ und $P(C/A\&B) = 0{,}1$ ist, P(¬B/A) identisch mit 8/9, falls $P(C/A\&\neg B) = 1$, und größer als 8/9, falls $P(C/A\&\neg B) \neq 1$ ist. (Die Struktur eines Gegenbeispiels zeigt Abbildung 12.)

Fälle, wo in derselben Welt i $A \Box\!\!\rightarrow B$ und $B \Box\!\!\rightarrow C$ wahr sind, $A \Box\!\!\rightarrow C$ jedoch falsch ist, können **nur unter der Bedingung auftreten, daß B□®ØA wahr ist.** Wenn nämlich $A \Box\!\!\rightarrow B$, $B \Box\!\!\rightarrow C$ und $\neg(B \Box\!\!\rightarrow \neg A)$ in i wahr sind, ist $s(A, i) \subseteq |B|$, also $s(A, i) = s(A\&B, i)$. Ferner muß dann wegen $s(B, i) \cap |A| \neq \emptyset$ $s(B, i) \cap |A| = s(A\&B, i) \subseteq s(B, i)$ sein. Da $s(B, i) \subseteq |C|$ ist, ist somit auch $s(A, i) \subseteq |C|$ und $A \Box\!\!\rightarrow C$ wahr in i. Ein Gegenbeispiel zum hypothetischen Syllogismus liegt also nicht vor. - Entsprechend gilt: Falls P(B/A) und P(C/B) hoch sind, kann P(C/A) **nur dann gering sein, wenn P(ØA/B) hoch ist.** Dies läßt sich wie folgt zeigen:
P(C/A) sei gering, P(B/A) dagegen hoch. Angesichts der Identität

$P(C/A) = P(C/A\&B) \times P(B/A) + P(C/A\&\neg B) \times P(\neg B/A)$

muß P(C/A&B) dann gering sein. Außerdem sei P(C/B) hoch - ein Wert, der mit $P(C/A\&B) \times P(A/B) + P(C/\neg A\&B) \times P(\neg A/B)$ identisch ist. Da P(C/A&B) gering ist, muß P(C/¬A&B) noch höher als P(C/B) sein und mit einem hohen Wert P(¬A/B) gewichtet werden. Ein Zahlenbeispiel: Wenn $P(B/A) = P(C/B) = 0{,}9$ und $P/C/A) = 0{,}1$ ist, beträgt P(C/A&B) 1/9, falls $P(C/A\&\neg B) = 0$ ist. Sonst ist P(C/A&B) noch geringer. Das Minimum für P(¬A/B) wird erreicht, wenn $P(C/A\&B) = 1/9$ und $P(C/\neg A\&B) = 1$ ist. In diesem Fall gilt: $P(C/B) = 0{,}9 = 1/9 \times (1 - P(\neg A/B)) + 1 \times P(\neg A/B)$. Wie sich leicht errechnen läßt, ist P(¬A/B) also mindestens mit 71/80 anzusetzen. (Die Struktur eines Gegenbeispiels zeigt Abbildung 13.)

Kommen wir schließlich zur Kontraposition. Die Möglichkeit, daß in einer Welt i $A \square\!\!\rightarrow C$ wahr und $\neg C \square\!\!\rightarrow \neg A$ falsch ist, besteht **nur dann, wenn C in ihr wahr ist.** Angenommen, es ist $s(A, i) \subseteq |C|$ und $i \notin |C|$, d.h. $i \in |\neg C|$. Nach Lewis und Stalnaker gilt für beliebige Sätze B und Welten j: $s(B, j) = \{j\}$, falls $j \in |B|$. (Begründung dieser Autoren: Keine Welt ist einer Welt j so ähnlich wie j sich selbst.) Demnach ist $s(\neg C, i) = \{i\}$. Wenn $i \in |A|$ wäre, wäre $s(A, i) = \{i\} \subseteq |C|$. Laut Annahme ist jedoch $i \in |\neg C|$. Also ist $i \in |\neg A|$ und $s(\neg A, i) = \{i\} \subseteq |\neg C|$. Hieraus folgt die Wahrheit von $\neg A \square\!\!\rightarrow \neg C$ in i, so daß kein Gegenbeispiel zur Kontraposition vorliegt. - In Analogie hierzu kann, wie wenige Seiten zuvor gezeigt wurde, die Situation, daß P(C/A) hoch und P(¬A/¬C) gering ist, **nur dann auftreten, wenn P(C) hoch ist** (vgl. Abbildung 11).

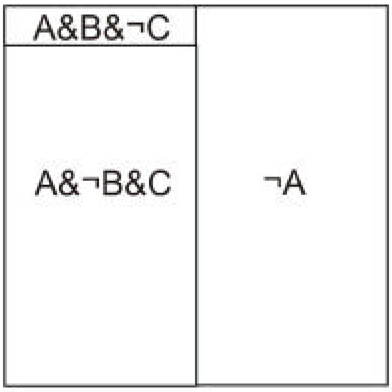


Abbildung 12

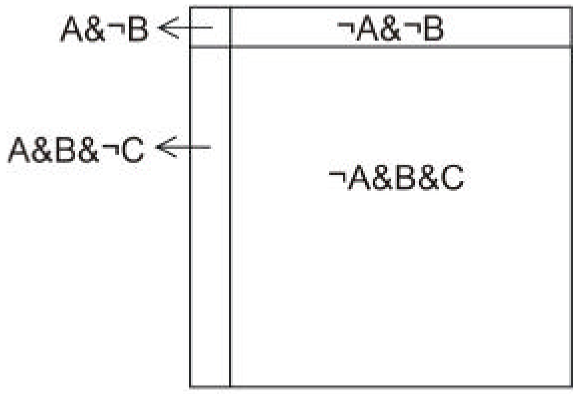


Abbildung 13

E. Adams und A. Gibbard haben unabhängig voneinander gezeigt, daß die Übereinstimmungen zwischen den sich aus so unterschiedlichen Quellen (einerseits die Mögliche-Welten-Semantik, andererseits der Bayesianismus) speisenden Theorien noch wesentlich weiter gehen. Nehmen wir an, Lewis hätte zur Formalisierung von Ksätzen anstelle des Operators „$\square\!\!\rightarrow$“ dasselbe Zeichen verwendet wie Adams, also den Operator „$\rightarrow$“. Ein von Adams in (77) bewiesenes Theorem ließe sich dann so formulieren: Jeder Schluß, dessen Prämissen und Konklusion von

Adams syntaktisch zugelassen werden, ist genau dann p-gültig, wenn er logisch gültig im Sinne von Lewis[74] ist.

Jeder p-gültige Schluß ist also auch logisch gültig im Sinne von Lewis. Die Umkehrung gilt hingegen nicht, da in von Lewis als logisch gültig ausgezeichneten Schlüssen Sätze vorkommen dürfen, die Adams' restriktive Syntax nicht zuläßt. (Wie bereits dargelegt, gibt es in Adams' formaler Sprache keine komplexen Sätze, in die Konditionale eingebettet sind.)

Eine Übertragung dieses Theorems auf Stalnakers Semantik beweist Gibbard in (81). Angenommen, auch Stalnaker hätte zur Formalisierung von Ksätzen das Zeichen „→" verwendet. Gibbards Theorem ließe sich dann wie folgt wiedergeben: Jeder Schluß, dessen Prämissen und Konklusion von Adams syntaktisch zugelassen werden, ist genau dann p-gültig, wenn er logisch gültig im Sinne Stalnakers[75] ist.

Aus der Konjunktion der beiden Theoreme ergibt sich, daß die Theorien von Lewis und Stalnaker dieselben Schlüsse als logisch gültig bzw. dieselben Sätze als logisch wahr auszeichnen, sofern die von diesen Autoren konstruierten formalen Sprachen auf Adams' Sprache eingeschränkt werden. Die Unterschiede zwischen Lewis und Stalnaker treten erst dann zu Tage, wenn auch negierte oder disjunktiv verknüpfte Konditionale ins Blickfeld rücken. Erst dann zeigt sich beispielsweise, daß das (nun mit Adams' „→" formulierte) Prinzip des konditionalen ausgeschlossenen Dritten[76] $(\mathcal{A}\rightarrow\mathcal{C})\vee(\mathcal{A}\rightarrow\neg\mathcal{C})$ (kurz: (KAD)) bei Stalnaker, nicht jedoch bei Lewis logisch wahr ist, und daß der Schluß von einer beliebigen Tautologie auf (KAD) oder der von $\neg(\mathcal{A}\rightarrow\mathcal{C})$ auf $\mathcal{A}\rightarrow\neg\mathcal{C}$ bei ersterem, nicht aber bei letzterem logisch gültig ist.

Der Begriff der Wahrscheinlichkeit ist ein besser erforschtes und weniger umstrittenes Instrument der logischen Analyse als der einer möglichen Welt. Die beschriebenen Übereinstimmungen mit einer Theorie, deren Grundlagen weniger problematisch und deren innovative Elemente ((AT) und das Konzept der probabilistischen Gültigkeit) kaum angreifbar erscheinen, vermögen die beiden rivalisierenden Mögliche-Welten-Semantiken daher insoweit zu stützen, als deren formalsprachliche Bereiche sich mit Adams' formaler Sprache überschneiden. - Hier stellt sich die Frage, ob es möglich ist, eine Entscheidung zwischen Lewis und Stalnaker herbeizuführen, indem man den Anwendungsbereich von Adams' Theorie

---

74 Vgl. S. 35 der vorliegenden Arbeit.
75 Vgl. S. 51 der vorliegenden Arbeit.
76 Vgl. Kap. 2.5.

durch die Zulassung komplexer Sätze, zu deren Konstituenten Konditionale gehören, erweitert und prüft, ob dann z.B. der Schluß von $\neg(\mathcal{A}\rightarrow\mathcal{C})$ auf $\mathcal{A}\rightarrow\neg\mathcal{C}$ in einem probabilistischen Sinne gültig ist. Etwas Ähnliches hat Stalnaker in seinem 1970 veröffentlichten Aufsatz „Probability and Conditionals"[77] tatsächlich versucht, allerdings ohne dabei explizit auf frühere Arbeiten von Adams zurückzugreifen. Ich werde dieses imponierende Projekt i.f. nur ansatzweise vorstellen, da B. v. Fraassen sowie das „Autorenkollektiv" A. Hajek und N. Hall inzwischen gezeigt haben, wie sich unter Voraussetzung von Stalnakers uns schon bekannter These

(ST) $P(A\rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$

auf einfachere Weise für (KAD) argumentieren läßt. - Zuvor jedoch eine typographische Vereinfachung: Die Variablen A, B, C usw. stehen ab sofort wieder für faktische Sätze *und Konditionale* zur Verfügung. Damit werden die Variablen $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ usw. überflüssig.

Stalnaker definiert eine von ihm als „***e***xtended ***p***robability function" (kurz: *EP-Funktion*) bezeichnete Funktion von der Menge der Sätze einer formalen Sprache, die zunächst keine Konditionale enthält, in die der reellen Zahlen aus dem Intervall [0; 1].[78] Der Begriff der Wahrheit wird bei dieser Definition nicht vorausgesetzt. (Bei der üblichen Definition anhand der Standardgesetze ist dies anders.) Verteilungen von Wahrheitswerten auf die Sätze der formalen Sprache benötigt Stalnaker jedoch, um mithilfe eines Dutch-Book-Theorems zu begründen, warum die epistemische Situation einer vernünftigen Person stets durch eine EP-Funktion repräsentierbar sein sollte. - Die übliche Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit wird von Stalnaker übernommen; für beliebige EP-Funktionen sowie Sätze A und C gilt also: $EP(C/A) = EP(A\&C)/EP(A)$, falls $EP(A) > 0$ ist. Neu ist, daß $EP(C/A)$ auch im Falle $EP(A) = 0$ definiert ist.[79]

Stalnaker erweitert seine formale Sprache dann, indem er für beliebige Sätze A und C festlegt: Gehören A und C zur Sprache, so gehört auch das Konditional $A\rightarrow C$ dazu. - Konditionale werden zunächst nicht semantisch interpretiert, sondern durch eine Reihe von Beschränkungen der EP-Funktionen näher bestimmt. Insbesondere fordert Stalnaker, daß für jedes Konditional $A\rightarrow C$

[77] Dieser Aufsatz wird i.f. als Stalnaker (81b) bezeichnet, weil er in dem von Harper, Pearce und Stalnaker 1981 herausgegebenen Band IFS leichter zugänglich ist.
[78] Vgl. Stalnaker (81b), S. 114.
[79] A.a.O. S. 112 und S. 115.

und jede Funktion EP gilt: EP(A→C) = EP(C/A).[80] Eine auf gewöhnliche Wfunktionen übertragene Version dieser Forderung wird üblicherweise als *Stalnakers These* bezeichnet. Gemeint ist hiermit (ST).

Schließlich konstruiert Stalnaker einen Begriff der *extended-probability-Gültigkeit* (kurz: *ep-Gültigkeit*) von *Sätzen*[81] und bringt diesen in einen für sein Projekt entscheidenden Zusammenhang mit dem in „A Theory of Conditionals"[82] von ihm entwickelten Begriff der logischen Wahrheit. Hierzu definiert er zunächst, daß eine Satzmenge M *ep-simultan erfüllbar* ist, gdw. es eine Funktion EP und einen *möglichen* Satz C gibt, so daß für alle $A \in M$ gilt: EP(A/C) = 1. Dabei ist ein Satz C nach Stalnaker *unmöglich*, gdw. für jede Funktion EP und jeden Satz A gilt: EP(¬C/A) = 1.[83] Die Negation eines unmöglichen Satzes muß also unter jeder Bedingung sicher sein. Als notwendige und hinreichende Bedingung für die ep-Gültigkeit eines Satzes C legt Stalnaker dann fest, daß die Menge {¬C} nicht ep-simultan erfüllbar ist. - Damit sind vor dem Hintergrund des letztgenannten, 1968 erschienenen Stalnaker-Aufsatzes die Voraussetzungen gelegt, um zu beweisen, daß ein Satz C ep-gültig ist, gdw. er im Sinne Stalnakers logisch wahr ist.[84]

1970 sah Stalnaker in diesem Resultat eine Bestätigung der von ihm favorisierten Konzeption von logischer Wahrheit, da er die Grundlagen und Annahmen seiner probabilistischen Theorie für weniger umstritten hielt als die seiner Mögliche-Welten-Semantik. Die entscheidende Annahme der probabilistischen Theorie war, cum grano salis, Stalnakers These (ST). Sie erschien ihm 1970 (*noch*, wie wir sehen werden) völlig evident. Deshalb führte er, wie dargestellt wurde, Konditionale als Sätze ein, für die (ST) (genauer: die ursprüngliche, auf EP-Funktionen bezogene Version dieser These) stets erfüllt ist, und zeigte dann, daß diese Sätze semantisch so interpretiert werden müssen wie in „A Theory of Conditionals", wenn die Begriffe der EP-Gültigkeit und der logischen Wahrheit extensionsgleich sein sollen.[85]

[80] A.a.O. S. 120.
[81] Vgl. für das Folgende S. 121 - 123.
[82] Dies ist der erstmals 1968 erschienene Aufsatz Stalnaker (91).
[83] Vgl. Stalnaker (81b), S. 115.
[84] Anders gesagt: Logisch wahr sind genau diejenigen Sätze, deren Negationen bei keiner EP-Funktion unter irgendeiner möglichen Bedingung den Wert Eins erhalten. Dies wiederum läßt sich, da EP-Funktionen von Stalnaker so definiert werden, daß bei möglichem C EP(¬A/C) = 1−EP(A/C) ist, auch so ausdrücken: Ein Satz ist logisch wahr, gdw. jede EP-Funktion ihm unter jeder möglichen Bedingung einen positiven Wert zuordnet.
[85] D. Edgington bringt hier einiges durcheinander. Mit Blick auf die bereits 1970 erschienene Arbeit Stalnaker (81) stellt sie fest: „With agreement in logic, and no leverage on the semantics independently of the notion of conditional belief, Stalnaker's claim, to have identified the proposition whose belief conditions fit the Thesis (...), had an irrefutable air." (Vgl. Edgington (95), S. 273.) Um das Zitat der hier verwendeten Terminologie anzupassen, möge der Leser „proposition" durch „truth conditions of the sentence" ersetzen. Mit „the Thesis" sollte Edgington sich auf die These (ST) oder deren ursprüngliche Version in Stalnaker (81) beziehen; tatsächlich meint sie jedoch ihre Version von Adams

Es wurde bereits angedeutet, daß der vor allem um das Prinzip (KAD) kreisende klassische Lewis/Stalnaker-Disput auch auf einfachere (oder nur traditionellere?) Weise unter Voraussetzung von (ST) im Sinne Stalnakers entschieden werden kann. Hajek und Hall[86] legen, ebenso wie Stalnaker in „Probability and Conditionals", eine formale Sprache zugrunde, in der eingebettete Konditionale erlaubt sind. Um ein Argument für (KAD) zu konstruieren, benötigen sie dann neben (ST) lediglich folgende Annahme:

(A1) Der Schluß von $(A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C)$ auf $A \rightarrow B \& C$ ist logisch gültig.

Diese Annahme ist sowohl in Lewis' als auch in Stalnakers Mögliche-Welten-Semantik erfüllt.

Hajek und Hall beweisen zunächst, daß für beliebige Sätze A, B und C sowie (gewöhnliche) Wfunktionen P gilt: Wenn $P(B\&C) = 0$ und $P(A) > 0$ ist, ist $P((A \rightarrow B)\&(A \rightarrow C)) = 0$. Ihr Beweis dieses Hilfssatzes ist sehr einfach: Da die Konklusion eines logisch gültigen Schlusses mindestens so wahrscheinlich sein muß wie seine Prämisse (bzw. die Konjunktion seiner Prämissen), folgt aus der harmlosen Annahme (A1), daß für beliebige A, B, C und P $P((A \rightarrow B)\&(A \rightarrow C)) \leq P(A \rightarrow B\&C)$ ist. Wenn nun $P(B\&C) = 0$ und $P(A) > 0$ ist, ist $P(B\&C/A) = 0$, wegen (ST) also auch $P(A \rightarrow B\&C) = 0$. Hieraus folgt in Anbetracht der obigen Ungleichung: $P((A \rightarrow B)\&(A \rightarrow C)) = 0$. Q.e.d.

Aufgrund der Standardgesetze gilt:
$P((A \rightarrow C) \vee (A \rightarrow \neg C)) = P(A \rightarrow C) + P(A \rightarrow \neg C) - P((A \rightarrow C)\&(A \rightarrow \neg C))$.
Im Falle $P(A) \neq 0$ ist $P(C/A) + P(\neg C/A) = 1$ und angesichts des soeben bewiesenen Hilfssatzes $P((A \rightarrow C)\&(A \rightarrow \neg C)) = 0$. Wegen (ST) gilt somit:
$P((A \rightarrow C) \vee (A \rightarrow \neg C)) = P(A \rightarrow C) + P(A \rightarrow \neg C) = 1$.
Unter den Voraussetzungen (A1) und (ST) muß also jede Wfunktion, die dem Satz A einen

These (AT). (Vgl. S. 263.) - Gravierender ist ein anderer Fehler: Wie sich aus dem Kontext des Zitats eindeutig ergibt, meint sie mit „agreement in logic" die von Gibbard erst in (81) bewiesene, oben erläuterte Übereinstimmung zwischen den von Adams bzw. Stalnaker definierten Folgerungsbeziehungen. *Diese* Übereinstimmung war Stalnaker 1970 aber höchstwahrscheinlich noch gar nicht bekannt und rechtfertigt auch nicht Stalnakers Anspruch, „to have identified the [truth conditions of the sentence] whose belief conditions fit the Thesis". Denn wie Adams gezeigt hat, besteht ja die gleiche Übereinstimmung zwischen den von ihm bzw. *Lewis* definierten Folgerungsbeziehungen, so daß Lewis den gleichen Anspruch erheben könnte.

[86] Vgl. für das Folgende Hajek und Hall (94), S. 85 - 87.

positiven Wert zuordnet, dem Prinzip $(A \rightarrow C) \vee (A \rightarrow \neg C)$ den Wert Eins zuordnen.[87] Dieses Resultat läßt sich, sofern man die beiden Voraussetzungen akzeptiert, wohl kaum mit der Auffassung vereinbaren, daß (KAD) *nicht* logisch wahr ist.

Hajek und Hall haben sogar eine für Stalnaker scheinbar noch weit erfreulichere Erkenntnis gewonnen: Jeder Satz, der gemäß Stalnaker (91) (= „A Theory of Conditionals“ von 1968) logisch wahr ist, muß bei jeder Wfunktion, die allen Antecedentien der in ihm vorkommenden Konditionale positive Werte zuordnet, den Wert Eins erhalten. Um dies zu zeigen, benötigen sie neben (ST) und (A1) nichts weiter als die in den Mögliche-Welten-Semantiken von Stalnaker *und Lewis* erfüllten Annahmen:

(A2) Der Schluß von $A \& (A \rightarrow C)$ auf $A \& C$ ist logisch gültig.

(A3) Der Schluß von $(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A) \& (B \rightarrow C)$ auf $A \rightarrow C$ ist logisch gültig.

Lewis könnte geltend machen, daß er seine Mögliche-Welten-Semantik im Wesentlichen nur auf *kontrafaktische* Ksätze anwendet[88], während (ST) allenfalls dann plausibel ist, wenn das Antecedens positive Wahrscheinlichkeit hat. Die Argumente, welche Lewis gegen die Singularitätsannahme und (KAD) vorbringt (man erinnere sich etwa an das Verdi/Bizet-Beispiel), sind jedoch auf indikativische oder sonstige nicht-kontrafaktische Ksätze übertragbar, ohne an Überzeugungskraft zu verlieren. Wenn wir uns im Falle *solcher* Ksätze über Lewis’ Argumente (und damit wohl über die sprachlichen Intuitionen kompetenter Sprecher) hinwegsetzen, um an (ST) festhalten zu können, ist es nur konsequent, diese Argumente auch mit Blick auf kontrafaktische als nicht ausschlaggebend zu betrachten. Da zu den anzustrebenden Eigenschaften einer semantischen Theorie auch Kohärenz und Einfachheit gehören, dürfte kaum vertretbar sein, das Prinzip (KAD) für kontrafaktische Ksätze abzulehnen, es für sonstige jedoch zu fordern, obwohl die Einwände gegen (KAD) beide Typen von Ksätzen betreffen.

Wer für (ST) plädiert, muß einen hohen Preis zahlen. Er muß (KAD) als logisch wahr anerkennen, aber auch das zweifelhafte, von Lewis und Stalnaker jedoch akzeptierte Prinzip

[87] B. v. Fraassen beweist in (76), S. 276 f. zunächst, daß unter Voraussetzung von (ST) für beliebige A, B, C und P gilt: $P(A \rightarrow B \vee C) = P((A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C))$. Da wegen (ST) stets $P(A \rightarrow C \vee \neg C) = 1$ ist, folgt hieraus, daß auch $P((A \rightarrow C) \vee (A \rightarrow \neg C)) = 1$ sein muß.

[88] Zur Erinnerung: *Stalnaker* stellt seine Semantik in früheren Veröffentlichungen als auf *sämtliche* Ksätze anwendbar dar. Erst in seiner 1984 erschienenen Monographie „Inquiry“ korrigiert er diese Position.

$(A\&C)\supset(A\rightarrow C)$.[89] Diese Situation mag als Dilemma erscheinen, wenn man, wie Stalnaker im Jahre 1970, (ST) für evident hält. Nachdem jedoch David Lewis 1972 im Rahmen eines Kolloquiums sowie später in seiner Arbeit „Probabilities of Conditionals and Conditional Probabilities" gezeigt hatte, welche inakzeptable Konsequenz sich aus (ST) ergibt, hat diese These - soweit ich sehe - sämtliche Anhänger verloren.[90] Allerdings werden seitdem zahlreiche Varianten von (ST) gehandelt. Eine dieser Varianten ist die von Adams bereits Mitte der 60er Jahre vertretene These (AT). Damit klar wird, warum (KAD) sich in der geschilderten Weise nicht auch anhand von (AT) begründen läßt, möchte ich den entscheidenden Unterschied zwischen (AT) und (ST) nochmals herausstellen. (Lewis' Argumentation wird in 3.14 und 3.17 vorgestellt.)

Unter *Stalnakers These* (kurz: (ST)) verstehe ich im Anschluß an zahlreiche andere Autoren einen Allsatz, mit dem über sämtliche gewöhnlichen Wfunktionen quantifiziert wird. Die weiter oben angegebene These Stalnakers, an die durch diese Bezeichnung erinnert werden soll, handelt hingegen von EP-Funktionen. Gemäß der von Stalnaker in seinen Arbeiten (81b) und (91) vertretenen Position sind Konditionale wahrheitswertig. Nach (ST) muß die Wahrscheinlichkeit der Wahrheit eines Konditionals bei positiver Wahrscheinlichkeit des Antecedens mit der entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeit identisch sein. Eine auf einer Sprache definierte Funktion ist nur dann eine Wfunktion im üblichen Sinne, wenn diese Sprache abgeschlossen ist unter den Operationen der Negations- und Konjunktionsbildung.
Da (ST) eine Aussage über gewöhnliche Wfunktionen und Konditionale als Argumente derselben ist, wird somit durch (ST) präsupponiert, daß auch komplexe Sätze wie $\neg(A\rightarrow C)$, $B\&(A\rightarrow C)$ oder $(A\rightarrow B)\vee(A\rightarrow C)$ zur Sprache gehören. - Adams' These (AT) darf dagegen *nicht* als Aussage über Konditionale und *gewöhnliche* Wfunktionen verstanden werden.
Die syntaktischen Regeln der formalen Sprache, auf der Adams' „probability functions" definiert sind, lassen zwar die Bildung von Konditionalen zu, nicht aber deren Gebrauch zur Bildung komplexerer Sätze.

Nach dieser kurzen Wiederholung läßt sich leicht sagen, warum es in Hajeks und Halls Argumentation zugunsten von (KAD) entscheidend ist, daß (ST) und nicht (AT) vorausgesetzt wird. Die Genannten beweisen, wie oben dargelegt, daß für eine beliebige Wfunktion P gilt:

[89] Vgl. Kap. 2.7 und 2.8.
[90] Natürlich wird (ST) auch von Hajek und Hall nicht akzeptiert, sondern lediglich in ihrer Argumentation für (KAD) als Annahme verwendet.

P(KAD) = 1. Dabei machen sie mehrfach von der Annahme Gebrauch, daß (ST) für P erfüllt ist. Würden sie sich stattdessen auf (AT) berufen, so stünde ihnen nicht die durch (ST) präsupponierte Voraussetzung zur Verfügung, daß P für eine Disjunktion wie (KAD überhaupt definiert ist. Sie könnten also nicht zu der Schlußfolgerung P(KAD) = 1 gelangen.

### *3.13 Warum nicht (AT) durch (ST) ersetzen?*

Unter Voraussetzung von (AT) werden durch Adams' Kriterium (PG)[91] anscheinend genau diejenigen Schlüsse als probabilistisch gültig ausgezeichnet, deren natürlichsprachige Pendants uns intuitiv gültig erscheinen. Trotzdem hat Adams' Theorie nur begrenzte Akzeptanz gefunden. Zurückzuführen ist dies darauf, daß sie auf komplexe Sätze, in die Ksätze eingebettet sind, nicht anwendbar ist. Nun sind aber beispielsweise negierte Ksätze oder Konjunktionen, die einen Ksatz als Konjunkt enthalten, in natürlichen Sprachen durchaus gebräuchlich und werden von kompetenten Sprechern gelegentlich auch als wahr oder falsch bzw. als mehr oder weniger wahrscheinlich beurteilt. Prima facie spricht nichts gegen die Annahme, daß die Wahrheitswerte solcher komplexen Sätze gemäß den bekannten semantischen Regeln für Negation und Konjunktion funktional von den Wahrheitswerten der eingebetteten Sätze abhängen. Dennoch blockiert Adams eine solch naheliegende Anwendung der wahrheitsfunktionalen Logik, indem er (die zur Formalisierung von Ksätzen bestimmten) Konditionale als nicht wahrheitswertig behandelt und negierte Konditionale sowie Konditionale einbettende Konjunktionen syntaktisch nicht zuläßt. Alternativen stellt er nicht zur Verfügung.
- Ein ähnliches Bild ergibt sich aus der Sicht der Wahrscheinlichkeitstheorie: Was wir über die funktionale Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeiten komplexer Sätze von denen der Teilsätze bereits zu wissen glauben, können wir Adams zufolge nicht anwenden, sofern syntaktisch untergeordnete Ksätze involviert sind. Auf welche andere Weise bzw. ob überhaupt in solchen Fällen Wahrscheinlichkeiten sinnvoll bestimmbar sind, läßt Adams offen.

Zunächst ist schwer einzusehen, warum Adams durch die syntaktischen Beschränkungen seiner formalen Sprache und den Verzicht auf Wahrheitswerte für Konditionale sowie die durch sie

[91] Vgl. S. 111 der vorliegenden Arbeit.

symbolisierbaren indikativischen Ksätze verhindert, daß seine Theorie und etabliertere Zweige von Logik und Wahrscheinlichkeitstheorie sich wechselseitig ergänzen. Wir haben bereits gesehen, wie im Rahmen der Mögliche-Welten-Semantik die Wahrheitsbedingungen *konjunktivischer* Ksätze auf anscheinend adäquate Weise festgelegt werden können. Der semantische Unterschied zwischen konjunktivischen und indikativischen Ksätzen dürfte nicht so gravierend sein, daß nur erstere sinnvollerweise als wahr oder falsch bewertbar sind. Die durch einen indikativischen Ksatz und sein konjunktivisches Pendant jeweils mitteilbaren Informationen sind in der Regel nur insofern verschieden, als allein der konjunktivische Satz zum Ausdruck bringt, daß der Sprecher das Antecedens für ausgeschlossen oder unwahrscheinlich hält. Die Annahme, daß auch indikativischen Ksätzen die Wahrheitswerte „wahr" und „falsch" sowie Wahrscheinlichkeiten der Wahrheit zugeordnet werden können, sollte daher keine unüberwindbaren Schwierigkeiten nach sich ziehen.

Schließen wir uns zudem der weithin geteilten Auffassung an, daß kompetente Sprecher ihre Einschätzung der Wahrscheinlichkeit von „Wenn A, dann C" davon abhängig machen, wie wahrscheinlich für sie A&C im Verhältnis zu A&¬C ist, so kommen wir kaum umhin, die Wahrscheinlichkeit der Wahrheit von „Wenn A, dann C" mit der entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeit gleichzusetzen. Es läßt sich kaum plausibel machen, daß indikativische Ksätze zwar wahr oder falsch seien, kompetente Sprecher jedoch, wenn sie die Wahrscheinlichkeit eines solchen Satzes einschätzen, stets die bedingte Wahrscheinlichkeit und nicht die der Wahrheit meinen, es sei denn, letztere stimme mit ersterer zufällig überein. Ist ein Satz wahrheitswertig, so wird bei einer Beurteilung seiner Wahrscheinlichkeit die Wahrscheinlichkeit seiner Wahrheit beurteilt. Dies erscheint ziemlich trivial, wird jedoch, wie wir sehen werden, von F. Jackson und D. Lewis bestritten.

Der Versuch eines Brückenschlags zwischen Adams' Position und dem „Rest" der logischen und probabilistischen Theorie führt nicht zwangsläufig zu Stalnakers These (ST). Es genügt, zu fordern, daß für alle *faktischen* Sätze A und C sowie alle (echten)[92] Wfunktionen P gilt: $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$. Bereits diese logisch schwächere These reicht jedoch aus, um, wie im vorangehenden Kapitel gezeigt, mittels (A1) für (KAD) zu argumentieren. - Die Frage, ob (ST) zumindest in Bezug auf faktische Sätze haltbar ist, hat somit für die von Lewis,

[92] Im folgenden verzichte ich darauf, Wfunktionen durch die Attribute „echt" oder „gewöhnlich" zu kennzeichnen. Wenn keine echten Wfunktionen, sondern Adams' „probability functions" gemeint sind, werde ich darauf ausdrücklich hinweisen.

Stalnaker und Adams initiierten Projekte zentrale Bedeutung. Ist sie positiv zu beantworten, so wäre die Debatte über die Singularitätsannahme zugunsten von Stalnaker entschieden und, wichtiger noch, Adams' Theorie könnte problemlos in einen größeren Forschungszusammenhang eingebettet werden.

### *3.14 Lewis' erstes Trivialitätstheorem*

Lewis zufolge wäre die naheliegendste und einfachste (aber falsche) Erklärung für die Übereinstimmung der Wahrscheinlichkeiten von Bedingungssätzen mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten:

„The meaning of → is such as to guarantee that P(A→C) and P(C/A) are always equal (if the latter is defined)."[93]

Die semantische Charakterisierung des Satzoperators „→" müßte dann zumindest damit *vereinbar* sein, P(A→C) ausnahmslos mit P(C/A) übereinstimmt, sofern letzterer Wert definiert ist. (Eine Anforderung, der Lewis' Semantik unter Voraussetzung von (A1) nicht gerecht wird, da (KAD) in ihr nicht logisch wahr ist.) Inzwischen steht jedoch außer Zweifel, daß nur um den Preis absurder Konsequenzen ein Operator „→" eingeführt werden kann, für den gilt:

(ST) P(A→C) = P(C/A), falls P(A) > 0; für alle A, C und P.

Ich werde Lewis' Begründung dieser eminent wichtigen Erkenntnis i.f. kurz rekapitulieren. Angenommen, die These (ST) ist erfüllt. Um sie ad absurdum zu führen, benötigt er folgendes Theorem:

(T) P(A→C/B) = P(C/A&B), falls P(A&B) > 0 ist; für alle A, B, C und P.

(T) läßt sich mittels der Standardgesetze und (ST) beweisen: Es sei vorausgesetzt, daß P(A&B) > 0 ist. Auf folgende Weise ist dann eine Funktion $P_B$ definierbar:

[93] Vgl. Lewis (91a) [erstmals veröffentlicht 1976], S. 77.

$P_B(D) =_{Def.} P(D/B)$, für alle(!) Sätze D.

Berücksichtigt man, daß P eine Wfunktion ist, so ist klar, daß $P_B$ die Standardgesetze erfüllt und somit ebenfalls eine Wfunktion sein muß. - Per Definition ist $P(A \rightarrow C/B) = P_B(A \rightarrow C)$.
Da $P_B$ eine Wfunktion und $P_B(A)$ wegen $P(A\&B) > 0$ positiv ist, gilt nach (ST):
$P_B(A \rightarrow C) = P_B(C/A)$. Der rechte Term ist, wiederum gemäß der Definition von $P_B$, identisch mit $P(A\&C/B)/P(A/B) = P(A\&B\&C)/P(B) \div P(A\&B)/P(B) = P(A\&B\&C)/P(A\&B)$.
Folglich ist $P_B(A \rightarrow C) = P(C/A\&B)$. Q.e.d.

Aufgrund der Standardgesetze ist für alle B, D und P das folgende Expansionsprinzip erfüllt:

(E) $P(D) = P(D/B) \times P(B) + P(D/\neg B) \times P(\neg B)$, falls $0 < P(B) < 1$ ist.

Dieses Prinzip gilt auch dann, wenn für D ein Konditional $A \rightarrow C$ eingesetzt wird.
(Hier benötigen wir, wie bereits bei der Definition der Funktion $P_B$, die mit unserer Voraussetzung (ST) verbundene Annahme, daß die Sprache, für die Wfunktionen definiert sind, bezüglich der Bildung von Konjunktionen abgeschlossen ist. Denn der Zähler des Quotienten $P(A \rightarrow C/B)$ ist ja der Wert, den P der Konjunktion $(A \rightarrow C)\&B$ zuordnet.)

Falls $P(A\&C)$ ebenso wie $P(A\&\neg C)$ positiv ist, sind somit wegen (T) und (E) folgende Gleichungen erfüllt:

$$
\begin{aligned}
P(C/A) = P(A \rightarrow C) &= P(A \rightarrow C/C) \times P(C) + P(A \rightarrow C/\neg C) \times P(\neg C) \\
&= P(C/A\&C) \times P(C) + P(C/A\&\neg C) \times P(\neg C) \\
&= 1 \times P(C) + 0 \times P(\neg C).
\end{aligned}
$$

(ST) hat also, falls die Standardgesetze gelten, folgende absurde Konsequenz: **Wann immer P(A&C) und P(A&ØC) positiv sind, ist C von A *stochastisch unabhängig*, d.h. P(C/A) = P(C).**

Bei Geltung von (ST) gibt es demnach keine Wfunktion, die drei Sätzen $A\&C$, $A\&\neg C$ und $\neg A$ jeweils positive Werte zuordnet. Für eine solche Funktion P müßte nämlich gelten:
$P((\neg A \vee C)\&\neg A) > 0$, $P((\neg A \vee C)\&\neg(\neg A)) > 0$ und $P(\neg A/\neg A \vee C) > P(\neg A)$. Dies steht jedoch, wie Lewis gezeigt hat, im Widerspruch zu (ST).

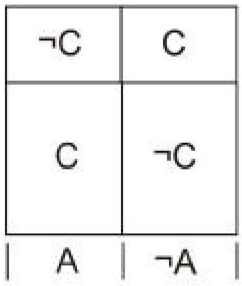

Abbildung 14

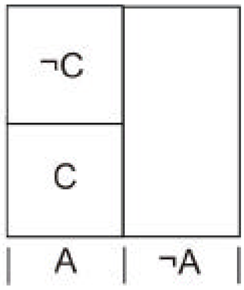

Abbildung 15

In den Abbildungen 14 und 15 werden Wahrscheinlichkeiten durch Flächeninhalte dargestellt. Jedes der beiden Quadrate habe in Bezug auf eine fiktive Maßeinheit den Flächeninhalt 1. Abbildung 14 repräsentiert eine Wfunktion P, deren Existenz mit (ST) unvereinbar ist, weil $P(A\&C) > 0$, $P(A\&\neg C) > 0$ und $P(C/A) = 2/3 > P(C) = 1/2$ ist. - Aus Abbildung 15 geht zwar nicht hervor, ob für die repräsentierte Wfunktion gilt: $P(C/A) = P(C)$. Dennoch ist klar, daß auch diese Wfunktion durch (ST) ausgeschlossen wird. Der Abbildung läßt sich nämlich entnehmen, daß folgende Ungleichungen erfüllt sind:
$P((\neg A \vee C)\&\neg A) > 0$, $P((\neg A \vee C)\&\neg(\neg A)) > 0$ und $P(\neg A/\neg A \vee C) = 2/3 > P(\neg A) = 1/2$.

Lewis nennt eine Sprache *trivial*, wenn es in ihr keine drei logisch möglichen und paarweise logisch unvereinbaren Sätze gibt. Für triviale Sprachen kann (ST) erfüllt sein. Wenn A und C Sätze einer solchen Sprache sind und $P(A\&C)$ ebenso wie $P(A\&\neg C)$ positiv ist, muß $P(\neg A) = 0$ sein, weil es sonst mit $A\&C$, $A\&\neg C$ und $\neg A$ drei logisch mögliche paarweise unvereinbare Sätze gäbe. Ist aber $P(\neg A) = 0$, gilt in der Tat: $P(C/A) = P(C)$.

Ist eine Sprache dagegen nicht-trivial und enthält ein Satztripel <A,B,C> mit der genannten Eigenschaft, so gibt es eine Wfunktion P, die allen drei Sätzen positive Werte zuordnet. Im Widerspruch zu (ST) gilt dann: $P((A \vee B)\&A) > 0$, $P((A \vee B)\&\neg A) > 0$ und $P(\neg(A \vee B)) > 0$. - Lewis' *erstes Trivialitätstheorem* besagt daher: **Nur wenn die zugrunde liegende Sprache trivial ist, gilt für alle A, C und P: P(A® C) = P(C/A), falls P(A) ¹ 0.**

Da natürliche Sprachen nicht-trivial sind, ist (ST) falsch in Bezug auf Logiksprachen, die zur Formalisierung natürlichsprachiger Schlüsse geeignet sind. - Man beachte, daß eine Einschränkung auf *faktische* Antecedentien A und Konsequentien C die Akzeptabilität von (ST) nicht zu erhöhen vermag. Im Beweis des Lewisschen Theorems wurde an keiner Stelle von der Voraussetzung Gebrauch gemacht, daß für A und C auch *nicht*-faktische Sätze eingesetzt werden dürfen.

### 3.15 Sind Ksätze immer von ihren Antecedentien stochastisch unabhängig?

Die These (ST) ist inakzeptabel, weil sie unvereinbar ist mit der Existenz einer Wfunktion P, für die $P(A\&C) > 0$, $P(A\&\neg C) > 0$ und $P(C/A) \neq P(C)$ ist, und weil es inakzeptabel wäre, die Möglichkeit einer solchen Wfunktion - etwa durch die Annahme, daß die zugrunde liegende Sprache trivial ist - auszuschließen. Auf *indirekte* Weise stellt deshalb jede Wfunktion mit der genannten Eigenschaft ein Gegenbeispiel zu (ST) dar. Wie wir sehen werden, gibt es darüber hinaus ein Muster für die Konstruktion *direkter* Gegenbeispiele, von Fällen also, in denen $P(A\rightarrow C) \neq P(C/A)$ ist. Wenn man jedoch konkrete Fälle konstruiert, die diesem Muster entsprechen, so ist der Ksatz, dessen Wahrscheinlichkeit sich von der zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeit unterscheidet, immer konjunktivisch. An der These, daß die Wahrscheinlichkeiten *indikativischer* Bedingungssätze stets mit den entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten übereinstimmen, können wir daher ungeachtet aller (ST)-Gegenbeispiele festhalten. Nur darf diese These eben nicht durch (ST) formal präzisiert werden.

In Kap. 3.16 werde ich einige konkrete Fälle der genannten Art vorstellen, ein Muster zur Konstruktion von (ST)-Gegenbeispielen darlegen, dem diese Fälle entsprechen, und anhand dieses Musters unser Verständnis für die Ursachen des Scheiterns der These (ST) zu vertiefen versuchen. In 3.17 - 3.19 soll diskutiert werden, welche Alternativen zu (ST) existieren, wenn man Lewis' erstem Trivialitätstheorem ausweichen und entgegen dem Vorschlag von Adams auf Konjunktionen der Art $(A\rightarrow C)\&B$ nicht verzichten will. Zunächst jedoch möchte ich auf einen Sachverhalt aufmerksam machen, den wir bei der weiteren Diskussion im Auge behalten sollten: Wie vielfach festgestellt wurde, gibt es einen engen Zusammenhang zwischen (ST) und der These, daß ein Konditional stets von seinem Antecedens stochastisch ***u***nabhängig ist, sofern dieses positive Wahrscheinlichkeit hat, daß also

(U) für beliebige A, C und P gilt: $P(A\rightarrow C/A) = P(A\rightarrow C)$, falls $P(A) > 0$ ist.

(ST) steht und fällt mit dieser These unter der Bedingung

(B) Für alle A, C und P ist $P(A\&(A\rightarrow C)) = P(A\&C)$.

Den Mögliche-Welten-Semantiken von Lewis und Stalnaker zufolge muß (B) erfüllt sein, weil $A\&(A\rightarrow C)$ hier mit $A\&C$ logisch äquivalent ist.[94] - Falls $P(A) > 0$ ist, folgt aus (B): $P(A\&C)/P(A) = P(A\&(A\rightarrow C))/P(A)$. Der Wert $P(A\rightarrow C)$ ist demnach genau dann mit $P(C/A)$ identisch, wenn er auch mit $P(A\rightarrow C/A)$ identisch ist. Die absurde Konsequenz, daß wann immer $P(A\&C)$ und $P(A\&\neg C)$ positiv sind, $P(C/A) = P(C)$ ist, folgt also nicht nur, wie Lewis bewiesen hat, aus (ST), sondern ebenso aus (U) in Kombination mit (B). Wenn wir uns der Mehrheitsmeinung anschließen und (B) akzeptieren, müssen wir Lewis' erstes Trivialitätstheorem also auch als Reductio ad absurdum der These (U) begreifen. (U) scheint jedoch durch folgende Überlegung gestützt zu werden: Angenommen, im Widerspruch zu (U) ist zu einem Zeitpunkt $t_0$ die Wahrscheinlichkeit des Satzes

(8) Wenn Hans die Statue fallen läßt, wird sie zerbrechen

unter der Voraussetzung V, daß Hans die Statue fallen läßt, für eine Person X größer als unter der Voraussetzung $\neg V$. Gemäß dem Expansionsprinzip (E) ordnet X Satz (8) also einen Wert zu, der zwischen den genannten bedingten Wahrscheinlichkeiten liegt. Zu $t_1$ erhält X die Information, daß V zutrifft. Sie ist daraufhin zwar nicht sicher, daß V, sieht sich jedoch veranlaßt, die Wahrscheinlichkeit dieses Satzes auf einen Wert knapp unterhalb von Eins anzuheben. Sonstige Revisionen ihrer epistemischen Situation erscheinen ihr dagegen unbegründet, da sie die Information V nicht als Teil einer umfassenderen Information erhält. Die durch V bzw. $\neg V$ bedingten Wahrscheinlichkeiten eines beliebigen Satzes D bleiben also unverändert, so daß im Einklang mit der bereits vorgestellten Jeffrey-Konditionalisierung gilt:

$$P_1(D) = P_0(D/V) \times P_1(V) + P_0(D/\neg V) \times P_1(\neg V).$$

Diese Gleichung gilt auch dann, wenn für D ein Satz (8) formalisierendes Konditional eingesetzt wird. Die Wahrscheinlichkeit von Satz (8) wäre demnach eine lineare Funktion der Wahrscheinlichkeit seines Antecedens. Sie müßte unter den angegebenen Voraussetzungen

[94] Hajek und Hall haben bewiesen, daß (B) aus (ST) und den bereits aufgeführten Annahmen (A1) und (A2) folgt. (Vgl. Hajek & Hall (94), S. 85 - 87, sowie S. 138 f. der vorliegenden Arbeit.) Hier eine etwas ausführlichere Version ihres Beweises: Wie bereits gezeigt wurde, ergibt sich aus
(A1) Der Schluß von $(A\rightarrow B)\&(A\rightarrow C)$ auf $A\rightarrow B\&C$ ist logisch gültig
und (ST), daß $P((A\rightarrow C)\vee(A\rightarrow\neg C)) = 1$ sein muß, wenn $P(A) \neq 0$ ist. Hieraus folgt aufgrund der Standardgesetze: $P(((A\rightarrow C)\vee(A\rightarrow\neg C))\&(A\&C)) = P(A\&C)$, falls $P(A) \neq 0$. Aber natürlich ist diese Identität auch im Falle $P(A) = 0$ erfüllt. - Mithilfe von
(A2) Der Schluß von $A\&(A\rightarrow B)$ auf $A\&B$ ist logisch gültig
und durch Anwendung der Standardgesetze ist leicht beweisbar, daß gilt: $P(((A\rightarrow C)\vee(A\rightarrow\neg C))\&(A\&C)) = P((A\rightarrow C)\&(A\&C)\vee(A\rightarrow\neg C)\&(A\&C)) = P((A\rightarrow C)\&(A\&C)) = P((A\rightarrow C)\&A) - P((A\rightarrow C)\&(A\&\neg C)) = P((A\rightarrow C)\&A)$. Somit ist $P((A\rightarrow C)\&A) = P(A\&C)$. Q.e.d.

bereits deshalb zu $t_1$ ansteigen, weil die Wahrscheinlichkeit des Antecedens ansteigt. Dies erscheint jedoch ziemlich unplausibel. Ob eine Person Satz (8) für mehr oder weniger wahrscheinlich hält, dürfte allein davon abhängen, wie sie die Bruchfestigkeit der Statue, die Härte des Bodens und die potentielle Fallhöhe einschätzt. Offenbar ist es hinsichtlich dieser Faktoren irrelevant, ob die Statue tatsächlich fallen gelassen wird. Warum also sollte ein Ansteigen der Wahrscheinlichkeit des Antecedens zu einem Ansteigen oder Abfallen der des Ksatzes führen?

Diese Überlegung dürfte ohne weiteres auf andere Beispiele übertragbar sein. Wie es scheint, glaubt man einen Ksatz nicht unter anderem deshalb, weil man sein Antecedens für mehr oder weniger wahrscheinlich hält; und zu den Gründen, die man für seine Wahrheit angeben würde, gehört nicht das Antecedens oder dessen Negation. - Andererseits gibt es in Analogie zu (ST) ein Muster für die Konstruktion von Fällen, in denen $P(A \rightarrow C/A) \neq P(A \rightarrow C)$ ist. Und wenn man konkrete Beispiele konstruiert, die diesem Muster entsprechen, so steht der betreffende Ksatz auch hier stets im Konjunktiv.

### *3.16 Gegenbeispiele und ein Muster ihrer Konstruktion*

Betrachten wir nun drei Beispiele, in denen ein Ksatz von seinem Antecedens stochastisch abhängig ist und seine Wahrscheinlickeit sich von der zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeit unterscheidet.

1) *Eine Variation von A. Gibbards Kartenbeispiel.*[95] A und B spielen Karten. Jeder darf nur sein eigenes Blatt einsehen und kann, da einige Karten für beide verdeckt liegen, bei fairer Spielweise das Blatt des anderen nicht kennen. B muß nun entscheiden, ob er sein Blatt aufdeckt oder nicht. Wenn er aufdeckt und bessere Karten hat als A, muß dieser ihm Geld zahlen. Deckt er auf und hat schlechtere Karten, ist *er* der Zahlende. Daß A ein ebenso gutes Blatt in Händen hält wie B, lassen die Spielregeln nicht zu. Und falls B sich entscheidet, nicht aufzudecken, gewinnt oder verliert niemand.

[95] Vgl. Gibbard (81), 226 - 229.

In der gegebenen Situation liegen zwei Fakten vor, die für eine bedingte Voraussage des Spielausgangs relevant zu sein scheinen:

1. Hinter A steht eine Person, der es mittels eines Taschenspiegels gelingt, A's Blatt, ohne daß dieser davon merkt, für B vollständig einsehbar zu machen.
2. B hat schlechtere Karten als A.

Ein mit den Spielregeln vertrauter Zuschauer, der nur das zweite Faktum kennt, verfügt über zwingende (Erkenntnis-)Gründe für die bedingte Voraussage

(9) Wenn B aufdeckt, verliert er.

Weniger offensichtlich ist, daß ein sachkundiger Zuschauer, der nur das erste Faktum kennt, über zwingende Gründe verfügt für die konträre(?) Voraussage

(10) Wenn B aufdeckt, gewinnt er.

Für (10) ließe sich etwa so argumentieren: B weiß, wessen Blatt besser ist, beherrscht die Spielregeln und will die für sich bestmögliche Auszahlung erzielen. Wenn er aufdeckt, wäre dies also ein sicheres Zeichen dafür, daß sein Blatt besser ist und er gewinnt. (Die Möglichkeit, daß die Spieler gleich gute Karten haben, wurde ja ausgeschlossen.)

Schließlich könnte ein Zuschauer, dem *beide* Fakten bekannt sind, folgende Stellungnahme zwingend begründen: Wenn B unter den gegebenen Umständen aufdecken *würde*, verlöre er; aber er *wird* nicht aufdecken.

Wenden wir uns nun der etwas komplizierteren epistemischen Situation einer Person Z zu, die bezüglich der beiden Fakten nicht sicher ist, sie jedoch für ziemlich wahrscheinlich hält. Für Z ist es kurz vor B's Entscheidung wahrscheinlich, daß dessen Blatt unterlegen ist und B somit ***v***erlöre, falls er ***a***ufdeckte. Wenn wir diesen konjunktivischen Ksatz durch „$A \square\!\!\rightarrow V$" symbolisieren und annehmen, daß die epistemische Situation, in der Z sich zur genannten Zeit befindet, durch eine Wfunktion P repräsentiert werden kann, ist also $P(A \square\!\!\rightarrow V)$ hoch.

Zwei weitere Symbolkonventionen werden sich als nützlich erweisen: „G" stehe für „B ***g***ewinnt", „S" für „B hat ***s***chlechtere Karten".($\neg S$ trifft also genau dann zu, wenn B's Blatt besser ist.) - Da es nach Z's Einschätzung wahrscheinlich ist, daß B alle Karten seines Gegenspielers kennt und von diesem Wissen zu seinem Vorteil Gebrauch machen wird, ist $P(A/S)$ gering und $P(A/\neg S)$ hoch. Wie in Abbildung 16 dargestellt, kann $P(A/S)$ derart gering und P(A/¬S) derart hoch sein, daß trotz P(S) > P(¬S) gilt: P(A&S) < P(A&¬S). In einem solchen Fall ist P(S/A) < 0,5 und, weil P(S/A) = P(V/A) ist, die Differenz zwischen P(V/A) und P(A →V) recht groß.

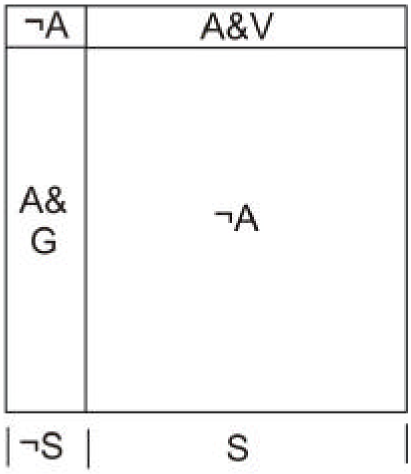

Abbildung 16

Der S-Bereich ist deutlich größer als der ¬S-Bereich. Dennoch ist der A&S-Bereich kleiner als der A&¬S-Bereich, weil der A-Bereich im ¬S-Bereich derart stark überrepräsentiert ist.

Unter Voraussetzung von

(B') P(A&(A□→C)) = P(A&C); für alle A, C und P

muß deshalb auch P(A□→V) ≠ P(A□→V/A) sein. Dies erscheint in der Tat plausibel. Z hält für wahrscheinlich, daß A□→V wahr ist, aber A wäre für ihn ein (wenn auch nicht sicheres) Zeichen dafür, daß ¬S wahr und A□→V somit falsch ist. Wenn Z die Wahrscheinlichkeit des Satzes A aufgrund einer Information, die allein darin besteht, daß A wahr ist, anheben würde, so müßte die per Jeffrey-Konditionalisierung zu bestimmende revidierte Wahrscheinlichkeit des Satzes A□→V geringer sein als P(A□→V). Je mehr P(A) angehoben wird, um so mehr müßte P(A□→V) sinken - im Extremfall bis hinab zu P(V/A) (vgl. Abbildung 17).

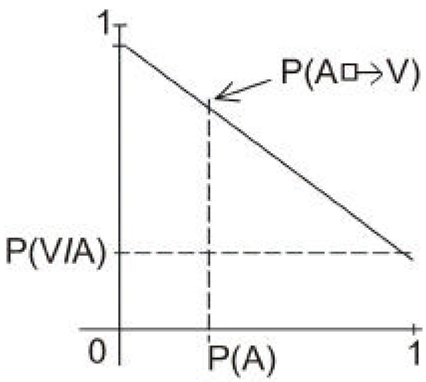

Abbildung 17

2) *Eine Variation der Newcomb-Paradoxie.*[96] Vor einer Person C stehen zwei Kästen x und y. Sie soll sich entscheiden, entweder die Inhalte *beider* Kästen oder nur den des Kastens x in Besitz zu nehmen. C weiß, daß in y genau 1000 DM liegen, nicht aber, was in x enthalten ist. Wiederum gibt es zwei Fakten, die jeweils zur Begründung einer bedingten Voraussage herangezogen werden können:

1. Bevor C vor die genannte Entscheidung gestellt wurde, hat eine Hellseher, dessen Prophezeiungen bisher stets zutreffend waren, schon vorausgesehen, was C tun wird, und entsprechend gehandelt: Falls er voraussah, daß C beide Kästen nimmt, hat er x leer gelassen. Falls er voraussah, daß C auf y (und damit auf zusätzliche 1000 DM) verzichtet, hat er in x eine Million DM deponiert.
2. Kasten x ist leer.

C wird nur über das erste Faktum informiert. Zu der Frage, welche seiner Handlungsalternativen angesichts seines Kenntnisstandes für ihn in welchem Sinne rational wäre, will ich hier nicht Stellung nehmen. Ein Zuschauer, der über die Situation genauso viel weiß wie C, hätte jedenfalls zwingende Gründe für die Voraussage:

(11) Wenn C auf y verzichtet, gewinnt er eine Million DM.

Falls C nämlich verzichtet - so könnte der Zuschauer argumentieren -, hat der Hellseher, an dessen Fähigkeiten nicht zu zweifeln ist, dies vorausgesehen und in x eine Million DM deponiert. C's Verzicht wäre also ein sicheres Zeichen dafür, daß er genau diesen Betrag gewinnt.

Ein Zuschauer, dem das erste Faktum nicht bekannt ist, der ansonsten jedoch alles über die Situation weiß, hätte dagegen zwingende Gründe für die konträre(?) Voraussage:

(12) Wenn C auf y verzichtet, gewinnt er nichts.

Denn falls C verzichtet, erhält er nur den Kasten x, und dieser ist laut Voraussetzung leer.

Schließlich könnte, wer vollständig über die Situation informiert ist, folgende Auffassung zwingend begründen: Wenn C unter den gegebenen Umständen verzichten *würde*, bekäme er nichts. Aber er *wird* nicht verzichten. (Denn der bisher stets zuverlässige Hellseher hat, worauf seine Entscheidung, x leer zu lassen, schließen läßt, offenbar genau dies vorausgesehen.)

[96] Die Analogien zwischen Gibbards Kartenbeispiel und der Newcomb-Paradoxie sind meines Wissens bisher übersehen worden.

Betrachten wir auch hier die epistemische Situation einer Person Z, die bezüglich der genannten zwei Fakten nicht sicher ist. Immerhin hält Z es für *wahrscheinlich*, daß Kasten x leer ist und der angebliche Hellseher C's Entscheidung korrekt vorausgesehen sowie gemäß der beschriebenen Disposition gehandelt hat. Demnach ist es für Z kurz vor C's Entscheidung wahrscheinlich, daß C ***n***ichts gewönne, falls er auf y ***v***erzichten würde. Wenn wir diesen konjunktivischen Ksatz durch $V \square\!\!\rightarrow N$ symbolisieren und annehmen, Z's epistemische Situation könne durch eine Wfunktion P repräsentiert werden, ist also $P(V \square\!\!\rightarrow N)$ hoch.

Zwei weitere Symbolkonventionen: „M" stehe für „C gewinnt eine ***M***illion DM", „B" für „In ***b***eiden Kästen liegt Geld". - Wie Z weiß, ist im vorliegenden Kontext B genau dann wahr, wenn y $10^3$ und x $10^6$ DM enthält, und $\neg B$ genau dann, wenn in y $10^3$ DM liegen und x leer ist.

Da Z die Hellsehergeschichte als wahrscheinlich einschätzt, ist $P(V/\neg B)$ gering und $P(V/B)$ hoch. Wie in Abbildung 18 dargestellt, kann der erste Wert derart gering und der zweite derart hoch sein, daß trotz $P(\neg B) > P(B)$ gilt: $P(V\&\neg B) < P(V\&B)$. Dann ist $P(\neg B/V) < 0{,}5$ und, weil $P(\neg B/V) = P(N/V)$ ist, die Differenz zwischen $P(N/V)$ und $P(V \square\!\!\rightarrow N)$ recht groß. - In Analogie zum vorangehenden Beispiel läßt sich begründen, warum $V \square\!\!\rightarrow N$ von V stochastisch abhängig ist.

3) Der Schloßteich ist zugefroren, und Hans Werner ist seit einer Stunde spurlos verschwunden. Die beiden Fakten, die jeweils zur Begründung eines Ksatzes herangezogen werden können, sind

1. Das Eis bedeckt den gesamten Teich; Einbruchstellen sind nirgendwo zu erkennen.
2. Die Eisdecke ist zu dünn, um Hans Werner tragen zu können.

Wer nur das erste Faktum kennt, kann zu Recht behaupten:

(13) Wenn HW (seit seinem Verschwinden vor einer Stunde) den Teich betreten hat, hat die Eisdecke ihn gehalten.

Denn wenn er den Teich betreten und das Eis *nicht* gehalten hätte, müßte eine Einbruchstelle erkennbar sein. - Wer hingegen, ohne den Schloßteich inspiziert zu haben, weiß, daß angesichts der Temperaturen der vergangenen Tage das zweite Faktum realisiert sein muß, hat zwingende Gründe für die Behauptung:

(14) Wenn HW den Teich betreten hat, hat die Eisdecke ihn *nicht* gehalten.

Die weitere Ausführung des Beispiels sei dem Leser überlassen.

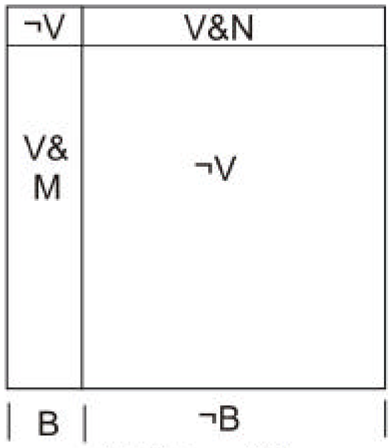

Abbildung 18

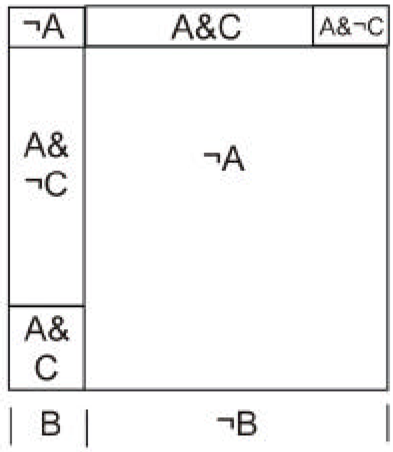

Abbildung 19

Fälle, in denen $P(A \Box\!\!\rightarrow C) \neq P(C/A)$ ist, sind konstruierbar, indem man eine Wfunktion angibt, für die bezüglich dreier Sätze A, B und C zunächst gilt:

(V1) $P(A\&B) > 0$ und $P(A\&\neg B) > 0$.

(V2) $P(C/A\&B) \neq P(C/A\&\neg B)$.

(V3) $P(B/A) \neq P(B)$.

Diese Voraussetzungen werden durch die in Abbildung 19 (partiell) dargestellte Wfunktion erfüllt. - Aus den Standardgesetzen und (V1) folgen die beiden Gleichungen

(G1) $P(A \Box\!\!\rightarrow C) = P(A \Box\!\!\rightarrow C/B)P(B) + P(A \Box\!\!\rightarrow C/\neg B)P(\neg B)$

und

(G2) $P(C/A) = P(C/A\&B)P(B/A) + P(C/A\&\neg B)P(\neg B/A)$.[97]

Wenn nun die ausgewählte Wfunktion zusätzlich die Voraussetzung

(V4) $P(A \Box\!\!\rightarrow C/B) = P(C/A\&B)$ und $P(A \Box\!\!\rightarrow C/\neg B) = P(C/A\&\neg B)$

erfüllt, so muß aufgrund von (G1) und (G2) sowie (V2) und (V3) gelten: $P(A \Box\!\!\rightarrow C) \neq P(C/A)$. (Bei Annahme von (B') muß also $A \Box\!\!\rightarrow C$ von A stochastisch abhängig sein.)

[97] (G1) ist ein Spezialfall und (G2) eine Verallgemeinerung des weiter oben angegebenen Expansionsprinzips (E). Letzteres wird deutlich, wenn man für A eine Tautologie einsetzt.

In den vorgestellten Beispielen sind jeweils zu (V1) bis (V4) analoge Bedingungen erfüllt. So ist etwa im ersten Fall $P(A\&S) > 0$, $P(A\&\neg S) > 0$, $P(V/A\&S) \neq P(V/A\&\neg S)$, $P(S/A) \neq P(S)$ und - dies erscheint angesichts der Situationsbeschreibung plausibel - $P(A\Box\!\!\rightarrow V/S) = P(V/A\&S)$ sowie $P(A\Box\!\!\rightarrow V/\neg S) = P(V/A\&\neg S)$.

Angenommen, wir ersetzen in den Prinzipien (ST) und (T) den Operator „$\rightarrow$“ durch „$\Box\!\!\rightarrow$“. Unter Voraussetzung von (V1) folgt dann (V4) aus

(T) $P(A\Box\!\!\rightarrow C/B) = P(C/A\&B)$, falls $P(A\&B) > 0$; für alle A, C und P.

(T) wiederum folgt aus (ST), wie schon gezeigt wurde. Durch den Nachweis, daß (V1) bis (V4) für die Existenz eines (ST)-Gegenbeispiels hinreichend sind, haben wir deshalb zugleich bewiesen, daß (ST) folgende absurde Konsequenz hat: Wann immer $P(A\&B)$ und $P(A\&\neg B)$ positiv sind und $P(C/A\&B) \neq P(C/A\&\neg B)$ ist, ist B von A stochastisch unabhängig. - Diese Formulierung enthält freilich etwas Überflüssiges. Die Teilbedingung „$P(C/A\&B) \neq P(C/A\&\neg B)$“ kann entfallen, da hierin für„C“ auch „B“ eingesetzt werden darf und „$P(B/A\&B) \neq P(B/A\&\neg B)$“ bereits aus der Bedingung folgt, daß $P(A\&B)$ und $P(A\&\neg B)$ positiv sind. Streicht man die überflüssige Teilbedingung, so erhält man die uns bereits bekannte und von Lewis aufgezeigte absurde (ST)-Konsequenz.

Der üblichen Praxis folgend habe ich zur Formalisierung indikativischer Ksätze einen anderen „Pfeiloperator“ verwendet als zur Formalisierung konjunktivischer. In (V4) kommt der für konjunktivische Ksätze bestimmte Operator „$\Box\!\!\rightarrow$“ vor, und man findet konkrete Beispiele, in denen (V1) bis (V4) erfüllt sind. Man findet jedoch keine, wenn in (V4) „$\Box\!\!\rightarrow$“ durch (den für indikativische Ksätze bestimmten Operator) „$\rightarrow$“ ersetzt wird. Ksätze stehen offenbar nicht im Indikativ, wenn ihre Wahrscheinlichkeiten sich von den zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeiten unterscheiden. Daher ist anzunehmen, daß (ST) nur eine inadäquate formale Präzisierung der noch durch kein Gegenbeispiel widerlegten These ist, daß die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze stets mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten identisch sind.

Ehe ich die Diskussion möglicher Alternativen zu (ST) beginne, möchte ich eine weitere Überlegung anschließen, welche die Ursachen für das „Scheitern“ von (ST) klar vor Augen führt. Angenommen, für eine Wfunktion P gilt, wie in Abbildung 20 dargestellt:

1. $0 < P(A\&\neg B) < P(A\&B)$
2. $P(B) < P(\neg B)$
3. $P(B') > P(B)$
4. $P(A\&B) = P(A\&B\&B') = P(A\&B')$
5. $P(A\&\neg B) = P(A\&\neg B\&\neg B') = P(A\&\neg B')$
6. $P(C/A\&B)$ ($= P(C/A\&B')$) ist hoch und $P(C/A\&\neg B)$ ($= P(C/A\&\neg B')$) gering.

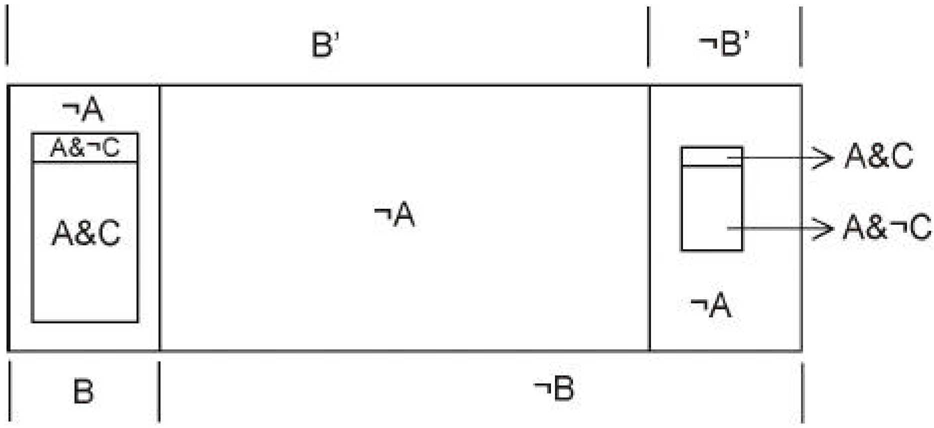

Abbildung 20

Wenn in diesem Fall die (ST)-Konsequenz (T) erfüllt wäre, ergäbe sich aufgrund des Expansionsprinzips

(E) $P(D) = P(D/B)P(B) + P(D/\neg B)P(\neg B)$, falls $0 < P(B) < 1$ ist

folgender Widerspruch: $P(A\rightarrow C) = P(C/A\&B)P(B) + P(C/A\&\neg B)P(\neg B) < P(C/A\&B')P(B') + P(C/A\&\neg B')P(\neg B') = P(A\rightarrow C)$. - Dabei ist $P(C/A\&B')P(B') + P(C/A\&\neg B')P(\neg B') = P(C/A)$, wenn, wie durch Abbildung 20 dargestellt werden soll, $P(B') = P(B'/A)$ ist.

Wir sehen, daß man, um den Quotienten der Wahrscheinlichkeiten von A&C und A zu ermitteln, nur unter speziellen Bedingungen nach der Anleitung verfahren darf: Bestimme den Quotienten der Wahrscheinlichkeiten dieser Sätze unter einer Annahme B, deren Wahrscheinlichkeit weder 0 noch 1 beträgt, dann unter Annahme von ¬B. Gewichte die beiden Quotienten mit den Wahrscheinlichkeiten von B bzw. ¬B und bilde abschließend die Summe der gewichteten Quotienten. - Die speziellen Bedingungen sind:

1. A hat unter beiden Annahmen positive Wahrscheinlichkeit. (Ins Bildhafte übersetzt: Die Bereiche B und ¬B enthalten jeweils A-Bereiche.)

2. Die unter den Annahmen B und ¬B ermittelten Quotienten sind gleich oder B ist von A stochastisch unabhängig. (Der prozentuale Anteil des C-Bereichs am A&B-Bereich ist ebenso groß wie am A&¬B-Bereich oder der A-Bereich ist im B-Bereich weder über- noch unterrepräsentiert.)

Ist nur die erste dieser Bedingungen erfüllt, so gelangt man durch obige Anweisung zu einem Wert, der - je nach Wahl von B - entweder größer oder kleiner ist als der gesuchte Quotient.

Will man dagegen anstelle des *Quotienten der Wahrscheinlichkeiten zweier Sätze* die *Wahrscheinlichkeit eines Satzes* ermitteln, so darf man *immer* nach der Anweisung verfahren: Bestimme die Wahrscheinlichkeit dieses Satzes unter einer Annahme B, deren Wahrscheinlichkeit weder 0 noch 1 beträgt, dann unter Annahme von ¬B. Gewichte die beiden bedingten Wahrscheinlichkeiten mit denen von B bzw. ¬B und bilde abschließend die Summe der so gewichteten Werte. ♘

## 3.17 Weitere Trivialitätstheoreme

Unser Problem besteht nun darin, für die (zweifellos richtige) These, daß die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Bedingungssätze stets mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten übereinstimmen, eine formale Präzisierung zu finden, die Lewis' reductio ad absurdum entgeht, auch wenn Konditionale der Art A→C wahr oder falsch und Konjunktionen wie B&(A→C) syntaktisch zulässig sind.

(ST) ist eine Allquantifizierung über sämtliche Sätze A und C sowie sämtliche Wfunktionen P. Wir wissen bereits, daß es nicht weiterhilft, (ST) auf faktische Sätze A und C einzuschränken. Aber vielleicht ist es möglich, Lewis' destruktivem Argument auszuweichen, indem man *nur für bestimmte* Wfunktionen P fordert:

(ST?) P(A→C) = P(C/A), falls P(A) > 0; für alle A, C.[98]

[98] Anders als (ST) enthält (ST?) den Buchstaben „P“ als ungebundene Variable.

Lewis selbst legt etwa folgendermaßen dar, warum dies nicht zwangsläufig den Charakter einer ad-hoc-Maßnahme zur Vermeidung einer absurden Konsequenz hätte:[99] Vermutlich ist nicht jede Wfunktion geeignet, die epistemische Situation einer sprachkompetenten Person zu repräsentieren. Nennen wir solche, die hierzu geeignet sind, *Glaubensfunktionen*. Vielleicht ist eine Einschränkung von (ST) auf Glaubensfunktionen das beste, was wir bei dem Versuch, die genannte These formal zu präzisieren, erreichen können.[100]

Genauere Festlegungen über den Unterschied zwischen Glaubens- und sonstigen Wfunktionen trifft Lewis nicht, da sie überflüssig sind, um auch diesen Vorschlag ad absurdum zu führen. Denn obwohl wir die Menge der Glaubensfunktionen nicht klar definieren können, haben wir doch gute Gründe für die Annahme, daß sie abgeschlossen ist bezüglich Konditionalisierung, daß also, wenn P eine Glaubensfunktion und $P(B) > 0$ ist, auch $P_B$ eine Glaubensfunktion ist. Dabei sei für beliebige C $P_B(C) = P(C/B)$. Der entscheidende Teil einer Begründung dieser Annahme ist uns bereits bekannt: Wenn die epistemische Situation einer Person X durch eine Wfunktion P repräsentiert werden kann, $P(B) > 0$ ist und X dann allein aufgrund der Information, daß B, zu der Überzeugung gelangt, daß B, sollte X die Bayessche Regel befolgen, d.h. die Funktion P per Konditionalisierung bezüglich B revidieren, da X andernfalls (unter gewissen Voraussetzungen, die von Anhängern des Bayesianismus als erfüllt angesehen werden) systematisch ausgebeutet werden kann.

Als *vernünftige* Person - und hier beginnt der noch fehlende Teil der Begründung - wird X ihre Glaubensfunktion in Fällen der beschriebenen Art also per Konditionalisierung revidieren. Nun ist eine auf vernünftige Weise revidierte Glaubensfunktion sicherlich geeignet, die epistemische Situation eines kompetenten Sprechers zu repräsentieren. Daher fällt auch sie unter den Begriff „Glaubensfunktion".

Wenn (ST?) auf alle Glaubensfunktionen zutrifft und die Menge der Glaubensfunktionen abgeschlossen ist bezüglich Konditionalisierung, läßt sich der zu Lewis' erstem Trivialitätstheorem gehörende Beweis im Wesentlichen wiederholen. Man zeigt zunächst, daß für alle Sätze A, C und Glaubensfunktionen P gilt: $P(A \rightarrow C/B) = P(C/A\&B)$, falls $P(A\&B) > 0$. Mithilfe dieses Resultats läßt sich dann begründen, daß wann immer eine Glaubensfunktion P zwei Sätzen A&C und A&¬C positive Werte zuordnet, folgende Gleichungen erfüllt sind:

[99] Zur Präsentation und Widerlegung dieses Vorschlags vgl. Lewis (91a), S. 80 - 83.
[100] Das Resultat der Einschränkung von (ST) auf Glaubensfunktionen ist die These, daß (ST?) für alle Glaubensfunktionen erfüllt ist.

**P(C/A)** = $P(A\rightarrow C) = P(A\rightarrow C/C)P(C) + P(A\rightarrow C/\neg C)P(\neg C) = P(C/A\&C)P(C) + P(C/A\&\neg C)P(\neg C) =$ **P(C)**.

Damit stehen wir erneut vor der uns bereits bekannten absurden Konsequenz, nun allerdings eingeschränkt auf Glaubensfunktionen. - Es wäre jedoch ein Fehlschluß, hieraus zu folgern, daß die zugrunde liegende Sprache auch dann trivial sein muß (also keine drei logisch möglichen und paarweise logisch unvereinbaren Sätze enthalten kann), wenn (ST?) auf alle Glaubensfunktionen zutrifft. Falls sie nicht trivial ist, existiert zwar eine Wfunktion P, für die bezüglich irgendwelcher Sätze A und C gilt: $P(A\&C) > 0$, $P(A\&\neg C) > 0$ und $P(C/A) \neq P(C)$. Die Existenz einer solchen Funktion P steht aber nur dann im Widerspruch zur eingeschränkten Version von (ST), wenn P eine Glaubensfunktion ist; und wie P konstruiert sein muß, um eine Glaubensfunktion zu sein, wissen wir nicht. Lewis verzichtet ja darauf, diesen Begriff zu definieren, sondern gibt nur ein Adäquatheitskriterium für eine Definition an: Glaubensfunktionen sind Wfunktionen, die geeignet sind, die epistemische Situation eines kompetenten Sprechers zu repräsentieren. (Als Definition wäre dies ein klarer Fall von *Ignotum per Ignotum.*)

Lewis kann also nicht beweisen, daß die eingeschränkte (ST)-Version allenfalls für triviale Sprachen stimmt. Um auf andere Weise ihre Inakzeptabilität zu begründen, formuliert er ein *zweites Trivialitätstheorem.* Hierin nennt er eine Wfunktion *trivial*, gdw. es keine drei paarweise logisch unvereinbaren Sätze gibt, denen sie positive Werte zuordnet. Das Theorem läßt sich so wiedergeben: **Wenn die Menge der Wfunktionen, für die (ST?) gilt, abgeschlossen ist bezüglich Konditionalisierung, so enthält sie nur triviale Wfunktionen.**

Wäre (ST?) für alle Glaubensfunktionen erfüllt, wären demnach alle Glaubensfunktionen trivial. Denn wir haben ja angenommen, daß die Menge dieser Funktionen abgeschlossen ist bezüglich Konditionalisierung. Triviale Wfunktionen können aber, wie Lewis feststellt, höchstens vier verschiedene Werte zuweisen.[101] Daher sind sicher nicht alle Glaubensfunktionen trivial.

---

[101] Angenommen, eine triviale Wfunktion P ordnet mehr als vier verschiedene Werte zu. Es muß dann drei Sätze A, B und C geben, so daß

1. $P(A) = 1$, $P(B) = x$ und $P(C) = y$ ist, wobei
2. x mit keinem der Werte 0, 1, y und $1 - y$ und y weder mit 0 noch mit 1 identisch ist.

Hieraus folgt, daß entweder $P(B\&C)$ und $P(B\&\neg C)$ oder $P(\neg B\&C)$ und $P(\neg B\&\neg C)$ beide positiv sind. (Wenn etwa $P(B\&C) = 0$ ist, müssen $P(\neg B\&C)$ und $P(\neg B\&\neg C)$ beide positiv sein, da sonst i.W.z.A. $P(C) = 0$ oder $P(\neg C) = 1 - y = P(B\&\neg C) = P(B) = x$ wäre.) Sind die beiden erstgenannten Werte positiv, so gibt es mit $B\&C$, $B\&\neg C$ und $\neg B$ drei paarweise logisch unvereinbare Sätze, denen P positive Werte zuweist. Sind die beiden letztgenannten positiv, existieren mit $\neg B\&C$, $\neg B\&\neg C$ und B ebenfalls drei paarweise logisch unvereinbare Sätze, für welche dies gilt. In jedem Fall wäre P i.W.z.A. nicht trivial. - Vgl. auch den Beweis in Lewis (91a), S. 82.

Hier stellt sich die Frage, warum Lewis nicht argumentiert, daß Glaubensfunktionen *niemals* trivial sind und es somit gar keine Glaubensfunktionen gäbe, wenn (ST?) für sämtliche Funktionen dieser Art erfüllt wäre. Denn wie kann eine triviale Wfunktion geeignet sein, die epistemische Situation eines kompetenten Sprechers zu repräsentieren? Und wie soll es möglich sein, auf plausible Weise zu unterscheiden zwischen trivialen Wfunktionen, die hierzu geeignet sind, und solchen, die dies nicht sind?

Lewis vertritt zwar nicht explizit die unplausible These, daß Glaubensfunktionen trivial sein können. Er kommt jedoch nicht umhin, dies einzuräumen, falls er nicht die ebenfalls schwer zu rechtfertigende These vertreten will, daß jede solche Funktion unendlich viele Werte zuordnet. Wenn nämlich eine Glaubensfunktion P nur endlich viele Werte zuordnet und die Menge der Glaubensfunktionen, wie Lewis fordert, abgeschlossen ist bezüglich Konditionalisierung, dann gibt es Sätze $A_1$, $A_2$, ...,$A_n$, so daß die per Konditionalisierung sich aus P ergebende Wfunktion $P_{A1\&A2\&...\&An}$ (bzw. die mit ihr identische und durch n-maliges Konditionalisieren aus P hervorgehende Wfunktion $((P_{A1})_{A2}...)_{An}$) trivial ist.

Es wäre nicht ratsam, die Konsequenz, daß einige Glaubensfunktionen trivial sind, dadurch zu vermeiden, daß man festlegt: Eine Wfunktion P', die per Konditionalisierung aus einer Glaubensfunktion P hervorgeht, ist genau dann eine Glaubensfunktion, wenn sie nicht trivial ist. Auf diese Weise könnte man zwar die These retten, daß Glaubensfunktionen niemals trivial sind. Aber die Unschärfe des Begriffs „Glaubensfunktion" würde dann zum Problem.
Sind nicht-triviale Wfunktionen, die nur drei oder vier paarweise logisch unvereinbaren Sätzen positive Werte zuordnen, nicht ebenfalls generell ungeeignet, die epistemische Situation eines Sprechers zu repräsentieren? Wie vielen Sätzen dieser Art muß eine Wfunktion positive Werte zuordnen, damit sie die Bezeichnung „Glaubensfunktion" verdient?

Lewis entzieht sich diesen Schwierigkeiten durch eine trickreiche Präsentation. Er läßt den Begriff „Glaubensfunktion" undefiniert und behauptet - scheinbar unnötig vorsichtig -, daß nicht alle Glaubensfunktionen trivial seien.[102] Auf die gewagtere, aber dennoch plausible These, daß keine Glaubensfunktion trivial ist, legt er sich dem Anschein nach nur deshalb nicht fest,

[102] Vgl. Lewis (91a), S. 82: „... some probability functions that represent possible systems of belief are not trivial." - Für derartige „probability functions", die Lewis an anderer Stelle „belief functions" nennt (vgl. Lewis (91b)), habe ich die Bezeichnung „Glaubensfunktion" eingeführt.

weil er sie nicht benötigt, um anhand des zweiten Trivialitätstheorems zu begründen, warum (ST?) nicht für alle Glaubensfunktionen erfüllt ist. So kann leicht verborgen bleiben, daß er angesichts seiner Forderung nach Abgeschlossenheit bezüglich Konditionalisierung gezwungen ist, diese These zurückzuweisen oder aber nach Gründen zu suchen für die merkwürdige Annahme, daß Glaubensfunktionen stets unendlich viele Werte zuordnen. Zwei wenig verlockende Alternativen!

Wie man das geschilderte Problem lösen könnte, statt es geschickt zu verbergen, lasse ich offen. Wir werden sehen, daß sich die Behauptung, (ST?) sei für alle Glaubensfunktionen erfüllt, auch anhand der noch vorzustellenden Theoreme (H&H) und (OR) widerlegen läßt, und zwar ohne Abgeschlossenheit bezüglich Konditionalisierung vorauszusetzen.

In einer späteren Arbeit[103] präsentiert Lewis zwei Versuche, die These, daß (ST?) für Glaubensfunktionen gilt, zu verteidigen, läßt jedoch jeden von ihnen in der Sackgasse eines weiteren Trivialitätstheorems enden. Beide Versuche beginnen damit, eine Annahme in Zweifel zu ziehen, die für den Beweis des zweiten Trivialitätstheorems von zentraler Bedeutung ist: die Annahme, daß die Menge der Glaubensfunktionen abgeschlossen sei bezüglich Konditionalisierung. Der erste Versuch, hiergegen zu argumentieren, verläuft etwa so: Zwar stimmt es, daß eine Person X ihre Glaubensfunktion per Konditionalisierung revidieren sollte, wenn sie aufgrund einer durch einen Satz B formulierbaren Information zu der Überzeugung gelangt, daß B wahr ist. Und es ist auch durchaus sinnvoll, zu postulieren, daß derartige Revisionen nicht aus der Menge der Glaubensfunktionen herausführen. Aber nicht jeder Satz ist geeignet, irgendeine neue Information vollständig zu beschreiben, da nicht jeder Satz die hierfür erforderliche semantische Spezifität besitzt. Es ist sogar anzunehmen, daß wenn B semantisch hinreichend spezifisch ist, $\neg$B dies nicht ist; denn die erforderliche Spezifität ist nicht eben gering und $\neg$B im selben Maße unspezifisch, in dem B spezifisch ist.

Keine dieser Thesen über semantische Spezifität erscheint mir plausibel. Ich will jedoch nicht ausschließen, daß sie sich irgendwie erhärten lassen und fahre deshalb fort: Wenn P eine Glaubensfunktion ist und $P_B$ sich per Konditionalisierung aus P ergibt, so haben wir nur dann gute Gründe für die Auffassung, daß auch $P_B$ eine Glaubensfunktion ist, wenn B hinreichend spezifisch ist, um zur Formulierung einer neuen Information verwendbar zu sein. Falls $P_B$ nicht das Ergebnis einer per Informationsgewinn induzierten Revision einer Glaubensfunktion P sein

[103] Vgl. Lewis (91b) [erstmals veröffentlicht 1986].

kann (weil B nicht hinreichend spezifisch ist), so ist nicht klar, warum $P_B$ geeignet sein sollte, eine mögliche epistemische Situation eines kompetenten Sprechers zu repräsentieren. - Nennen wir einen Satz, der semantisch hinreichend spezifisch ist, eine neue Information vollständig zu beschreiben, *Informationssatz*. Die frühere Annahme, daß die Menge der Glaubensfunktionen abgeschlossen sei hinsichtlich Konditionalisierung, läßt sich dann dahingehend einschränken, daß sie abgeschlossen ist hinsichtlich Konditionalisierung *in Bezug auf Informationssätze*.

Um zu zeigen, daß $P(C/A) = P(C)$ ist, falls $P(A\&C)$ und $P(A\&\neg C)$ positiv sind, wurde in den Beweisen der beiden ersten Trivialitätstheoreme vorausgesetzt, daß (ST?) für P, $P_C$ und $P_{\neg C}$ erfüllt ist. Diese Voraussetzung war unberechtigt, da (ST?) nur für Glaubensfunktionen generell erfüllt ist, höchstens einer der Sätze C und $\neg C$ ein Informationssatz ist und somit $P_C$ und $P_{\neg C}$ nicht beide Glaubensfunktionen sein müssen. Zwar ist nicht auszuschließen, daß (ST?) sowohl auf $P_C$ als auch auf $P_{\neg C}$ zutrifft, aber wir haben keinen überzeugenden Grund, dies anzunehmen. Die frühere Begründung, daß P eine Glaubensfunktion und die Menge derartiger Funktionen bezüglich Konditionalisierung abgeschlossen sei, reicht nicht aus.

Um nachzuweisen, daß dieser Verteidigungsversuch nicht zum Ziel führt, argumentiert Lewis in etwa so: Angenommen, (ST?) gilt für alle Glaubensfunktionen, und die Menge dieser Funktionen ist abgeschlossen hinsichtlich Konditionalisierung in Bezug auf alle Informationssätze. A fortiori ist sie dann abgeschlossen hinsichtlich Konditionalisierung in Bezug auf die Informationssätze einer endlichen Partition, die folgende Bedingungen erfüllt:

1. Die in ihr enthaltenen Sätze beschreiben jeweils auf maximal spezifische Weise, was eine Person X in einer bestimmten Situation erfahren könnte.
2. Was immer X in der betreffenden Situation erfahren kann, ist durch einen der in der Partition enthaltenen Sätze oder eine Disjunktion dieser Sätze vollständig beschreibbar.

Im nächsten und entscheidenden Schritt beweist Lewis[104], daß **alle Wfunktionen, für die (ST?) erfüllt ist, trivial* sind, wenn die Menge dieser Funktionen abgeschlossen ist hinsichtlich Konditionalisierung in Bezug auf eine endliche Partition der beschriebenen Art.**

Dabei sei eine Wfunktion P trivial*, gdw. zu keiner derartigen Partition $\{A_1, ..., A_n\}$ $(n \geq 2)$ ein Satz C existiert, so daß $P(C/A_1), ...,P(C/A_n)$ positiv sind und $P(A_i) \neq P(A_i/C)$ $(1 \leq i \leq n)$ ist.

[104] A.a.O. S. 104 f.

Die geschilderte Verteidigung der These, daß (ST?) für alle Glaubensfunktionen erfüllt ist, hat also zur Konsequenz, daß sämtliche dieser Funktionen trivial* sind. Dies ist aber sicher nicht der Fall; d.h. einige Wfunktionen, die geeignet sind, die epistemische Situation eines Sprechers zu repräsentieren, sind nicht-trivial*.

Eine weitere Möglichkeit, die genannte These zu widerlegen, eröffnet sich aufgrund des folgenden von A. Hajek und N. Hall bewiesenen Theorems[105]:

**(H&H) Wenn P und $P_C$ unterschiedliche nicht-triviale[106] Wfunktionen sind und $P_C$ sich per Konditionalisierung aus P ergibt, so kann (ST?) nur für eine der beiden erfüllt sein.**

Das Theorem (H&H) impliziert zwar nicht, wie Hajek und Hall behaupten[107], jedes der ersten drei Lewisschen Trivialitätstheoreme, stellt aber dennoch einen wichtigen Erkenntnisgewinn dar. Es zeigt, daß keinerlei Hoffnung besteht, die folgenden Thesen miteinander vereinbaren zu können:

1. (ST?) ist für alle Glaubensfunktionen erfüllt.
2. Es gibt (mindestens) eine nicht-triviale Glaubensfunktion, die sich per Konditionalisierung aus einer *anderen*[108] nicht-trivialen Glaubensfunktion ergibt.

Um die erste These zu widerlegen, wird also nicht einmal die Voraussetzung benötigt, daß die Menge der Glaubensfunktionen abgeschlossen ist hinsichtlich Konditionalisierungen, die auf Informationssätze beschränkt bleiben.

---

[105] Vgl. das in Hajek & Hall (94), S. 89, als „Strengthened Lewis Result" bezeichnete Theorem.
[106] „Nicht-trivial" im zuerst definierten Sinne.
[107] A.a.O. S. 88. - Machen wir uns kurz klar, warum die genannten Autoren hier irren: Das erste Trivialitätstheorem schließt aus, daß (ST?) auf alle Wfunktionen zutrifft und die zugrunde liegende Sprache genau drei paarweise logisch unvereinbare Sätze enthält, also nicht trivial ist. Durch (H&H) wird ein solcher Fall hingegen *nicht* ausgeschlossen. Denn bei einer derart bescheidenen nicht-trivialen Sprache muß im Einklang mit (H&H) jede nicht-triviale Wfunktion, die per Konditionalisierung revidiert wird, entweder trivial werden oder unverändert bleiben. (Letzeres trifft genau dann zu, wenn bezüglich eines Satzes konditionalisiert wird, dessen Wahrscheinlichkeit Eins beträgt.)
Nach Lewis' zweitem Theorem kann es nicht sein, daß die Menge der Wfunktionen, für die (ST?) gilt, abgeschlossen ist bezüglich Konditionalisierung und sowohl triviale als auch nicht-triviale Wfunktionen enthält, wobei jede der letzteren genau drei paarweise logisch unvereinbaren Sätzen positive Werte zuordnet. Dagegen wird durch (H&H) auch dies nicht ausgeschlossen.
Hajek und Hall behaupten, Lewis' zweites Theorem werde von seinem dritten impliziert. Ich lasse offen, ob dies stimmt. *Wenn* es stimmt, habe ich zugleich gezeigt, daß (H&H) nicht logisch stärker ist als das dritte Theorem.
[108] Der Fall, daß $P_C$ sich per Konditionalisierung aus P ergibt und mit P identisch ist, liegt genau dann vor, wenn $P(C) = 1$ ist.

In Anknüpfung an einen Einwand A. Appiahs gegen die Beweise der beiden ersten Trivialitätstheoreme erörtert Lewis einen weiteren Versuch, die erste der obigen Thesen zu retten.[109] Hierbei wird erneut die Voraussetzung kritisiert, die Menge der Glaubensfunktionen sei abgeschlossen bezüglich Konditionalisierung. Diesmal jedoch läßt sich der Kritik nicht dadurch Rechnung tragen, daß man die Voraussetzung auf Informationssätze einschränkt. Sie sei nämlich vor allem aufgund folgender Überlegungen inakzeptabel: Wer eine durch einen Satz B formulierbare Neuigkeit erfährt, sollte die Möglichkeit, daß B falsch ist, niemals völlig ausschließen. Auch wenn die betreffende Information bzw. das „Zeugnis der Sinne" äußerst zuverlässig erscheint, sollte die Wahrscheinlichkeit von B nur bis knapp unterhalb von Eins angehoben werden. - Tautologien erhalten selbstverständlich immer die Wahrscheinlichkeit Eins, stellen jedoch keine Ausnahmen dar, weil durch sie keine Neuigkeiten formulierbar sind.

Appiah nennt eine Wfunktion $P_B$ *irregulär*, gdw. sie sich per Konditionalisierung bezüglich B aus P ergibt und $P(B) \neq 1$ ist.[110] - Wenn eine Wfunktion aufgrund neuer Informationen so revidiert wird, daß sie regulär bleibt, dann kann sie, falls diese sich später doch als falsch erweisen, per Jeffrey-Konditionalisierung wieder aktualisiert werden. Wird sie hingegen irregulär, ist dies nicht mehr möglich. Auch aus diesem Grund hält Appiah für ratsam, nur regularitätserhaltende Revisionen durchzuführen und nicht zu konditionalisieren, es sei denn, der Satz, bezüglich dessen konditionalisiert wird, hat ohnehin schon die Wahrscheinlichkeit Eins.[111] Revisionen sollten stattdessen auf dem Wege der *nicht-degenerierten Jeffrey-Konditionalisierung* erfolgen, bei der die Wahrscheinlichkeit eines Satzes B auf einen Wert unterhalb von Eins angehoben wird und die Verhältnisse der Wahrscheinlichkeiten aller Sätze, die B implizieren, ebenso gewahrt bleiben wie die der Wahrscheinlichkeiten aller Sätze, die $\neg$B implizieren.[112] (Von *degenerierter* Jeffrey-Konditionalisierung spricht man, wenn B den Wert Eins erhält und somit der Spezialfall der einfachen Konditionalisierung vorliegt.) Die Menge der Glaubensfunktionen darf somit abgeschlossen sein allenfalls bezüglich *nicht-degenerierter Jeffrey*-Konditionalisierung.

[109] Vgl. Lewis (91b), S. 105 - 110.
[110] Vgl. Appiah (86).
[111] Damit wird nicht bestritten, daß eine Person X ihre Wfunktion per Konditionalisierung revidieren sollte, *falls* sie infolge einer Information zu einer neuen Überzeugung gelangt. Nur sollte X eben nie auf eine Information hin zu irgendeiner Überzeugung gelangen. Denn eine Überzeugung, daß ein bestimmter Satz wahr ist, hat X per Definitionem (vgl. S. 80) nur dann, wenn sie die Wahrscheinlichkeit dieses Satzes mit Eins ansetzt.
[112] Vgl. Kap. 3.2.

Jeder Versuch, die geschilderte, recht dürftige Argumentation gegen die zweite der beiden obigen Thesen auszubauen, wäre vergeblich, sofern man das Ziel verfolgt, die erste These zu retten, ohne sich die Konsequenz einzuhandeln, daß Glaubensfunktionen trivial** sind. Dabei sei eine Wfunktion P trivial**, gdw. es keinen Satz A und keinen Informationssatz C gibt, so daß P(A/C) und P(A/¬C) sowohl positiv als auch ungleich sind. Lewis beweist nämlich ein *viertes Trivialitätstheorem*:[113] **Alle Wfunktionen, für die (ST?) erfüllt ist, sind trivial**, wenn die Menge dieser Funktionen abgeschlossen ist hinsichtlich nicht-degenerierter Jeffrey-Konditionalisierung in Bezug auf Informationssätze.**

Damit ist zugleich gezeigt, daß es nichts nützen würde, den Einwand, der Lewis zum Beweis seines *dritten* Theorems veranlaßte, wieder aufzugreifen und nun die Annahme zu kritisieren, daß die Menge der Glaubensfunktionen *ohne Einschränkung* abgeschlossen sei bezüglich nicht-degenerierter Jeffrey-Konditionalisierung.

A. Hajek und N. Hall behaupten, das von Hall bewiesene „orthogonality result"[114] impliziere alle vier Trivialitätstheoreme und auch das Theorem (H&H). Obwohl dies nur teilweise stimmt, können wir aus Halls Resultat eine wichtige Schlußfolgerung ziehen. Zunächst jedoch soll es vorgestellt und erläutert werden:

**(OR) Wenn P und P' unterschiedliche nicht-triviale Wfunktionen sind und P' nicht *orthogonal* zu P ist, dann kann (ST?) nur für eine von beiden erfüllt sein.**

Dabei sei P' *orthogonal* zu P, gdw. es einen Satz B gibt, so daß P(B) = 1 und P'(B) = 0 ist.

Wenn P' per (degenerierter oder nicht-degenerierter) Jeffrey-Konditionalisierung aus P hervorgeht, kann P' nicht zu P orthogonal sein.
<u>Beweis</u>: Angenommen, P' ergibt sich per Jeffrey-Konditionalisierung aus P und ist orthogonal zu P. Dann existieren ein Satzpaar <A,B> und eine Zahl x, so daß gilt: P(B) = 1, P'(B) = 0, $0 \leq x \leq P(\neg A)$ sowie[115]

$$P'(B) = \begin{cases} P(B) + x(P(B/A) - P(B/\neg A)), \text{ falls } P(A) > 0 \text{ und } P(\neg A) > 0, \\ P(B), \text{ wenn } P(\neg A) = 0, \\ \text{undefiniert, wenn } P(A) = 0. \end{cases}$$

[113] Vgl. Lewis (91b), S. 109 f.
[114] Vgl. Hajek & Hall (94), S. 90.
[115] Vgl. S. 82 der vorliegenden Arbeit.

Der Fall „P(A) = 0“ liegt nicht vor, weil P’(B) nicht undefiniert ist. „P(¬A) = 0“ scheidet aus, da P’(B) ≠ P(B) ist. Und daß 0 < P(A) < 1 ist, kann nicht zutreffen, weil sonst wegen P(B) = 1 gelten würde: P’(B) = P(B) + x(1 − 1). - Einer der drei Fälle muß jedoch vorliegen. Folglich ist P’ nicht zu P orthogonal, wenn P’ per Jeffrey-Konditionalisierung aus P hervorgeht. Q.e.d.[116]

Wir können demnach aus (OR) den Schluß ziehen, daß die folgenden Thesen unvereinbar sind:

1. (ST?) ist für alle Glaubensfunktionen erfüllt.
2. Es gibt (mindestens) eine nicht-triviale Glaubensfunktion, die per Jeffrey-Konditionalisierung aus einer anderen nicht-trivialen Glaubensfunktion hervorgeht und zu dieser somit nicht orthogonal ist.

Zur Widerlegung der ersten These muß also nicht einmal vorausgesetzt werden, daß die Menge der Glaubensfunktionen abgeschlossen ist hinsichtlich nicht-degenerierter Jeffrey-Konditionalisierung in Bezug auf Informationssätze.

---

[116] Offensichtlich folgt aufgrund dieses Satzes (H&H) aus (OR). - Daß Lewis’ erstes Theorem ebenfalls durch (OR) impliziert wird, läßt sich so begründen: Angenommen, das erste Theorem ist falsch, so daß (ST?) für alle Wfunktionen erfüllt und die zugrunde liegende Sprache nicht trivial ist (also mindestens drei ... Sätze enthält). Dann existiert eine nicht-triviale Wfunktion P, und es ist möglich, eine von ihr verschiedene Wfunktion P’ zu konstruieren, die aus ihr per nicht-degenerierter Jeffrey-Konditionalisierung hervorgeht. Eine solche Funktion P’ wäre jedoch zu P nicht orthogonal und im Widerspruch zu (OR) nicht trivial, da sie allen Sätzen positive Werte zuordnet, denen P positive Werte zuordnet. Es gilt nämlich generell: Wenn P’ per nicht-degenerierter Jeffrey-Konditionalisierung aus P hervorgeht, so ist für beliebige Sätze B P’(B) > 0, wenn P(B) > 0 ist. -
Beweis: Nehmen wir an, die Behauptung ist falsch. Es gibt dann ein Satzpaar <A,B> und eine Zahl x, so daß gilt: P(B) > 0, P’(B) = 0, 0 ≤ x < P(¬A) (wenn x = P(¬A) wäre, läge der Fall der *degenerierten* Jeffrey-Konditionalisierung vor, also der der einfachen Konditionalisierung bezüglich A) sowie

$$P'(B) = \begin{cases} P(B) + x[P(B/A) - P(B/\neg A)], \text{ falls } P(A) > 0, \\ \text{undefiniert, wenn } P(A) = 0. \end{cases}$$

Da P’(B) nicht undefiniert ist, muß P(A) ≠ 0 sein. Folglich ist 0 = P(B) + x[P(B/A) − P(B/¬A)], also
**- P(B)/ x** = P(A&B)/P(A) − P(¬A&B)/P(¬A) = [P(A&B)(1 − P(A)) − P(¬A&B)P(A)] ÷ P(A)P(¬A)
= [P(A&B) − P(B)P(A)] ÷ P(A)P(¬A) = P(A&B)/[P(A)P(¬A)] + (**- P(B)/ P(Ø A)**).
Da P(A&B)/[P(A)P(¬A)] ≥ 0 ist, können diese Gleichungen nur dann erfüllt sein, wenn i.W.z.A. x ≥ P(¬A) ist.
Lewis’ zweites Theorem folgt, entgegen der Behauptung von Hajek und Hall, *nicht* aus (OR). Es schließt nämlich aus, daß die Menge der Wfunktionen, für die (ST?) gilt, abgeschlossen ist bezüglich Konditionalisierung und genau eine nicht-triviale sowie mehrere triviale Wfunktion enthält, wobei die nicht-triviale genau drei paarweise logisch unvereinbaren Sätzen positive Werte zuordnet. (OR) läßt einen solchen Fall hingegen zu.
Ob Lewis’ Theoreme drei und vier von (OR) impliziert werden, wie die genannten Autoren meinen, ist eine diffizile, aber nicht sonderlich wichtige Frage. Probleme ergeben sich unter anderem dadurch, daß Lewis bei der Formulierung seiner vier Theoreme drei unterschiedliche Trivialitätsbegriffe verwendet. - Hajek und Hall unterschlagen dies.

## 3.18 Van Fraassens Theorie

Die These (ST) scheiterte an Lewis' erstem Trivialitätstheorem; abgesehen von Adams' These (AT) ließen sich alle bisher erörterten Varianten durch zusätzliche Theoreme von Lewis sowie Hajek und Hall ad absurdum führen. Die erste (ST)-Modifikation, die (anders als (AT)) von Wfunktionen im üblichen Sinne handelt und offenbar dennoch nicht durch den Nachweis einer absurden Konsequenz widerlegt werden kann, stammt von B.C.v.Fraassen. Sein Ansatz gründet sich auf eine Kritik der Auffassung, daß indikativische Ksätze interpretiert werden können, ohne die epistemische Situation des jeweiligen Sprechers zu kennen. Lewis erscheint dies hingegen naheliegend:[117]

> [P]resumably our indicative conditional has a fixed interpretation, the same for speakers with different beliefs, and for one speaker before and after a change in his beliefs. Else how are disagreements about a conditional possible, or changes of mind?

Lewis glaubt daher, die Inakzeptabilität von (ST) sei nicht darauf zurückzuführen, daß unterstellt wird, es gebe einen Operator „→“, der über alle Wfunktionen hinweg konstant bleibt. Um diesen wichtigen Punkt noch deutlicher hervorzuheben, greife ich auf einen von Lewis eingeführten Begriff zurück: Ein Operator „→“ sei ein *(ST)-Operator*[118] für eine Wfunktion P, gdw. für alle Sätze A und C gilt: $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$. - (ST) bringt also zum Ausdruck, daß es *einen Operator „→“ gibt, der für jedes P ein (ST)-Operator ist*. Dagegen ist nach v. Fraassen nur richtig, daß *zu jeder Wfunktion ein (ST)-Operator existiert*.

V. Fraassen kritisiert Lewis' Position, indem er sie zunächst so darstellt, daß sie in einem unvorteilhaften Licht erscheint, dann unterstellt, daß ihre Unangemessenheit auf der Hand liege, und sie schließlich als Auswuchs einer bizarren Doktrin brandmarkt, die er mit dem Etikett „Lewis' metaphysical realism“ versieht. Klare Argumente fehlen indes. - Gehen wir etwas ins Detail:[119] V. Fraassen nimmt an, wir können die Realität mitsamt der epistemischen Einstellung einer Person X zur Realität modellieren durch eine Menge möglicher Welten, eine Wfunktion P und eine Relation, die für jedes „Weltentripel“ $<i, j, k>$ angibt, ob die Ähnlichkeit zwischen i und j mindestens so groß ist wie die zwischen i und k. Wohl zu Recht unterstellt er, daß Lewis diese Annahme akzeptiert. Wann immer X aufgrund neuer Informationen ihre

[117] Vgl. Lewis (91a), S. 81.
[118] Lewis nennt einen solchen Operator „probability conditional“; a.a.O. S. 79.
[119] Vgl. v. Fraassen (76), S. 274 f.

epistemische Einstellung revidiert, sollte die Revision, wie v. Fraassen ebenfalls mit Recht feststellt, Lewis zufolge einer gewissen Anforderung genügen:[120]

And here Lewis introduces the requirement that it should be possible to make this revision by changing the probability measure alone - and not the constitution of the possible worlds or the nearness relation on them. What inspires this requirement, wich is crucial to Lewis' reductio? Would it not seem rather, that our probabilities are inextricably involved in the way we represent the possibilities, and nearness relations among them, to ourselves?

Daß Lewis eine derartige Forderung aufstellt, könne nur unter Verweis auf seinen Mögliche-Welten-Realismus erklärt werden:

The inspiration for the requirement must doubtlessly be Lewis' metaphysics, according to which one should always be able to say: let the possible worlds in my model structure be those which there actually are, let the nearness relation on them be the one reflecting their actual and objective similarities. In this scheme, the probability measure is nothing but a device to picture our ignorance. Hence it has nothing to do with the internal constitution of the model structure, which is reality itself. For this reality of possible worlds exists independent of the mind, ...How very different it looks to those of us who locate all of reality in the actual world and the representing subject, seeing nothing but manipulable fictions in the possible world menagerie!

V. Fraassen meint also, daß Veränderungen der epistemischen Einstellung eines Sprechers zumindest manchmal verbunden sind mit Veränderungen seines für mögliche Welten definierten Ähnlichkeitsbegriffs. Ein indikativischer Ksatz „Wenn A, dann C" soll nach v. Fraassen wahr sein, gdw. alle der realen Welt maximal ähnlichen A-Welten zugleich C-Welten sind.[121] Dabei soll, was unter „Ähnlichkeit" zu verstehen ist, (auch?) davon abhängen, *was der Sprecher hierunter versteht.* Wenn sich im Zuge einer Revision seiner epistemischen Einstellung sein Ähnlichkeitsbegriff ebenfalls ändert, hat ein Ksatz, den er *vor* der Revision geäußert hat, somit nicht mehr dieselben Wahrheitsbedingungen, wenn er *danach* erneut von ihm geäußert wird.

Diese Sichtweise wirft schwierige Fragen auf, die v. Fraassen ignoriert und auf die ich im Rahmen meiner Kritik seines Ansatzes zurückkommen werde. Zunächst sei nur in Zweifel gezogen, daß wer v. Fraassens Sichtweise ablehnt, „Lewis' metaphysical realism" anhängen oder gar jegliche Bewußtseinsabhängigkeit des Mögliche-Welten-Modells leugnen muß.
Ich nenne die Position, daß die Wahrheitsbedingungen eines Satzes A→C nicht davon abhängen, als Argument welcher Wfunktion er auftritt oder durch welche Wfunktion die epistemische

[120] A.a.O.
[121] A.a.O. S. 263.

Situation des Sprechers repräsentierbar ist, daher nicht „metaphysischen“, sondern „semantischen Realismus“.

Wenn man mit v. Fraassen den „semantischen Realismus“ verwirft, werden die Reductio-Argumentationen von Lewis bzw. Hajek und Hall in der Tat blockiert. Dies läßt sich am besten verdeutlichen, indem man die angebliche P-Relativität des Operators „$\rightarrow$“ durch einen Index kenntlich macht und v. Fraassen, der auf solche Indizierungen leider verzichtet, folgende These zuschreibt:

(FT) $P(A \rightarrow_P C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$; für alle A, C, P.

Bei Ersetzung von (ST) durch (FT) könnte man z.B. die Beweise der ersten beiden Trivialitätstheoreme wie folgt zurückweisen: Angenommen, $P(A\&C)$ und $P(A\&\neg C)$ sind positiv und für alle B ist $P_C(B) = P(B/C)$ sowie $P_{\neg C}(B) = P(B/\neg C)$. Aufgrund des Expansionsprinzips und (FT) ist dann

$P(C/A) = P(A \rightarrow_P C) = P_C(A \rightarrow_P C)P(C) + P_{\neg C}(A \rightarrow_P C)P(\neg C)$.

Es muß jedoch nicht gelten:

$P_C(A \rightarrow_P C) = P_C(C/A) = P(C/A\&C) = 1$.

Das erste Identitätszeichen läßt sich nämlich nicht rechtfertigen. Aus (FT) folgt nur, daß $P_C(A \rightarrow_{P_C} C)$ und $P_C(C/A)$ identisch sind; denn „$\rightarrow_{P_C}$“ ist ein (ST)-Operator für $P_C$, $\rightarrow_P$ aber möglicherweise nicht. - Aus einem analogen Grund läßt sich das erste „=“ des Gleichungssystems

$P_{\neg C}(A \rightarrow_P C) = P_{\neg C}(C/A) = P(C/A\&\neg C) = 0$

nicht rechtfertigen. Die unerwünschte Konsequenz, daß $P(C/A)$ mit $P(C)$ (= $P(C/A\&C)P(C) + P(C/A\&\neg C)P(\neg C)$) übereinstimmt, wird somit vermieden.

Das wichtigste Ziel, das v. Fraassen in seinem hier behandelten Aufsatz zu erreichen versucht, besteht darin, (FT) mit einer adäquaten Semantik für Konditionale zu vereinbaren, ohne daß sich die Konsequenz ergibt, daß alle Wfunktionen trivial sind.

Kann „$\rightarrow_P$“ ein (ST)-Operator für P sein und zugleich semantisch so charakterisiert werden, daß es adäquat ist, die Wahrheitsbedingungen von $A \rightarrow_P C$ mit denen eines indikativischen Ksatzes „Wenn A, dann C“ zu identifizieren? Um zu zeigen, daß dies möglich ist, stellt v. Fraassen vier Forderungen auf, die seines Erachtens erfüllt sein müssen, damit „$\rightarrow_P$“ die

Bezeichnung „Konditional“ verdient. Die Semantik dieses Operators müsse so festgelegt werden, daß (für beliebige P) die folgenden Äquivalenzen logisch wahr sind:[122]

(Ä1) $((A \rightarrow_P B) \& (A \rightarrow_P C)) \equiv (A \rightarrow_P B \& C)$

(Ä2) $((A \rightarrow_P B) \vee (A \rightarrow_P C)) \equiv (A \rightarrow_P B \vee C)$

(Ä3) $(A \& (A \rightarrow_P B)) \equiv (A \& B)$

(Ä4) $(A \rightarrow_P A) \equiv T$.

Die logische Wahrheit der aus (Ä3) folgenden Implikation $(A \& (A \rightarrow_P B)) \supset (A \& B)$ fordert v. Fraassen, weil ihm die Gültigkeit des Prinzips Modus ponens evident erscheint. Gründe, warum auch die Umkehrung logisch wahr sein sollte, nennt er nicht. - Daß (Ä1), (Ä2) und (Ä4) *logische* Äquivalenzen sein müssen, weist er nach mithilfe der Standardgesetzte, (FT) und zweier ihm evident erscheinender Annahmen:[123]

1. Für alle Sätze A und B gilt:Wenn bei jeder Wfunktion P, die allen in A und B eventuell vorkommenden Antecedentien positive Werte zuordnet, P(A) = P(B) ist, sind A und B logisch äquivalent.
2. Wenn A logisch möglich ist, sind $A \rightarrow_P B$ und $A \rightarrow_P C$ logisch unvereinbar, sofern B und C logisch unvereinbar sind.

Die vier angeblichen logischen Wahrheiten, durch die v. Fraassen seinen Pfeiloperator angemessen charakterisiert zu haben glaubt, sind also nicht nur mit der These (FT) *vereinbar*, sondern lassen sich vor dem Hintergrund dieser beiden Annahmen sogar aus ihr *herleiten*. Hiermit wäre nichts gewonnen, wenn sich zeigen ließe, daß eine Wfunktion P, für die „$\rightarrow_P$“ ein (ST)-Operator ist, trivial sein muß, falls (Ä1) bis (Ä4) logisch wahr sind. V. Fraassen kann diese Befürchtung jedoch durch den Beweis eines Theorems ausräumen, das sich etwa so wiedergeben läßt:[124]

Wenn eine (triviale oder nicht-triviale) Wfunktion P für eine Sprache L definiert ist, die keine Konditionale enthält, so ist es stets möglich, L in eine Sprache L’ einzubetten und eine Wfunktion P’ zu konstruieren, so daß gilt:

1. L’ ergibt sich aus L, indem ein Operator „$\rightarrow_{P'}$“ eingeführt wird, dessen Logik durch die genannten Äquivalenzen gekennzeichnet ist.

[122] A.a.O. S. 277.
[123] A.a.O. S. 276 f.
[124] A.a.O. S. 278.

2. P’ ordnet jedem L-Satz denselben Wert zu wie P.
3. „$\rightarrow_{P'}$“ ist ein (ST)-Operator für P’.

Wie wir gesehen haben, ist in den Logiken von Stalnaker, Lewis und Adams der abgeschwächte hypothetische Syllogismus gültig, ein Schlußschema, das noch durch kein natürlichsprachiges Gegenbeispiel widerlegt werden konnte. Nach v. Fraassens *soeben skizziertem* Ansatz (auf einen weiteren werde ich noch kurz zu sprechen kommen) ist dieses Schema hingegen ungültig. Wenn man uneingeschränkt an (FT) festhält, läßt sich dieser Mangel nicht beheben, indem man fordert, daß neben (Ä1) bis (Ä4) die Implikation

(I1) $(A\rightarrow_P B)\&(B\rightarrow_P A)\&(B\rightarrow_P C)\supset(A\rightarrow_P C)$

logisch wahr ist. - Es mag zweifelhaft sein, ob jede der vier Äquivalenzen als logisch wahr ausgezeichnet werden sollte. Aus (Ä1) und (Ä3) folgen jedoch die unbedenklich erscheinenden Implikationen

(I2) $((A\rightarrow_P B)\&(A\rightarrow_P C))\supset(A\rightarrow_P(B\&C))$

beziehungsweise

(I3) $(A\&(A\rightarrow_P B))\supset A\&B$.

Und bereits die Annahme, daß (für beliebige P) (I1) bis (I3) logisch wahr sind, führt in Kombination mit (FT) zu einer absurden Konsequenz. Wie Hajek und Hall gezeigt haben, ist **jede Wfunktion P, für die „® $_P$“ ein (ST)-Operator ist, trivial, wenn (I1) bis (I3) für „® $_P$“ logisch wahr sind.**[125] - Unter bescheidenen semantischen Annahmen existiert also zu *keiner* nicht-trivialen Wfunktion ein (ST)-Operator!

Aus (FT) (der These, daß für alle P gilt: „$\rightarrow_P$“ ist ein (ST)-Operator für P) folgt somit, daß jede Wfunktion trivial ist, wenn (I1) bis (I3) in Bezug auf jeden indizierten Pfeiloperator logisch wahr sind.

Im folgenden werde ich einen Beweis des Theorems von Hajek und Hall vorstellen, der mir einfacher zu sein scheint als der von diesen Autoren selbst angegebene. Der Bequemlichkeit halber verzichte ich darauf, den Operator „$\rightarrow$“ zu indizieren. Mehrdeutigkeiten werden

[125] Vgl. Hajek & Hall (94), S. 92. Ein sehr ähnliches, aber logisch schwächeres Theorem hatte zuvor R. Stalnaker bewiesen. (Vgl. seinen im Appendix von v. Fraassen (76) veröffentlichten Brief an v. Fraassen.) Stalnakers Annahmen bezüglich der Semantik des Pfeiloperators implizieren, sind jedoch nicht darauf reduzierbar, daß (I1) bis (I3) logisch wahr sind. - Leicht variiert findet sich der Beweis für Stalnakers Theorem auch in Gibbard (81), S. 219 f.

hierdurch nicht entstehen. - Zu zeigen ist, daß aus folgenden Annahmen ein Widerspruch resultiert:

1. P ist eine nicht-triviale Wfunktion.
2. „$\rightarrow$“ ist ein (ST)-Operator für P.
3. Die Implikationen (I1) bis (I3) sind logisch wahr. (Denken wir uns „$\rightarrow_P$“ überall durch „$\rightarrow$“ ersetzt.)

Da P gemäß der ersten Annahme (mindestens) drei paarweise logisch unvereinbaren Sätzen positive Werte zuordnet, gibt es Sätze A und B, so daß $P(A\&B) > 0$, $P(A\&\neg B) > 0$ und $P(\neg A) > 0$ ist. (Wenn C, D und E paarweise logisch unvereinbare Sätze mit positiver Wahrscheinlichkeit sind, wähle man beispielsweise $C\vee D$ als A und C als B.) Wie noch zu zeigen sein wird, ergibt sich dann aus den Annahmen 2 und 3, daß P der Konjunktion folgender Sätze einen positiven Wert zuordnet:

(S1) $A\rightarrow(A\vee(A\rightarrow B))$

(S2) $(A\vee(A\rightarrow B))\rightarrow A$

(S3) $(A\vee(A\rightarrow B))\rightarrow A\&B$

(S4) $\neg(A\rightarrow B)$

Weil (I1) n.V. logisch wahr ist, folgt aus (S1), (S2) und (S3) $A\rightarrow A\&B$. Daher muß auch $P[(A\rightarrow A\&B)\&\neg(A\rightarrow B)] > 0$ sein. Wegen $P(A\&B) > 0$ und Annahme 2 ist $P(A\&B\rightarrow A) = P(A\&B\rightarrow B) = 1$. Demnach gilt:

$P[(A\rightarrow A\&B)\&(A\&B\rightarrow A)\&(A\&B\rightarrow B)\&\neg(A\rightarrow B)] > 0$. Hieraus folgt aufgrund der logischen Wahrheit von (I1), daß $P[(A\rightarrow B)\&\neg(A\rightarrow B)] > 0$ ist. Da P als Wfunktion die Standardgesetze erfüllt, weist sie der Kontradiktion $(A\rightarrow B)\&(\neg(A\rightarrow B))$ jedoch den Wert 0 zu. Aus den drei Annahmen resultiert also ein Widerspruch. Q.e.d.

Machen wir uns, um beantworten zu können, warum $P(S1\&...\&S4) > 0$ sein muß, zunächst klar, daß die Annahmen 2 und 3 folgende Konsequenzen haben:

(K1) Wenn $C\supset D$ logisch wahr und $P(C) > 0$ ist, dann ist $P(C\rightarrow D) = 1$; für alle C und D.

(K2) $P(C\&(C\rightarrow D)) = P(C\&D)$; für alle C und D.

(K1) ist leicht mithilfe der zweiten Annahme beweisbar. - Da gemäß der dritten (I3) logisch wahr ist, muß $P(C\&D) \geq P(C\&(C\rightarrow D))$ sein. Aber es muß auch gelten:

$P(C\&D) \leq P(C\&(C\rightarrow D))$. Für den Fall $P(C) = 0$ bedarf dies keiner Erläuterung. Nehmen wir also an, P(C) ist positiv. Weil laut Voraussetzung (I2) logisch wahr und „$\rightarrow$“ ein

(ST)-Operator für P ist, gilt dann zunächst: P[(C→D)∨(C→¬D)] = 1. Dies wurde an früherer Stelle[126] bereits gezeigt. (Für den dort vorgeführten Beweis hätte anstelle von (ST) (= „→“ ist ein (ST)-Operator für *alle* P) die schwächere Voraussetzung genügt, daß „→“ ein (ST)-Operator für P ist.) - Wenn nun P(C&D) > P(C&(C→D)) wäre, müßte
P(C&D&¬(C→D)) > 0 sein, da andernfalls gälte:
P(C&D) = P(C&D&(C→D)) ≤ P(C&(C→D)).
Dann aber wäre wegen P[¬(C→D)⊃(C→¬D)] = 1 auch P(C&D&¬(C→D)&(C→¬D)) > 0.
Weil (I3) als logisch wahr vorausgesetzt wird, hätte dies zur Folge, daß P(D&¬D) > 0 ist.
Also muß P(C&D) ≤ P(C&(C→D)) sein, und (K2) ist bewiesen.

Nun zu der Frage, warum P(S1&S2&S3&S4) > 0 ist. Wenn wir E als Abkürzung für A∨(A→B) festlegen, haben unsere drei Annahmen zur Konsequenz, daß P(¬E) > 0 ist.
Wäre nämlich P(¬E) = 0, dann wäre P(¬A) = P(¬E) + P(¬A&(A→B)) = P(¬A&(A→B))
und somit wegen Annahme 2 und (K2)
**P(B/A)** = P(A→B) = P(A→B/A)P(A) + P(A→B/¬A)P(¬A) = P(A&B) + P(¬A) = **P(AÉ B)**.
Dies ist jedoch, wie wir wissen[127], nur möglich, wenn P(A) = 1 oder P(B/A) = 1 ist. Beides trifft nicht zu, da n.V. P(¬A), P(A&B) und P(A&¬B) positiv sind.

Im nächsten Schritt soll gezeigt werden, warum P((E→A&B)&¬E) = P(S3&S4&¬A) > 0 ist.
- Angenommen, dies wäre nicht so. Da P(E→A&B) = P(E→A&B/E)P(E) +
P(E→A&B/¬E)P(¬E) ist, wäre dann wegen (K2) und Annahme 2 P(A&B/E) = P(A&B&E).
P(A&B&E) = P(A&B) ist positiv; also müßte P(E) = 1 sein. Wir haben jedoch gesehen, daß P(¬E) > 0 ist.

Wenn P(S3&S4) positiv ist, muß dies auch für P(S1&S3&S4) gelten. Denn A⊃(A∨(A→B)) ist logisch wahr und P(A) > 0, so daß wegen (K1) P(S1) = 1 ist.

Schließlich muß mit P(S1&S3&S4) auch P(S1&S2&S3&S4) positiv sein, weil aus E→A&B (= (S3)), A&B→E und A&B→A aufgrund der logischen Wahrheit von (I1) E→A (=(S2)) folgt und P(A&B→E) = P(A&B→A) = 1 ist. Q.e.d.

---

[126] Vgl. S. 138 f. der vorliegenden Arbeit sowie Hajek & Hall (94), S. 85 - 87, und v. Fraassen (76), S. 276 f.
[127] Vgl. S. 108.

V. Fraassen zeigt zwar, wie sein Ansatz so modifiziert werden kann, daß neben (Ä1) bis (Ä4) auch (I1) logisch wahr und der abgeschwächte hypothetische Syllogismus somit gültig ist.
Um der absurden Konsequenz zu entgehen, daß alle Wfunktionen trivial sind, muß (FT) dann allerdings auf folgende Weise eingeschränkt werden: „$P(A\rightarrow_P C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$“ gilt für alle P und jedes Konditional $A\rightarrow_P C$, das die Struktur $B\rightarrow_P D$, $B\rightarrow_P(D\rightarrow_P E)$ oder $(B\rightarrow_P D)\rightarrow_P E$ hat, wobei der Operator „$\rightarrow$“ in den Sätzen B, D und E nicht vorkommen darf.[128]

Selbst wenn es gelänge, diese syntaktische Bedingung auf unabhängige Weise zu rechtfertigen, würden zwei Einwände nicht ausgeräumt, die sich bereits gegen v. Fraassens ersten Ansatz richten. Der zweite ist aus meiner Sicht entscheidend; das Gewicht des ersten, der sich aus dem von A. Hajek bewiesenen sogenannten *finitude result*[129] ergibt, vermag ich nicht voll abzuschätzen. Hajeks Theorem läßt sich der hier eingeführten Terminologie wie folgt anpassen:

(FR) Ist eine Wfunktion P nicht-trivial und gehören zu ihrem Definitionsbereich nicht unendlich viele paarweise logisch unvereinbare Sätze, dann gibt es ein Satzpaar $\langle A,C\rangle$, so daß $P(A) > 0$ ist und $P(A\rightarrow C) \neq P(C/A)$.[130]

Besondere Annahmen bezüglich der Semantik des Pfeiloperators sind für den Beweis dieses Theorems nicht erforderlich. $A\rightarrow C$ soll ein Satz sein, der wie jeder andere auch in jeder möglichen Welt entweder wahr oder falsch ist.

Hajek weist nach, daß wenn der Definitionsbereich L einer nicht-trivialen Wfunktion P nur endlich viele paarweise logisch unvereinbare Sätze umfaßt, die Menge $\{P(B): B\in L\}$ *echt enthalten* ist in der Menge $\{P(C/A): A,C\in L\}$. Folglich muß es unter der genannten Bedingung

[128] Vgl. v. Fraassen (76), S. 279. - Der vorangehende Beweis wird durch diese syntaktische Bedingung blockiert, weil der Satz (S3), auf den (FT) dort angewandt wurde, sie nicht erfüllt.
[129] Vgl. Hajek (89).
[130] Durch (FR) gebe ich das in Hajek (89) *tatsächlich* bewiesene Theorem wieder. Dasjenige, das Hajek irrtümlich zu beweisen *behauptet*, läßt sich mittels der von mir eingeführten Terminologie so formulieren: Enthält der Definitionsbereich einer Wfunktion P nicht unendlich viele, aber mindestens drei paarweise logisch unvereinbare Sätze, dann gibt es ein Satzpaar $\langle A,C\rangle$, ... - In Hajek & Hall (94) tritt dieser Fehler nicht mehr auf. (Vgl. dort S. 91.)
Ein Hinweis für Kenner des Aufsatzes „Hajek (89)“: Mir ist bekannt, daß Hajeks Wfunktionen für Mengen möglicher Welten (Propositionen) definiert sind. Sein Beweis ist jedoch leicht übertragbar, wenn man Sätze bevorzugt. Der Anfang des Beweises müßte dann wie folgt geändert werden: Anstelle der n Welten ($n\geq 3$), denen eine gegebene Wfunktion P jeweils positive Werte zuordnet, wählt man paarweise logisch unvereinbare Sätze $A_1, ..., A_n$ ($n\geq 3$), wobei für jedes $A_i$ ($1 \leq i \leq n$) gilt: $P(A_i)$ ist positiv und $P(A_i\&B)$ für beliebige B entweder mit 0 oder mit $P(A_i)$ identisch. - Die weitere Übertragung des Beweises bereitet keine Probleme.

einen Quotienten P(C/A) geben, der mit keinem der Werte übereinstimmt, die P irgendeinem L-Satz zuordnet, insbesondere also nicht mit P(A→C). Aus Hajeks Beweis geht hervor, daß ein solcher Quotient sich dann mithilfe von Sätzen A und C angeben läßt, in denen der Operator „→" nicht vorkommt. Die These (FT) setzt daher ebenso wie ihre syntaktisch eingeschränkte Variante voraus, daß die zugrundeliegende Sprache (der gemeinsame Definitionsbereich aller Wfunktionen) entweder unendlich viele oder nicht mehr als zwei paarweise logisch unvereinbare Sätze enthält. (Bei höchstens zwei derartigen Sätzen wären alle Wfunktionen trivial. Bei endlich vielen, aber mehr als zwei, gäbe es nicht-triviale Wfunktionen. Jede von ihnen wäre aufgrund von (FR) ein Gegenbeispiel zu (FT).) Akzeptabel ist allenfalls die erste dieser Alternativen. Es ist jedoch nicht recht einzusehen, warum Wfunktionen, die mehr als zwei, aber nur endlich vielen derartigen Sätzen positive Werte zuordnen, grundsätzlich ungeeignet sein sollen, die epistemische Situation einer vernünftigen Person zu repräsentieren. Vertreter von (FT) müßten hierfür eine unabhängige Erklärung anbieten können. Schlicht darauf zu verweisen, daß man andernfalls (FT) aufgeben müßte, wäre zu dürftig.

Der zweite Einwand besteht eigentlich aus einem Bündel von Fragen, die den Schluß nahelegen, daß v. Fraassens Ablehnung des „semantischen Realismus" verfehlt und die unterschiedlichen Spielarten seiner Theorie daher auf Sand gebaut sind. V. Fraassen ist in fataler Weise festgelegt auf die Ablehnung dieser Doktrin, der zufolge die Wahrheitsbedingungen eines Satzes A→C nicht davon abhängen, als Argument welcher Wfunktion er auftritt oder durch welche Wfunktion die epistemische Situation des Sprechers repräsentierbar ist. Denn nehmen wir an, P' und P'' sind unterschiedliche nicht-triviale Wfunktionen, wobei letztere per Jeffrey-Konditionalisierung aus ersterer hervorgeht.
Wir wissen, daß P'' dann nicht orthogonal zu P' ist. Wenn nun „→" ein (ST)-Operator für *beide* Funktionen wäre, so wäre jede von ihnen eine Wfunktion P, für die gilt:
(ST?) P(A→C) = P(C/A), falls P(A) > 0; für alle A, C.
Dies ist jedoch aufgrund von (OR) nicht möglich. P' und P'' können folglich keinen gemeinsamen (ST)-Operator haben. V. Fraassen müßte die Position vertreten, daß derjenige für P' nicht durch dieselbe Ähnlichkeitsrelation charakterisierbar ist wie derjenige für P''.

Nennen wir Veränderungen epistemischer Einstellungen *reformistisch*, wenn sie angemessen modelliert werden können durch per Jeffrey-Konditionalisierung erfolgende Revisionen nicht-trivialer Wfunktionen. (*Reformistisch* deshalb, weil keine Überzeugungen aufgegeben werden und somit kein „epistemischer Neuaufbau“ erforderlich ist.) V. Fraassen darf dann folgende These zugeschrieben werden: Wann immer eine Person ihre Einstellung reformistisch ändert, ändern sich zugleich die Wahrheitsbedingungen, mithin also die Bedeutungen, der von ihr äußerbaren indikativischen Ksätze.

Um diese Behauptung zu rechtfertigen, wäre anhand konkreter Beispiele nachzuweisen, daß Bedeutungsveränderungen in solchen Zusammenhängen tatsächlich stattfinden. Geeignete Beispiele müßten leicht auffindbar sein, da reformistische Einstellungsänderungen nichts Ungewöhnliches sind. V. Fraassen bleibt sie uns jedoch schuldig und erläutert auch nicht, *wie* sich anhand eines Beispiels nachweisen ließe, daß seine These stimmt. Ebenfalls unklar ist, welche Gründe ein Sprecher haben könnte, seinen (für die Wahrheitsbedingungen der von ihm äußerbaren Ksätze maßgeblichen) Ähnlichkeitsbegriff zu variieren, sobald er in irgendeiner Hinsicht seine Einstellung reformistisch ändert. - Doch damit ist die Liste der an v. Fraassen zu richtenden Fragen nicht abgeschlossen:[131] Nach welchen Regeln sind Revisionen der epistemischen Einstellung einer Person (seien sie reformistisch oder von anderer Art) korreliert mit Veränderungen ihres Ähnlichkeitsbegriffs? Inwieweit muß man ihre epistemische Situation kennen, um einen von ihr geäußerten Ksatz zu verstehen? Wie kann jemand zu der Ansicht kommen, er habe einen bestimmten Ksatz irrtümlich für wahr gehalten oder seine Wahrscheinlichkeit falsch eingeschätzt, wenn dieser vor der Veränderung seiner epistemischen Einstellung für ihn eine andere Bedeutung hatte als danach? Und wodurch wäre sichergestellt, daß zwei Personen, die hinsichtlich des Wahrheitswertes eines Ksatzes unterschiedliche Auffassungen vertreten, dasselbe meinen, obwohl ihre epistemischen Situationen verschieden sind?

Offensichtlich glaubt v. Fraassen, daß Ksätze in versteckter Weise indexikalisch sind. Zum Kontext einer Äußerung des Satzes „Ich bin jetzt hier“ gehören die Person, der Zeitpunkt und der Ort, auf die sich die indexikalischen Ausdrücke „ich“, „jetzt“ und „hier“ beziehen; zum Kontext der Äußerung eines *Ksatzes* gehört gemäß dieser Sichtweise immer auch die epistemische Situation des Sprechers. Allerdings fehlt ein indexikalischer Ausdruck, der auf sie Bezug nimmt. Ein solcher wäre auch überflüssig, da jedesmal die epistemische Situation des *Sprechers* als diejenige ausgezeichnet wird, von der abhängt, welche Ähnlichkeitsrelation für die Wahrheitsbedingungen des von ihm geäußerten Ksatzes maßgeblich ist.

[131] Vgl. auch Hajek & Hall (94), S. 99.

Dieser Erklärungsversuch macht v. Fraassens Position jedoch kaum plausibler. Die Mitteilung „Ich bin jetzt hier“ läßt sich auch auf weniger kontextabhängige Weise formulieren, indem man die Indexikalia durch Namen oder Kennzeichnungen ersetzt. So ist es möglich, die in unterschiedlichen Kontexten durch Äußerungen dieses Satzes intendierten Mitteilungen sprachlich klar voneinander zu unterscheiden. Wie aber kann die hier diskutierte Kontextabhängigkeit eines *Ksatzes* reduziert werden, so daß seine Bedeutung bei wechselnden Kontexten konstant bleibt? Welche sprachlichen Mittel gibt es, die Mitteilungen, die von verschiedenen Sprechern - oder vom selben Sprecher in verschiedenen epistemischen Situationen - durch Äußerungen eines bestimmten Ksatzes gemacht werden, voneinander zu unterscheiden? Oder ist die von v. Fraassen behauptete spezielle Kontextabhängigkeit konditionaler Äußerungen (anders als die von „Ich bin jetzt hier“) sprachlich gar nicht aufhebbar?

Fazit: Van Fraassen betrachtet Ksätze als wahr oder falsch; seine Theorie legt jedoch den Schluß nahe, daß sie kaum brauchbar sind, um über das Bestehen irgendwelcher Sachverhalte zu informieren. Welchen Zwecken sie in der kommunikativen Praxis dienen, bleibt rätselhaft.

Allen Einwänden zum Trotz bleibt es v. Fraassens Verdienst, als erster gezeigt zu haben, wie es möglich ist, die plausible These, daß die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze stets mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten übereinstimmen, formal zu präzisieren und darüber hinaus folgenden Anforderungen Genüge zu tun:

1. Die vorgeschlagene Lösung darf nicht zur Konsequenz haben, daß alle Glaubensfunktionen (Wfunktionen, die geeignet sind, die epistemische Situation eines Sprechers zu repräsentieren) trivial sind.
2. Die formale Sprache soll unter den Operationen der Negations- und Konjunktionsbildung abgeschlossen sein, so daß die vorgeschlagene (ST)-Modifikation von Wfunktionen im üblichen Sinne handelt und Adams’ Theorie in einen größeren Forschungszusammenhang eingebettet werden kann.

Im folgenden werden wir die geniale und ehrgeizige Theorie, durch die Vann Mc Gee die Aufgabe zu lösen versucht, in ihren Grundzügen kennenlernen.

## 3.19 McGees Theorie

Die von Mc Gee verwendete formale Sprache L enthält wie üblich eine Reihe *atomarer* Sätze. Ferner gilt:

1. Ausdrücke der Struktur $A \vee B$, $A \& B$ oder $\neg A$ sind L-Sätze, gdw. A und B L-Sätze sind.
2. $A \rightarrow C$ ist ein L-Satz, gdw. A und C L-Sätze sind und A faktisch ist, der Operator „$\rightarrow$“ also in A nicht vorkommt.

$(A \rightarrow B) \rightarrow C$ ist demnach (anders als $A \rightarrow (B \rightarrow C)$) *kein* L-Satz. Mc Gee hält dies für eine unwesentliche Einschränkung, da Sätze der Struktur „Wenn es zutrifft, daß B, wenn A, dann trifft es zu, daß C“ in der natürlichen Sprache kaum vorkämen und wir bezüglich ihrer Akzeptabilität keine klaren Intuitionen hätten.

Wfunktionen sind nach McGee auf L definierte reellwertige Funktionen P, für die folgende Fassung der Standardgesetze erfüllt ist:[132]

1. $P(A) \geq 0$.
2. $P(T) = 1$.
3. Wenn A und B *aussagenlogisch unvereinbar* sind, ist $P(A \vee B) = P(A) + P(B)$.

A und B sind beliebige L-Sätze; „T“ bezeichnet eine *aussagenlogische Tautologie*, einen Satz, der bei jeder Verteilung der Wahrheitswerte *wahr* und *falsch* auf die in ihm enthaltenen Teilsätze wahr ist. Konditionale werden dabei wie atomare Sätze behandelt. - A und B sind aussagenlogisch unvereinbar, gdw. $\neg(A \& B)$ eine aussagenlogische Tautologie ist.

McGees Modifikation der These (ST) läßt sich so wiedergeben:

(GT) $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, für alle faktischen Sätze A und C und alle *Geefunktionen*[133] P.

Was genau unter einer Geefunktion zu verstehen ist, werde ich später erläutern. Zunächst sei festgestellt, daß alle Geefunktionen auch Wfunktionen sind, während die Umkehrung nicht zutrifft. Die Menge der Geefunktionen ist nämlich nicht abgeschlossen bezüglich Konditionalisierung. McGee behauptet zwar, daß sie dies sei, verwendet dabei aber nicht den üblichen Begriff von Konditionalisierung. Er legt fest, daß $P_A$ sich per Konditionalisierung aus einer Wfunktion P ergibt, gdw. für alle C gilt: $P_A(C) = P(A \rightarrow C)$. Diese Definition weicht von der üblichen ab,

[132] Vgl. McGee (89), S. 488.
[133] McGee nennt sie *standard probability functions*; a.a.O. S. 504.

weil $P(A \to C)$ nach McGees Theorie von $P(C/A)$ verschieden sein kann, falls C nicht faktisch ist. (Ein Beispiel hierfür werden wir noch kennenlernen.)

Wir haben gesehen, wie *v. Fraassen* die Idee der P-Indexikalität des Pfeiloperators benutzt, um zu verhindern, daß seine These *(FT)* an den ersten beiden Lewisschen Trivialitätstheoremen scheitert. Überlegen wir nun, wie *McGee* die These *(GT)* angesichts dieser Theoreme verteidigen würde. - Lewis hatte entdeckt, daß unter Voraussetzung von (ST) $P(C/A) = P(A \to C) = P_C(A \to C)P(C) + P_{\neg C}(A \to C)P(\neg C) = P_C(C/A)P(C) + P_{\neg C}(C/A)P(\neg C) = P(C)$ ist, wann immer $P(A\&C)$ und $P(A\&\neg C)$ positiv sind. Dabei wurden $P_C$ und $P_{\neg C}$ in üblicher Weise als Konditionalisierungen definiert. McGee vertritt jedoch anstelle von (ST) nur das logisch schwächere (GT). Mithilfe von (GT) läßt sich *nicht* rechtfertigen, daß $P_C(A \to C)$ mit $P_C(C/A)$ und $P_{\neg C}(A \to C)$ mit $P_{\neg C}(C/A)$ gleichgesetzt wird, denn die Menge der Geefunktionen ist ja nicht im gewöhnlichen Sinne abgeschlossen bezüglich Konditionalisierung. Werden die Funktionen $P_C$ und $P_{\neg C}$ hingegen als *McGee-Konditionalisierungen* definiert, so sind zwar diese beiden Identifizierungen gerechtfertigt, es läßt sich aber nicht mehr anhand der Standardgesetze begründen, daß $P(A \to C) = P_C(A \to C)P(C) + P_{\neg C}(A \to C)P(\neg C)$ ist. Zumindest die beiden ersten Trivialitätstheoreme stellen für die These (GT) also keinerlei Bedrohung dar.

Bei der ersten Variante der Theorie v. Fraassens wird das Prinzip der schwachen Transitivität zugunsten von (FT) preisgegeben. Gemäß der zweiten ist dieses Prinzip gültig, (FT) kann jedoch nur mit den w.o. angegebenen syntaktischen Einschränkungen aufrechterhalten werden. Auch McGee ermöglicht durch die zu (GT) gehörende Einschränkung auf faktische Sätze, daß das genannte Prinzip in seiner Theorie gültig ist. Aber damit ist nur partiell erklärt, warum nicht gelten soll:

(GT?) $P(A \to (B \to C)) = P(B \to C/A)$, falls $P(A) > 0$; für alle Geefunktionen P und faktischen Sätze A, B, C.

Denn nach *beiden* Varianten der Theorie v. Fraassens ist (GT?) ja erfüllt. (Gemäß der zweiten Variante ist diese These auf alle Wfunktionen verallgemeinerbar, gemäß der ersten außerdem auf alle Sätze A, B, C.) - Für McGee steht außer Zweifel, daß Sätze der Struktur „Wenn A zutrifft, dann trifft, falls B zutrifft, auch C zu“ im selben Kontext stets denselben Wahrheitswert

haben wie entsprechende Sätze der Struktur „Wenn A und B zutreffen, dann trifft C zu“.
Das sogennante *Export/Import-Prinzip*[134] erscheint ihm daher unverzichtbar:

(ExIm) $P(A\rightarrow(B\rightarrow C)) = P(A\&B\rightarrow C)$; für alle Geefunktionen P und L-Sätze $A\&B\rightarrow C$.

Aus gutem Grund verzichtet McGee darauf, (GT) und (ExIm) durch (GT?) zu ergänzen. Nehmen wir an, P ist eine Geefunktion, A und C sind faktisch und $P(A\&C)$ sowie $P(A\&\neg C)$ positiv. $P(C\rightarrow(A\rightarrow C))$ ist dann wegen (ExIm) und (GT) identisch mit $P(C/A\&C)$ und wäre, falls auch (GT?) gelten würde, zudem mit $P(A\rightarrow C/C)$ gleichzusetzen. Ganz analog erhielte man: $P(\neg C\rightarrow(A\rightarrow C)) = P(C/A\&\neg C) = P(A\rightarrow C/\neg C)$.
Mithilfe von (GT) und des Expansionsprinzips ergäbe sich also:
$\mathbf{P(C/A)} = P(C/A\&C)P(C) + P(C/A\&\neg C)P(\neg C) = \mathbf{P(C)}$.
Falls aber C (bezüglich P) von A stochastisch unabhängig wäre, wann immer A und C faktisch und $P(A\&C)$ sowie $P(A\&\neg C)$ positiv sind, so existierten keine drei paarweise aussagenlogisch unvereinbaren faktischen Sätze, denen P positive Werte zuordnet.[135] Nach McGees Terminologie wäre P dann *trivial*. Als Vertreter von (GT) und (ExIm) muß McGee (GT?) also zurückweisen, um der absurden Konsequenz zu entgehen, daß alle Geefunktionen trivial sind.

(GT) und (ExIm) zwingen McGee, den Modus-ponens-Schluß von $A\rightarrow C$ und A auf C als nur eingeschränkt gültig zu akzeptieren. Einige Logiker sehen hierin offenbar ein Sakrileg und lehnen seine Theorie deshalb ab. Bevor ich auf diesen interessanten Streitpunkt zurückkomme, will ich deren Aufbau und wichtigste Details etwas genauer rekonstruieren.

Dreh- und Angelpunkt ist McGees *Unabhängigkeitsprinzip.*[136] Eine Wfunktion P erfüllt dieses Prinizip, gdw. gilt:

(UP) Wann immer $A_1, ..., A_n, C_1, ..., C_n$ und B faktisch sind, ist $P[B\&(A_1\rightarrow C_1)\&...\&(A_n\rightarrow C_n)] = P(B) \times P[(A_1\rightarrow C_1)\&...\&(A_n\rightarrow C_n)]$, sofern $P(A_i)$ für jedes $A_i$ positiv und B mit jedem $A_i$ aussagenlogisch unvereinbar ist.

Im Fall $n = 1$ ist also bezüglich einer Wfunktion P, auf die (UP) zutrifft, $A\rightarrow C$ von B stochastisch unabhängig (daher die Bezeichnung des Prinzips), wenn P(A) positiv ist und B mit A aussagenlogisch unvereinbar.

---

134 A.a.O. S. 489.
135 Dies wurde bei der Erläuterung des zweiten Lewisschen Trivialitätstheorems bereits hinreichend begründet.
136 A.a.O. S. 490 - 493.

Wfunktionen, auf die neben (UP) das von McGee für plausibel gehaltene Prinzip

(P) $P(A\&(A\rightarrow C)) = P(A\&C)$, für alle faktischen A und C

zutrifft, erfüllen auch das folgende:

(GT*) $P(A\rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$; für alle faktischen A und C.

Beweis:[137] Angenommen, für eine Wfunktion P mit $P(A) > 0$ gelten (UP) und (P). Dann ist

$P(A\rightarrow C) = P((A\rightarrow C)\&A) + P((A\rightarrow C)\&\neg A) = P(A\&C) + P(\neg A)P(A\rightarrow C)$

und folglich $P(A)P(A\rightarrow C) = P(A\&C)$. Q.e.d.

Anhand eines Dutch-Book-Theorems begründet McGee, warum Wfunktionen das Unabhängigkeitsprinzip und damit zugleich (GT*) erfüllen sollten. Denn daß (P) zu fordern ist, steht für ihn angesichts der Wahrscheinlichkeitseinschätzungen kompetenter Sprecher außer Zweifel.[138] Die Begründung basiert auf einer Reihe von Voraussetzungen, die unter Anhängern des Bayesianismus als unstrittig gelten, sowie dem erst von McGee ins Spiel gebrachten, nun zu erläuternden *Additivitätsprinzip*.

McGee trifft folgende Festlegungen:[139] Eine Wette auf einen faktischen Satz B sei ein Abkommen, wonach ihr Käufer einen Dollar gewinnt, falls B wahr, und leer ausgeht, falls B falsch ist. Der Käufer einer Wette auf ein *einfaches* Konditional $A\rightarrow C$, eines solchen, dessen Teilsätze A und C faktisch sind, gewinne einen Dollar, wenn $A\&C$ wahr ist, gehe leer aus, wenn $A\&\neg C$ wahr ist und erhalte den Preis der Wette zurück, falls A falsch ist. Eine beliebige Wette sei für eine Person fair, gdw. sie zwischen Kaufen und Verkaufen der Wette indifferent ist. Sofern ihre epistemische Situation durch eine Wfunktion P repräsentiert werden kann, betrage der Preis einer für sie fairen Wette auf einen L-Satz B P(B) Dollar. Hat B die Form eines einfachen Konditionals $A\rightarrow C$, sei $P(B) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$ ist. (Soweit nichts Neues für den Leser.)

Angenommen, eine Person X kauft zwei für sich faire Wetten auf aussagenlogisch unvereinbare faktische Sätze C und D zum Preis von $P(C) + P(D)$ Dollar. Dabei sei P ihre Wfunktion zur Zeit des Kaufes. Wenn X stattdessen eine für sich faire Wette auf $C\vee D$ eingegangen wäre, hätte der Preis aufgrund des dritten Standardgesetzes ebenfalls $P(C) + P(D)$ (= $P(C\vee D)$) Dollar betragen. Auch die Gewinnauszahlungen wären in allen Fällen dieselben gewesen. - Das Additivitätsprinzip

[137] A.a.O. S. 493.
[138] Er gibt folgendes Beispiel an: “It will rain, and if it rains the picnic will be cancelled” is equiprobable with “It will rain and the picnic will be cancelled”. Vgl. McGee (89), S. 493.
[139] A.a.O. S. 494 f.

ist eine Verallgemeinerung dieser Beobachtung auf ein Fragment $F_P$ der Sprache L, zu dem auch nicht-faktische Sätze gehören. Durch folgende Bestimmungen wird hinreichend beschrieben, wie McGee für jede Wfunktion P ein derartiges Fragment festlegt:[140]

1. Alle faktischen Sätze der von ihm eingeführten Sprache L sind $F_P$-Sätze.
2. Wenn $P(A) > 0$ ist und A und C faktische L-Sätze sind, so ist $A \rightarrow C$ ein $F_P$-Satz.
3. Gehören B und D zu $F_P$, so auch $B \vee D$, $B \& D$ und $\neg B$.

Ausdrücke der Struktur $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ können demnach keine $F_P$-Sätze sein. - Nun aber zu McGees Additivitätsprinzip. Es besagt:[141]

(AP) Wenn A und B aussagenlogisch unvereinbare $F_P$-Sätze sind, so ist das Nettoergebnis zweier Wetten auf A und B, die für einen Käufer X fair sind, bei jedem möglichen Ausgang identisch mit dem Nettoergebnis einer für X fairen Wette auf $A \vee B$.

Für den Fall, daß A und B faktisch sind, können wir (AP) leicht beweisen. Hat jedoch einer der Sätze beispielsweise die Struktur $A \& (B \rightarrow C)$, ist ein Beweis nicht möglich, da wir noch nicht wissen, wie die Wettbedingungen für solche Sätze lauten. Klar ist nur, daß sie, wie McGee ausführt, folgender Anforderung genügen sollten:[142] Sie sollten so festgelegt sein, daß es plausibel ist, den Betrag, bei dem X zwischen Kaufen und Verkaufen einer Wette auf $A \& (B \rightarrow C)$ indifferent wäre, mit dem Grad zu identifizieren, in dem X glaubt, daß $A \& (B \rightarrow C)$ wahr ist. Denn nur dann ist es berechtigt, den Preis einer für X fairen Wette auf diese Konjunktion mit $P(A \& (B \rightarrow C))$ Dollar anzusetzen und P als Wfunktion einzuführen, die für beliebige Sätze angibt, in welchem Grad sie von X geglaubt werden.

Tatsächlich stellt McGee für Wetten auf nicht-faktische Konjunktionen eines Sprachfragments $F_P$ Bedingungen auf, die seines Erachtens die beschriebene Anforderung erfüllen. Daß sie die „richtigen" Wettbedingungen sind, kann er für einen Beweis von (AP) jedoch nicht voraussetzen, da er umgekehrt (AP) benötigt, um dies zu begründen. Das Additivitätsprinzip wird von McGee überhaupt nicht bewiesen. Es hat in seiner Theorie den Status einer von ihm für plausibel gehaltenen Hypothese; genauer: einer Extrapolation eines für faktische Sätze (statt für $F_P$-Sätze) formulierten, beweisbaren Prinzips.

140 A.a.O. S. 501.
141 A.a.O. S. 498.
142 A.a.O. S. 495 f.

Nach diesen Erläuterungen kann das Dutch-Book-Theorem vorgestellt werden, anhand dessen McGee begründet, warum Wfunktionen das Unabhängigkeitsprinzip (UP) und somit auch (GT*) erfüllen sollten:[143]

(DB) Angenommen, folgende Voraussetzungen sind erfüllt:

1. P ist eine auf McGees Sprache L definierte reellwertige Funktion.
2. Eine Wette auf einen beliebigen $F_P$-Satz B ist für eine Person X, deren epistemische Situation durch P repräsentierbar ist, fair, gdw. der Preis der Wette P(B) Dollar beträgt.
3. Wenn X zum Kauf oder Verkauf einer für sich mindestens fairen Wette aufgefordert wird, ist sie zu dem Geschäft bereit.
4. Das Prinzip (AP) wird nicht verletzt.
5. Wetten auf *aussagenlogisch äquivalente* $F_P$-Sätze haben dieselben Wettbedingungen. (A und B seien aussagenlogisch äquivalent, gdw $A \equiv B$ eine aussagenlogische Tautologie ist.)
6. Für Wetten auf einen $F_P$-Satz $A\&(A\rightarrow B)\&C$ gelten dieselben Bedingungen wie für Wetten auf $A\&B\&C$.
7. Der Käufer einer Wette auf einen $F_P$-Satz $(A_1\rightarrow B_1)\&\ldots\&(A_n\rightarrow B_n)$ gewinnt einen Dollar, wenn für alle i (i = 1, ..., n) $A_i\&B_i$ gilt, geht leer aus, wenn ein i existiert, so daß $A_i\&\neg B_i$ wahr ist, und erhält den Kaufpreis zurück, falls $A_i$ für alle i falsch ist.

Unter diesen sieben Voraussetzungen ist X dann und nur dann dagegen gefeit, in ein System fairer Wetten verwickelt zu werden, bei dem sie, ganz gleich, wie die einzelnen Wetten ausgehen, einen Nettoverlust erleidet, wenn für ihre Funktion P gilt:

8. Das Prinzip (UP),
9. McGees (oben angegebene) Fassung der Standardgesetze,
10. $P[(A\&(A\rightarrow C))\equiv(A\&C)] = 1$, für alle faktischen L-Sätze A und C.

Sofern die Annahmen (1) bis (7) plausibel sind (was McGee offenbar voraussetzt), wird X als vernünftige Person, die nicht systematisch ausgebeutet werden will, darauf achten, daß ihre Funktion P den Anforderungen (8) bis (10) genügt. Natürlich waren uns Gründe für die These, daß X im eigenen Interesse die Standardgesetze respektieren und P mithin eine Wfunktion sein sollte, bereits bekannt. Neu an McGees Theorem ist, daß wir erfahren, warum für Wfunktionen

[143] A.a.O. S. 501.

das Unabhängigkeitsprinzip gelten sollte. - Konsequenz (10) ist wichtig, weil sich aus ihr mithilfe der Standardgesetze das schon angeführte Prinzip

(P) $P(A\&(A\rightarrow C)) = P(A\&C)$, für alle faktischen A und C

herleiten läßt. Treffen (P) und (UP) auf eine Wfunktion zu, so erfüllt diese, wie wir gesehen haben, auch (GT*).

McGee zeigt, daß bei Geltung von (8) bis (10) die Werte, die eine Wfunktion P den Sätzen der Sprache $F_P$ zuordnet, funktional von den Wahrscheinlichkeiten der *faktischen* L-Sätze abhängen.[144] Wenn also bekannt ist, welche Werte P den *faktischen* L-Sätzen zuordnet, sind die Wahrscheinlichkeiten beliebiger $F_P$-Sätze mittels (8) bis (10) berechenbar. - Überlegen wir, wie beispielsweise die Wahrscheinlichkeiten der $F_P$-Sätze $A\&(C\rightarrow D)$ und $(A\rightarrow B)\&(C\rightarrow D)$ zurückgeführt werden können auf die Wahrscheinlichkeiten gewisser faktischer Sätze.[145] Aufgrund von (9) stimmt $P(A\&(C\rightarrow D))$ mit $P(A\&C\&(C\rightarrow D)) + P(A\&\neg C\&(C\rightarrow D))$ überein. Der erste Summand ist wegen (9) und (10) mit $P(A\&C\&D)$ identisch, der zweite wegen (8) mit $P(A\&\neg C)P(C\rightarrow D)$. Da (GT*) für P erfüllt ist, gilt: $P(C\rightarrow D) = P(D/C)$. (P(C) ist positiv, weil n.V. $A\&(C\rightarrow D)$ ein $F_P$-Satz ist; vgl. die oben angegebene Definition der Sprache $F_P$.) Somit ist $P(A\&(C\rightarrow D)) = P(A\&C\&D) + P(A\&\neg C)P(D/C)$.

Durch Einsetzung von $A\rightarrow B$ für A erhalten wir:

$P((A\rightarrow B)\&(C\rightarrow D)) = P(—)$ (Abkürzung)

$= P((A\rightarrow B)\&C\&D) + P((A\rightarrow B)\&\neg C)P(C\rightarrow D)$ (mit (8), (9) und (10))

$= P((A\rightarrow B)\&A\&C\&D) + P((A\rightarrow B)\&\neg A\&C\&D) + P((A\rightarrow B)\&A\&\neg C)P(C\rightarrow D) +$
$P((A\rightarrow B)\&\neg A\&\neg C)P(C\rightarrow D)$ (mit (9))

$= P(A\&B\&C\&D) + P(\neg A\&C\&D)P(A\rightarrow B) + P(A\&B\&\neg C)P(C\rightarrow D) +$
$P((A\rightarrow B)\&\neg A\&\neg C\&(C\rightarrow D))$ (abwechselnd (10) und (8) anwenden)

Wegen (8) ist $P((A\rightarrow B)\&\neg A\&\neg C\&(C\rightarrow D)) = P(\neg(A\vee C))P(—)$. Somit gilt:
$P(—) = (1/P(A\vee C)) \times [P(A\&B\&C\&D) + P(\neg A\&C\&D)P(B/A) + P(A\&B\&\neg C)P(D/C)]$.[146]

[144] Vgl. S. 501 sowie den Appendix von McGee (89).
[145] Selbstverständlich finden sich die folgenden Berechnungen nicht bereits bei McGee.
[146] Zurück zur Frage der Wettbedingungen einer für X fairen Wette auf $A\&(C\rightarrow D)$: Nach McGee erhält X einen Dollar, falls $A\&C\&D$ wahr ist, nichts, wenn A falsch oder $A\&C\&\neg D$ wahr ist, und - allein dies erscheint begründungsbedürftig - $P(C\rightarrow D)$ Dollar im Fall $A\&\neg C$. Der Preis einer für X fairen Wette auf $A\&(C\rightarrow D)$ ist nämlich zum einen identisch mit $P(A\&(C\rightarrow D))$ Dollar, zum anderen aber auch mit dem *Erwartungswert* einer solchen Wette für X. Wenn wir die Auszahlungen in den Fällen $A\&C\&D$, $A\&C\&\neg D$ und $\neg A$ so ansetzen wie McGee und außerdem dessen Annahme teilen, daß die Auszahlungen in allen $A\&\neg C$-Fällen gleich sein sollten, gilt also:

Bis zu diesem Punkt ist McGees Theorie aus mindestens zwei Gründen noch unbefriedigend. Erstens, weil seine Forderung, daß $P(A\rightarrow(B\rightarrow C)) = P(A\&B\rightarrow C)$ sein sollte, bisher unberücksichtigt blieb; zweitens, weil wir nicht ausschließen können, daß (8) bis (10) sowie die genannte Forderung nur für triviale Wfunktionen erfüllt sind. Momentan kann nicht einmal der Verdacht ausgeräumt werden, daß wir bereits durch (8) bis (10) in die Trivialitätsfalle geraten.

Zur Lösung dieser Probleme definiert McGee eine spezielle Art von Wfunktionen. Ehe ich diese Definition wiedergebe, sei daran erinnert, daß nach McGees Terminologie **$P_A(C)$ stets mit $P(A ® C)$ übereinstimmt, sofern P eine Wfunktion und A faktisch ist.** (Bei nicht-faktischem A ist $A\rightarrow C$ kein L-Satz und $P_A$ undefiniert.)

Eine *Geefunktion* ist eine auf L definierte Wfunktion P, die die folgenden Bedingungen erfüllt:[147]

(B1) (UP).

(B2) Wann immer A faktisch und $P(A) > 0$ ist, ist $P_A$ eine Wfunktion.

(B3) $P((A\&(A\rightarrow C))\equiv(A\&C)) = 1$, sofern A und C faktisch sind.

(B4) $P_B((A\rightarrow C_1)\&...\&(A\rightarrow C_n)) = P_{B\&A}(C_1\&...\&C_n)$, falls A und B faktisch sind.

(B5) $P[((A\&B)\&C)\rightarrow D] = P((A\&(B\&C))\rightarrow D)$, wobei A, B und C faktisch sind.

(B6) $P(B) = P_T(B)$.

(B7) $P_D[(A\rightarrow(B\rightarrow C))\equiv(A\&B\rightarrow C)] = 1$; für faktische A, B, C und D.

(B8) Wann immer A faktisch und $P(A) = 0$ ist, ist $P_A(C) = 1$.

Eine Konsequenz dieser Definition ist das schon erwähnte Export/Import-Prinzip:

(ExIm) $P(A\rightarrow(B\rightarrow C)) = P(A\&B\rightarrow C)$; für alle Geefunktionen P und L-Sätze $A\&B\rightarrow C$.[148]

---

$P(A\&(C\rightarrow D)) = P(A\&C\&D) \times 1 + P(A\&C\&\neg D) \times 0 + P(\neg A) \times 0 + P(A\&\neg C) \times y$.
Unsere vorangehende Berechnung zeigt, daß unter Voraussetzung von (8) bis (10) $y = P(C\rightarrow D)$ sein muß. Im Fall $A\&\neg C$ werden demnach $P(C\rightarrow D)$ Dollar ausgezahlt.
Der Käufer einer für X fairen Wette auf $(A\rightarrow B)\&(C\rightarrow D)$ bekommt nach McGee einen Dollar im Fall $A\&B\&C\&D$ und nichts, falls $A\&\neg B$ oder $C\&\neg D$ zutrifft. Ist $\neg A\&\neg C$ wahr, wird der Kaufpreis zurückerstattet. (McGee betrachtet dies als plausible Verallgemeinerung der Wettbedingungen für einfache Konditionale.) In den Fällen $A\&B\&\neg C$ und $C\&D\&\neg A$ betragen die Auszahlungen $P(C\rightarrow D)$ bzw. $P(A\rightarrow B)$ Dollar. Der Käufer sollte dasselbe erhalten, wie wenn er auf $(A\&B)\&(C\rightarrow D)$ bzw. $(C\&D)\&(A\rightarrow B)$ gewettet hätte. - Die genannten Festlegungen ermöglichen es McGee, auch hier den Preis einer für X fairen Wette mit deren Erwartungswert für X zu identifizieren.

[147] A.a.O. S. 504.

[148] Man beachte: Wenn $A\&B\rightarrow C$ ein L-Satz ist, müssen A und B faktisch sein.

Wenn nämlich P eine Geefunktion und A&B→C ein L-Satz ist, so gilt wegen (B4) und (B6):
$P(A\&B\rightarrow C) = P_T(A\&B\rightarrow C) = P_{T\&A\&B}(C) = P_{T\&A}(B\rightarrow C) = P_T(A\rightarrow(B\rightarrow C)) = P(A\rightarrow(B\rightarrow C))$.[149]

Aus (B8) und der Definition von $P_A$ ergibt sich, daß „$P(A) = 0$" hinreichend für „$P(A\rightarrow C) = 1$" ist. Natürlich ist McGee klar, daß dies durch das Sprachverhalten und die epistemische Praxis kompetenter Sprecher nicht gestützt werden kann. Er führt (B8) nur deshalb auf, damit Geefunktionen nicht für einige Konditionale undefiniert bleiben. - Mehr entschuldigend als rechtfertigend ließe sich ergänzen, daß McGee den Operator „→" nur zur Formalisierung *indikativischer* Ksätze vorgesehen hat und Ksätze in der Regel im *Konjunktiv* stehen, wenn der Sprecher das Antecedens für ausgeschlossen hält.

Die Bedingungen (B1) bis (B3) stimmen (cum grano salis) mit den zu Theorem (DB) gehörenden Konsequenzen (8) bis (10) überein. Wie sie nach McGee zu rechtfertigen sind, muß also nicht mehr erläutert werden. - Warum er (B4) bis (B7) aufführt, ist nur partiell damit zu erklären, daß das Prinzip (ExIm) herleitbar werden soll. McGee benötigt diese aus seiner Sicht plausiblen Bedingungen, um beweisen zu können, daß **jede nur für *faktische* L-Sätze definierte *W*funktion auf genau eine Weise erweitert werden kann zu einer für *sämtliche* L-Sätze definierten *Gee*funktion.**[150] Da einige der nur für faktische L-Sätze definierten Wfunktionen nicht-trivial sind, können folglich nicht alle Geefunktionen trivial sein! - Über dieses wichtige Resultat hinaus zeigt McGee, wie die Wahrscheinlichkeiten beliebig komplexer L-Sätze auf Summen und/oder Produkte der Wahrscheinlichkeiten faktischer L-Sätze zurückgeführt werden können.

Halten wir fest: McGees Fortentwicklung der Adamsschen Theorie bewahrt deren Vorzüge, handelt von echten Wfunktionen, erklärt die funktionale Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeiten komplexer Sätze von denen der Teilsätze und entgeht der Trivialitätsfalle.

Nachzutragen bleibt noch folgendes: McGee modifiziert Stalnakers Mögliche-Welten-Semantik so, daß die L-Sätze A&B→C und A→(B→C) logisch äquivalent werden.[151] Er beweist, daß

[149] McGee argumentiert ähnlich (vgl. a.a.O. S. 505), nicht aber so: Nach Definition von $P_{A\&B}$ und $P_A$ ist $P(A\&B\rightarrow C) = P_{A\&B}(C) = P_A(B\rightarrow C) = P(A\rightarrow(B\rightarrow C))$. - Diese (vielleicht naheliegende) Argumentation ist fehlerhaft, weil nicht vorausgesetzt werden darf, daß $P_A$ eine Wfunktion ist. Vgl. die Def. von $P_A$ und (B2).
[150] A.a.O. S. 507.
[151] A.a.O. S. 512 - 518.

Schlüsse logisch gültig sind im Sinne der modifizierten Stalnaker-Semantik, gdw. sie auch *probabilistisch gültig* sind. Ein Schluß ist nach McGee probabilistisch gültig, gdw. seine Konklusion bei jeder Geefunktion mindestens so wahrscheinlich ist wie die Konjunktion seiner Prämissen.

## 3.20 Logik ohne Modus ponens?

Die Kritik an McGees Theorie konzentrierte sich bisher auf zwei Aspekte. Einige Autoren haben Beispiele konstruiert, die zeigen sollen, daß kompetente Sprecher durch $A\&(B\to C)$ oder $(A\to B)\&(C\to D)$ formalisierbaren Konjunktionen nicht immer die Wahrscheinlichkeiten zuordnen *würden*, die sie ihnen nach McGees Theorie zuordnen *müßten*. Dieser Einwand wird uns erst im nächsten Kapitel beschäftigen. Zuvor soll ein anderes Thema im Mittelpunkt stehen: McGees mehrfach kritisierter Angriff gegen das mit seiner Theorie unvereinbare Modus-ponens-Prinzip

(MP$\to$) Aus $A\to C$ und A folgt logisch C; für alle L-Sätze $A\to C$.

Warum ist (MP$\to$) mit McGees Theorie unvereinbar?[152] - Wir wissen bereits, daß in ihr die beiden folgenden Prinzipien gelten:

(Aus) Aus $A\&B\to C$ folgt logisch $A\to(B\to C)$; für alle L-Sätze $A\&B\to C$.
(Ein) Aus $A\to(B\to C)$ folgt logisch $A\&B\to C$; für alle L-Sätze $A\to(B\to C)$.[153]

.Des weiteren vertritt McGee die noch von niemandem in Frage gestellte These

(Th1) Wann immer C aus A logisch folgt, ist der Satz $A\to C$, sofern er zu L gehört[154], logisch wahr.

[152] Das Folgende ist eine vereinfachende Rekonstruktion des in McGee (85), S. 465 f. vorgestellten Theorems samt zugehörigem Beweis.
[153] (ExIm) ist eine probabilistische Variante der Konjunktion aus (Aus) und (Ein).
[154] Hier habe ich etwas geschummelt. In McGee (85) fehlt die Bedingung, daß $A\to C$ zu L gehört. Im Kontext der vorliegenden Arbeit ist sie notwendig, weil beispielsweise (nach McGee) $A\to C$ logisch aus $A\to C$ folgt, $(A\to C)\to(A\to C)$ aber kein L-Satz ist und schon deshalb nicht logisch wahr sein kann. - Die zugrundeliegende formale Sprache wird a.a.O. gar nicht genau definiert.

Da aus $(A \supset C) \& A$ logisch C folgt, ist wegen (Th1) $(A \supset C) \& A \rightarrow C$ logisch wahr; aufgrund von (Aus) also auch $(A \supset C) \rightarrow (A \rightarrow C)$. Aus den Prämissen $(A \supset C) \rightarrow (A \rightarrow C)$ und $A \supset C$ ist mittels (MP$\rightarrow$) $A \rightarrow C$ herleitbar. Die erste dieser Prämissen wurde soeben als logisch wahr erwiesen; deshalb folgt $A \rightarrow C$ allein aus $A \supset C$. Wegen (MP$\rightarrow$) gilt auch die Umkehrung, so daß $A \rightarrow C$ und $A \supset C$ logisch äquivalent sind - zumindest unter Voraussetzung von (Th1), (Aus) und (MP$\rightarrow$).

Die Falschheit der These, daß indikativische Ksätze hinsichtlich ihrer Wahrheitsbedingungen als materiale Implikationen zu analysieren sind, hält McGee für evident. Wäre sie korrekt, müßten die folgenden von E. Adams bzw. H. P. Grice stammenden Schlüsse kompetenten Sprechern zwingend erscheinen:[155]

The engine will start if Switch A and Switch B are both pulled. Therefore either the engine will start if Switch A is pulled or the engine will start if Switch B is pulled.

It is not the case that, if God exists, we are free to do whatever we like.
Therefore God exists.[156]

McGee betrachtet seinen Beweis, daß $A \rightarrow C$ und $A \supset C$ logisch äquivalent sind, wenn neben (Th1) und (Aus) auch (MP$\rightarrow$) gilt, daher als reductio ad absurdum der Konjunktion dieser drei Prinzipien. Manche Logiker würden sich durch McGees Beweis jedoch nicht etwa genötigt sehen, eines der Prinzipien aufzugeben, sondern vielmehr in ihrer Auffassung bestätigt, daß indikativische Ksätze als materiale Implikationen zu analysieren seien. (Diese z.B. von F. Jackson und D. Lewis vertretene Auffassung wird uns in Kap. 3.25 beschäftigen.) Um die Unvereinbarkeit von (MP$\rightarrow$) mit McGees Theorie zu begründen, bedarf es somit noch einer über seine Argumentation hinausgehenden Überlegung:
Wenn L-Sätze der Strukturen $A \rightarrow C$ und $A \supset C$ logisch äquivalent wären, sollten sie bei jeder Geefunktion denselben Wert erhalten. Aufgrund von McGees Theorem (GT) ist diese Forderung nur dann erfüllbar, wenn alle Geefunktionen trivial sind. Existieren nämlich drei paarweise logisch unvereinbare Sätze A, B, C, denen eine Geefunktion P positive Werte zuordnet, so ist $P(A/A \vee B) < P(A \vee B \supset A)$, weil dann

[155] Zitiert nach McGee (89), S. 511.
[156] In Kap. 3.25 wird sich zeigen, daß die Identifizierung von „$\rightarrow$“ mit „$\supset$“ zumindest besser zu verteidigen ist, als solche Beispiele vermuten lassen. Theologen dürfen also noch hoffen, daß Grice gelang, was Anselm versuchte.

$P(A \vee B \supset A) - P(A/A \vee B) = P(\neg B) - [P(A) \div (P(A) + P(B))]$

$= [(1 - P(B))(P(A) + P(B)) - P(A)] \div (P(A) + P(B))$

$= [P(B)(1 - P(A) - P(B))] \div (P(A) + P(B)) > 0$ ist.

(Da laut Voraussetzung $P(C) > 0$ ist und die Sätze A, B, C paarweise logisch unvereinbar sind, muß ja $1 - P(A) - P(B) > 0$ sein.) Wie bereits erwähnt, hat McGee jedoch bewiesen, daß *nicht* alle Geefunktionen trivial sind.

Auch die Konjunktion aus (GT), (MP$\rightarrow$) und

(Ex) $P(A\&B \rightarrow C) \leq P(A \rightarrow (B \rightarrow C))$; für alle Geefunktionen P und L-Sätze $A\&B \rightarrow C$

hat - was von McGee ebenfalls nicht vermerkt wird - zur Konsequenz, daß alle Geefunktionen trivial sind.

Beweis: Angenommen, $P(A\&C)$ und $P(\neg A\&C)$ sind positiv. Wegen (GT) ist dann $P(A\&C \rightarrow A) = 1$. Gemäß den Standardgesetzen und (Ex) muß also auch $P(A \rightarrow (C \rightarrow A)) = 1$ sein. Da nach (MP$\rightarrow$) aus $A \rightarrow (C \rightarrow A)$ logisch $A \supset (C \rightarrow A)$ folgt, ist der zweite Satz (die materiale Implikation) bei jeder Geefunktion mindestens so wahrscheinlich wie der erste (das Konditional). (Wie erwähnt, hat McGee ja bewiesen, daß logisch gültige Schlüsse auch probabilistisch gültig sind.) Hieraus resultiert, daß $P(A \supset (C \rightarrow A)) = 1$ und somit $P(A) \leq P(C \rightarrow A) = P(A/C)$ ist. - Ganz analog ergibt sich, daß $P(\neg A) \leq P(C \rightarrow \neg A) = P(\neg A/C)$ ist. Weil $P(\neg A) = 1 - P(A)$ und $P(\neg A/C) = 1 - P(A/C)$ ist, gilt also: $P(A) \geq P(A/C)$. - Damit ist gezeigt, daß unter Voraussetzung von (GT), (Ex) und (MP$\rightarrow$) $P(A) = P(A/C)$ ist, wann immer $P(A\&C)$ und $P(\neg A\&C)$ positiv sind. Wie bereits an anderer Stelle ausführlich begründet wurde, müssen dann bei Geltung dieser drei Prinzipien alle Geefunktionen trivial sein. Q.e.d.

Die von McGee vertretenen Prinzipien (GT) und (Th1) sind zweifellos gut abgesichert und sollen hier zunächst nicht in Frage gestellt werden. Dann tritt jedoch das Dilemma auf, daß (MP$\rightarrow$) sowohl mit (Ex) als auch mit (Aus) im Konflikt steht. McGee verwirft (MP$\rightarrow$) und begründet seine Entscheidung anhand einiger geschickt gewählter Beispiele, die - was bisher übersehen wurde - mit den von Newcomb und Gibbard erdachten Situationen eng verwandt sind. Das schönste dieser Beispiele ist folgendes:[157]

[157] Vgl. McGee (85), S. 462. Die Numerierung stammt von mir.

Opinion polls taken just before the 1980 election showed the Republican Ronald Reagan decisively ahead of the Democrat Jimmy Carter, with the other Republican in the race, John Anderson, a distant third. Those apprised of the poll results believed, with good reason:
(1) If a Republican wins the election, then if it's not Reagan who wins it will be Anderson.
(2) A Republican will win the election.
Yet they did not have reason to believe
(3) If it's not Reagan who wins, it will be Anderson.

Die Sätze (1*) bis (3*) seien Formalisierungen der Prämissen bzw. der Konklusion dieses angeblichen Modus-ponens-Gegenbeispiels:

(1*) Rep→(¬Reag→A)

(2*) Rep

(3*) ¬Reag→A

X sei eine Person, die in der von McGee beschriebenen Weise durch eine Meinungsumfrage beeinflußt wird und deren Wfunktion P daraufhin Reag eine hohe, C (= Carter gewinnt) eine geringe und A eine Wahrscheinlichkeit zuordnet, die nur einen geringen Bruchteil derjenigen von C ausmacht.

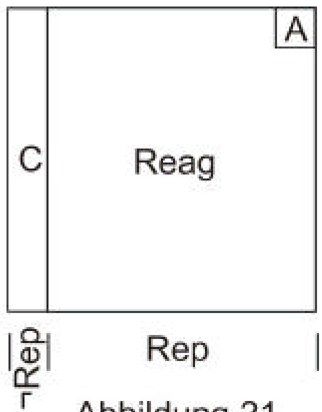

Abbildung 21

Aufgrund von (GT) und der Situationsbeschreibung ist P(3*) mit dem Quotienten P(A)/P(A∨C) identisch und gering, während (1*) den Wert 1 erhalten muß, sofern (Ex) erfüllt ist. Im vorliegenden Fall gilt nämlich wegen (GT): P(Rep&¬Reag→A) = P(A)/P(A) = 1.

Sicherlich steht es im Einklang mit den Intuitionen kompetenter und hinreichend informierter Sprecher, wenn X den Sätzen (1*) und

(4*) Rep&¬Reag→A

jeweils die Wahrscheinlichkeit 1 zuweist. Falls ein von Reagan verschiedener Republikaner gewinnt, muß es sich in der geschilderten Situation um Anderson handeln. Darum ist der Satz

(4) If a Republican wins the election and it's not Reagan who wins, then it will be Anderson

wahr. Und zwischen (4) und (1) bestehen allenfalls stilistische Unterschiede. Es sind keine Umstände denkbar, unter denen diese Sätze nicht denselben Wahrheitswert haben. Kompetente Sprecher, die das von McGee beschriebene Szenario kennen, werden somit nicht bezweifeln, daß (4) und (1) beide wahr sind. - Wenn jedoch, wie es scheint, das Prinzip (Ex) hier bestätigt wird, ist McGee zuzustimmen, daß in Anbetracht von (GT) $P(1^*) = 1$, $P(2^*)$ hoch und $P(3^*)$ gering sein sollte. Anscheinend hat McGee eine realitätsnahe Situation konstruiert, in der die Konklusion eines Modus-ponens-Schlusses eine geringe, seine Prämissenkonjunktion aber eine hohe Wahrscheinlichkeit besitzt! (Weil $P(1^*) = 1$ ist, muß ja $P(1^*\&2^*) = P(2^*)$ sein.)

Das Prinzip (MP$\rightarrow$) wird durch McGees Beispiel zumindest auf direktem Wege nicht widerlegt. Ein direktes Gegenbeispiel läge vor, wenn (1) und (2) wahr sind, während (3) falsch ist. McGee behauptet nicht ausdrücklich und seine Kritiker bestreiten, daß diese Wahrheitswertverteilung in Bezug auf die kurz vor der Präsidentschaftswahl 1980 realisierte Situation zutreffend ist. Hierzu später mehr. - Was McGees Kritiker außer acht lassen, ist folgendes: Selbst wenn ihr Einwand berechtigt ist, bleibt McGees Angriff gegen (MP$\rightarrow$) gefährlich. Das zur Diskussion stehende Beispiel läßt sich nämlich auch auf indirekte Weise zur Widerlegung dieses Prinzips heranziehen. Da es offenbar vernünftig sein kann, die Prämissenkonjunktion für wahrscheinlich und die Konklusion für unwahrscheinlich zu halten, muß es zumindest logisch möglich sein, daß erstere wahr und letztere falsch ist. McGee könnte also argumentieren, daß selbst wenn sein Beispiel angesichts der tatsächlichen Situation des Jahres 1980 kein direktes Gegenbeispiel sein sollte, es doch die logische Möglichkeit einer Situation belege, angesichts deren es ein direktes Gegenbeispiel wäre.

## 3.21 Eine Analogie zur Newcomb-Paradoxie

Die von mir vorgenommenen Variationen der Newcomb-Paradoxie und des Kartenbeispiels von Gibbard sollten demonstrieren, daß P(A□→C) ≠ P(C/A) sein kann (vgl. die Abbildungen 17 und 18). Darüber hinaus zeigt sich in ihnen die Struktur der von McGee präsentierten angeblichen Modus-ponens-Gegenbeispiele. Diese strukturelle Analogie erscheint mir interessant, auch wenn durch ihre Aufdeckung nicht die Frage beantwortet wird, ob McGees Beispiele (MP→) als inakzeptabel erweisen. - Führen wir uns erneut mithilfe von Abbildung 18 die epistemische Situation einer Person Z vor Augen, die es für unwahrscheinlich hält, daß in ***b***eiden Kästen Geld liegt, und für wahrscheinlich, daß der Hellseher die Wahl des Entscheiders C korrekt vorausgesehen sowie gemäß folgendem Grundsatz gehandelt hat: Er hat Kasten x leer gelassen, falls er voraussah, daß C beide Kästen nimmt, und eine Million DM in x gelegt, falls er voraussah, daß C auf die in y befindlichen 1000 DM ***v***erzichtet. Für Z ist P(V/¬B) derart gering und P(V/B) derart hoch, daß P(V&¬B) < P(V&B) ist, obwohl P(¬B) hoch ist. Somit gilt: P(¬B/V) < 0,5; wegen (GT) und P(¬B/V) = P(N/V) also auch: P(V→N) < 0,5. (Zur Erinnerung sei erwähnt, daß „N“ für „C gewinnt ***n***ichts“ und „M“ (vgl. Abb. 18) für „C gewinnt eine ***M***illion“ steht.) Weil P(N/¬B&V) = 1 ist, muß, sofern die von McGee vertretenen Prinzipien (GT) und (Ex) erfüllt sind, P(¬B&V→N) = P(¬B→(V→N)) = 1 sein. Damit ist ein weiteres „Modus-ponens-Gegenbeispiel“ perfekt: P ordnet der Konjunktion der Prämissen ¬B→(V→N) und ¬B einen hohen, der Konklusion V→N aber nur einen geringen Wert zu.

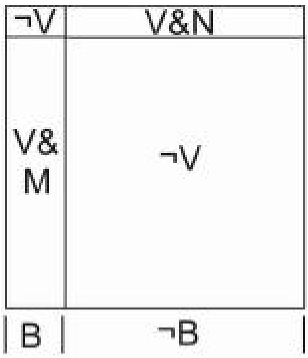

Abbildung 18

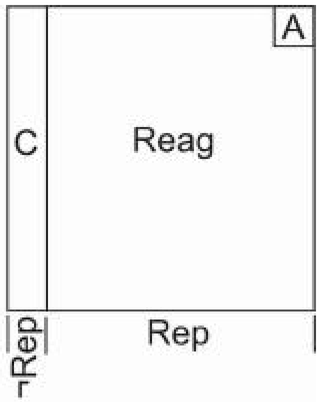

Abbildung 21

Der ¬B-Bereich (Rep-Bereich) ist deutlich größer als der B-Bereich (¬Rep-B.). Dennoch ist der V&¬B-Bereich (¬Reag&Rep-B.) kleiner als der V&B-Bereich (¬Reag&¬Rep-B.), weil der V-Bereich (¬Reag-B.) im B-Bereich (¬Rep-B.) derart stark überrepräsentiert ist.

Analog hierzu ist in McGees Beispiel $P(\neg Reag/Rep)$ derart gering und $P(\neg Reag/\neg Rep)$ (= 1) derart hoch, daß $P(\neg Reag\&Rep) < P(\neg Reag\&\neg Rep)$ (= P(C)) ist, obwohl P(Rep) hoch ist. Folglich gilt: $P(Rep/\neg Reag) < 0{,}5$. Wegen (GT) und $P(Rep/\neg Reag) = P(A/\neg Reag)$ muß dann auch $P(\neg Reag \rightarrow A) < 0{,}5$ sein. - Dagegen ordnet P der Konjunktion der Prämissen $Rep \rightarrow (\neg Reag \rightarrow A)$ und Rep unter McGees Voraussetzungen einen hohen Wert zu.

An folgendem Punkt enden jedoch die Analogien: Im Newcomb-Fall ist $\neg B$ hinreichend für $V \Box\!\!\rightarrow N$ („Falls C auf y verzichten würde, gewänne er nichts.“) Deshalb liegt wegen $P(N/V) < 0{,}5$ und $P(\neg B) > 0{,}5$ ein (ST)-Gegenbeispiel vor. Im Gegensatz dazu ist in McGees Beispiel Rep nicht hinreichend für $\neg Reag \Box\!\!\rightarrow A$ („Falls nicht Reagan der Gewinner wäre, wäre es Anderson.“). $P(\neg Reag \Box\!\!\rightarrow A)$ ist ebenso wie $P(A/\neg Reag)$ gering. Denn für eine Person in der von McGee geschilderten epistemischen Situation ist zwar wahrscheinlich, daß ein Republikaner gewinnen wird, aber auch, daß eine $\neg$Reag-Welt, in der der Demokrat Carter gewinnt, der realen Welt näher kommt als eine $\neg$Reag-Welt, in der der Republikaner Anderson das Rennen macht. X glaubt, daß ein Republikaner gewinnt, aber auch, daß kein Republikaner gewänne, falls nicht Reagan siegen würde. - Anders im Newcomb-Fall: Hier glaubt Z, daß nicht beide Schachteln gefüllt sind und Cs Verzicht auf zusätzliche 1000 DM *an diesem Umstand nichts ändern würde.*

### 3.22 Zur Kritik an McGees Angriff gegen Modus ponens

Wenden wir uns nun der Frage zu, ob McGees Anspruch, ein „Counterexample to Modus Ponens“ gefunden zu haben, berechtigt ist. - Sinnot-Armstrong, Moor und Fogelin[158] (kurz: SMF) kritisieren, McGee habe nicht gezeigt, daß die Konklusion seines Schlusses, also

(3) If it’s not Reagan who wins, it will be Anderson

falsch ist. McGee behaupte lediglich, Satz (3) sei in der von ihm beschriebenen epistemischen Situation unwahrscheinlich. Aber selbst dies halten SMF für wenig einleuchtend. McGee verwechsele die Wahrscheinlichkeit von (3) mit der entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeit.

[158] Vgl. Sinnot-Armstrong, Moor und Fogelin (86).

Wenn (3) als materiale Implikation aufgefaßt wird - und dies erscheint SMF offenbar naheliegend - seien diese Werte deutlich verschieden. (3) habe dann eine ebenso hohe Wahrscheinlichkeit wie die recht wahrscheinliche Prämisse

(2) A Republican will win the election.

McGee bleibe uns ein Argument schuldig, das zeigt, warum (3) *nicht* als materiale Implikation anzusehen sei. Außerdem führe er nicht aus, aufgrund welcher Konzeption der Wahrheitsbedingungen indikativischer Ksätze er zu der These gelange, die Wahrscheinlichkeit von (3) sei gering.

Wer die Logik natürlichsprachiger Ksätze erforschen will, kommt nicht umhin, Thesen aufzustellen, die ihm in Anbetracht seiner eigenen sowie der mutmaßlichen sprachlichen Intuitionen anderer kompetenter Sprecher überaus plausibel erscheinen, jedoch nicht aus einer bereits entwickelten Theorie oder allgemein akzeptierten Annahmen herleitbar sind. Hieran ist nichts auszusetzen, sofern er die Intuitionen der Mitglieder seiner Sprachgemeinschaft richtig beurteilt und seine Thesen nicht mit anderen von mindestens gleicher Respektabilität im Konflikt stehen. - McGees These, die Wahrscheinlichkeit der Konklusion (3) sei gering, erfüllt m.E. mindestens die erste dieser Bedingungen. Kompetente Sprecher, die nicht über „Logikkenntnisse“ verfügen und sich in die von McGee beschriebene epistemische Situation versetzen, würden vermutlich die Wahrscheinlichkeit des Ksatzes (3) ebenso wie die zugehörige bedingte Wahrscheinlichkeit als gering beurteilen und McGees Position insofern bestätigen. Der Vorwurf von SMF, McGee erliege einer „confusion of these probabilities“ ist daher unberechtigt. Die von SMF als naheliegend angesehene These, (3) sei als materiale Implikation zu analysieren, erfüllt dagegen mindestens die erste der genannten Bedingungen *nicht*. Erst nach einem (miserablen) Logikkurs würden (dann nicht mehr ganz so) kompetente Sprecher „erkennen“, daß (2) und (3) gleich wahrscheinlich sind.

Auch Danilo Suster hält McGees „Counterexample“ für mißraten, bemüht sich jedoch, es auf weniger oberflächliche und hausbackene Weise zu kritisieren als SMF.[159] Er gesteht zu, daß

(4) If a Republican wins the election and it’s not Reagan who wins, then it will be Anderson

wahr ist, bezeichnet den Schluß von (4) auf die erste Prämisse aus McGees Gegenbeispiel, also

[159] Ansonsten fällt mir zu Susters Aufsatz kaum Positives ein.

(1) If a Republican wins the election, then, if it's not Reagan who wins, it will be Anderson,

aber als ungültig. Zunächst bezweifelt Suster, daß wir über klare Intuitionen bezüglich der Wahrheitswerte von Ksätzen verfügen, die (wie (1)) einen eingebetteten Ksatz enthalten.[160] Dann ringt er sich zu der Einschätzung durch, daß (1) falsch ist.[161] Er begründet dies mithilfe der Sfunktionen-Semantik Stalnakers. Ein indikativischer Ksatz „Wenn A, dann C" ist in einer möglichen Welt j wahr, gdw. s(j, A) zur Menge der C-Welten gehört. (Dabei ist s eine Sfunktion, die jedem Paar, bestehend aus einer Welt j und einem Satz A, diejenige A-Welt zuordnet, die j am ähnlichsten ist.) Machen wir von den bereits eingeführten Abkürzungen „Rep", „Reag", „A" und „C" Gebrauch, ist demnach Satz (1) in der realen Welt i wahr, gdw. s(i, Rep) zur Menge der Welten gehört, in denen (3), das Konsequens von (1), zutrifft. Unter Rückgriff auf eine uns schon bekannte Notation läßt sich sagen, daß $|(3)|$, die Menge der (3)-Welten, mit der Menge $\{j: s(j,\neg Reag)\in |A|\}$ identisch ist. Folglich trifft (1) in i zu, gdw. s(i,Rep) in der zuletzt genannten Menge enthalten oder, anders ausgedrückt, $s(s(i,Rep),\neg Reag)\in |A|$ ist. Weil in i (der realen Welt) der Republikaner Reagan gewinnt, ist die Welt i selbst die ihr ähnlichste Rep-Welt, d.h. es gilt: s(i,Rep) = i. Satz (1) kann also nur dann in i wahr sein, wenn $s(i,\neg Reag)\in |A|$ ist. Es ist jedoch anzunehmen, daß Welten, in denen Carter gewinnt, ceteris paribus der realen Welt näher kommen als solche, in denen Anderson gewählt wird. Deshalb ist $s(i,\neg Reag)\in |C|$ und (1) falsch, während erstaunlicherweise

(5) If a republican wins the election, then, if it's not Reagan who wins, it will be Carter.

wahr ist.

Die Wahrheit des Satzes (4) begründet Suster ebenfalls anhand von Stalnakers Theorie: Die der realen Welt ähnlichste Welt, in der ein Republikaner, nicht aber Reagan gewinnt, muß eine Welt sein, in der Anderson gewählt wird. (4) und (1) stellen für Suster somit ein „counterexample[] to the law of exportation" dar. Er bezieht sich hierbei auf das Prinzip

(EXP) If A and B, then C; therefore, if A, then if B, then C.[162]

Selbstverständlich ist Susters „Widerlegung" von (EXP) äußerst fragwürdig. Um zu zeigen, daß dieses Prinzip ungültig ist, setzt er eine Theorie als adäquat voraus, in der es ungültig ist.

[160] Vgl. Suster (98), S. 103 f.
[161] A.a.O. S. 109.
[162] A.a.O. S. 98.

Eine solche Theorie steht jedoch gerade zur Diskussion, wenn zur Diskussion steht, ob (EXP) ungültig ist. - Tatsächlich spricht das Beispiel der Sätze (4) und (1) eher gegen Stalnakers Theorie als gegen (EXP). Lassen wir die Mögliche-Welten-Theorien von Stalnaker und Lewis beiseite ((EXP) ist in *beiden* ungültig), dann ist nicht zu sehen, unter welchen Umständen diese Sätze sich im Wahrheitswert unterscheiden würden. Dies ist im Englischen nicht anders als im Deutschen. Wie soll eine Situation beschaffen sein, in der die Sätze „Wenn ein Republikaner die Wahl gewinnt und nicht Reagan der Sieger ist, so gewinnt Anderson“ und „Wenn ein Republikaner die Wahl gewinnt, so gewinnt, wenn nicht Reagan der Sieger ist, Anderson“ verschiedene Wahrheitswerte haben? Ganz offensichtlich bestehen hier nur stilistische Unterschiede.

Suster scheint zu ahnen, daß seine Ausführungen bis zu diesem Punkt nicht zu überzeugen vermögen. Jedenfalls sieht er sich zu gewissen Konzessionen genötigt. Das Prinzip (EXP) bzw. der Schluß von (4) auf (1) seien zwar *ungültig* („invalid“), aber immerhin *vernünftig* („reasonable“). Gültig ist ein Schluß, gdw. es unmöglich ist, daß seine Prämissen wahr sind, während die Konklusion falsch ist; vernünftig, gdw. es in jedem Kontext, in dem es angemessen ist, die Prämissen zu behaupten, unmöglich ist, sie für wahr zu halten, ohne zugleich die Konklusion für wahr zu halten.[163] - Diese von Stalnaker übernommene Unterscheidung[164] ist in anderen Zusammenhängen durchaus sinnvoll. Hier gibt sie dem Leser nur Rätsel auf. Sind Susters Ausführungen korrekt, so kommt man beispielsweise nicht an der merkwürdigen Konsequenz vorbei, daß es für ihn selbst nicht angemessen sein kann, Satz (4) zu behaupten. Denn Suster sagt, (4) sei wahr, (1) hingegen falsch; und wir wollen ausschließen, daß er uns zu täuschen versucht. Also hält er (4) für wahr und (1) für falsch. Wenn außerdem der Schluß von (4) auf (1), wie Suster uns versichert, vernünftig ist, muß es aufgrund seiner eigenen Definition solcher Schlüsse mindestens für ihn selbst unangemessen sein, Satz (4) zu behaupten. Er hätte uns gar nicht mitteilen dürfen, daß dieser Satz falsch ist! - Generell müßte Suster zufolge gelten: Falls eine Person X Satz (4) in angemessener Weise[165] behaupten kann und weiß, daß er wahr ist, so muß sie dem Irrtum erliegen, auch Satz (1) für wahr zu halten.

[163] A.a.O. S. 105.
[164] Vgl. Stalnaker (75).
[165] Was Suster hierunter genau versteht, bleibt unklar.

Suster bemüht sich, zu vermeiden, daß dem Leser dieser Unsinn zu sehr ins Auge springt. Aus dem Abstract und den folgenden zehn Zeilen seines Aufsatzes ergibt sich eindeutig, daß er die These vertritt, (EXP) sei ein ungültiges, aber vernünftiges Schlußschema. Später modifiziert er diese These, ohne sie ausdrücklich zurückzunehmen. Die logischen Beziehungen zwischen der ursprünglichen und der modifizierten These bleiben unklar. Nach Suster ist „the law of exportation", womit zuvor (EXP) gemeint war, „reasonable in the form of

(EXP') If A and B, then C. Therefore, if A, then if B (still assuming A!), then C."[166]

Der Schluß von der Prämisse (4), die Suster und McGee *beide* für wahr halten, auf die Konklusion (1) sei „really just an instance of (EXP')". Ferner sei (1) „true only if understood as

[(1')] If a Republican wins the election, then, if it's not Reagan who wins (assuming that a Republican wins) it will be Anderson."[167]

Hiermit behauptet Suster nicht ausdrücklich, legt jedoch nahe, daß (1') wahr und eine mögliche Lesart von (1) ist. Satz (1) wäre demnach mehrdeutig. Er kann so verstanden werden, daß zum Antecedens des eingebetteten Ksatzes die implizite Annahme „A Republican wins" gehört, aber auch so, daß dies nicht der Fall ist. In der ersten Lesart ist er wahr, in der zweiten falsch. Vermutlich ist die erste Lesart dann die gewöhnliche, während die zweite nur gewissen Mögliche-Welten-Semantikern zugänglich sein dürfte.

Suster könnte nun versuchen, McGees angebliches Modus-ponens-Gegenbeispiel folgendermaßen zurückzuweisen: (1') und

(2) A Republican will win the election

sind als Prämissen des von McGee präsentierten Schlusses anzusehen. Wenn die in derselben Weise wie (1) mehrdeutige Konklusion (3) als

(3') If it's not Reagan who wins (assuming that a Republican wins), it will be Anderson

gedeutet wird, liegt kein Gegenbeispiel vor, weil (3') wahr ist. Deutet man (3) als

(3'') If it's not Reagan who wins (not assuming that a Republican wins), it will be Anderson,

[166] A.a.O. S. 110.
[167] A.a.O. S. 111.

so liegt ebenfalls kein Gegenbeispiel vor, weil der Schluß dann keine Modus-ponens-Struktur aufweist. - Suster schlägt diese Option (die eine brauchbare Idee enthält, auf die ich noch zurückkommen werde) jedoch aus: „But note that this strategy ... requires that assumptions become explicit part of the logical form ... I prefer to avoid this option...“[168] Die in Klammern hinzugefügten Annahmen sollen also keinen Einfluß auf die logischen Formen der Sätze (1) und (3) haben. Dann aber kann (1) keinen anderen Wahrheitswert als (1’) und (3) keinen anderen als (3’) annehmen. Die durch Susters Aussagen nahegelegte Interpretationshypothese, daß mindestens Satz (1) mehrdeutig ist, bricht in sich zusammen. Worin der Unterschied zwischen (EXP) und (EXP’) bestehen soll, wird vollends rätselhaft.

Suster beschließt seine zutiefst verworrene Kritik an McGee mit einer Warnung: „Modus ponens is at the heart of our inferential practice and the last to give up, if we do not want the very notion of validity to become uninteresting.“[169] - Die Auswirkungen der Entscheidung McGees sind jedoch keineswegs so dramatisch, wie Suster behauptet. Modus ponens soll nicht völlig verworfen, sondern nur leicht eingeschränkt werden. Wir gelangen stets von wahren Prämissen zu einer wahren Konklusion, *sofern das Konsequens der konditionalen Prämisse kein Ksatz ist*. McGee will lediglich

(MP$\rightarrow$) Aus A$\rightarrow$C und A folgt logisch C; für alle L-Sätze A$\rightarrow$C

ersetzen durch

(MP$\rightarrow$’) Aus A$\rightarrow$C und A folgt logisch C, falls A$\rightarrow$C ein L-Satz *und C faktisch* ist.

Befassen wir uns schließlich mit einer wesentlich klarer argumentierenden Kritik, die jedem mit McGees Arbeiten nicht vertrauten Leser den Eindruck vermitteln muß, McGee leide an logischer Kurzsichtigkeit. Ihr Autor, Bernard Katz, präsentiert zwei verblüffende Resultate, die, sofern ihre prima facie äußerst überzeugenden Begründungen stimmen, für McGees Theorie tödlich sind. - Wie bereits dargelegt, hat McGee gezeigt, daß (MP$\rightarrow$), die These

(Th1) Wann immer C aus A logisch folgt, ist der Satz A$\rightarrow$C, sofern er zu L gehört, logisch wahr

und das Prinzip

[168] A.a.O. S. 113.
[169] A.a.O.

(Aus) Aus A&B→C folgt logisch A→(B→C); für alle L-Sätze A&B→C

eine problematische Konsequenz haben: A→C und A⊃C sind logisch äquivalent. McGee hält diese Konsquenz für absurd. Da (Th1) für ihn außer Zweifel steht, sieht er sich gezwungen, eine der beiden übrigen Voraussetzungen aufzugeben. Seine Wahl fällt auf (MP→), weil er glaubt, daß dieses Prinzip, anders als (Aus), durch Gegenbeispiele widerlegt werden kann.

Katz ignoriert die zu (Th1) und (Aus) gehörenden Klauseln, daß A→C bzw. A&B→C L-Sätze sein müssen. Seine Kritik gilt allein McGee (85), wo diese Klauseln, anders als in McGee (89), in der Tat fehlen. - Er bringt zunächst folgenden Einwand vor:[170] Das Prinzip

(Aus') Aus A&B→C folgt logisch A→(B→C)

ist genauso plausibel wie dessen von McGee ebenfalls vertretene Umkehrung

(Ein') Aus A→(B→C) folgt logisch A&B→C.

Unabhängig davon, wie akzeptabel diese Prinzipien sind, ist klar, daß man schlecht nur für *eines* von beiden plädieren kann. Nun ist in McGees, aber auch in jeder anderen halbwegs adäquaten Logik der Konditionale A→C eine logische Konsequenz aus A→C. Nach

(Th1') Wann immer C aus A logisch folgt, ist A→C logisch wahr

ist also (A→C)→(A→C) eine logische Wahrheit. Aus McGees Prinzip (Ein') ergibt sich, daß dann auch ((A→C)&A)→C logisch wahr sein muß. Nach

(Th2') Wann immer A→C logisch wahr ist, folgt C logisch aus A

ist C somit eine logische Konsequenz aus (A→C)&A, so daß (MP→) gilt. (Dabei muß nicht einmal, wie in (MP→) verlangt, A→C zu L gehören.) - (Th1') und (Th2') betrachtet Katz als „standard assumptions about conditionals"[171], die keiner weiteren Rechtfertigung bedürfen. Er kommt daher zu dem Ergebnis, daß McGees Position zu Widersprüchen führt. Wer (Aus') vertritt, kann (Ein') nicht leugnen, und aus letzterem resultiert vor dem Hintergrund der „Standardannahmen", die (wie Katz offenbar meint) auch McGee nicht bestreiten würde, (MP→).

Wenn McGee dennoch an (Aus') festhalten will, besteht für ihn deshalb keine plausible Möglichkeit, die These der logischen Äquivalenz von A→C mit A⊃C weiterhin abzulehnen.

---

[170] Vgl. Katz (99), S. 409 f.
[171] A.a.O. S. 409.

Verwirft er das Prinzip hingegen, so ist nicht mehr einzusehen, warum die Prämisse (1) seines Gegenbeispiels (If a Republican wins the election, then if it's not Reagan who wins it will be Anderson) wahr sein soll. Nach Katz' Auffassung neigen wir nur deshalb zu der Ansicht, (1) sei wahr, weil wir glauben, (1) folge aus (4) (If a Republican wins the election and it's not Reagan who wins, then it will be Anderson).[172] Wenn (Aus') sich als ungültig herausstellt, wird dieser Glaube erschüttert. Die Plausibilität der ersten Prämisse steht und fällt also mit dem Prinzip (Aus'). Haben wir aber keinen Grund, (1) als wahr zu akzeptieren, so haben wir auch keinen Grund, die Sequenz der Sätze (1), (2) und (3) als Modus-ponens-Gegenbeispiel anzusehen.

Anscheinend kommt es sogar noch schlimmer für McGee. Katz zeigt nämlich, daß (MP$\rightarrow$) gar nicht benötigt wird, um mithilfe der „Standardannahmen" und (Aus') die These herzuleiten, daß $A \rightarrow C$ und $A \supset C$ logisch äquivalent sind. Sein Beweis beginnt mit einer harmlosen Feststellung, die auch von McGee akzeptiert wird: Aus $(A \supset C) \& A$ folgt logisch C. Wegen (Th1') muß dann $((A \supset C) \& A) \rightarrow C$ logisch wahr sein, und wegen (Aus') somit auch $(A \supset C) \rightarrow (A \rightarrow C)$. Aufgrund von (Th2') folgt also $A \rightarrow C$ logisch aus $A \supset C$! Daß andererseits $A \rightarrow C$ logisch mindestens so stark ist wie $A \supset C$, betrachtet Katz als „observation, whose truth is uncontroversial".[173] - Katz unterstellt McGee, er wolle $A \rightarrow C$ als „strong conditional" festlegen[174], d.h. als Konditional, das logisch stärker ist als $A \supset C$. Dies scheitere jedoch, wie Katz bewiesen zu haben glaubt, an den unstrittigen (?) „Standardannahmen" sowie dem von McGee vertretenen Prinzip (Aus').

Katz' Kritik ist insofern instruktiv, als sie zeigt, wie leicht es ist, McGees Theorie zu „widerlegen", wenn man (infolge oberflächlicher Lektüre?) sich nicht hinreichend vergegenwärtigt, daß gewisse zumeist für evident erachtete Auffassungen von ihm abgelehnt werden. Beispielsweise ist es *bei der Erörterung der Theorie McGees* ein Fehler, als unkontrovers vorauszusetzen, daß $A \supset C$ aus $A \rightarrow C$ logisch folgt. Denn genau dies bestreitet ja McGee mit seiner Kritik an (MP$\rightarrow$), wie leicht einzusehen ist: $A \supset C$ folgt genau dann aus $A \rightarrow C$, wenn es nicht sein kann, daß $A \rightarrow C$ und A wahr sind, während C falsch ist, wenn also C aus $A \rightarrow C$ und A folgt. - Im übrigen zeigt McGees Reagan-Carter-Anderson-Beispiel, daß in seiner Theorie $A \supset C$ weniger

[172] A.a.O.
[173] A.a.O. S. 411.
[174] A.a.O. S. 406.

wahrscheinlich als $A \rightarrow C$ sein und daher nicht aus $A \rightarrow C$ logisch folgen kann. (Wie erwähnt, ist ein Schluß genau dann im Sinne McGees logisch gültig, wenn er auch probabilistisch gültig ist, seine Konklusion also mindestens so wahrscheinlich sein muß wie die Konjunktion seiner Prämissen.) In der uns bekannten epistemischen Situation (vgl. Abbildung 21) ist nach McGee $P(Rep \rightarrow (\neg Reag \rightarrow A)) = P(Rep \& \neg Reag \rightarrow A) = P(A/Rep \& \neg Reag) = 1$, aber $P(Rep \supset (\neg Reag \rightarrow A)) \leq P(\neg Rep) + P(\neg Reag \rightarrow A) < 1$, weil sowohl $P(\neg Rep)$ als auch $P(A/\neg Reag)$ kleiner als 0,5 ist. Freilich kann $A \rightarrow C$ nur dann höhere Wahrscheinlichkeit als $A \supset C$ besitzen, wenn C ein Konditional ist - ebenso, wie $(A \rightarrow C) \& A$ nur dann wahrscheinlicher als C sein kann, wenn C ein Konditional ist. (Darum hat McGee gegen (MP→') nichts einzuwenden.)

Der entscheidende Schwachpunkt in Katz' Kritik ist jedoch die von ihm für evident gehaltene These (Th2'). McGees Theorie zufolge ist diese These falsch - und zwar nicht, wie im Fall von (Th1'), nur deshalb, weil nicht gefordert wird, daß $A \rightarrow C$ zu L gehört. Auch

(Th2) Ist ein L-Satz $A \rightarrow C$ logisch wahr, so folgt C logisch aus A

würde McGee nicht akzeptieren. Vor dem Hintergrund seiner Theorie könnte er wie folgt gegen (Th2) argumentieren: Jede Geefunktion muß einem L-Satz $A \& C \rightarrow A$ den Wert 1 zuordnen; $A \& C \rightarrow A$ ist daher logisch wahr. Wegen (Aus) ist dann auch $A \rightarrow (C \rightarrow A)$ logisch wahr. $C \rightarrow A$ folgt aber nicht logisch aus A, denn $P(C \rightarrow A)$ (= $P(A/C)$) kann geringer sein als $P(A)$.

(Th2) (und damit auch (Th2')) ist also zumindest nicht evident. Es läuft auf eine *Petitio Principii* hinaus, schlicht für evident zu erklären, was durch die gegnerische Position aus nachvollziehbaren Gründen angezweifelt wird und gerade zur Diskussion steht. Katz müßte zeigen, daß die Ablehnung von (Th2) inakzeptable Konsequenzen hätte. Er beschränkt sich jedoch darauf, von einer „standard assumption[] about conditionals“ zu sprechen. - Auch Katz' Kritik vermag mich somit nicht zu überzeugen.

Soweit ich sehe, läßt sich McGees Position gegen jeden der bisherigen Versuche, sie zu widerlegen, leicht verteidigen. Dennoch erscheint eine Widerlegung wünschenswert, da seine These, das Modus-ponens-Prinzip sei für indikativische Ksätze nicht in voller Allgemeinheit erfüllt, einer Zumutung gleichkommt. Wie kann ein Ksatz wahr sein, wenn sein Antecedens wahr und sein Konsequens falsch ist? - Gar nicht; so die naheliegende Antwort. - Dagegen will McGee diese Möglichkeit offenbar nicht grundsätzlich ausschließen. Ihm zufolge kann es vernünftig sein, die Konjunktion der Prämissen (1) und (2) seines Gegenbeispiels für wahrscheinlich und zugleich die Konklusion (3) für unwahrscheinlich zu halten. Mit *Wahrscheinlichkeit* meint er stets *Wahrscheinlichkeit der Wahrheit*. Demnach ist nach McGee nicht aus logischen Gründen ausgeschlossen, daß die Konjunktion der Sätze (1), (2) und non-(3) wahr ist. Der Ksatz (1) soll also wahr sein können, auch wenn sein Antecedens (2) wahr und sein Konsequens (3) falsch ist.

Dies als evidentermaßen unsinnig abzutun, liefe nur darauf hinaus, die Petitio-Argumente anderer Autoren zu imitieren. Erfreulicherweise gibt es eine bessere Möglichkeit, zu begründen, warum McGees Sichtweise inakzeptabel ist. Außerdem existiert eine Alternative zu ihr, die McGees (von mir geteilten) linguistischen Intuitionen gerecht wird, bei der das Modus-ponens-Prinzip aber unangetastet bleibt. Ich beginne damit, eine bisher unentdeckt gebliebene absurde Konsequenz der Position McGees aufzuzeigen. Dem Vorwurf einer Petitio dürfte die Bewertung „absurd" in diesem Fall standhalten.

Angenommen, es trifft zu, was nach McGee logisch möglich ist: Kurz vor Ende der Präsidentschaftswahl 1980 war die Situation so, daß (1) und (2) wahr sind, während (3) falsch ist. Zudem sei für eine Person X zur genannten Zeit (entsprechend Abbildung 21) P(Reag) hoch, P(C) ebenso wie P(A)/P(C) hingegen gering, aber positiv. McGee zufolge muß also $P(1^*) = P(Rep\to(\neg Reag\to A)) = P(A/Rep\&\neg Reag) = 1$, $P(2^*) = P(Rep) = P(Reag) + P(A)$ hoch und $P(3^*) = P(\neg Reag\to A) = P(A/\neg Reag)$ gering sein. Bis kurz nach Schließung der Wahllokale revidiert X seine Einschätzung der Wahrscheinlichkeiten dieser drei Sätze nicht mehr. Dann schaltet er das Radio ein und hört die Nachricht: „So far this much is certain: A Republican will be moving into the White House." Voller Verärgerung wechselt er sofort auf einen Musiksender; doch die kurze Information genügte, seine epistemische Situation partiell zu verändern. Nun ist $P'(Reag) = 1 - P'(A)$, d.h. $P'(C) = 0$. $P'(A)$ bleibt weiterhin extrem gering, aber positiv, da die Information offenläßt, *welcher* Republikaner gesiegt hat. Nach McGee muß demnach für die Sätze (1*) bis (3*) gelten: $P'(1^*) = P'(2^*) = P'(3^*) = 1$. In unserer hypothetischen Situation ist X dann, folgt man McGee, nach der Revision seiner Wfunktion zu Recht überzeugt, daß (1) und (2) wahr sind, während er sich mit der Überzeugung, auch (3) sei wahr, im Irrtum befindet.

Die beschriebene epistemische Revision wurde durch eine laut Voraussetzung zutreffende Information ausgelöst, erscheint plausibel und steht im Einklang mit der von McGee empfohlenen Konditionalisierungsvariante. (Zur Erinnerung: McGee legt fest, daß $P_A$ sich per Konditionalisierung aus P ergibt, gdw. für alle C gilt: $P_A(C) = P(A \rightarrow C)$. - Demnach ist beispielsweise $P'(3^*) = P_{Rep}(3^*) = P(1^*)$.) Dennoch muß die Revision X zu der Fehleinschätzung führen, Satz (3) (den er vorher für unwahrscheinlich hielt) sei wahr. Aus der Situationsbeschreibung geht nicht hervor, daß X zuvor irgendwelche falschen Überzeugungen hatte. Trotzdem gelangt er aufgrund seines neuen Wissens und seiner früheren Wahrscheinlichkeitseinschätzungen zwangsläufig zu einer falschen Überzeugung! - Generell müßte nach McGee gelten: Es ist logisch möglich, daß (1), (2) und non-(3) zusammen wahr sind; aber jeder, der weiß (also für sicher hält), daß (1) und (2) wahr sind und zugleich Anderson eine minimale Chance einräumt, muß in einem solchen Fall irrtümlich überzeugt sein, daß auch (3) wahr ist. (1) und (2) als sicher einzuschätzen und gleichzeitig Anderson minimale Chancen einzuräumen, ist jedoch in keiner Weise widersprüchlich. Daß der genannte Irrtum in der angegebenen Situation unvermeidlich sein soll, ist daher nicht nur tragisch; es ist absurd.

Hinzu kommt, daß nicht klar ist, inwiefern X etwas Falsches behaupten würde, wenn er, gleich nachdem er die Radionachricht gehört hat, äußerte: „Wenn nicht Reagan gewonnen hat, ist Anderson der Sieger." Er weiß, daß Reagan oder Anderson gewählt wurde. Beide Alternativen erscheinen ihm möglich. Deshalb könnte er korrekt begründen, daß falls nicht Reagan gewonnen hat, Anderson der Sieger ist. McGee müßte erklären, wie sich dies mit der Annahme vereinbaren läßt, daß der (präsentisch formulierte) Satz (3) falsch ist.

Deutlich plausibler ist die Annahme, der konjunktivische Satz „Wenn nicht Reagan gewonnen hätte, hätte Anderson gesiegt" sei falsch. Aber McGees Modus-ponens-Kritik bezieht sich allein auf indikativische Ksätze. Sofort drängt sich die Frage auf, ob sein Gegenbeispiel überzeugender wird, wenn die Prämissen (1) und (3) in den Konjunktiv übertragen werden. Vielleicht sollte McGees Kritik sich besser gegen das Prinzip ($MP \Box\!\!\rightarrow$) richten, das sich aus ($MP \rightarrow$) durch Ersetzung von „$\rightarrow$" durch „$\Box\!\!\rightarrow$" ergibt. Ob auch in diesem Fall absurde Konsequenzen auftreten würden, kann offenbleiben. Ein zwingendes Argument gegen ($MP \Box\!\!\rightarrow$) erhielten wir ebensowenig wie zuvor eines gegen ($MP \rightarrow$). Der Grund hierfür ist, daß man McGees linguistischen Intuitionen gerecht werden kann, auch ohne ($MP \rightarrow$) oder ($MP \Box\!\!\rightarrow$) zurückzuweisen. Zu der Auffassung, daß der Schluß von (1) und (2) auf (3) ein

Modus-ponens-Gegenbeispiel darstellt, gibt es nämlich eine plausible und einfache Alternative, bei der die soeben aufgezeigte absurde Konsequenz vermieden wird, und von der wir aus systematischen Gründen gleicherweise Gebrauch machen sollten, wenn der Schluß in den Konjunktiv übertragen wird.

„Wenn A zutrifft, dann trifft, falls B zutrifft, auch C zu“ hat im selben Kontext stets denselben Wahrheitswert wie „Wenn A und B zutreffen, dann trifft C zu“. Sätze der einen Struktur unterscheiden sich nur stilistisch von entsprechenden Sätzen der anderen. Wenn der strukturelle Unterschied zweier natürlichsprachiger Sätze nicht logischer, sondern nur stilistischer Art ist, können wir die Sätze unterschiedlich formalisieren und anschließend so interpretieren, daß sie sich als logisch äquivalent erweisen lassen. Wir gelangen so zu einer formalen Rechtfertigung unserer logischen Intuitionen bezüglich der natürlichsprachigen Sätze. Alternativ dazu können wir den Sätzen dieselbe logische Form zuordnen und auf eine solche Rechtfertigung verzichten. Dies ist theoretisch bescheidener, im vorliegenden Fall aber ratsam. Ich schlage vor, Sätze der obigen beiden Strukturen durch $A\&B\rightarrow C$ (bzw. $A\&B\Box\!\!\rightarrow C$) zu übersetzen und Formeln der Art $A\rightarrow(B\rightarrow C)$ (bzw. $A\Box\!\!\rightarrow(B\Box\!\!\rightarrow C)$) bei der Formalisierung natürlichsprachiger Sätze gar nicht zu verwenden. (1) und (4) werden demnach *beide* durch $Rep\&\neg Reag\rightarrow A$ übersetzt, so daß McGees Beispiel zur Widerlegung von $(MP\rightarrow)$ (bzw. $(MP\Box\!\!\rightarrow)$) nicht mehr in Betracht kommt.

Wir wissen, daß $A\rightarrow C$ und $A\supset C$ logisch äquivalent sind, falls neben $(MP\rightarrow)$ und (Th1) auch

(Aus) Aus $A\&B\rightarrow C$ folgt logisch $A\rightarrow(B\rightarrow C)$; für alle L-Sätze $A\&B\rightarrow C$

erfüllt ist. Ferner scheint McGees Auffassung korrekt, daß natürlichsprachige Sätze der Strukturtypen „Wenn A und B, dann C“ bzw. „Wenn A, dann (wenn B, dann C)“ im selben Kontext stets denselben Wahrheitswert haben. Diese Auffassung läßt sich durchaus mit der Position vereinbaren, daß $(MP\rightarrow)$ und (Th1) gelten, während (Aus) zwecks Vermeidung der genannten logischen Äquivalenz abzulehnen sei. Allerdings muß dann an die Stelle der konsequenterweise *beide* abzulehnenden logischen Prinzipien (Aus) und (Ein) eine *Formalisierungsregel* treten, wonach „Wenn A, dann (wenn B, dann C)“ ebenso wie „Wenn A und B, dann C“ durch $A\&B\rightarrow C$ zu übersetzen ist.

Es zeigt sich, daß die syntaktischen Beschränkungen, die E. Adams in seine formale Sprache eingebaut hat, für die logische Analyse natürlichsprachiger Ksätze nicht so nachteilig sind, wie viele Autoren meinen. Formeln der Art $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ werden zu diesem Zweck gar nicht benötigt. Durch den Verzicht auf ihren Gebrauch (sie als Sätze der formalen Sprache zuzulassen, schadet nicht) nehmen wir in Kauf, daß das Formalisierungsverfahren komplizierter wird; wir ersparen uns jedoch die durch McGees Arbeiten zu Tage getretenen und, soweit ich sehe, auf andere Weise nicht lösbaren Probleme.

Th. McKay, P. v. Inwagen und B. Loewer halten ein Formalisierungsverfahren, das sich in gewissen Fällen über das Gebot der Strukturerhaltung hinwegsetzt, aufgrund folgender Problematik ebenfalls für unumgänglich:[175] Sätze der Struktur „Wenn A oder B, dann C" sind im Allgemeinen als Abkürzungen entsprechender Konjunktionen „Wenn A, dann C, und wenn B, dann C" zu verstehen. „Wenn Weiß seinen König oder beide Türme schon bewegt hat, darf er nicht mehr rochieren" bedeutet nichts anderes als die stilistisch schwächere Konjunktion „Wenn Weiß seinen König bewegt hat, darf er nicht mehr rochieren, und wenn Weiß beide Türme bewegt hat, darf er nicht mehr rochieren". (Ein weiteres Beispiel: Wenn er Geld fälscht oder gefälschtes Geld absichtlich in Umlauf bringt, macht er sich strafbar.) Prima facie ist daher wünschenswert, daß die Formeln $A \vee B \rightarrow C$ und $(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$ sich als äquivalent erweisen lassen. Diese Äquivalenz würde jedoch in Verbindung mit der überaus plausiblen Annahme, daß $A \rightarrow C$ mit $B \rightarrow C$ äquivalent ist, wann immer A und B äquivalent sind, zu einer unerwünschten Konsequenz führen. Die genannte Annahme rechtfertigt nämlich den Schluß von $A \rightarrow C$ auf $(A \& B) \vee (A \& \neg B) \rightarrow C$, woraus sich sofort $A \& B \rightarrow C$ ergäbe. Damit wäre die Antecedensverstärkung ein gültiges Prinzip.

Die erwähnten Autoren gelangen angesichts dieser Situation zu einem Vorschlag nach dem Muster des oben von mir vorgelegten. Sätze der Strukturen „Wenn A oder B, dann C" und „Wenn A, dann C, und wenn B, dann C" werden *beide* durch $(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$ formalisiert. $A \vee B \rightarrow C$ ist, wie in Lewis' Mögliche-Welten-Semantik, die McKay, v. Inwagen und Loewer verteidigen wollen, *nicht* äquivalent mit $(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C)$. - Auch hier wird also auf eine formale Rechtfertigung unserer logischen Intuitionen verzichtet und stattdessen das Formalisierungsverfahren verkompliziert.[176]

[175] Vgl. McKay & v. Inwagen (77) und Loewer (76).
[176] Die abwegige Alternative, nicht länger anzunehmen, daß die Ersetzung eines äquivalenten Antecedens den Wahrheitswert eines Konditionals nicht ändern kann, wurde ernsthaft erwogen von D. Nute. (Vgl. Nute (75b) und die Kritik hieran in Loewer (76) und Warmbrod (81).)

### 3.23 Wahrscheinlichkeiten von Konjunktionen indikativischer Ksätze

Neben McGees Angriff gegen das Prinzip (MP$\rightarrow$) gibt es einen weiteren Aspekt seiner Theorie, auf den die bisher vorgebrachte Kritik sich konzentrierte. McGee hat bewiesen, daß die Wahrscheinlichkeiten beliebig komplexer L-Sätze unter gewissen ihm plausibel erscheinenden Annahmen auf Summen und/oder Produkte der Wahrscheinlichkeiten faktischer L-Sätze zurückgeführt werden können. Wie unsere obigen Berechnungen gezeigt haben, muß in seiner Theorie beispielsweise gelten:

$P((A\rightarrow B)\&(C\rightarrow D)) = (1/P(A\vee C)) \times [P(A\&B\&C\&D) + P(\neg A\&C\&D)P(B/A) + P(A\&B\&\neg C)P(D/C)]$.

Nach Auffassung von Dorothy Edgington, Mark Lance und Michael McDermott[177] würden kompetente Sprecher in manchen Fällen Wahrscheinlichkeitszuordnungen vornehmen, die mit dieser Gleichung unvereinbar sind. Zur Herleitung derselben benötigt McGee, wie gesehen, nichts weiter als das Unabhängigkeitsprinzip (UP), die Standardgesetze und die Identität $P[(A\&(A\rightarrow C))\equiv(A\&C)] = 1$. Sollte die Kritik der genannten Autoren sich als berechtigt erweisen, wäre mindestens eine dieser Voraussetzungen inadäquat. In jedem Fall müßte McGees Theorie umfassend revidiert werden.

Das folgende Beispiel ist etwas einfacher als ein ähnliches von M. Lance.[178] Nach der US-Präsidentschaftswahl 2000 war einige Tage lang offen, welcher Kandidat die Mehrheit in den Bundesstaaten Florida und New Mexico gewonnen hatte, während in allen übrigen Staaten das Ergebnis feststand. Ferner war sicher, daß der Sieger von Florida über genügend Wahlmänner verfügen würde, um Präsident zu werden. Der Ausgang in New Mexico konnte also (wegen der geringen Anzahl der dort zu vergebenden Wahlmännerstimmen) keinen Einfluß mehr darauf haben, ob Bush oder Gore ins Weiße Haus ziehen würde. - Angenommen, in der geschilderten Situation betrugen aus Sicht eines sachkundigen Beobachters X die Chancen der Kandidaten auf einen Sieg in Florida (und damit auf den Gesamtsieg) jeweils 50 Prozent. Wie hätte X die Wahrscheinlichkeit folgender Konjunktion beurteilt?:

(15) Wenn Bush in New Mexico gewinnt, wird er Präsident, und wenn er dort verliert, wird er ebenfalls Präsident.

[177] Vgl. Edgington (91), Lance (91) und McDermott (96).
[178] A.a.O. S. 270 - 272.

Angesichts seiner damaligen epistemischen Situation hätte X diesem Satz als kompetenter Sprecher die Wahrscheinlichkeit 0,5 zugeordnet. Zur Begründung hätte er angeben können: Gewinnt Bush in Florida, wird er ungeachtet des Ausgangs in New Mexico Präsident. Verliert er in Florida, wird er, ganz gleich, was in New Mexico geschieht, *nicht* Präsident. Im ersten Fall ist Satz (15) wahr, weil seine beiden Konjunkte wahr sind; im zweiten Fall ist (15) falsch, weil beide Konjunkte falsch sind. (15) muß daher dieselbe Wahrscheinlichkeit erhalten wie der Satz „Bush gewinnt in Florida", also 0,5.

„$(NM\rightarrow B)\&(\neg NM\rightarrow B)$" sei eine Übersetzung des Satzes (15) in die formale Sprache. Eine Wfunktion P, durch die Xs epistemische Situation repräsentierbar ist, sollte dieser Formel den Wert 0,5 zuweisen. Bei Anwendung von McGees Theorie erhalten wir jedoch ein anderes Resultat. Gemäß seiner oben wiederholten Gleichung zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten von Konjunktionen zweier Konditionale gilt:

$P((NM\rightarrow B)\&(\neg NM\rightarrow B)) = P(\neg NM\&B)P(B/NM) + P(NM\&B)P(B/\neg NM)$.

In der beschriebenen Situation weiß X, daß der Ausgang in New Mexico Bushs Aussichten auf den Gesamtsieg weder verbessern noch verschlechtern kann. Daher dürfte (zu der betreffenden Zeit) für X die Wahrscheinlichkeit, daß Bush Präsident wird, unter der Annahme, daß er in New Mexico gewinnt, genauso hoch sein wie unter der Annahme, daß er dort verliert. Es gilt also: $P(B/NM) = P(B/\neg NM) = P(B)$. Somit ist

$P((NM\rightarrow B)\&(\neg NM\rightarrow B)) = P(\neg NM\&B)P(B) + P(NM\&B)P(B)$

$= P(B)P(B) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$.

Wir sehen, daß sich auf die von McGee angegebene Weise nicht korrekt bestimmen läßt, für wie wahrscheinlich die sprachkompetente Person X Satz (15) halten würde. Das Gegenbeispiel kommt dadurch zustande, daß $NM\rightarrow B$ und $\neg NM\rightarrow B$ stochastisch voneinander abhängig sind. $P(NM\rightarrow B)$ und $P(\neg NM\rightarrow B)$ betragen jeweils 0,5, $P(NM\rightarrow B/\neg NM\rightarrow B)$ und $P(\neg NM\rightarrow B/NM\rightarrow B)$ dagegen jeweils 1. Wenn $NM\&B$ oder $\neg NM\&B$ sich (für X) als wahr erweist, wird daher nicht nur $NM\rightarrow B$ bzw. $\neg NM\rightarrow B$ verifiziert, sondern jedesmal gleich die Konjunktion dieser Konditionale. Es ist deshalb ein Fehler, bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit dieser Konjunktion $P(NM\&B)$ und $P(\neg NM\&B)$ durch $P(B/\neg NM)$ bzw. $P(B/NM)$ zu gewichten und erst dann zu addieren. Zum richtigen Ergebnis gelangt man, indem man schlicht die Summe der Werte $P(NM\&B)$ und $P(\neg NM\&B)$ bildet.[179]

[179] Auf analoge Weise analysiert Lance sein Gegenbeispiel.

Die wechselseitige stochastische Abhängigkeit der Konjunkte $A \rightarrow B$ und $C \rightarrow D$ ist jedoch kein *notwendiges* Strukturmerkmal eines Gegenbeispiels zu McGees Gleichung für die Berechnung von $P((A \rightarrow B) \& (C \rightarrow D))$. Dies zeigt ein von M. McDermott konstruierter Fall:[180] Ein gewöhnlicher, nicht-manipulierter Würfel soll geworfen werden. Kurz vorher äußert jemand folgende Prognose:

(16) Wenn eine ungerade Zahl fällt, wird sie kleiner als drei sein, und wenn eine gerade fällt, wird sie größer als drei sein.

McDermott behauptet, die Prognose würde sich als zutreffend erweisen, falls die Eins, die Vier oder die Sechs fällt, in allen anderen Fällen hingegen als falsch. Satz (16) sei daher, unmittelbar nachdem er geäußert worden ist, eine Wahrscheinlichkeit von 0,5 zuzuordnen. - McDermotts Auffassung ist zweifellos plausibel, steht jedoch im Konflikt mit McGees Theorie. Hiernach muß nämlich, wenn (16) durch „$(u \rightarrow <3) \& (g \rightarrow >3)$“ formalisiert wird, gelten:

$P((u \rightarrow <3) \& (g \rightarrow >3)) = P(g \& >3)P(<3/u) + P(u \& <3)P(>3/g) = 1/3 \times 1/3 + 1/6 \times 2/3 = 2/9$.

McGee könnte die Position seines Kritikers etwa so zu unterminieren versuchen: Wenn die Eins oben liegt, darf die Konjunktion (16) nicht bereits als verifiziert gelten, da nur das erste Konjunkt sich dann als wahr erweist, während offen bleibt, ob auch das zweite zutrifft. Entsprechendes gilt für die Zahlen Vier und Sechs. - Wie McDermott ähnlich feststellt, könnte dieser Überlegung eine gewisse Plausibilität zugestanden werden, falls man Satz (16) so versteht, daß der Sprecher sich für den Fall einer ungeraden (bzw. geraden) Zahl auf zweierlei festlegen will:

1. Die Zahl wird kleiner (bzw. größer) als Drei sein.
2. Wenn eine gerade (bzw. ungerade) Zahl gefallen wäre, wäre sie größer (bzw. kleiner) als Drei gewesen.

Aber Satz (16) ist offenbar nicht so zu verstehen, und deshalb hat auch McDermott ein überzeugendes Gegenbeispiel konstruiert.

Mir ist nicht bekannt, ob McGee es aufgrund der von Edgington, Lance und McDermott erdachten Gegenbeispiele für notwendig hält, seine Theorie zu korrigieren und wo er gegebenenfalls die Ursache ihrer Unzulänglichkeit lokalisieren würde. Soweit ich sehe, kommt nur *eine* Möglichkeit in Betracht, sie gegen die vorgebrachten Beispiele zu *verteidigen*. Diese

[180] A.a.O. S. 25 - 28.

Möglichkeit kann für McGee jedoch insofern nicht attraktiv sein, als sie wiederum die These nahelegt, daß Adams' Theorie einer Fortentwicklung der von McGee intendierten Art gar nicht bedarf.

Wer einen indikativischen Ksatz „Wenn A, dann C" äußert, hält A für möglich und legt sich darauf fest, daß C für ihn unter der Bedingung A eine hohe Wahrscheinlichkeit hat. Da $P(C/A)$ im Fall $P(A) > 0$ mit $P(A\supset C/A)$ identisch sein muß, legt er sich gleichzeitig darauf fest, daß $A\supset C$ für ihn unter der genannten Bedingung sehr wahrscheinlich ist. - Fassen wir die letzte Beobachtung als Spezialfall einer allgemeineren These auf: Wer eine Konjunktion der Struktur „Wenn $A_1$, dann $C_1$, und ... und wenn $A_n$, dann $C_n$" behauptet ($n\geq 1$), legt sich darauf fest, daß die Konjunktion $(A_1\supset C_1)\&...\&(A_n\supset C_n)$ für ihn unter der Annahme, daß eines der Antecedentien $A_1, ..., A_n$ zutrifft, sehr wahrscheinlich ist. Falls diese Verallgemeinerung stimmt und natürlichsprachige Konjunktionen der angegebenen Struktur durch eine Formel F symbolisierbar sind, so ist eine noch allgemeinere Hypothese naheliegend:
$P(F) = P[(A_1\supset C_1)\&...\&(A_n\supset C_n)/A_1\vee...\vee A_n]$ ($n\geq 1$), falls $P(A_1\vee...\vee A_n) > 0$.

Stellen wir die Frage, ob für F $(A_1\rightarrow C_1)\&...\&(A_n\rightarrow C_n)$ eingesetzt werden darf, kurz zurück und überprüfen wir, ob die zuletzt formulierte Hypothese durch die erörterten Beispiele bestätigt wird. Satz (15) hat im geschilderten Kontext ebenso wie der Satz „Bush wird Präsident" (= B) die Wahrscheinlichkeit 0,5, und tatsächlich ist $P((NM\supset B)\&(\neg NM\supset B)/NM\vee\neg NM) = P(B)$. Auch die Wahrscheinlichkeit von Satz (16) beträgt in der beschriebenen Situation 0,5, und wiederum wird die Hypothese bestätigt:
$P((u\supset <3)\&(g\supset >3)/u\vee g) = P((u\&<3)\vee(g\&>3)) = P(1\vee 4\vee 6) = 0,5$. - Wie es scheint, wird die Hypothese in all den Fällen bestätigt, in denen unsere Intuitionen bezüglich der Wahrscheinlichkeit einer Konjunktion von Ksätzen hinlänglich klar sind. - Ein weiteres Beispiel mag genügen: Sicherlich werden die Sätze

(17) Wenn es regnet, wird das Spiel abgesagt, und wenn es schneit, wird das Spiel ebenfalls abgesagt

und

(18) Wenn es regnet oder schneit, wird das Spiel abgesagt

von kompetenten Sprechern in einem beliebigen Kontext als äquivalent und gleichwahrscheinlich betrachtet. Die Wahrscheinlichkeit von (18) entspricht der, daß das Spiel abgesagt wird unter der Annahme, es regnet oder schneit, also $P(A/R\vee S)$. Ist F eine zulässige Formalisierung von (17), muß dann auch $P(F) = P(A/R\vee S)$ sein. Die zur Diskussion stehende Hypothese wird dieser Forderung gerecht. Es gilt nämlich:

$P((R\supset A)\&(S\supset A)/R\vee S) = P((\neg R\vee A)\&(\neg S\vee A)\&(R\vee S)) \div P(R\vee S) = P(A\&(R\vee S)) \div P(R\vee S)$
$= P(A/R\vee S)$.

Was spricht nun dagegen, (17) durch $(R\rightarrow A)\&(S\rightarrow A)$ oder (16) durch $(u\rightarrow<3)\&(g\rightarrow>3)$ zu formalisieren und zu fordern, daß (im Widerspruch zu McGee) generell gilt:

$P((A_1\rightarrow C_1)\&...\&(A_n\rightarrow C_n)) = P((A_1\supset C_1)\&...\&(A_n\supset C_n)/A_1\vee...\vee A_n)$ $(n\geq 1)$,

falls $P(A_1\vee...\vee A_n) > 0$ ? - Angenommen, letzteres ist generell erfüllt. Wenn im Fall $n = 2$ für $A_1$ und $C_1$ A bzw. C und für $A_2$ und $C_2$ jeweils eine Tautologie T eingesetzt wird, ist dann $P((A\rightarrow C)\&(T\rightarrow T)) = P(A\supset C)$. Unter der bescheidenen Voraussetzung, daß $P(T\rightarrow T) = 1$ ist, gilt also: $P(A\rightarrow C) = P(A\supset C)$; für beliebige A, C und P. Im Fall $n = 1$ erhalten wir, sofern die Indizes ignoriert werden und P(A) positiv ist, die Gleichung: $P(A\rightarrow C) = P(A\supset C/A) = P(C/A)$. Somit wäre $P(A\supset C) = P(C/A)$, wann immer P(A) positiv ist. Alle Wfunktionen wären dann, wie bereits gezeigt wurde[181], trivial.

Der erwähnte Vorschlag scheitert noch aus einem weiteren Grund: Intuitiv betrachtet, liegt die Wahrscheinlichkeit von Satz (16) bei 1/2. Wenn er durch $(u\rightarrow<3)\&(g\rightarrow>3)$ formalisiert werden darf, sollte demnach (wie dann auch durch unsere Hypothese gefordert wird) $P((u\rightarrow<3)\&(g\rightarrow>3)) = 1/2$ sein. Dies ist jedoch nicht möglich, weil $P(u\rightarrow<3) = 1/3$ ist und eine Konjunktion nicht wahrscheinlicher sein kann als eines ihrer Konjunkte. Überraschenderweise darf (16) also nicht als Konjunktion zweier Konditionale formalisiert werden!

Wer diese Konsequenz bestreitet, muß nachzuweisen versuchen, daß es ein Fehler ist, die Wahrscheinlichkeiten der Sätze (16) und „Wenn eine ungerade Zahl fällt, wird sie kleiner als Drei sein" mit 1/2 bzw. 1/3 anzusetzen. Wie mir scheint, kann dies nicht gelingen. Statt Evidentes in Zweifel zu ziehen, damit die Anwendung einer Theorie auf die natürliche Sprache nicht erschwert wird, sollten wir akzeptieren, daß die naheliegendste Art ihrer Anwendung nicht immer die richtige ist. - Folgender Vorschlag könnte einen Ausweg weisen: Aus indikativischen Ksätzen bestehende Konjunktionen „Wenn A, dann B, und wenn C, dann D" werden durch $A\vee C\rightarrow(A\supset B)\&(C\supset D)$ formalisiert. Formeln der Art $(A\rightarrow B)\&(C\rightarrow D)$ können als Sätze der formalen Sprache zwar zugelassen werden, fungieren aber niemals als

[181] Vgl. den Beweis auf S. 187 f., der nicht nur für Geefunktionen gilt.

Übersetzungen irgendwelcher natürlichsprachigen Sätze. McGees Gleichung zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten solcher Formeln läßt sich daher nicht durch Gegenbeispiele als kontraintuitiv erweisen. Andererseits ist sie überflüssig, und McGees Fortentwicklung der Theorie von Adams geht in die falsche Richtung. Es müssen nicht die Ausdrucksmöglichkeiten der von Adams konstruierten formalen Sprache erweitert, sondern lediglich Regeln zur Formalisierung natürlichsprachiger Sätze bereitgestellt werden. Die Diskussion der vermeintlichen Modus-ponens-Gegenbeispiele hat ergeben, daß solche Regeln für indikativische Ksätze der Struktur „Wenn A, dann (wenn B, dann C)“ erforderlich sind.
Nun zeigt sich, daß für Konjunktionen indikativischer Ksätze dasselbe gilt.

Der „epistemischen Praxis“ kompetenter Sprecher wird dieser Vorschlag sicher besser gerecht als derjenige McGees. Aber auch ihm gegenüber ist Skepsis angebracht. - McDermott diskutiert in einem anderen Zusammenhang folgendes Beispiel:[182] Jemand hält zum Zeitpunkt t für wahrscheinlich, daß das Spiel (Fußball o.ä.) wegen Regens abgesagt wird. Er glaubt jedoch nicht, daß es abgesagt wird, falls es (überraschenderweise) trocken bleibt, und würde nach McDermott der Konjunktion

(19) Wenn es regnet, wird das Spiel abgesagt, und wenn es nicht regnet, wird das Spiel ebenfalls abgesagt

deshalb nicht zustimmen. P sei die Wfunktion dieser Person zum Zeitpunkt t; R, $\neg$R und A seien Abkürzungen der in (19) vorkommenden Antecedentien und Konsequentien.
Nach Adams, McGee, McDermott und vielen anderen gilt:
$P(R\vee\neg R\rightarrow(R\supset A)\&(\neg R\supset A)) = P((R\supset A)\&(\neg R\supset A)/R\vee\neg R)$.
Da $P((R\supset A)\&(\neg R\supset A)/R\vee\neg R) = P(A)$ und P(A) hoch ist, wird somit auch der vorgeschlagenen Formalisierung von Satz (19) ein hoher Wert zugeordnet. Plausibel wäre hingegen, wie McDermott meint, eine geringe Wahrscheinlichkeit.

Weitere Komplikationen ergeben sich - sowohl für McGees als auch für den zuletzt erörterten Vorschlag -, wenn wir die Wahrscheinlichkeiten von Sätzen der Struktur „A, und wenn B, dann C“ nach einer allgemeinen Formel zu bestimmen versuchen. Unter der bescheidenen Voraussetzung, daß solche Sätze mit entsprechenden Sätzen der Struktur „Wenn T, dann A,

[182] A.a.O. S. 27 f.

und wenn B, dann C“ stets gleichwahrscheinlich sind (T sei wiederum eine beliebige Tautologie), lassen sich ihre Wahrscheinlichkeiten nach McGee wie folgt berechnen:

$P((T\rightarrow A)\&(B\rightarrow C)) = (1/P(T\vee B)) \times [P(T\&A\&B\&C) + P(\neg T\&B\&C)P(A/T) +$
$P(T\&A\&\neg B)P(C/B)] = \mathbf{P(A\&B\&C) + P(A\&ØB)P(C/B)}$.

Gemäß der vorgestellten Alternative müssen derartige Konjunktionen dagegen durch $T\vee B\rightarrow(T\supset A)\&(B\supset C)$ formalisiert werden (statt wie zuvor durch $(T\rightarrow A)\&(B\rightarrow C)$), und ihre Wahrscheinlichkeiten sind folgendermaßen berechenbar:

$P(T\vee B\rightarrow(T\supset A)\&(B\supset C)) = P((T\supset A)\&(B\supset C)/T\vee B) = P(A\&(B\supset C))$.

Da $P(A\&(B\supset C)) = \mathbf{P(A\&B\&C) + P(A\&ØB)}$ ist, gelangen wir nur dann zum selben Ergebnis, wenn $P(C/B) = 1$ ist.

Auch hier ist es leicht, Beispiele zu finden, die den zweiten Vorschlag bestätigen und gleichzeitig den ersten falsifizieren. Kurz bevor ein nicht-manipulierter Würfel geworfen wird, äußert jemand die Prognose:

(20) Es wird eine gerade Zahl fallen, und wenn eine Zahl fällt, die größer als Drei ist, wird es die Vier sein.

M.E. muß die Prognose als zutreffend gelten, wenn die Zwei oder die Vier geworfen wird, bei allen anderen Ausgängen dagegen als falsch. Stimmt diese Einschätzung, sollte Satz (20) daher unmittelbar nach seiner Äußerung eine Wahrscheinlichkeit von 1/3 erhalten. P sei zu diesem Zeitpunkt die Wfunktion einer Person, an die die Prognose adressiert ist; „g“, „>3“ und „4“ seien naheliegende Formalisierungen der Teilsätze von (20). Tatsächlich ist dann $P(g\&(>3\supset 4)) = P(g\&>3\&4) + P(g\&\neg>3) = 1/3$. McGees Theorie führt uns demgegenüber zu einem falschen Resultat, weil $P(g\&>3\&4) + P(g\&\neg>3)P(4/>3) = 2/9$ ist.[183]

Nun mag die Vermutung aufkommen, daß „A, und wenn B, dann C“ generell durch $A\&(B\supset C)$ formalisiert werden sollte. Aber auch bei diesem Verfahren ergeben sich in gewissen Fällen unplausible Wahrscheinlichkeitszuordnungen. - Der Maat meldet dem Kapitän:

(21) Die erste Kammer ist überflutet, und wenn auch die zweite überflutet ist, wird das Schiff bald sinken.

[183] Nebenbei bemerkt, zeigt dieses Beispiel, daß nach McGees Theorie $P(A\rightarrow(B\rightarrow C))$ nicht mit $P(B\rightarrow C/A)$ identisch sein muß. McGee zufolge ist $P(g\rightarrow(\neg 3\rightarrow 4)) = P(g\&>3\rightarrow 4) = P(4/g\&>3) = 1/2$, während $P(>3\rightarrow 4/g) = P((>3\rightarrow 4)\&g) \div P(g) = 2/9 \div 1/2 = 4/9$ ist. - Erinnern wir uns, daß McGee lediglich fordert:
(GT) $P(A\rightarrow C) = P(C/A)$, für alle *faktischen* Sätze A und C und alle Geefunktionen P.

Hier wäre es aus mindestens einem Grund unangemessen, in Analogie zum vorangehenden Beispiel anzunehmen, die Behauptung des Maats werde sich bewahrheiten, falls entweder beide Kammern überflutet sind und das Schiff alsbald sinkt oder aber nur die erste Kammer überflutet ist. Zumindest letztere Bedingung dürfte nicht ausreichend sein. Ist nur die erste Kammer überflutet, so kann Satz (21) wohl nur dann als wahr gelten, wenn *das Schiff sinken würde, falls auch die zweite Kammer überflutet worden wäre.* Wer eben dies für unwahrscheinlich hält, wird Satz (21) als unwahrscheinlich beurteilen, selbst wenn er glaubt, daß allein die erste Kammer überflutet wurde. Sind $K_1$, $K_2$ und S Abkürzungen der Teilsätze von (21), kann also $P(K_1\&(K_2\supset S)) = P(K_1\&K_2\&S) + P(K_1\&\neg K_2)$ hoch sein, obwohl für die Person, deren epistemische Situation durch P repräsentiert werden soll, (21) nur geringe Wahrscheinlichkeit besitzt. Es liegt deshalb nahe, die Wahrscheinlichkeit dieses Satzes mit $P(K_1\&K_2\&S) + P(K_1\&\neg K_2)P(S/K_1\&K_2)$ zu identifizieren.

Nun stellt sich die Frage, ob die Wahrscheinlichkeiten von Sätzen der Struktur „A, und wenn B, dann C" vielleicht generell mit $P(A\&B\&C) + P(A\&\neg B)P(C/A\&B)$ anzugeben sind. Gegen diese Vermutung spricht jedoch Beispiel (20), in dem es unangemessen wäre, den Summanden $P(A\&\neg B)$ durch einen Gewichtungsfaktor zu verkleinern. Wenn wir uns über unsere probabilistischen Intuitionen bezüglich dieses Beispiels irgendwie hinwegsetzen (was ich für falsch halte), um die Vermutung nicht aufgeben zu müssen, bleibt zu klären, wie Sätze der angegebenen Struktur formalisiert werden sollen. Zunächst scheint auf der Hand zu liegen, daß $A\&(B\rightarrow C)$ hier die richtige Formalisierung ist. Wir gelangen dann zu folgender Hypothese:

(H) $P(A\&(B\rightarrow C)) = P(A\&B\&C) + P(A\&\neg B)P(C/A\&B)$, falls $P(A\&B) > 0$; für beliebige Sätze A, B, C und Wfunktionen P.

Aus (H) folgt jedoch Stalnakers unheilvolle These (ST). Wenn nämlich A eine Tautologie ist, gilt nach (H): $P(B\rightarrow C) = P(B\&C) + P(\neg B)P(C/B) = P(B\&C)(1 + P(\neg B)/P(B)) = P(B\&C)/P(B)$, falls $P(B) > 0$; für beliebige B, C und P.

Es würde wenig nützen, (H) in (H') zu verwandeln, indem man fordert, daß B und C faktisch sind und P eine Geefunktion ist. Zwar könnte dann anstelle von (ST) nur McGees These (GT) abgeleitet werden, absurde Konsequenzen wären aber dennoch unvermeidlich. Dies läßt sich so begründen:

Im Fall $P(A\&B) > 0$ ist $P(A\&B\&C) + P(A\&\neg B)P(C/A\&B) =$

$P(A\&B\&C) \times [1 + P(A\&\neg B)/P(A\&B)] = P(C/A\&B)P(A)$.

Aus (H') würde daher für beliebige Geefunktionen P folgen: $P(B\rightarrow C/A) = P(C/A\&B)$, wann immer B und C faktisch sind und $P(A\&B) > 0$ ist. Hieraus ergäbe sich wegen (GT): Wann immer B und C faktisch sowie $P(B\&C)$ und $P(B\&\neg C)$ positiv sind, ist

$\mathbf{P(C/B)} = P(B\rightarrow C) = P(B\rightarrow C/C)P(C) + P(B\rightarrow C/\neg C)P(\neg C) =$

$P(C/B\&C)P(C) + P(C/B\&\neg C)P(\neg C) = \mathbf{P(C)}$. - Eine absurde Konsequenz.[184]

Will man trotzdem an der These festhalten, daß die Wahrscheinlichkeiten von Sätzen der Struktur „A, und wenn B, dann C" jeweils mit $P(A\&B\&C) + P(A\&\neg B)P(C/A\&B)$ übereinstimmen, so kommt man nicht umhin, solche Sätze anders als durch $A\&(B\rightarrow C)$ zu symbolisieren. - Eine Alternative, die für McGee attraktiv sein könnte, stellt die Formel $A\&(A\&B\rightarrow C)$ dar. Denn die Identität

$P(A\&(A\&B\rightarrow C)) = P(A\&B\&C) + P(A\&\neg B)P(C/A\&B)$

ist in seiner Theorie ja ableitbar.[185]

Die genannte These läßt sich also „ein Stück weit" verteidigen, indem man das Formalisierungsverfahren durch eine spezielle Regel verkompliziert. Im Hinblick auf Beispiel (20) bleibt sie dennoch unbefriedigend.

Das ernüchternde Fazit dieses Kapitels lautet: Allgemeine Gleichungen, die angeben, wie die Wahrscheinlichkeiten von Konjunktionen mit einem oder mehreren konditionalen Konjunkten anhand der Wahrscheinlichkeiten der *faktischen* Teilsätze berechenbar sind, und zugleich den probabilistischen Intuitionen kompetenter Sprecher gerecht werden, scheint es gar nicht zu geben.[186] McGees ehrgeiziges Projekt konnte daher nicht gelingen.

---

184 Vgl. Lewis' erstes Trivialitätstheorem.

185 Wir wissen, daß nach McGee $P(A\&(B\rightarrow C)) = P(A\&B\&C) + P(A\&\neg B)P(C/B)$ ist. Aus dieser Gleichung ergibt sich die obige, indem man B durch A&B ersetzt.

186 Ähnlich äußert sich Mark Lance; vgl. Lance (91), S 275.

## 3.24 Ein letzter Einwand

Zum Abschluß der Diskussion von McGees Theorie möchte ich einen Einwand vorstellen, der meines Wissens bisher noch nicht zur Debatte stand. - Angenommen, die Sätze A und B sind faktisch und für die Wfunktion P einer Person X gilt zu einem Zeitpunkt t:
$P(A) = P(B/A) = P(B/\neg A) = 0{,}5$. (Vgl. Abbildung 22.)

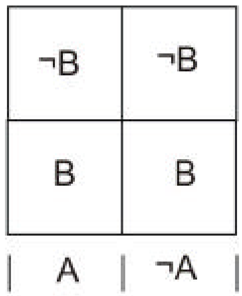


Abbildung 22

Ihre epistemische Situation bleibt unverändert, bis sie zu t' erfährt, daß $\neg A \vee B$ wahr ist. McGee zufolge sollte sie ihre Wfunktion daraufhin per Konditionalisierung revidieren. Wie mehrfach erwähnt, ergibt sich nach McGees Terminologie $P_A$ per Konditionalisierung aus P, gdw. für alle C $P_A(C) = P(A \rightarrow C)$ ist. In Anbetracht seiner Prinzipien (GT) und (ExIm) müßte McGee daher akzeptieren, daß für X's revidierte Wfunktion gilt:
$P_{\neg A \vee B}(A \rightarrow B) = P(\neg A \vee B \rightarrow (A \rightarrow B)) = P((\neg A \vee B) \& A \rightarrow B) = P(B \& A \rightarrow B) = P(B/B \& A) = 1.$
Die Wahrscheinlichkeit von $\neg(A \rightarrow B)$ läge dann zu t' bei 0. Dagegen ordnet X zum früheren Zeitpunkt t der Konjunktion $\neg A \& \neg(A \rightarrow B)$ (und somit auch $\neg(A \rightarrow B)$) eine positive Wahrscheinlichkeit zu, wie sich - wiederum im Einklang mit McGee - leicht zeigen läßt:
$P(\neg A \& \neg(A \rightarrow B)) = P[\neg(A \vee (A \rightarrow B))] = 1 - [P(A) + P(A \rightarrow B) - P(A \& (A \rightarrow B))]$
$= 1 - (0{,}5 + 0{,}5 - 0{,}25) = 0{,}25.$

Nun tritt jedoch ein Problem auf: Warum sollte X aufgrund der von ihr zu t' als sicher eingeschätzten Information $\neg A \vee B$ gezwungen sein, $\neg A \& \neg(A \rightarrow B)$ auszuschließen? $\neg A \vee B$ steht nicht im Widerspruch zu irgendeinem von X zu t für möglich gehaltenen $\neg A$-Fall, insbesondere nicht zu $\neg A \& \neg(A \rightarrow B)$. Es ist nicht einzusehen, inwiefern durch die Information mehr ausgeschlossen wird als $A \& \neg B$. - Anschaulich formuliert, „bewirkt" die Information, daß der obere linke Quadrant in Abbildung 22 getilgt wird. Von den beiden $\neg A$-Quadranten, die (laut obiger Berechnung) zusammengenommen zur Hälfte aus $\neg A\&\neg(A\rightarrow B)$-Bereichen bestehen, sollte hingegen nichts getilgt werden.

McGee gerät somit in große Erklärungsnot. Helfen kann ihm nur noch B.C.v.Fraassen. Dieser würde konstatieren, daß ein Problem zu bestehen scheint, nur wenn wir von „metaphysischem Realismus" geblendet sind. Im Zuge der durch die Information $\neg A\vee B$ ausgelösten epistemischen Revision verändert sich für X die Bedeutung des Operators „$\rightarrow$". Sie verändert sich so, daß $\neg A\&\neg(A\rightarrow B)$ zu t' die Wahrscheinlichkeit 0 erhält. Insofern „bewirkt" die Information eben doch gewisse Grenzverschiebungen innerhalb der $\neg A$-Quadranten. Die Größenverhältnisse der $\neg A$-Teilbereiche zueinander können nicht vollständig gewahrt bleiben.

Zu v.Fraassens Ablehnung der von ihm als „metaphysischer Realismus" bezeichneten Position ist bereits genug gesagt worden. Wenn nur v.Fraassen noch „helfen" kann, steht McGee erneut auf verlorenem Posten.

## 3.25 „$\rightarrow$" = „$\supset$" ?

Die These, daß die Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze stets mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten übereinstimmen, wurde bisher durch kein Gegenbeispiel widerlegt. Ihre naheliegendste formale Präzisierung, Stalnakers These (ST), scheiterte jedoch an Lewis' erstem Trivialitätstheorem. Einige Modifikationen von (ST) scheiterten an weiteren Trivialitätstheoremen. Die von van Fraassen und McGee vorgeschlagenen Thesen (FT) und (GT) ließen sich zwar nicht durch derartige Theoreme ad absurdum führen, scheiterten aber an den aufgezeigten Mängeln der Theorien, innerhalb deren sie erklärt werden. Unterdessen stieg der Kurs der von Adams' favorisierten These (AT). Adams' restriktive Syntax ist hinsichtlich der Anwendbarkeit seiner Theorie offenbar weniger nachteilig als von seinen Kritikern behauptet wurde.

Vermutlich wird sich der Leser fragen, welche Position *Lewis* in der durch seine Trivialitätstheoreme initiierten Debatte zum Thema „Wahrheitsbedingungen und Wahrscheinlichkeiten indikativischer Ksätze" einnimmt. Im Anhang des erstmals 1976 veröffentlichten Aufsatzes „Lewis (91a)“ zieht er seine eigene Theorie[187] zurück, referiert einige Grundgedanken der Theorie Frank Jacksons[188] und schließt sich dieser im wesentlichen an. Wie Lewis klar herausstellt, stimmt seine frühere Theorie mit derjenigen Jacksons in vielen wichtigen Punkten überein und ist ihr unterlegen, wo sie sich von ihr unterscheidet. Kommen wir daher ohne Umwege zu Jackson.

Dieser analysiert indikativische Ksätze hinsichtlich ihrer Wahrheitsbedingungen als ***m***ateriale ***I***mplikationen, vertritt also die These

(MI) Ein indikativischer Ksatz „Wenn A, dann C“ ist wahr, gdw. A falsch oder C wahr ist.

Natürlich weiß Jackson, daß (MI) mit den Urteilen kompetenter Sprecher im Konflikt steht. Er führt folgendes Beispiel an:[189] Jemand liest, daß Charles I 1649 hingerichtet wurde, und sieht keinen Grund, die Richtigkeit dieser Angabe anzuzweifeln. Gemäß (MI) hätte er dann gleich *zwei* hinreichende Gründe, den Satz „[I]f the book has the date wrong, then Charles I was executed in 1649“ für wahr zu halten: Die Falschheit des Antecedens *und* die Wahrheit des Konsequens. Tatsächlich wird er diesen Satz aber als falsch beurteilen. Mit den Einschätzungen kompetenter Sprecher im Einklang stehe dagegen eine These, der Jackson die Bezeichnung „(Adams)“ gibt:

(Adams) $B(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$.

„B“ ist eine Funktion, die angibt, in welchem Grad ein beliebiger Satz für eine bestimmte Person *behauptbar* (*assertible*) ist. Leider wird der Begriff der Behauptbarkeit von Jackson an keiner Stelle definiert. Seine Ausführungen darüber, was mit ihm *nicht* gemeint ist, nehmen dagegen breiten Raum ein. Behauptbarkeit ist *nicht* mit Wahrscheinlichkeit gleichzusetzen, auch wenn der Grad der einen Eigenschaft häufig mit dem der anderen übereinstimmt. Ein Satz kann für eine Person (in hohem Maße) behauptbar sein, obwohl es *nicht* klug, angemessen oder höflich ist, ihn zu behaupten. Was Jackson unter Behauptbarkeit versteht, wird mehr durch seine Verwendung als durch seine Versuche einer Erklärung dieses Begriffs deutlich. Folgende Definition dürfte Jacksons Sprachgebrauch in etwa gerecht werden:

[187] A.a.O. S. 86 - 89.
[188] Vgl. Jackson (79) und (87).
[189] Vgl. Jackson (87), S. 5.

Ein Satz ist für eine Person zu einem Zeitpunkt t behauptbar, gdw. sie zu t glaubt, daß sie durch eine Äußerung dieses Satzes nichts mitteilen würde, was den Adressaten, sofern er sie für aufrichtig hält, zu einer falschen Überzeugung verleiten könnte.

Die Behauptbarkeit eines Satzes kann für eine Person niemals größer sein als seine Wahrscheinlichkeit. In gewissen Fällen ist sie jedoch geringer. Nach Jacksons Darstellung trifft dies zu, wenn eine Person einen Satz als wahrscheinlich einschätzt, der etwas aus ihrer Sicht Unzutreffendes *konventionell impliziert*. Betrachten wir hierzu Jacksons Beispiel

(22) She is poor but honest.[190]

Es besteht meines Wissens Konsens darüber, daß dieser Satz dieselben Wahrheitsbedingungen hat wie

(23) She is poor *and* honest.

Wer glaubt, daß die durch „she" bezeichnete Person sowohl arm als auch ehrlich ist, muß daher *beide* Sätze für wahrscheinlich halten. Anders als (23) dürfte (22) jedoch nicht oder nur in geringem Maße für ihn behauptbar sein, da durch eine Äußerung von (22) die offenkundig unsinnige These unterstellt würde, Arme seien im Allgemeinen unehrlich.

Eine Erklärung der Bedeutung von „but" muß Jackson zufolge zwei Regeln enthalten.[191] Die erste besagt, daß eine durch „but" gebildete Konjunktion genau dann wahr ist, wenn die durch dieses Wort verknüpften Teilsätze beide wahr sind. Insoweit besteht kein Unterschied zur Bedeutung von „und". Eine zweite Regel kommt jedoch hinzu: Durch „but" wird signalisiert, daß zwischen den durch die beiden Konjunkte ausgedrückten Sachverhalten irgendein Gegensatz besteht. - Ein Gegensatz wird *signalisiert*, nicht aber *behauptet*; er wird impliziert, nicht aber *logisch-analytisch*, sondern *konventionell*. Impliziert ein Satz *logisch-analytisch* etwas Falsches, muß er falsch sein. Wird hingegen nur *konventionell* etwas Falsches impliziert, kann er, wie Jacksons Beispiel zeigt, wahr sein.

Bereits in Kap.2.7 wurde erwähnt[192], daß konventionelle Implikationen auch durch Partikeln und Adverbien wie „selbst", „sogar", „trotzdem" u.v.a. ausgelöst werden können. Der dort angegebene Beispielsatz „Selbst Brasilien hatte sich für die Fußball-WM 98 qualifiziert" ist wahr, jedoch von geringer Behauptbarkeit, da er etwas Falsches konventionell impliziert.

[190] A.a.O. S. 93.
[191] A.a.O. S. 36.
[192] Vgl. S. 69 - 72.

Das Beispiel (22) wurde hinzugefügt, weil Jackson, wie wir sehen werden, einige seiner wichtigsten Thesen unter anderem durch einen Vergleich der Konjunktionen „but“ und „if“ plausibel zu machen versucht.

Konventionelle ist von *konversationeller* Implikation zu unterscheiden. Nach H.P. Grice[193] darf der Adressat eines assertorischen Sprechaktes normalerweise annehmen, daß der Sprecher gewisse Konversationsmaximen nicht verletzt. Zu diesen Maximen gehören beispielsweise die folgenden: Sei so informativ, wie es das Gespräch verlangt; behaupte nichts, was du für falsch hältst oder wofür du keine hinreichenden Gründe hast; sage nur Relevantes.

Häufig kann die Annahme, daß der Sprecher diese Maximen beachtet, verwendet werden, um aus seiner Äußerung wichtige Schlußfolgerungen zu ziehen, die nur partiell durch die Bedeutung des geäußerten Satzes gedeckt sind. Angenommen, X behauptet, einige Delegierte hätten mit „Nein“ gestimmt. Der Adressat Y hält dies für glaubhaft und nimmt an, daß X den Grundsatz beachtet hat, so informativ zu sein, wie es das Gespräch verlangt. Er kommt zu dem Schluß, daß nicht die meisten oder gar alle Delegierten mit „Nein“ gestimmt haben. Denn andernfalls hätte X, der die Parteiversammlung genau beobachtet hat, durch seine Mitteilung den genannten Grundsatz verletzt. Dies schließt Y jedoch aus. Indem man dem jeweiligen Adressaten eine analoge Modus-tollens-Argumentation unterstellt, läßt sich zeigen, daß jede Behauptung konversationell impliziert, der Sprecher halte sie für wahr. - Abschließend ein von H. Posner stammendes Beispiel zur dritten der angegebenen Konversationsmaximen:[194]

Ein Kapitän und sein Maat verstehen sich nicht gut. Der Maat ist ein schwerer Säufer, und der Kapitän versucht, ihn so rasch wie möglich loszuwerden. Als der Maat wieder einmal sternhagelvoll ist, schreibt der Kapitän in das Logbuch:
*Heute, 23. März, der Maat ist betrunken.*
Während seiner nächsten Wache liest der Maat diese Eintragung. Er überlegt, was er dagegen tun kann, ohne sich selbst in Schwierigkeiten zu bringen. Er macht folgende Eintragung in das Logbuch:
*Heute, 26. März, der Kapitän ist nicht betrunken.*

Die Eintragung des Maats impliziert konversationell, daß die Nüchternheit des Kapitäns einem besonderen Vorkommnis gleichkommt. Wenn der Kapitän fast immer nüchtern wäre, hätte der Maat gegen die Maxime der Relevanz verstoßen.

Anders als konventionelle müssen konversationelle Implikationen argumentativ rekonstruiert werden, da sie sich nicht allein aus der Bedeutung des geäußerten Satzes ergeben. Deshalb

[193] Vgl. Grice (91).
[194] Das Beispiel wird hier zitiert nach Grewendorf, Hamm, Sternefeld (89), S. 411.

werden Sätze von *Sätzen konventionell* und von *Äußerungen* (genauer: lautlichen oder schriftlichen Realisierungen von Sätzen) in konkreten *Kontexten konversationell* impliziert.

Ein hinreichendes Erkennungsmerkmal konversationeller Implikationen ist deren *Aufhebbarkeit*. In vielen Kontexten würde eine Äußerung des Satzes „Hans besitzt drei Kühe“ konversationell implizieren, daß Hans *genau* drei Kühe besitzt, nicht aber in solchen, in denen der Sprecher hinzufügt: „Vielleicht sogar mehr.“ Dabei gilt das Kriterium der Aufhebbarkeit nur dann als erfüllt, wenn (wie in unserem Beispiel) eine die Implikation aufhebende Bemerkung angefügt werden kann, durch die der Sprecher sich nicht in einen logischen oder pragmatischen[195] Widerspruch verwickelt.

Seine Abgrenzung von logischer und konversationeller Implikation mag zur Erläuterung des in der Pragmalinguistik recht einheitlich verwendeten Begriffs der konventionellen Implikation genügen. - Wie bereits festgestellt, ist Jackson zufolge die Wahrscheinlichkeit einer „Aber-Konjunktion“ deutlich höher als ihre Behauptbarkeit, wenn die betreffende Person für wahrscheinlich hält, daß beide Konjunkte wahr sind, nicht aber, daß der konventionell implizierte Kontrast besteht. Für Aber-Konjunktionen gelten nach Jackson eine allgemeine und eine spezielle Behauptbarkeitsbedingung. Erstere besagt, daß ein Aussagesatz nur dann für eine Person behauptbar sein kann, wenn er für sie wahrscheinlich ist; letztere verlangt, daß auch der implizierte Kontrast wahrscheinlich ist. Der Bedeutungsunterschied zwischen „und“ und „aber“ liegt Jackson zufolge im Fehlen einer *speziellen* Behauptbarkeitsbedingung für Und-Konjunktionen.[196] Interessant ist nun seine These, daß „und“ sich zu „aber“ so verhält wie „oder“ im Falle indikativischer Ksätze zu „wenn-dann“. Um diesen Vergleich zu rechtfertigen, muß er die Frage beantworten, was durch indikativische Ksätze konventionell impliziert wird. Die Antwort sollte zugleich aufzeigen, wie sich seine Thesen (MI) und (Adams) miteinander vereinbaren lassen. Daß die Behauptbarkeit von „Wenn A, dann C“ mit der zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeit einhergeht und nicht, wie (MI) erwarten läßt, mit der von „Non-A oder C“, sollte uns verständlich werden, wenn wir erfahren, was durch „Wenn A, dann C“ konventionell impliziert wird. Falls nämlich der Vergleich mit der Aber-Verknüpfung stimmt, werden Unterschiede zwischen Behauptbarkeit und Wahrscheinlichkeit auch hier durch

---

[195] Eine Behauptung des Satzes „Es regnet“ impliziert konversationell, daß der Sprecher glaubt, es regnet. Der Versuch, diese Implikation aufzuheben, endet jedoch in einem pragmatischen Widerspruch wie z.B. „Es regnet, aber ich glaube nicht, daß es regnet“. Aufhebbarkeit wird daher zu Unrecht vielerorts (etwa in Grewendorf, Hamm, Sternefeld (89)) als *notwendiges* Merkmal konversationeller Implikationen dargestellt.
[196] Vgl. Jackson (87), S. 37.

konventionelle Implikationen hervorgerufen. - Die schrittweise Präsentation und Erläuterung von Jacksons Antwort wird uns mit den entscheidenden Ideen seiner Theorie vertraut machen.

Ein indikativischer Ksatz „Wenn A, dann C“ impliziert konventionell, daß $A \supset C$ *robust* ist in Bezug auf das Antecedens A und die Wfunktion des jeweiligen Sprechers.[197] Dabei sei ein Satz A robust in Bezug auf einen Satz B und eine Wfunktion P, gdw. P(A) und P(A/B) sich allenfalls geringfügig unterscheiden und beide hoch sind.[198] - Wer „Wenn A, dann C“ äußert, signalisiert demnach, daß für ihn sowohl $P(A \supset C)$ als auch $P(A \supset C/A)$ hoch ist.

*Behauptbar*[199] ist „Wenn A, dann C“ für eine Person X nur dann, wenn neben der allgemeinen Behauptbarkeitsbedingung, die wegen (MI) verlangt, daß X $A \supset C$ für wahrscheinlich hält, auch eine spezielle erfüllt ist: $A \supset C$ muß robust sein in Bezug auf A und die Wfunktion von X. Allein im Fehlen einer speziellen Behauptbarkeitsbedingung liegt (nach Jackson, versteht sich) der Bedeutungsunterschied zwischen „Wenn A, dann C“ und „Non-A oder C“.[200] Die Wahrheitsbedingungen dieser Sätze sind hingegen gleich (siehe (MI)).

Die Analogie der Verhältnisse zwischen „und“ und „aber“ bzw. „oder“ und „wenn-dann“ wird jedoch dadurch gestört, daß, anders als bei Aber-Konjunktionen, im Falle indikativischer Ksätze die allgemeine Behauptbarkeitsbedingung von der speziellen impliziert wird. Wenn $A \supset C$ in Bezug auf A und P robust ist, ist $P(A \supset C)$ hoch. Vereinfachend läßt sich daher definieren: „Wenn A, dann C“ ist für eine Person behauptbar, gdw. $A \supset C$ robust ist in Bezug auf A und ihre Wfunktion P.[201]

Das Definiens ist äquivalent damit, daß $P(A \supset C/A)$ hoch ist. Denn $P(A \supset C/A)$ $(= P((A \supset C)\&A)/P(A))$ stimmt mit P(C/A) überein, und letzterer Wert kann, wie wir wissen, nicht größer sein als $P(A \supset C)$. (Zur Wiederholung: $P(A \supset C)$ ist identisch mit $P(A\&C) + P(\neg A)$,

---

197 A.a.O. S. 30.

198 A.a.O. S. 22.

199 Wie bei der Einführung des Begriffs der Behauptbarkeit schon angedeutet wurde, gilt in Analogie zu dem der Wahrscheinlichkeit folgende Sprachkonvention: Ein Satz ist für eine Person behauptbar, gdw. er für sie *in hohem Maße* behauptbar ist.

200 A.a.O. S. 37.

201 Unnötigerweise schleppt Jackson die allgemeine Bedingung dennoch mit; vgl. etwa Jackson (87), S. 28. - Wie läßt sich die obige Definition in Einklang bringen mit der von mir vorgeschlagenen Präzisierung von Jacksons allgemeinem Behauptbarkeitsbegriff? - Angenommen, ein Sprecher X äußert „Wenn A, dann C“ und $A \supset C$ ist *nicht* robust in Bezug auf A und seine Wfunktion P. X weiß dann, daß er seinen Adressaten Y zu einer falschen Überzeugung bringt, sofern dieser ihn für aufrichtig hält. Denn durch seine Äußerung signalisiert er Y, daß $A \supset C$ hinsichtlich A und P robust ist, obwohl er als „Kenner“ seiner eigenen Wfunktion weiß, daß dies nicht der Fall ist.

P(C/A) hingegen mit $P(A\&C) + P(\neg A)P(C/A)$. Daher stimmt P(C/A) mit $P(A\supset C)$ überein, wenn $P(C/A) = 1$ oder $P(\neg A) = 0$ ist, und ist andernfalls kleiner als $P(A\supset C)$ oder undefiniert.) Wenn also bereits $P(A\supset C/A)$ hoch ist, gilt dies erst recht für $P(A\supset C)$. Außerdem können beide Werte sich dann nur geringfügig unterscheiden. Es bietet sich somit an, die obige Definition nochmals zu vereinfachen: „Wenn A, dann C" ist für eine Person behauptbar, gdw. für ihre Wfunktion P gilt: P(C/A) (= $P(A\supset C/A)$) ist hoch.

Dies wiederum läßt sich im Einklang mit Jackson auf naheliegende Weise verallgemeinern: Der Grad, in dem „Wenn A, dann C" relativ zu einer Wfunktion P behauptbar ist, entspricht dem Quotienten P(C/A), sofern dieser definiert ist.

Nichts anderes besagt Jacksons These

(Adams) $B(A\rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$.

Jackson gelangt zu einer kürzeren Formulierung, weil er indikativische Ksätze auf übliche Weise formalisiert und Behauptbarkeitsfunktionen einführt, deren P-Relativität er ignoriert. Meines Wissens weist er an keiner Stelle darauf hin, daß diese Funktionen nicht die formalen Eigenschaften von Wfunktionen besitzen dürfen, da seine Theorie sonst an Lewis' Trivialitätstheoremen scheitert. Ich werde auf diesen wichtigen Punkt zurückkommen. Zunächst sei festgehalten, was Jackson mithilfe seiner These, indikativische Ksätze implizierten konventionell Robustheit bezüglich des Antecedens[202], erreicht zu haben glaubt. Wir haben gesehen, wie er sie in Kombination mit (MI) verwendet, um zu erklären, warum die Behauptbarkeit von „Wenn A, dann C" mit der zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeit einhergeht und nicht mit der Wahrscheinlichkeit der Wahrheit dieses Satzes, die gemäß (MI) mit der der Disjunktion „Non-A oder C" gleichzusetzen ist. Jackson glaubt, auf die geschilderte Weise die Aufgabe, *die (Adams)-These zu erklären*, gelöst zu haben, eine Aufgabe, die er als „prime task of any theory of indicative conditionals" betrachtet.[203] Sein Ziel war also nicht nur, aufzuzeigen, wie sich (Adams) mit (MI) vereinbaren läßt.

Der hohe Erklärungswert der These, daß „Wenn A, dann C" konventionell die Robustheit von $A\supset C$ bezüglich A impliziert, ist noch kein hinreichender Grund, sie zu akzeptieren. Wie begründet Jackson seine zentrale These? - Häufig ist es für uns interessant oder nützlich, zu erfahren,

[202] Der Einfachheit halber werde auch ich den Hinweis auf die zugehörige Wfunktion von nun an gelegentlich weglassen.
[203] A.a.O. S. 31.

ob ein bestimmter indikativischer Ksatz wahr ist.[204] Um dies zu verstehen, muß man sich vergegenwärtigen, welche Rolle indikativische Ksätze in alltäglichen Modus-ponens-Schlüssen spielen. Angenommen, jemand möchte wissen, ob ein Satz C wahr ist. Nun erfährt er, daß A zutrifft. Sofern er bereits weiß, daß „Wenn A, dann C“ wahr ist, kann er seine neue Information verwenden, um via Modus ponens zu der Erkenntnis zu gelangen, daß C wahr ist. Sofern er dies *nicht* weiß, bleibt er hinsichtlich C nach wie vor im Ungewissen. Die wahr-oder-falsch-Frage ist in Bezug auf indikativische Ksätze vor allem deshalb für uns interessant, weil wir dann und nur dann sicher sein dürfen, aufgrund zutreffender Informationen via Modus ponens zu neuen *Erkenntnissen* (statt Fehlurteilen) zu gelangen, wenn die hierbei als Prämissen verwendeten Ksätze wahr sind.

Eine elementare Voraussetzung dafür, daß indikativische Ksätze die beschriebene Funktion in Modus-ponens-Schlüssen zufriedenstellend erfüllen können, lautet: „Wenn A, dann C“ ist falsch, wenn A wahr und C falsch ist. Ohne diese Voraussetzung wäre nicht ausgeschlossen, daß die Prämissen eines Modus-ponens-Schlusses wahr sind, während seine Konklusion falsch ist. Sie allein genügt jedoch nicht. Angenommen, (MI) ist alles, was zur Semantik indikativischer Ksätze gesagt werden muß. Die elementare Voraussetzung ist dann erfüllt. Ferner sei angenommen, eine Person X hält $A \supset C$ und somit auch „Wenn A, dann C“ für sehr wahrscheinlich. Nun erfährt sie, daß A wahr ist. Gibt ihr diese Information, selbst wenn sie von ihr nicht im geringsten angezweifelt wird, hinreichend Grund, C für wahrscheinlich zu halten? - Oberflächlich betrachtet lautet die Antwort: ja. Aus $A \supset C$ und A folgt logisch C. Daher muß, wenn A sicher ist, C mindestens ebenso wahrscheinlich sein wie $A \supset C$, und bereits diesem Satz kommt laut Annahme hohe Wahrscheinlichkeit zu. - Bei dieser Überlegung wird jedoch folgendes übersehen: Der Situationsbeschreibung ist zu entnehmen, daß X $A \supset C$ für wahrscheinlich hält, *bevor* sie die Information A bekommen hat. Sie ist *nach* deren Erhalt zu der Schlußfolgerung berechtigt, daß C (wahrscheinlich) wahr ist, wenn ihr die Konjunktion $A \& (A \supset C)$ dann zutreffend erscheint, nicht aber, wenn ihre frühere Einschätzung hinsichtlich $A \supset C$ durch die Information untergraben wird. Dies würde geschehen, wenn X $A \supset C$ nur deshalb als wahrscheinlich ansah, weil sie A für falsch hielt. Angenommen, ihre frühere Wfunktion heißt P. $P(\neg A)$ sei hoch, $P(A \supset C/A)$ (= $P(C/A)$) hingegen gering (vgl. Abbildung 23).

[204] Vgl. für das Folgende S. 29.

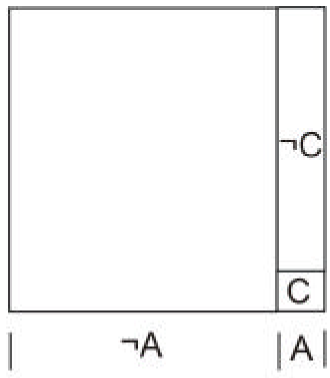


Abbildung 23

Weil X nun zu der Überzeugung kommt, daß A wahr ist, muß P revidiert werden. Ihre neue Wfunktion P' ordnet, anders als P, A⊃C einen geringen Wert zu, da P'(A⊃C) = P(A⊃C/A) ist. Die Prämisse A⊃C steht X somit nicht mehr zur Verfügung, um den Schluß zu ziehen, daß (wahrscheinlich) C wahr ist.

Ein indikativischer Ksatz, der seine hohe Wahrscheinlichkeit verliert, wenn das Antecedens sich als wahr erweist, ist einem Werkzeug vergleichbar, das genau dann entzweigeht, wenn es gebraucht wird. Um gegebenenfalls seinen Zweck als Prämisse eines Modus-ponens-Schlusses erfüllen zu können, benötigt ein solcher Ksatz, was Lloyd Humberstone „built-in immunity to this kind of inferential impotence" nennt.[205] Seine Wahrscheinlichkeit darf nicht sinken, falls die des Antecedens steigt. Diese Forderung ist für einen Ksatz „Wenn A, dann C" relativ zur Wfunktion P eines potentiellen Sprechers nur dann erfüllt, wenn A⊃C robust ist hinsichtlich A und P.

Nehmen wir an, X möchte wissen, ob C wahr ist, hält für möglich, daß A sich als wahr herausstellt, und glaubt, daß Y beurteilen kann, ob es, wenn dies geschieht, gerechtfertigt sein wird, die Prämisse A⊃C zu verwenden, um auf C zu schließen. Unter diesen Voraussetzungen, die in vielen Situationen erfüllt sind, wäre für X interessant, ob A⊃C robust ist hinsichtlich A und Y's Wfunktion P. Und in vielen Situationen würde Y (sofern er über diese Terminologie verfügte) nicht zögern, seinem Gegenüber mitzuteilen, ob dies der Fall ist. Aus Gründen der sprachlichen Ökonomie kann eine solche Mitteilung schlecht durch die Worte erfolgen: „*Non-A oder C* ist robust hinsichtlich A und meiner Wfunktion P." Außerdem würde den Mitgliedern der Sprachgemeinschaft zu viel sprachtheoretisches Wissen abverlangt. Daher wird eine

[205] Vgl. Humberstone (91), S. 228.

*Konvention* benötigt, die festlegt, daß durch gewisse sprachliche Mittel signalisiert wird, daß gewisse Disjunktionen in der genannten Hinsicht robust sind. Aber eine solche Konvention ist bereits in Kraft. Sie besagt, wie ihr Entdecker Frank Jackson uns belehrt, daß *indikativische Ksätze* Robustheit bezüglich des Antecedens und der Wfunktion des Sprechers signalisieren. Jackson: „The wonder would be if we did not have such a construction in the language."[206]

Warum aber meint Jackson, Robustheit werde nur *konventionell* und nicht *logisch* impliziert? - Er begründet seine Auffassung anhand eines überzeugenden Beispiels, das ich zum Abschluß meiner Rekonstruktion der Grundzüge seiner Theorie kurz vorstelle: Ein Tenniszuschauer hält für wahrscheinlich, daß in den nächsten Minuten Regen einsetzen und das Spiel unterbrochen werden wird. In der Absicht, seinen Nachbarn irrezuführen, behauptet er jedoch: „Das Spiel wird fortgesetzt, wenn es regnet." Kurz darauf beginnt es zu regnen, und das Spiel wird zur allgemeinen Überraschung fortgesetzt. Offensichtlich hat die unaufrichtige Aussage des Sprechers sich dann als zutreffend erwiesen. Daß die Robustheitsbedingung verletzt wurde, ändert hieran nichts.

Jacksons Arbeiten (79) und (87), deren wichtigste Ideen wir nun kennen, sind inzwischen zu Klassikern avanciert und haben zahlreiche Autoren zu kritischen Kommentaren angeregt. Der meines Wissens einzige Anhänger Jacksons ist David Lewis. Die wichtigsten der von den Kritikern ins Feld geführten Einwände hat Jackson bereits selbst vorgetragen, jedoch, wie mir scheint, meist wenig überzeugend zurückgewiesen.

Er gibt zu, daß „If Carter weighs 100 kilograms, then he weighs an odd number of kilograms" gemäß seiner Theorie aufgrund des falschen Antecedens wahr ist, obwohl „any speaker of English not blinded by hook" diesen Satz als falsch beurteilen würde.[207] Ferner räumt Jackson ein, daß kompetente Sprecher indikativische Ksätze nicht nur dann für unwahrscheinlich halten, wenn sie die Konjunktion aus Antecedens und negiertem Konsequens als wahrscheinlich einschätzen. „Even anti-Warrenites dissent from 'If Oswald killed Kennedy, then the Warren Comission got the killers's identity wrong'"[208]- und dies, obwohl das Antecedens aus der Sicht eines „Anti-Warrenite" höchst unwahrscheinlich, die dem Satz entsprechende materiale Implikation also höchst wahrscheinlich ist. - Generell gesagt: Eine sprachkompetente und

[206] Vgl. Jackson (87), S. 30.
[207] A.a.O. S. 39 f. - „Hook" ist die übliche englische Bezeichnung für das Hufeisen „⊃".
[208] A.a.O. S. 33.

aufrichtige Person, für die $P(\neg A)$ hoch und $P(C/A)$ gering ist, würde „Wenn A, dann C" bestreiten - ungeachtet dessen, daß $P(A \supset C)$ hoch ist.

Jackson versucht, diesen Einwand zu entkräften, indem er für die These argumentiert, daß aufrichtige Sprecher Behauptungen gelegentlich bestreiten, selbst wenn sie diese genaugenommen gar nicht für falsch halten.[209] Angenommen, jemand behauptet: „Ich glaube, daß es morgen regnen wird." Sein Adressat könnte dies bestreiten, weil er den Sprecher als unaufrichtig einschätzt. Er könnte die Behauptung aber auch deshalb zurückweisen, weil er glaubt, daß es regnen wird. Er will dann nicht bestreiten, was der Sprecher *wörtlich genommen* behauptet hat, nicht also, *daß dieser glaubt*, es werde regnen. In Analogie hierzu ist es möglich, „Wenn A, dann C" aufrichtig zu negieren, auch wenn man diesen Satz genaugenommen gar nicht für falsch hält, der Konjunktion „A und non-C" also keine hohe Wahrscheinlichkeit beimißt. Der Sprecher der Negation will in solchen Fällen lediglich signalisieren, daß für ihn $P(C/A)$ und somit die Behauptbarkeit des Ksatzes gering ist.

Mir scheint, daß Jacksons Analogie nur eine entfernte Verwandtschaft der verglichenen Fälle zugrunde liegt. - Richtig ist soviel: Wenn X äußert „Ich glaube, es wird morgen regnen", kann Y aufrichtig und kommunikativ angemessen erwidern „Nein, es wird trocken bleiben", ohne in Zweifel zu ziehen, *daß X glaubt*, es werde regnen. Y nimmt dann bei seiner Erwiderung an, daß X primär eine Aussage über das Wetter und nicht über seine epistemische Situation machen will. Die einleitenden Worte „Ich glaube" sind nach dieser naheliegenden Deutung nicht mehr als ein Unterton leichter Unsicherheit.

Wenn Y jedoch gefragt wird, ob X glaubt, es werde morgen regnen, so kann ersterer dies nur dann aufrichtig verneinen, wenn er Xs Behauptung „Ich glaube, es wird morgen regnen" im wörtlichen Sinne für falsch hält. - Versuchen wir nun, die Analogie herzustellen: Läßt sich die Frage, ob „If Carter weighs 100 kilograms, then he weighs an odd number of kilograms" zutrifft, nur dann aufrichtig verneinen, wenn man das Antecedens für wahr und das Konsequens für falsch hält? Nach Jackson ist der Ksatz im wörtlichen Sine wahr, weil sein Antecedens falsch ist. Zudem ist die Falschheit desselben ein allgemein bekanntes Faktum. Dennoch wird jeder kompetente Sprecher die obige Frage verneinen, sofern er sie aufrichtig beantwortet.

[209] A.a.O. S. 34.

Ob jemand den „Regensatz“ *im wörtlichen Sinne* bestreitet, kann dessen Sprecher leicht herausfinden, indem er zurückfragt: Bezweifelst du, daß ich gla ube, es wird morgen regnen? Im Falle des „Cartersatzes“ ist es hingegen nicht möglich, den Adressaten durch eine entsprechende Rückfrage auf eine alternative, wörtliche Interpretation aufmerksam zu machen. Jacksons vermeintliche Analogie verfehlt somit das Ziel, den von ihm behaupteten Sachverhalt, daß kompetente Sprecher gelegentlich „Wenn A, dann C“ ohne Täuschungsabsicht (oder Ironie) bestreiten, obwohl sie für wahrscheinlich halten, was wörtlich genommen hierdurch ausgesagt wird, unter ein auch bei anderen Satztypen zu beobachtendes und dort kaum verwunderliches Phänomen zu subsumieren.

Interessanter, aber auch komplizierter ist ein anderer Versuch Jacksons, den geschilderten Einwand zu entkräften:[210] „Wenn A, dann C“ muß für X jederzeit mindestens so wahrscheinlich wie behauptbar sein. Meist übertrifft die Wahrscheinlichkeit der Wahrheit eines indikativischen Ksatzes sogar den Grad seiner Behauptbarkeit. Wenn aufrichtige und kompetente Sprecher in solchen Fällen darüber urteilen, für wie wahrscheinlich sie den jeweiligen Ksatz halten, so orientieren sich ihre Einschätzungen stets an dessen Behauptbarkeit. Die Sprecher verwechseln dann die „eigentlichen“ Wahrscheinlichkeiten mit Behauptbarkeitsgraden. Die Ursache dieser Verwechslung bezeic hnet Jackson als „linguistic illusion“ und „convenient fiction“. Kompetente Sprecher reden, als ob die Wahrheitsbedingungen indikativischer Ksätze so festgelegt werden könnten, daß die Wahrscheinlichkeit der Wahrheit eines solchen Satzes stets mit der zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeit übereinstimmt. Lewis’ Trivialitätstheoreme zeigen jedoch, daß eine derartige Festlegung nicht möglich ist. Es gibt keinen zweistelligen Satzoperator „$\rightarrow$“ mit der Eigenschaft, daß für beliebige Sätze A, C und Wfunktionen P gilt: $P(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$. Gäbe es ihn, so würden Wahrscheinlichkeit der Wahrheit und Behauptbarkeit bei indikativischen Ksätzen niemals divergieren und Jackson würde nicht länger die Ansicht vertreten, daß seine Beispielsätze über Carter und Kennedy („If Oswald killed Kennedy, then the Warren Comission got the killer’s identitiy wrong.“) wahr sind.

Hat man sich erst mitilfe der Trivialitätstheoreme von der Illusion eines solchen Satzoperators befreit, dann erscheine es nicht mehr grundsätzlich inakzeptabel, die Wahrheitsbedingungen indikativischer Ksätze so festzulegen, daß Wahrscheinlichkeit der Wahrheit und bedingte

[210] A.a.O. S. 38 - 40.

Wahrscheinlichkeit (bzw. Behauptbarkeit) voneinander abweichen können. Allerdings sei eine derartige Festlegung nur plausibel, wenn auch erklärt werden kann, warum die beiden Werte in gewissen Fällen verschieden sind. Die semantische These (MI) mache eine solche Erklärung erforderlich, und Jackson glaubt, sie gefunden zu haben: Indikativische Ksätze implizieren konventionell Robustheit bezüglich des Antecedens und der Wfunktion des jeweiligen Sprechers. Häufig ist A⊃C (und somit „eigentlich" auch „Wenn A, dann C") für eine Person wahrscheinlich, nicht aber robust bezüglich A und deren Wfunktion P. In Fällen dieser Art ist $P(A \supset C) > P(A \supset C/A) = P(C/A)$ und „Wenn A, dann C" weniger behauptbar als wahrscheinlich.

Problematisch bleibt (MI) dennoch. Die Wahrheitsbedingungen eines indikativischen Ksatzes „Wenn A, dann C" sollten so festgelegt sein, daß sprachkompetente Personen ihn im selben Maße für wahrscheinlich halten, in dem sie glauben, daß seine Wahrheitsbedingungen erfüllt sind. Wenn dieses Ideal unerreichbar ist, sollten Logiker vielleicht besser darauf verzichten, indikativischen Ksätzen Wahrheitswerte zuzuschreiben. Zumindest muß, wer es derart weit verfehlt wie Jackson, begründen, weshalb ein solcher Verzicht nicht vorteilhafter wäre. Warum Wahrheitsbedingungen erfinden, die nicht unser implizites sprachliches Wissen zum Ausdruck bringen? - David Lewis (der sich, wie erwähnt, Jacksons Position angeschlossen hat) legt folgende Begründung vor:[211]

I have no conclusive objection to the hypothesis that indicative conditionals are non-truth-valued sentences, governed by a special rule of assertability[212] that does not involve their non-existent probabilites of truth. I have an inconclusive objection, however: the hypothesis requires too much of a fresh start. It burdens us with too much work still to be done, and wastes too much that has been done already. So far, we have nothing but a rule of assertability for conditionals with truth-valued antecedents and consequents. But what about compound sentences that have such conditionals as constituents? We think we know how the truth conditions for compound sentences of various kinds are determined by the truth conditions of constituent subsentences, but this knowledge would be useless if any of those subsentences lacked truth conditions. Either we need new semantic rules for many familiar connectives and operators when applied to indicative conditionals - perhaps rules of truth, perhaps special rules of assertability like the rule for conditionals themselves - or else we need to explain away all seeming examples of compound sentences with conditional constituents.

Diese Begründung führt jedoch nur zu einer Ausweitung des Problems. Was spricht dafür, die Wahrheitswerte von Sätzen der Strukturen „Wenn A, dann (wenn B, dann C)" oder

[211] Vgl. Lewis (91a), S. 85.

[212] Gemeint ist die Regel, daß Behauptbarkeit bei indikativischen Ksätzen mit bedingter Wahrscheinlichkeit einhergeht.

„A, und wenn B, dann C“ stets, wie Lewis offenbar vorschlägt[213], mit denen von $A \supset (B \supset C)$ bzw. $A \& (B \supset C)$ zu identifizieren? Die Urteile sprachkompetenter Personen sprechen klar dagegen. Ferner stellt sich die Frage, wie die Behauptbarkeitsgrade solcher komplexen Sätze von denjenigen ihrer Teilsätze abhängen. Die von Lewis erwähnte „rule of assertability“ betrifft ja nur *einfache* Ksätze. Und was Lewis unter der *Wahrscheinlichkeit* eines Satzes wie „Die erste Kammer ist überflutet, und wenn auch die zweite überflutet ist, wird das Schiff bald sinken“ versteht (Lewis würde ihn als Konjunktion einer materialen Implikation mit einem anderen faktischen Satz analysieren), kann nur in Ausnahmefällen mit dem Grad seiner Behauptbarkeit gleichgesetzt werden. Die Möglichkeit, Ksätze einbettenden Sätzen auf derart kontraintuitive Weise Wahrheits- und Wahrscheinlichkeitswerte zuzuordnen, scheint kein starkes Argument zugunsten der Wahrheitswertigkeit indikativischer Ksätze zu sein. Lewis müßte der „Behauptbarkeitsregel“ (Adams) plausible Regeln für komplexe Sätze zur Seite stellen. Wie schwierig dies ist, hat Kap. 3.23 gezeigt, wo wir zu keinem befriedigenden Ergebnis gelangt sind. Lewis ignoriert das Problem.

Auch Jackson erkennt, daß seine Position durch Lewis’ Begründung eher geschwächt wird. Vor allem werfe sie neue, unangenehme Fragen auf:

A conditional which is the antecedent or consequent of another conditional is not itself being asserted. How then can *assertibility* conditions explain how such occurences contribute to the meaning of the whole sentence? ...I insist on an assertibility condition as part of the meaning of an indicative conditional. What happens to that part of the meaning when, as we might put it, a conditional appears in ‘unasserted position’?[214]

Jackson will diese Schwierigkeiten durch die uns schon bekannte Eliminierungsstrategie umgehen, welche empfiehlt, komplexe natürlichsprachige Sätze immer so zu formalisieren, daß keine Konditionale in syntaktisch untergeordneter Position vorkommen.

„I think that ... the examples where an indicative conditional appears in unasserted position are subject to reconstrual so as to eliminate such occurences. There are no *ineliminable* occurences of an *indicative* conditional in unasserted position.“[215]

Nähere Ausführungen finden sich im Anhang seiner Monographie „Conditionals“. Es ist hier nicht erforderlich, die Jackson-Variante der Eliminierungsstrategie detailliert zu untersuchen. Wichtig ist im vorliegenden Kontext nur folgendes: Je erfolgreicher sie angewandt werden kann,

---

213 Dies schließe ich aus dem Zitat in Verbindung mit der Tatsache, daß Lewis (MI) vertritt.
214 Vgl. Jackson (87), S. 56.
215 A.a.O.

umso mehr Wasser auf Adams' Mühlen! Adams stellt dies in seiner Rezension von Jacksons „Conditionals" klar heraus:[216] Wenn Lewis' „standard claim that truth conditions are needed to account for embedded conditionals" unberechtigt ist, dürfe gefolgert werden: „[T]here is no need for truth conditions in a theory of the indicative conditional."

Der Eindruck, daß Jackson mit Adams weitgehend konform geht und lediglich dessen Theorie ein überflüssiges fünftes Rad anhängt, wird durch folgende Beobachtung weiter gefestigt: Jackson charakterisiert die Revisionsmethode der Konditionalisierung als „the plausible thesis that the impact of new information is given by the relevant conditional probability".[217] Er muß demnach einräumen, daß die Menge der Behauptbarkeitsfunktionen abgeschlossen ist bezüglich Konditionalisierung. Wenn nämlich eine Person X ihre Behauptbarkeitsfunktion B auf eine von ihr als sicher akzeptierte Information hin revidiert, so muß nach Jackson die Revision per Konditionalisierung erfolgen und X's veränderte epistemische Situation durch eine Behauptbarkeitsfunktion B' repräsentierbar sein. Nichts liegt dann näher, als B' mit dem Ergebnis der Revision von B zu identifizieren. Denn worin bestünde sonst der Sinn der Revision? - Ist die Menge der Behauptbarkeitsfunktionen aber abgeschlossen bezüglich Konditionalisierung, so kommt Jackson nicht um das Eingeständnis herum, daß seine Behauptbarkeitsfunktionen in technischer Hinsicht in etwa dasselbe sind wie Adams' „probability functions". Ihr Definitionsbereich darf, in Analogie zu letzteren, nicht abgeschlossen sein unter der Operation der Konjunktionsbildung. Andernfalls wird die These (Adams) ähnlich wie Stalnakers (ST) durch das erste Trivialitätstheorem ad absurdum geführt. Um dies zu verdeutlichen, muß Jacksons elliptische Formulierung

(Adams) $B(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$

zunächst vervollständigt werden:

Für alle B, P, X und t gilt: Wenn B die Behauptbarkeits- und P die Wfunktion einer Person X zu einem Zeitpunkt t ist, so gilt für beliebige Sätze A und C:
$B(A \rightarrow C) = P(C/A)$, falls $P(A) > 0$.

Diese Präzisierung erscheint naheliegend, weil Jackson die Allgemeinheit seiner elliptischen These an keiner Stelle einschränkt. - Nennen wir faktische Sätze, die keine konventionelle Implikationen auslösenden Ausdrücke enthalten, *gewöhnlich*. Nach Jackson ist für alle B, P

[216] Vgl. Adams (90), S. 434.
[217] Vgl. Jackson (87), S. 22.

und A $B(A) = P(A)$, falls B und P dieselbe epistemische Situation repräsentieren und A sowohl faktisch als auch gewöhnlich ist. Es darf deshalb unterstellt werden, daß er auch diese Behauptung vertritt:

(Adams*) Für alle Behauptbarkeitsfunktionen B und gewöhnlichen faktischen Sätze A, C gilt: $B(A \rightarrow C) = B(C/A)$, sofern $B(A) > 0$.

Nehmen wir nun an, Behauptbarkeitsfunktionen sind Wfunktionen im üblichen Sinne, d.h. sie erfüllen die Standardgesetze und ihr Definitionsbereich ist abgeschlossen bezüglich Negations- und Konjunktionsbildung. Wie bereits erläutert, ist Jackson (auch wenn er dies nicht ausdrücklich feststellt) auf die These festgelegt, daß wenn $B_A$ per Konditionalisierung aus einer Behauptbarkeitsfunktion B hervorgeht und $B(A)$ positiv ist, auch $B_A$ eine Behauptbarkeitsfunktion sein muß. Folgende absurde Konsequenz wäre unter der genannten Annahme für Jackson daher unausweichlich: Wann immer A und C gewöhnliche faktische Sätze und $B(A\&C)$ sowie $B(A\&\neg C)$ positiv sind, ist $B(C/A) = B(C)$.

<u>Beweis</u>: $B(C/A) = B(A \rightarrow C) = B(A \rightarrow C/C)B(C) + B(A \rightarrow C/\neg C)B(\neg C) =$

$B_C(C/A)B(C) + B_{\neg C}(C/A)B(\neg C) = B(C)$.

Wenn Jackson diese absurde Konsequenz vermeiden will, ohne zu (Adams*) oder der These, die Menge der Behauptbarkeitsfunktionen sei abgeschlossen bezüglich Konditionalisierung, in Widerspruch zu geraten, bleibt ihm nur der Ausweg, den schon Adams eingeschlagen hat: Behauptbarkeitsfunktionen dürfen keine Wfunktionen im üblichen Sinne sein; ihr Definitionsbereich darf keine Konjunktionen wie $(A \rightarrow C)\&C$ enthalten. (Für Jackson gibt es somit aus von ihm nicht erwähnten „technischen Gründen“ überhaupt keine Alternative zum Elimierungsverfahren.)

Fassen wir zusammen: Während Adams komplexe Sätze gewisser Art syntaktisch gar nicht erst zuläßt, sind sie in Jacksons Theorie zwar erlaubt, besitzen jedoch keine Behauptbarkeitsgrade (in etwa das, was Adams unter Wahrscheinlichkeiten versteht). Der *wesentliche* Unterschied zwischen beiden Theorien besteht darin, daß Jackson neben Behauptbarkeits- auch *echte* Wfunktionen einführt. Faktischen Sätzen und *einfachen* Konditionalen ordnet er sowohl Behauptbarkeits- als auch Wahrscheinlichkeitsgrade zu. Diese Werte stimmen bei ersteren meist überein; bei letzteren sind sie nur in Ausnahmefällen identisch. (Es gilt: $B(A \rightarrow C) = P(A \rightarrow C)$, gdw. $P(C/A) = P(A \supset C)$, gdw. $P(A) = 1$ oder $P(C/A) = 1$.) Nicht-faktische Sätze, in die Konditionale eingebettet sind, erhalten hingegen *nur* Wahrscheinlichkeitswerte. - Die von Jackson postulierten Wahrscheinlichkeiten von Konditionalen sind, wann immer sie nicht mit identischen Behauptbarkeitsgraden einhergehen, kontraintuitiv. Schuld hieran ist seine (ebenfalls kontraintuitive) semantische These (MI). Warum verzichtet Jackson nicht auf diese anscheinend überflüssige Zugabe? Um die Logik indikativischer Ksätze adäquat zu erfassen, genügt - vorausgesetzt, das Eliminierungsverfahren funktioniert reibungslos - (Adams) in Kombination mit einem Kriterium für die probabilistische Gültigkeit von Schlüssen. Jackson betrachtet das genannte Verfahren als praktikabel. Um indikativische Ksätze korrekt verwenden zu können, ist es, wie er selbst einräumt, nicht erforderlich, (MI) zu kennen: „I grant that one who knows only (Adams) lacks nothing in the way of linguistic understanding of indicative conditionals.“[218]

Jackson insistiert dennoch auf (MI), weil diese These eine philosophische Einsicht vermittele: „[O]ne who does not know that $A \rightarrow B$ is true if and only $A \supset B$, lacks something in the way of *philosophical* understanding.“[219] Dieses besondere Verständnis stelle sich erst ein, wenn wir (Adams) *erklären* können. Und für die bestmögliche Erklärung werde - neben der Robustheitsthese - (MI) benötigt. Genau hierin liege der Schlüssel zur Rechtfertigung von (MI). Die These sei „part and parcel of a simple theory which makes sense of the observed fact that $A \rightarrow B$ has (Adams) as its assertibility condition.“ Eben deshalb müsse (MI) korrekt sein: „[T]o have assertibility conditions best explained by certain truth conditions *is* to have those truth conditions.“[220]

Die Schwächen dieser für Jackson so wichtigen Argumentation sind unschwer zu erkennen. Was ist so rätselhaft an (Adams), daß es einer „theory which makes sense of [it]“ bedarf? - „(Adams) itself makes sense of (Adams)“, so Adams' Kommentar zu diesem Zitat.[221] Selbstverständlich müssen die bei der Formulierung der These verwendeten Begriffe und Symbole erklärt werden. Ist dies jedoch geschehen, erscheint sie weit weniger erklärungsbedürftig als (MI). Der Versuch, (Adams) mithilfe von (MI) zu erklären, ist daher verfehlt. Jackson sollte seine diesbezüglichen (von mir ausführlich dargestellten) Ausführungen besser anders charakterisieren: Sie erklären, wie (Adams) mit (MI) *vereinbart* werden kann.

[218] A.a.O. S. 58.
[219] A.a.O.
[220] A.a.O. S. 58 f.
[221] Vgl. die Rezension Adams (90), S. 434.

So verstanden, kommt Jacksons Erklärung m.E. durchaus als die bestmögliche in Betracht; nur läßt sich aus ihr auch dann keine Rechtfertigung von (MI) herleiten.

Kritisiert werden muß ferner Jacksons Auffassung, (MI) sei korrekt, weil diese These in der bestmöglichen Erklärung von (Adams) als Prämisse fungiere. Seine Erklärung kann nur dann die bestmögliche sein, wenn (MI) korrekt ist. Jacksons Versuch, (MI) zu rechtfertigen, indem er voraussetzt, seine Erklärung sei die bestmögliche, läuft daher auf eine Petitio Principii hinaus.

Abschließend weise ich auf ein Problem hin, das Jackson sich wissentlich einhandelt, aber nicht als ernsthafte Bedrohung seiner Theorie einschätzt. Offenbar erscheint es ihm derart unbedeutend, daß er nicht einmal versucht, es zu lösen. - Für seinen Versuch, (Adams) zu erklären, benötigt Jackson außer (MI) die Robustheitsthese. Diese wiederum verlangt nach einer Erklärung, warum Mitglieder einer Sprachgemeinschaft daran interessiert sein könnten, über Ausdrucksmittel zu verfügen, durch die konventionell impliziert wird, daß $A \supset C$ hinsichtlich A und der Wfunktion des jeweiligen Sprechers robust sei. Wie wir wissen, sieht Jackson folgenden Grund für ein solches Interesse: Die Sprecher wollen zu verstehen geben, daß sie, wenn A sich als wahr erweisen sollte, $A \supset C$ als Prämisse verwenden würden, um via Modus ponens auf C zu schließen, daß also die Information A ihre Überzeugung $A \supset C$ nicht untergraben würde. Diese Erklärung ist jedoch in gewissen Fällen nicht zutreffend. Es handelt sich hierbei um Sätze der Art „Wenn ..., dann werden wir (werde ich) es nie erfahren.“ - Beispiel: Wenn F.J. Strauß für die Stasi gearbeitet hat, werden wir es nie erfahren.[222] (Sämtliche Belege wären längst vernichtet worden.) - Wenn eine Person X diesen Satz, dessen Antecedens und Konsequens durch S und $\neg E$ formalisiert seien, aufrichtig behauptet, so ist $S \supset \neg E$ robust in Bezug auf S und ihre Wfunktion P. Folglich ist $P(\neg E/S)$ (= $P(S \supset \neg E/S)$) dann hoch und der Ksatz gemäß (Adams) für X behauptbar. X will jedoch keineswegs zu verstehen geben, daß sie mittels $S \supset \neg E$ auf $\neg E$ schließen würde, falls S sich für sie als wahr herausstellen sollte. Denn offensichtlich müßte X die Überzeugung $S \supset \neg E$ in diesem Fall sofort aufgeben.

Der Grund, warum Jacksons Erklärung bei Sätzen dieser Art scheitert, liegt in folgender simplen Wahrheit: Die Annahme einer Person X, daß A, ist nicht identisch mit ihrer Annahme,

[222] Jackson bedient sich eines von Richmond Thomason stammenden Beispiels: If my partner is cheating me, I will never know. - Vgl. Jackson (87), S 13 und Lewis (91a), S. 100.

daß sie erfährt oder glaubt, daß A.[223] - Von der Jackson/Lewis-Theorie unbeeinflußt, wird X die Wahrscheinlichkeit von „Wenn A, dann C" *immer* mit der des Satzes C unter der Annahme A, aber nur *fast immer* mit der von C unter der Annahme, daß X glaubt oder erfährt, daß A, gleichsetzen. Für Adams' Theorie sind Ksätze der angegebenen Art daher unproblematisch. Auf eine Erklärung der Robustheitsthese kann Adams verzichten, weil er (MI) verwirft und somit nicht die Robustheitsthese bemühen muß, um (MI) mit (Adams) in Einklang zu bringen. - Abermals führt eine Ergänzung seiner Theorie zu neuen Problemen und keiner Verbesserung.

### 3.26 Wahrscheinlichkeiten konjunktivischer Ksätze und bedingte Wahrscheinlichkeiten

Die Grenzen der primär für indikativische Ksätze konzipierten Adamsschen Theorie werden deutlich bei dem Versuch einer Übertragung auf Ksätze im Konjunktiv. Adams hält eine solche Übertragung prinzipiell für möglich, erkennt jedoch, daß dem von ihm hauptsächlich diskutierten Vorschlag ernste Schwierigkeiten entgegenstehen. Ein von Adams nur oberflächlich erörterter zweiter Vorschlag, der auch in der sogenannten kausalen Entscheidungstheorie eine wichtige Rolle spielt, muß aus bisher unentdeckt gebliebenen Gründen verworfen werden. Eine naheliegende Konsequenz des Scheiterns dieser nun ausführlich zu erläuternden Vorschläge ist die Auffassung, daß die Logik der Ksätze durch Adams' Theorie und die (von Adams zu Unrecht weitgehend ignorierte) Mögliche-Welten-Semantik in arbeitsteiliger Weise untersucht werden sollte. Wie ich in Kap. 4 begründen will, sollte für eine derartige Arbeitsteilung allerdings nicht allein die Indikativ/Konjunktiv-Unterscheidung konstitutiv sein. Adams und andere überschätzen meines Erachtens die Relevanz des Oswald/Kennedy-Beispiels für die Logik. (Mehr dazu in 4.1.)

Eine Person X bekommt zu einem Zeitpunkt $t_1$ folgende Informationen über zwei Urnen: Die erste enthält 50 schwarze und 50 weiße Kugeln, die zweite 99 schwarze und eine weiße. Zum

[223] Hierzu paßt folgende Bemerkung L. Wittgensteins: Moore's Paradox läßt sich so aussprechen: Die Äußerung „Ich glaube, es verhält sich so" wird ähnlich verwendet wie die Behauptung „Es verhält sich so"; und doch die *Annahme*, ich glaube, es verhalte sich so, nicht ähnlich wie die Annahme, es verhalte sich so. (Philosophische Untersuchungen, Teil II, x)

späteren Zeitpunkt $t_2$ beobachtet X, wie aus einer der Urnen eine weiße Kugel gezogen wird. Er weiß, daß die Inhalte der Urnen zwischen $t_1$ und $t_2$ nicht verändert wurden, und kommt zu dem Schluß, daß die Urne, aus der gezogen wurde, höchstwahrscheinlich die erste war. Die Prämissen des Schlusses lauten:

(24) Eine weiße Kugel wurde gezogen.

(25) Wenn Urne 2 ausgewählt worden wäre, wäre eine schwarze gezogen worden.

Zu $t_2$ hält X (24) für sicher, während er die Wahrscheinlichkeit des kontrafaktischen Ksatzes (25) mit 0,99 ansetzt. Dieser besitzt somit *zu* $t_2$ für X dieselbe Wahrscheinlichkeit, die das *indikativische Pendant*

(26) Wenn Urne 2 ausgewählt wird, wird eine schwarze Kugel gezogen

*zu* $t_1$ für X besessen *hat*.

Adams will anhand dieses Falles seine These veranschaulichen, daß die Wahrscheinlichkeiten kontrafaktischer Ksätze generell mit früheren Wahrscheinlichkeiten ihrer jeweiligen indikativischen Pendants gleichzusetzen sind:[224]

„[T]he probability appropriately associated with the counterfactual *a posteriori* is equal to that of the corresponding indicative conditional *a priori* - posterior counterfactual probabilities are prior indicative probabilities.“

Indirekt ist das Schema (AT) also auch für kontrafaktische Ksätze einschlägig. Werden die Teilsätze von (25) durch $U_2$ und S symbolisiert, gilt nach Adams:

$P_2(U_2 \Box\!\!\rightarrow S) = P_1(U_2 \rightarrow S) = P_1(S/U_2) = 0{,}99$.

Im Gegensatz dazu ist wegen $P_2(S) = 0$ und (AT) $P_2(U_2 \rightarrow S) = 0$.

Gemäß Adams (75) und (76) soll die „prior conditional probability hypothesis“ für alle kontrafaktischen Ksätze gelten. Nach der in (76) zugrunde gelegten Terminologie sind dies schlicht solche im Konjunktiv.[225] In der Monographie Adams (75) liegen die Dinge weniger klar, weil der Begriff „kontrafaktischer Ksatz“ undefiniert bleibt. Offenbar will Adams hier die Existenz *nicht*-kontrafaktischer Ksätze im Konjunktiv nicht ausschließen. Vermutlich soll (AT) auf sie entweder direkt oder via „prior conditional probability hypothesis“ anwendbar sein.[226]

[224] Vgl. Adams (75), S. 109.
[225] Vgl. Adams (76), S. 1.
[226] Vgl. Adams (75), S. 103 f.

Adams weiß, daß es voreilig wäre, sein Urnen-Beispiel wie folgt zu verallgemeinern: Wenn X zu $t_1$ $A \rightarrow C$ für wahrscheinlich hält und zu $t_2$ $\neg C$ erfährt, so sinkt die Wahrscheinlichkeit von $A \rightarrow C$ auf Null, während $A \Box\!\!\rightarrow C$ die frühere Wahrscheinlichkeit von $A \rightarrow C$ übernimmt. - Zur Widerlegung dieser Generalisierung eignen sich z.B. Fälle, in denen X erfährt, daß neben $\neg C$ auch A zutrifft. Der zuvor für wahrscheinlich gehaltene indikativische Ksatz wird dann, anders als im Urnen-Beispiel, durch die neue Information falsifiziert. X würde dem konjunktivischen Pendant „Wenn A wahr wäre (gewesen wäre), wäre C wahr (gewesen)“ nun keine hohe Wahrscheinlichkeit beimessen.

Ausnahmen sind aber auch möglich, wenn der indikativische Ksatz durch die $\neg C$ einschließende Information *nicht* falsifiziert wird, X also nicht gleichzeitig A erfährt.
Nehmen wir an, für X ist $P_1(A \rightarrow C)$ hoch und $P_1(\neg A \rightarrow C)$ noch höher.[227]

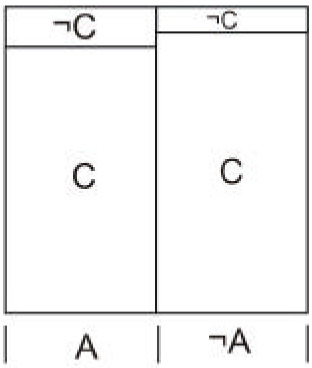


Abbildung 24

Wie wir bereits wissen, scheitert dann in Adams’ probabilistischer Logik die Kontraposition sowie infolgedessen der zweistufige Modus-tollens-Schluß von $A \rightarrow C$ und $\neg C$ auf $\neg A$: $P_1(A \rightarrow C)$ ist hoch und $P_2(\neg C)$ sicher; dennoch sind $P_1(\neg C \rightarrow \neg A)$ und $P_2(\neg A)$ eher gering.
Die Situation ist hier erneut von Interesse, weil X aufgrund des hohen Wertes $P_2(A \& \neg C)$ im Widerspruch zur prior-conditional-probability-These zu $t_2$ nicht angemessen behaupten kann: „Wenn A wahr wäre, wäre C wahr“. $A \Box\!\!\rightarrow C$ übernimmt also zu $t_2$ nicht die zu $t_1$ hohe Wahrscheinlichkeit von $A \rightarrow C$. Andernfalls dürfte X wegen $P_2(\neg C) = 1$ zu $t_2$ die Konsequenz ziehen, daß A wahrscheinlich falsch ist. Tatsächlich ist $P_2(\neg A)$ jedoch gering. (Der dabei

[227] Vgl. Adams (76), S. 10 f.

verwendete, in der Mögliche-Welten-Semantik beweisbare Schluß von $A \Box\!\!\rightarrow C$ und $\neg C$ auf $\neg A$ wird auch von Adams akzeptiert.[228])

Adams erwähnt einen dritten Typ von Gegenbeispielen zur prior-conditional-probability-These, dem Fälle wie dieser subsumierbar sind:[229] Da er im Verkehrschaos steckenbleibt, verpaßt Hans die Gelegenheit, an einer von ihm gewonnenen Gratis-Ballonfahrt teilzunehmen. Einige Stunden später erfährt er, daß der Ballon abgestürzt ist und keiner der Insassen überlebt hat. Er weiß nun, daß *er zu Tode gekommen wäre, wenn er an der Fahrt teilgenommen hätte.* Aber die Wahrscheinlichkeit des indikativischen Pendants dieses kontrafaktischen Ksatzes war für Hans nicht hoch, bevor er die schreckliche Nachricht erhielt. Erneut zeigt sich, daß Adams' These „posterior counterfactual probabilities are prior indicative probabilities" nur sehr eingeschränkt gelten kann.

Adams erwägt folgende Modifikation:[230] Die Wahrscheinlichkeit eines kontrafaktischen Ksatzes stimmt überein mit der Wahrscheinlichkeit, die die betreffende Person dem indikativischen Pendant in einer tatsächlichen *oder hypothetischen* früheren Situation zugeordnet hat. Beispielsweise ist eine Situation denkbar, in der Hans von einem Defekt des Ballons wußte, so daß der indikativische Ksatz „Wenn ich an der Fahrt teilnehme, werde ich ums Leben kommen" für ihn recht wahrscheinlich war. - Ganz offensichtlich verdient dieser Vorschlag keine genauere Prüfung. Daß sich in der unendlichen Menge tatsächlicher oder hypothetischer früherer Situationen stets irgendeine mit der gesuchten Eigenschaft findet, ist nichts weiter als eine Trivialität. Wie aber ist es möglich, die „richtigen" Situationen (diejenigen, in denen eine bestimmte Person einen bestimmten indikativischen Ksatz für ebenso wahrscheinlich hält wie zu einem späteren Zeitpunkt dessen kontrafaktisches Pendant) auf nicht-zirkuläre Weise von anderen zu unterscheiden? - Adams läßt uns hinsichtlich dieser Frage im Dunkeln.

Es erstaunt, daß Adams selbst in Anbetracht eines vierten, besonders interessanten Typs von Gegenbeispielen seine Identifizierung der *späteren* Wahrscheinlichkeit eines *kontrafaktischen* Ksatzes mit der *früheren* eines entsprechenden *indikativischen* grundsätzlich für korrekt hält.[231] Er beschreibt folgenden Fall, der zugleich zur Erläuterung einer von Adams

[228] Vgl. Adams (88), S. 124 f.
[229] Vgl. Adams (75), S. 126. - Das Beispiel stammt von mir.
[230] A.a.O. S. 126 f.
[231] Vgl. Adams (88), S. 126.

vorgeschlagenen verfeinerten Version der prior-conditional-probability-These dienen wird:[232]
Wir betreten zu $t_1$ einen Raum, in dem wenige Minuten später, zu $t_2$, möglicherweise eine Lampe aufleuchten wird. Wie uns bekannt ist, wird dies geschehen, wenn vor $t_1$ genau einer der Schalter a und b umgelegt worden ist. Wurden hingegen beide Schalter umgelegt oder beide nicht betätigt, wird die Lampe nicht aufleuchten. Die Wahrscheinlichkeit des Satzes „Vor $t_1$ wurde Schalter a umgelegt" (kurz: A) betrage zu $t_1$ $P_1(A) = 1/10$, die entsprechende Wahrscheinlichkeit für b $P_1(B) = 1/100$. B sei bezüglich $P_1$ von A stochastisch unabhängig; es gelte also: $P_1(B/A) = P_1(B)$ (und folglich auch $P_1(A/B) = P_1(A)$). - Anhand dieser Festlegungen läßt sich berechnen, daß zu $t_1$ die Wahrscheinlichkeit des indikativischen Ksatzes „Wenn vor $t_1$ Schalter b umgelegt wurde, wird zu $t_2$ die Lampe nicht aufleuchten" (kurz: $B \rightarrow \neg L$) 1/10 beträgt:
$P_1(B \rightarrow \neg L) = P_1(B \& \neg L)/P_1(B) = P_1(B \& A)/P_1(B) = [P_1(B)P_1(A)]/P_1(B) = 1/10$.

Zu $t_2$ geht zu unserer Überraschung das Licht an. Wir wissen nicht, ob $A \& \neg B$ oder $\neg A \& B$ zutrifft. Ersteres ist jedoch wesentlich wahrscheinlicher. Denn $P_1(A \& \neg B)$ ($= P_1(A) - P_1(A \& B)$) beträgt 99/1000, $P_1(\neg A \& B)$ ($= P_1(B) - P_1(A \& B)$) hingegen nur 9/1000, und es erscheint plausibel, daß $P_2$ per Konditionalisierung bezüglich L aus $P_1$ hervorgeht, so daß zu $t_2$ die Verhältnisse der Wahrscheinlichkeiten der Sätze $A \& \neg B$ und $\neg A \& B$ gewahrt bleiben. (Vgl. Abbildung 25.)

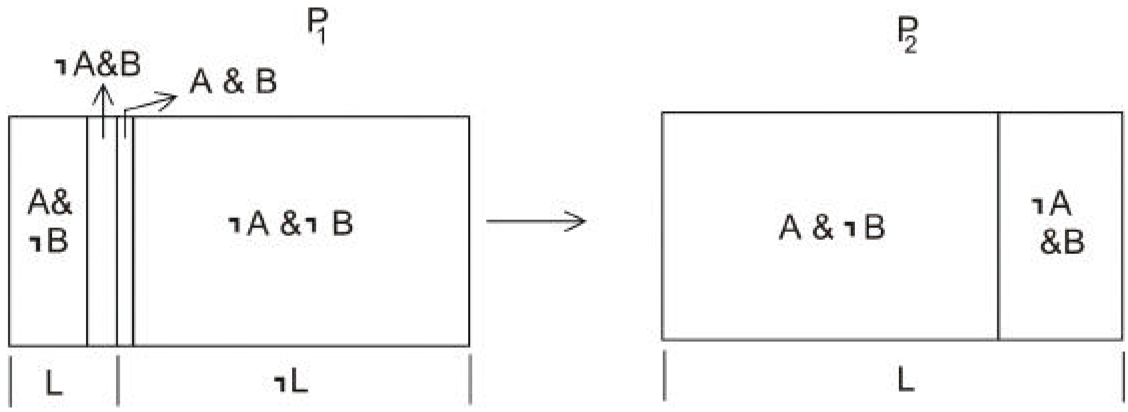


Abbildung 25[233]

Da somit zu $t_2$ wahrscheinlich ist, daß Schalter a betätigt wurde ($P_2(A \& \neg B)$ liegt bei 11/12, $P_2(\neg A \& B)$ bei 1/12), muß zu diesem Zeitpunkt die Wahrscheinlichkeit des konjunktivischen Ksatzes „Wenn vor $t_1$ Schalter b umgelegt worden wäre, wäre die Lampe zu $t_2$ nicht

[232] Vgl. Adams (75), S. 129 - 133.
[233] Bitte nicht nachmessen.

aufgeleuchtet“ (kurz:$B \Box\!\!\rightarrow \neg L$) hoch sein. Wäre nämlich b umgelegt worden, so wären (da a als Ursache des Aufleuchtens wahrscheinlich ist) wahrscheinlich beide Schalter betätigt worden. - Halten wir fest: Im Widerspruch zur prior-conditional-probability-These ist $P_1(B\rightarrow\neg L)$ gering, $P_2(B \Box\!\!\rightarrow \neg L)$ aber hoch.

Bemerkenswert erscheint mir die bisher nicht beachtete Verwandtschaft zwischen Adams’ Licht-Beispiel und der Newcomb-Paradoxie. Angenommen, wir haben keinerlei Zweifel an den hellseherischen Fähigkeiten der Person A, die $10^6$ DM in Kasten x gelegt hat, falls sie voraussah, daß die Testperson C auf die $10^3$ DM in Kasten y verzichtet, und x leer gelassen hat, falls sie voraussah, daß C die Inhalte beider Kästen in Besitz nimmt. Ferner sei für uns wahrscheinlich, aber nicht sicher, daß C auf y ***v***erzichtet (kurz: V) und folglich in ***b***eiden Kästen die jeweils genannten Beträge deponiert sind. (Kurz: B; ¬B trifft hier genau dann zu, wenn in y $10^3$ DM liegen und x leer ist.)

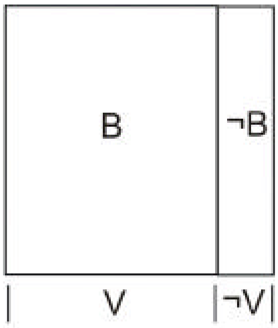


Abbildung 26

Die durch V und ¬V beschriebenen Sachverhalte haben keinen positiven oder negativen kausalen Einfluß auf diejenigen, die durch B und ¬B beschrieben werden. B und ¬B sind von V und ¬V in folgendem Sinne *kausal unabhängig*: Falls B und V wahr sind, so wäre B auch dann wahr, wenn V falsch wäre. Entsprechendes gilt für B und ¬V, ¬B und V sowie ¬B und ¬V. - Andererseits ist B von V *stochastisch abhängig* (hinsichtlich der geschilderten epistemischen Situation ist $P(B/V) > P(B)$) und demzufolge auch B von ¬V, ¬B von V sowie ¬B von ¬V.

Ziehen wir nun den Vergleich zum Licht-Beispiel. Hier wird durch die Information L unsere epistemische Ausgangssituation $P_1$ in eine durch die „Newcomb-typische“ Divergenz zwischen kausaler und stochastischer Abhängigkeit gekennzeichnete Situation $P_2$ verwandelt. Aus Adams' Schilderung ergibt sich, daß A („Vor $t_1$ wurde Schalter a umgelegt") und ¬A von B („Vor $t_1$ wurde Schalter b umgelegt") und ¬B kausal unabhängig sind. Demgegenüber ist A von B bezüglich $P_2$ stochastisch abhängig.

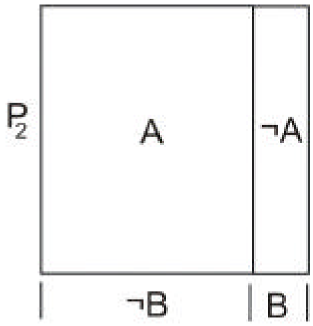


Abbildung 27

In unserer epistemischen Situation zu $t_2$ wäre B für uns ein sicheres Zeichen für ¬A und ¬B ein sicheres Zeichen für A, obwohl wir wissen, daß das Umlegen oder Nicht-Umlegen von Schalter b keinen positiven oder negativen kausalen Einfluß darauf hatte, ob Schalter a betätigt wurde.

Zum Abschluß des Vergleichs folgende Beobachtung: $P_1$ wird per Konditionalisierung bezüglich L („Zu $t_2$ leuchtet die Lampe auf") zu einer Newcomb-artigen Wfunktion $P_2$. In Analogie hierzu kann die in Abbildung 26 (partiell) dargestellte Newcomb-Wfunktion aufgefaßt werden als Resultat einer Konditionalisierung bezüglich des Satzes „Der Hellseher hat die Entscheidung der Testperson korrekt vorausgesehen und seiner beschriebenen Disposition entsprechend gehandelt". - Um ein Gegenbeispiel zur prior-conditional-probability-These zu konstruieren, hätte Adams somit auch auf die Newcomb-Paradoxie zurückgreifen können.

Das Licht-Beispiel motivierte Adams' als Verbesserung der soeben genannten These gedachtes *Zwei-Faktoren-Modell* zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten kontrafaktischer Ksätze. - Das Problem lautet: Wie läßt sich anhand irgendwelcher, eventuell früherer Wahrscheinlichkeiten gewisser faktischer Sätze bestimmen, welchen Wert eine Wfunktion $P_2$ einem konjunktivischen (Adams würde sagen: kontrafaktischen) Ksatz „Wenn A wahr wäre, wäre C wahr" zuordnet? - A□→C sei die Formalisierung des betreffenden Ksatzes und

$\{S_1, ..., S_n\}$ $(n > 1)$ eine Menge paarweise logisch unvereinbarer Sätze, deren Disjunktion tautologisch ist. Alle $S_i$ seien von A kausal unabhängig.[234] Ferner soll hinsichtlich einer früheren Wfunktion $P_1$ gelten, daß für sämtliche i $P_1(A\&S_i) > 0$ ist.

Adams schlägt nun folgende Gleichung vor:

$$(ZF)\ P_2(A \;\; \rightarrow C) = \sum_{i=1}^{n} P_2(S_i) \times P_1(C/A\&S_i)$$

Zur Berechnung von $P_2(A \Box\!\!\rightarrow C)$ müssen somit für jedes i *z*wei ***F***aktoren bekannt sein:

1. die *spätere* Wahrscheinlichkeit des von A kausal unabhängigen Satzes $S_i$,
2. der Quotient der *früheren* Wahrscheinlichkeiten der Sätze $C\&A\&S_i$ und $A\&S_i$.

Vielleicht nähern wir uns dem Verständnis der Ideen, die (ZF) zugrunde liegen, am besten, indem wir die Formel auf das Licht-Beispiel anwenden. Hier sind A und $\neg A$ laut Adams von B kausal unabhängig und $P_1(B\&A)$ sowie $P_1(B\&\neg A)$ positiv. Nach (ZF) gilt also die Identität

$$(I)\ P_2(B \Box\!\!\rightarrow \neg L) = P_2(A)P_1(\neg L/B\&A) + P_2(\neg A)P_1(\neg L/B\&\neg A).$$

$P_2(A)$ ist hoch, $P_1(\neg L/B\&A)$ und $P_1(\neg L/B\&\neg A)$ betragen 1 bzw. 0 (vgl. Abb. 25). Wir gelangen daher zu dem plausiblen Resultat, daß $P_2(B \Box\!\!\rightarrow \neg L)$ mit $P_2(A)$ übereinstimmt und hoch ist. Insofern stellt (ZF) eine Verbesserung gegenüber der prior-conditional-probability-These dar, die uns zu dem Ergebnis führte, daß $P_2(B \Box\!\!\rightarrow \neg L)$ gering sein müsse, weil $P_1(\neg L/B)$ gering ist. - Unter welchen Bedingungen $P_2(B \Box\!\!\rightarrow \neg L)$ bei Geltung von (ZF) von $P_1(\neg L/B)$ verschieden ist, wird deutlich, wenn wir (I) mit folgender leicht beweisbaren Identität vergleichen:

$$(I')\ P_1(\neg L/B) = P_1(A/B)P_1(\neg L/B\&A) + P_1(\neg A/B)P_1(\neg L/B\&\neg A).$$

Aus der Konjunktion der Identitäten (I) und (I') folgt, daß $P_2(B \Box\!\!\rightarrow \neg L)$ von $P_1(\neg L/B)$ abweicht, gdw. $P_1(\neg L/B\&A) \neq P_1(\neg L/B\&\neg A)$ und zugleich $P_1(A/B) \neq P_2(A)$ ist. Beide Bedingungen sind in Adams' Beispiel erfüllt.

Die *zwei Faktoren* des gleichnamigen Modells bedürfen noch einiger Erläuterungen. - $(P_1)_{Si}$ gehe für beliebige i (i = 1, ..., n) per Konditionalisierung aus $P_1$ hervor. Jeder der in (ZF) vorkommenden Faktoren $P_1(C/A\&S_i)$ stimmt dann überein mit $(P_1)_{Si}(C/A)$, der *früheren* Wahrscheinlichkeit des *indikativischen* Ksatzes „Wenn A, dann C" unter der Annahme $S_i$.

[234] Adams unternimmt keinen Versuch, „kausale Abhängigkeit" zu definieren. Inwieweit *meine* Erläuterung dieses Begriffs mit Adams' Verständnis übereinstimmt, muß offenbleiben.

Adams identifiziert diesen Wert mit der *späteren* Wahrscheinlichkeit des *konjunktivischen* Ksatzes „Wenn A wahr wäre, wäre C wahr“ unter Annahme von $S_i$. Es soll also gelten: $(P_1)_{Si}(C/A) = (P_2)_{Si}(A \square\!\!\rightarrow C)$. (Insofern inkorporiert das Zwei-Faktoren-Modell die prior-conditional-probability-These.) Offenbar setzt Adams die Gleichung

$P_2(A \square\!\!\rightarrow C) = \sum_{i=1}^{n} P_2(S_i) \times (P_2)_{Si}(A \square\!\!\rightarrow C)$[235], die sich per Substitution von $P_1(C/A\&S_i)$ (= $(P_1)_{Si}(C/A)$) durch $(P_2)_{Si}(A \square\!\!\rightarrow C)$ aus (ZF) ergibt, als plausibel voraus.

Wenden wir uns dem anderen der beiden Faktoren zu, so stellt sich die Frage, warum die Sätze $S_i$ von A kausal unabhängig sein sollen. Adams’ Rechtfertigung dieser Forderung läßt sich etwa so zusammenfassen:[236]

Angenommen, $P_1(A\&S_i)$ ist positiv und die Wahrscheinlichkeit, daß A (genauer: der durch A beschriebene Sachverhalt) in Verbindung mit $S_i$ C herbeigeführt hätte, liegt zu $t_2$ bei x. Adams zufolge ist x dann mit $P_1(C/A\&S_i)$ gleichzusetzen. Es wäre inadäquat, x bei der Berechnung von $P_2(A \square\!\!\rightarrow C)$ mit $P_2(S_i)$ zu gewichten, wenn im Falle $S_i$ gilt, daß $S_i$ wahrscheinlich durch A verhindert worden wäre. Adams verdeutlicht diesen etwas schwierigen Gedanken anhand einer Modifikation seines Licht-Beispiels. Zu $t_1$ ist uns bekannt, daß zu $t_2$ die Lampe aufleuchten wird, gdw. $A\&\neg B$ oder $\neg A\&B$ zutrifft. $P_1(A)$ beträgt 1/10, $P_1(B)$ 1/100. Neu ist nun, daß wir zu $t_1$ über das Verfahren informiert sind, durch das für jeden der beiden Schalter zwischen Umlegen und Nicht-Umlegen entschieden wurde. Zunächst fand eine Lotterie statt, von deren Ausgang abhing, ob Schalter b entweder sofort oder gar nicht betätigt werden sollte. Etwas später wurde eine zweite Lotterie veranstaltet, die über Schalter a entschied und bei der eines der genau gleichen Ausziehungsgeräte $G_1$ und $G_2$ zur Anwendung kam. Wenn zuvor b umgelegt worden war, wurde $G_1$ benutzt; andernfalls $G_2$. In jedem Fall lag die objektive Chance, betätigt zu werden, für a bei 1/10 und für b bei 1/100. (Daher die genannten subjektiven Wahrscheinlichkeiten zu $t_1$.) - Zu $t_2$ stellen wir wiederum fest, daß die Lampe aufleuchtet. Wie in der ursprünglichen Version des Beispiels paßt Abbildung 27 auf unsere neue epistemische Situation.

---

[235] Diese Gleichung ist mithilfe der Standardgesetze beweisbar, wenn Ausdrücke wie $(A \square\!\!\rightarrow C)\&S_i$ syntaktisch zulässig sind. Adams’ Skepsis gegenüber der Wahrheitswertigkeit kontrafaktischer Ksätze läßt vermuten, daß er solche Konjunktionen nicht zulassen will. (Vgl. Adams (75), S. 122 f.)

[236] Vgl. Adams (75), S. 132 f.

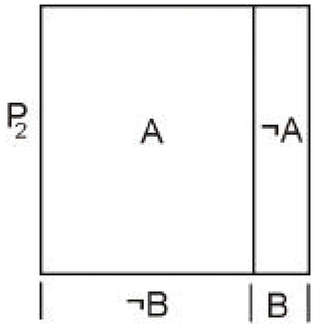


Abbildung 27

Darf nun $P_2(B \square\!\!\rightarrow \neg L)$ auf dieselbe Weise berechnet werden wie vorher? Wenn ja, so stimmt dieser Wert mit der Summe $P_2(A)P_1(\neg L/B\&A) + P_2(\neg A)P_1(\neg L/B\&\neg A)$ überein und bleibt unverändert hoch. Dieses Resultat ist hier jedoch unplausibel. Aus unserer epistemischen Perspektive zu $t_2$ läßt sich nämlich so argumentieren: Angenommen, der wahrscheinliche Fall A liegt vor, so daß B falsch ist und für die zweite Lotterie $G_2$ verwendet wurde. Wenn B zuträfe (also Schalter b umgelegt worden wäre), wäre anstelle von $G_2$ $G_1$ zum Einsatz gekommen. Wahrscheinlich hätte die mittels $G_1$ durchgeführte Lotterie dann zum Ergebnis gehabt, daß a nicht umgelegt worden wäre. B hätte somit A wahrscheinlich verhindert, statt in Verbindung mit A $\neg L$ herbeizuführen. Dagegen wäre L wohl nicht verhindert worden. Zu $t_2$ ist demnach unwahrscheinlich, daß $B \square\!\!\rightarrow \neg L$ im (ziemlich wahrscheinlichen) Fall A wahr ist. $P_2(B \square\!\!\rightarrow \neg L)$ kann also nicht hoch sein.

Um zu vermeiden, daß die Anwendung von (ZF) in Fällen wie dem modifizierten Licht-Beispiel zu unerwünschten Resultaten führt, verlangt Adams, daß die Sätze der Partition $\{S_1, ..., S_n\}$ jeweils von A kausal unabhängig sind. (Dabei sei A das Antecedens des Konditionals, dessen Wahrscheinlichkeit bestimmt werden soll.) Wenn zur Berechnung von $P_2(B \square\!\!\rightarrow \neg L)$ im modifizierten Beispiel die Partition $\{A, \neg A\}$ gewählt wird, ist diese Forderung nach Adams' Auffassung verletzt, da A aus folgendem Grund von B kausal abhängig sei: Im Fall $A\&\neg B$ gilt, daß A durch B wahrscheinlich verhindert worden wäre.

Eine offensichtliche Schwäche des Zwei-Faktoren-Modells besteht darin, daß Adams „kausale Abhängigkeit" nicht definiert, sondern voraussetzt, daß wir diesen Begriff intuitiv bereits verstehen. Die naheliegende Idee, kausale durch stochastische Abhängigkeit zu definieren, wird von Adams zu Recht verworfen. Denn in *beiden* Versionen seines Beispiels ist A von B stochastisch unabhängig bezüglich $t_1$ und stochastisch abhängig bezüglich $t_2$. (Beidemal gilt: $P_1(A) = P_1(A/B) = 0{,}1$ und $P_2(A) = 0{,}9 \neq P_2(A/B) = 0$.)

Bevor ich meinen wichtigsten Einwand gegen das Zwei-Faktoren-Modell formuliere, möchte ich eine naheliegende Ergänzung vorschlagen. In Adams' Formel

$$\text{(ZF) } P_2(A \Box\!\!\rightarrow C) = \sum_{i=1}^{n} P_2(S_i) \times P_1(C/A\&S_i)$$

wird auf eine frühere Zeitstufe $t_1$ rekurriert, weil bei kontrafaktischen Ksätzen meist keine Partition kausal vom jeweiligen Antecedens A unabhängiger Sätze $S_1, ..., S_n$ angegeben werden kann, für die jeweils $P_2(A\&S_i) > 0$ ist. Bei anderen Ksätzen im Konjunktiv ist dies jedoch vielfach möglich, so daß kein Grund besteht, zur Berechnung von $P_2(A \Box\!\!\rightarrow C)$ zeitlich verschiedene Wfunktionen heranzuziehen. Es erscheint dann plausibler, die Zeitindizes zu ignorieren und folgende Formel zu verwenden:

$$\text{(ZF*) } P(A \Box\!\!\rightarrow C) = \sum_{i=1}^{n} P(S_i) \times P(C/A\&S_i).$$

Dabei muß wiederum $\{S_1, ..., S_n\}$ eine Partition und für jedes i $P(A\&S_i)$ positiv sowie $S_i$ von A kausal unabhängig sein. Sind diese Anwendungsbedingungen erfüllt, dann ist $P(A \Box\!\!\rightarrow C) = P(C/A)$, falls alle $S_i$ zugleich *stochastisch* von A unabhängig sind. (Es gilt ja: $\sum_{i=1}^{n} P(S_i/A) \times P(C/A\&S_i) = P(C/A)$, wenn für alle i $P(A\&S_i) > 0$ ist.) - Machen wir uns kurz klar, daß (ZF*) die Verschiedenheit der Werte $P(A \Box\!\!\rightarrow C)$ und $P(C/A)$ zuläßt, sofern jedes $S_i$ *nur kausal* von A unabhängig ist: Es gelte $P(A) = P(C\&S) = P(\neg C\&\neg S) = 0{,}5$ sowie $P(C/A) = 0{,}8$.[237]

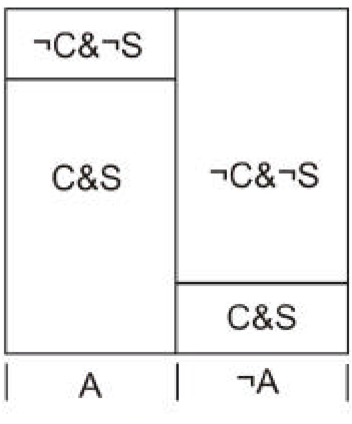

Abbildung 28

[237] Diese Angaben genügen zur Konstruktion von Abbildung 28.

S und ¬S seien jeweils von A kausal unabhängig. Unter Voraussetzung von (ZF*) muß dann $P(A \Box\!\!\rightarrow C) = P(S)P(C/A\&S) + P(\neg S)P(C/A\&\neg S) = 0{,}5$ sein. $P(A \Box\!\!\rightarrow C)$ weicht also von $P(C/A)$ ab. Möglich wird dies dadurch, daß $P(S) = 0{,}5 \neq P(S/A) = 0{,}8$ ist.[238]

(ZF) ist inakzeptabel, weil anhand dieser Formel durchgeführte Berechnungen zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können, je nachdem, welche Partition zugrunde gelegt wird. Nicht anders verhält es sich mit (ZF*); befassen wir uns zunächst jedoch nur mit (ZF). Angenommen, es ist $P_1(A) = P_1(S) = P_1(S/A) = 0{,}5$ und $P_1(C/A\&S) = P_1(C/A\&\neg S) = 0{,}8$. Die epistemische Situation zu $t_1$ entspricht dann Abbildung 29. ($P_1(C/\neg A\&S)$ und $P_1(C/\neg A\&\neg S)$ sind hier unwichtig.)

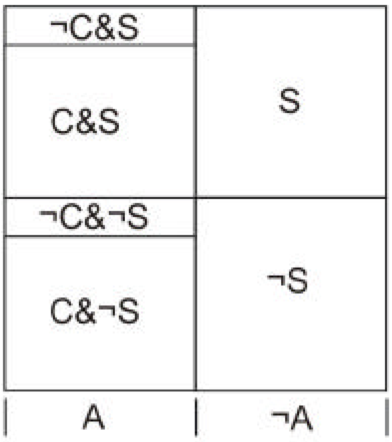

Abbildung 29

Zu $t_2$ erweist A sich als falsch und $P_1$ wird per Konditionalisierung bezüglich ¬A revidiert. S und ¬S seien wiederum kausal unabhängig von A, so daß nach (ZF) gilt:
$P_2(A \Box\!\!\rightarrow C) = P_2(S) \times P_1(C/A\&S) + P_2(\neg S) \times P_1(C/A\&\neg S) = 0{,}5 \times 0{,}8 + 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}8.$

So weit, so gut. Nehmen wir nun an, es existiert noch eine weitere, feinere Partition kausal von A unabhängiger Sätze, bestehend aus S&S', S&¬S', ¬S&S' und ¬S&¬S'. Für $P_1$ soll über das bisher Gesagte hinaus gelten:
$P_1(A\&S\&S') = P_1(A\&\neg S\&S') = P_1(\neg A\&S\&\neg S') = P_1(\neg A\&\neg S\&\neg S') = 0{,}025.$
Ferner sei $P_1(C/A\&S\&S') = P_1(C/A\&\neg S\&S') = 0{,}2$. - Anhand dieser Angaben läßt sich Abbildung 30 konstruieren, eine detailliertere Darstellung der vier Quadrate, aus denen die vorangehende Abbildung zusammengesetzt ist.

238 Unnötig, die strukturellen Analogien zum Newcomb-Fall herauszustellen.

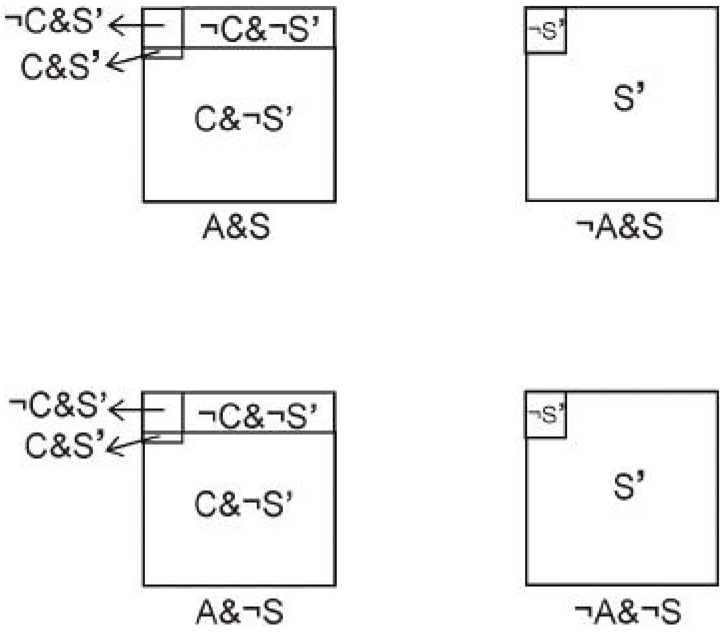


Abbildung 30

Nach Adams’ Ausführungen zum Zwei-Faktoren-Modell steht uns frei, welche der beiden Partitionen wir zur Berechnung von $P_2(A \square\!\!\rightarrow C)$ zugrunde legen. Gegen diese Wahlfreiheit wäre nichts einzuwenden, wenn das Ergebnis bei jeder Entscheidung dasselbe bliebe. Tatsächlich erhalten wir jedoch verschiedene Ergebnisse - bei der groben Partition, wie gesehen, 0,8 und bei der feineren 4/15.

$$
\begin{aligned}
P_2(A \square\!\!\rightarrow C) = {} & P_2(S\&S') \times P_1(C/A\&S\&S') \\
& + P_2(S\&\neg S') \times P_1(C/A\&S\&\neg S') \\
& + P_2(\neg S\&S') \times P_1(C/A\&\neg S\&S') \\
& + P_2(\neg S\&\neg S') \times P_1(C/A\&\neg S\&\neg S') \\
& = 9/20 \times 2/10 + 1/20 \times 13/15 + 9/20 \times 2/10 + 1/20 \times 13/15 = 4/15.
\end{aligned}
$$

Zu den Teilresultaten gelangt man vermittels der angegebenen Voraussetzungen wie folgt:[239] Zunächst ist $P_2(S\&S') = P_1(S\&S'/\neg A) = [P_1(S\&\neg A) - P_1(S\&\neg S'\&\neg A)] \div P_1(A) = (0{,}25 - 0{,}025) \div 0{,}5 = 9/20$. $P_2(S\&\neg S')$ beträgt folglich $P_2(S) - P_2(S\&S') = 1/2 - 9/20 = 1/20$. Auf analoge Weise ergeben sich $P_2(\neg S\&S')$ und $P_2(\neg S\&\neg S')$. Wegen des Gleichungssystems

[239] Bei Rechenfaulheit kann der Leser sich mit Abbildung 30 vor Augen auch durch eine grobe Schätzung davon überzeugen, daß $P_2(A \square\!\!\rightarrow C)$ nach der ersten Kalkulation größer ist als nach der zweiten.

$$P_1(C/A\&S) = 0{,}8 \quad = P_1(C/A\&S\&S') \times P_1(S'/A\&S) + P_1(C/A\&S\&\neg S') \times P_1(\neg S'/A\&S)$$
$$= 0{,}2 \times 0{,}1 + P_1(C/A\&S\&\neg S') \times 0{,}9$$

muß $P_1(C/A\&S\&\neg S') = 13/15$ sein. Zur Bestimmung von $P_1(C/A\&\neg S\&\neg S')$ verfährt man analog. Alles Übrige gilt laut Voraussetzung.

Es wäre voreilig, das Ergebnis der zweiten Kalkulation als das verläßlichere zu betrachten. Die zweite Partition könnte nämlich weiter verfeinert werden - mit der Konsequenz, daß $P_2(A \Box\!\!\rightarrow C)$ nun einen dritten Wert annimmt. Soll dieser erneut hoch sein, muß die Parzellierung der oberen Quadrate aus Abbildung 30 folgendermaßen fortgesetzt werden: Im A&S-Quadrat wird innerhalb des S'-Rechtecks ein kleines S''-Rechteck eingezeichnet, das aus einem winzigen ¬C-Teil und einem wesentlich größeren C-Teil besteht. Weitere S''-Bereiche enthält das A&S-Quadrat nicht. Im ¬A&S-Quadrat wird an beliebiger Stelle ein kleines ¬S''-Rechteck eingetragen, dem ein weitaus größerer S''-Bereich gegenübersteht. Im linken Quadrat ist also ¬S'' vorherrschend, im rechten dagegen S''. Dies gilt auch für die beiden unteren Quadrate, nachdem sie auf dieselbe Art weiter parzelliert worden sind.

Offenbar gibt es eine Methode, durch fortgesetzte Parzellierung immer neue Newcomb-Strukturen zu erzeugen und dabei die Wahrscheinlichkeit von $A \Box\!\!\rightarrow C$ zwischen einem hohen und einem geringen Wert pendeln zu lassen.

Man mag dafür argumentieren, daß zumindest die feinste aller Partitionen kausal von A unabhängiger Sätze uns bei dem Versuch, $P_2(A \Box\!\!\rightarrow C)$ mittels (ZF) zu ermitteln, nicht irreleiten würde. Die Annahme, daß eine solche existiert, ist jedoch unbegründet. Ebenso willkürlich wäre die Voraussetzung, es müsse einen Punkt geben, von dem an es keinen Unterschied mehr mache, auf der Basis welcher der zunehmend feineren Partitionen wir $P_2(A \Box\!\!\rightarrow C)$ berechnen.

(ZF*) ist aus ähnlichen Gründen inakzeptabel. Es gelte $P(A) = P(S) = P(S/A) = 0{,}5$, $0 < P(C/A\&S) < P(C/\neg A\&S)$ und $0 < P(C/A\&\neg S) < P(C/\neg A\&\neg S)$.

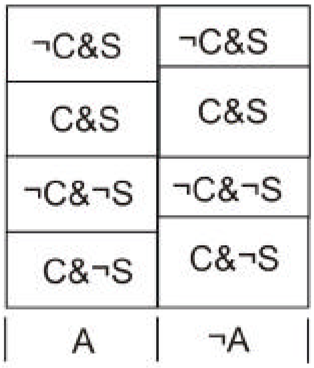


Abbildung 31

S und ¬S seien von A kausal unabhängig. Gemäß (ZF*) sollte also gelten:

$P(A \square\!\!\rightarrow C) = P(S)P(C/A\&S) + P(\neg S)P(C/A\&\neg S)$,

$P(\neg A \square\!\!\rightarrow C) = P(S)P(C/\neg A\&S) + P(\neg S)P(C/\neg A\&\neg S)$.

Aufgrund der Voraussetzungen ergibt sich sofort, daß dann $P(A \square\!\!\rightarrow C) < P(\neg A \square\!\!\rightarrow C)$ ist. Aber auch hier ist Skepsis angebracht, denn versteckte Newcomb-Strukturen könnten die Größenverhältnisse wieder umkehren. Angenommen, P ordnet den von A und ¬A kausal unabhängigen Sätzen S&S', S&¬S', ¬S&S' und ¬S&¬S' jeweils positive Werte zu. Ferner gelte für P in Ergänzung zu Abbildung 31: $P(C/A\&S\&S') > P(C/\neg A\&S\&S')$, $P(C/A\&S\&\neg S') > P(C/\neg A\&S\&\neg S')$, $P(C/A\&\neg S\&S') > P(C/\neg A\&\neg S\&S')$ und $P(C/A\&\neg S\&\neg S') > P(C/\neg A\&\neg S\&\neg S')$.

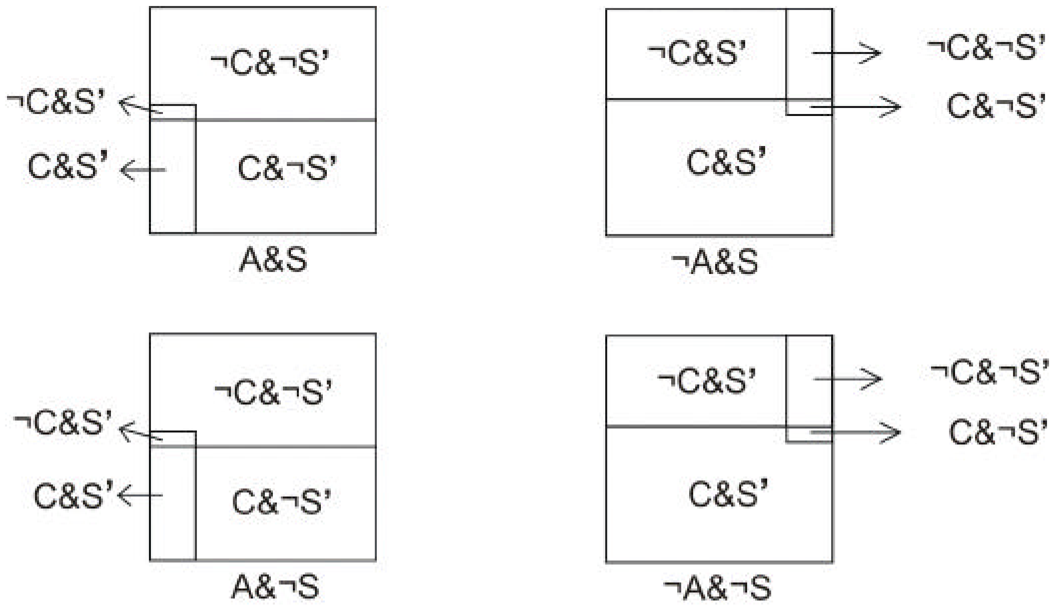


Abbildung 32

Die „Bedingung der Möglichkeit“ einer solchen Konstruktion läßt sich in Anlehnung an Abbildung 32 so formulieren: S’ ist im A&S- sowie im A&¬S-Quadrat stark unterrepräsentiert, ¬S’ hingegen in jedem der übrigen Quadrate.

Nach (ZF*) sind neben den beiden zuvor aufgeführten auch folgende Gleichungen erfüllt:

$$\begin{aligned} P(A \,\Box\!\!\rightarrow C) &= P(S\&S') \times P(C/A\&S\&S') \\ &\quad + P(S\&\neg S') \times P(C/A\&S\&\neg S') \\ &\quad + P(\neg S\&S') \times P(C/A\&\neg S\&S') \\ &\quad + P(\neg S\&\neg S') \times P(C/A\&\neg S\&\neg S'), \\ P(\neg A \,\Box\!\!\rightarrow C) &= P(S\&S') \times P(C/\neg A\&S\&S') \\ &\quad + P(S\&\neg S') \times P(C/\neg A\&S\&\neg S') \\ &\quad + P(\neg S\&S') \times P(C/\neg A\&\neg S\&S') \\ &\quad + P(\neg S\&\neg S') \times P(C/\neg A\&\neg S\&\neg S'). \end{aligned}$$

Ein Blick auf die Voraussetzungen genügt, um festzustellen, daß fatalerweise nun nicht mehr $P(A \,\Box\!\!\rightarrow C)$, sondern $P(\neg A \,\Box\!\!\rightarrow C)$ der kleinere der beiden Werte ist. (Der erste Summand des rechten Terms der ersten Gleichung ist größer als der erste Summand des rechten Terms der zweiten. Dasselbe trifft zu für die zweiten, dritten und vierten Summanden.) Aber selbstverständlich muß dies nicht das letzte Wort sein. Auch die zweite Partition könnte weiter verfeinert werden - insbesondere so, daß das Pendel zurückschlägt und wieder $P(A \,\Box\!\!\rightarrow C)$ der kleinere Wert ist.

Meine Kritik an (ZF*) betrifft auch die sogenannte kausale Entscheidungstheorie von A. Gibbard und W. Harper[240]; genauer: die Alternative dieser Autoren zu dem von R. Jeffrey (und anderen Anhängern der sog. evidentiellen Entscheidungstheorie) vertretenen Dominanzprinzip für rationale Entscheidungen unter Risiko. Beginnen will ich damit, Jeffreys Prinzip vorzustellen und zu erläutern, warum Gibbard und Harper es ablehnen. Beides soll auf wenig „technische“ Weise anhand eines selbstgewählten Beispiels geschehen.[241]

Eine Person X erwägt, mit dem Konsum der Droge d anzufangen. Sie weiß, daß d angenehme Rauschzustände auslöst und preiswert ist, aber auch das Risiko erhöht, die schlimme Krankheit k zu bekommen. „D“ stehe für „X wird zum Konsumenten von d“, „K“ für „X erkrankt irgendwann an k“. Angenommen, X kann durch reelle Zahlen innerhalb des Intervalls [0; 10]

[240] Vgl. Gibbard & Harper (81).
[241] Ein ähnliches Beispiel findet sich a.a.O., S. 169 f.

sinnvollerweise angeben, wie angenehm ihr die durch die Sätze D&K, D&¬K, ¬D&K sowie ¬D&¬K beschriebenen Sachverhalte erscheinen. Die von ihr zugeordneten Zahlen seien, der Reihenfolge der obigen vier Sätze nach, 1, 10, 0,99 und 9,99. Dieser Bewertung zufolge ist es unter jeder der Annahmen K und ¬K für X geringfügig besser, d zu konsumieren als auf d zu verzichten.

| | K | ¬K |
|---|---|---|
| D | 1 | 10 |
| ¬D | 0,99 | 9,99 |

Abbildung 33

Folgt hieraus, daß die erste Option für X rational ist? - Es wäre unplausibel, „Rationalität" so zu definieren, daß dies gilt. Denn X weiß ja, daß die Einnahme von d - eventuell im Verein mit anderen kausalen Faktoren - den Umstand K, der nur unerfreuliche Konsequenzen zuläßt, herbeiführen kann.

Nach R. Jeffrey ist jede Entscheidung für eine *dominante* Handlungsalternative rational. „Dominant" nennt er eine Handlung, wenn sie unter allen Umständen bessere Konsequenzen hat als jede ihrer Alternativen. Dabei müssen die Umstände einander wechselseitig ausschließen, den Spielraum der Möglichkeiten erschöpfen und (schlampig, aber einfach formuliert) von den Handlungen jeweils stochastisch unabhängig sein.[242] - In der obigen Entscheidungssituation ist die letzte Bedingung nicht erfüllt, weil für X's Wfunktion P gilt: $P(K/D) > P(K) > P(K/\neg D)$. D ist daher (für X) nicht dominant.[243]

Gibbard und Harper bestreiten, daß alle Handlungen, die nach Jeffreys Definition dominant sind, als rational gelten sollten. Betrachten wir, um ihren Einwand zu verstehen, eine etwas

[242] Vgl. Jeffrey (83).

[243] Allerdings könnte D einen für X größeren Erwartungswert besitzen als ¬D, so daß es für sie rational wäre, D zu wählen. Gemäß Jeffrey müßte dann gelten:

$P(K/D) \times 1 + P(\neg K/D) \times 10 > P(K/\neg D) \times 0{,}99 + P(\neg K/\neg D) \times 9{,}99.$

Diese Ungleichung trifft zu, gdw. $P(K/D) - P(K/\neg D) < 1/900$ ist, kann also trotz $P(K/D) > P(K/\neg D)$ erfüllt sein.

komplizierte Variante des vorangehenden Beispiels: Wie zuvor glaubt X, daß D unter jedem der Umstände K und ¬K für sie besser wäre als ¬D, und weiß, daß die Droge d den Ausbruch der Krankheit k begünstigt. Dennoch ist für X's Wfunktion nun P(K) = P(K/D). Dies erscheint zunächst widersinnig; denn wie kann K bezüglich P von D stochastisch unabhängig sein, obwohl X weiß, daß D geeignet ist, K herbeizuführen? Es gibt jedoch eine nachvollziehbare Erklärung: X kennt vor ihrer Entscheidung zwischen D und ¬D eine repräsentative Untersuchung, wonach von 500 d-Konsumenten 300 die biologische Eigenschaft e besaßen, von 500 d-Abstinenzlern hingegen nur 200. 30 Prozent der d-Konsumenten mit e und 80 Prozent derjenigen ohne e sind an k erkrankt. Die d-Abstinenzler erkrankten zu 20 Prozent, sofern sie e besaßen, und zu 70 Prozent, sofern dies nicht der Fall war.

| | Menschen mit e | Menschen ohne e | total |
|---|---|---|---|
| d-Konsumenten | 90 Kranke (30%), 210 Gesunde | 160 Kranke (80%), 40 Gesunde | 250 Kranke, 250 Gesunde |
| d-Abstinenzler | 40 Kranke (20%), 160 Gesunde | 210 Kranke (70%), 90 Gesunde | 250 Kranke, 250 Gesunde |

Abbildung 34

X's Kenntnis dieser Daten hat zur Folge, daß in der beschriebenen Entscheidungssituation für ihre Wfunktion folgende Gleichungen gelten, in denen „E" für „X besitzt e" steht:

P(K/D&E) = 0,3, P(K/D&¬E) = 0,8, P(K/¬D&E) = 0,2, P(K/¬D&¬E) = 0,7,

P(K) = P(K/D) = 0,5 sowie P(D/E) = 0,6 und P(D/¬E) = 0,4.

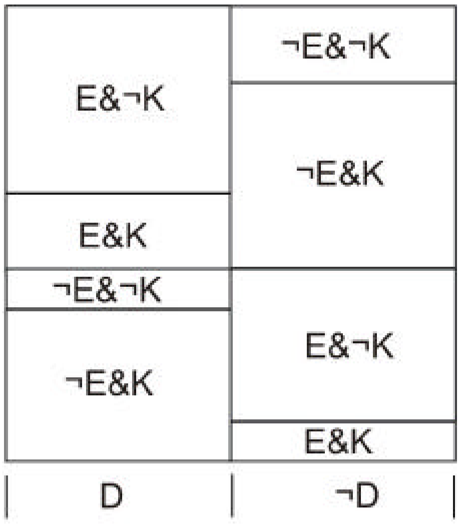

Abbildung 35

Menschen mit der Eigenschaft e sind in hohem Maße risikobereit und immun gegen k. Dies erklärt, warum überdurchschnittlich viele von ihnen d konsumieren, der Anteil der an k Erkrankten aber trotzdem weit geringer ist als bei Menschen, denen e fehlt.

Wer e besitzt, hat diese Eigenschaft von Geburt an und behält sie sein Leben lang. Es ist unmöglich, sie durch den Konsum von d zu bekommen oder zu verlieren. Die Sätze E und ¬E sind insofern von D kausal unabhängig. Stochastisch sind sie jedoch von D abhängig. Da P(D/E) > P(D) ist, muß nämlich P(E/D) > P(E) und folglich auch P(¬E/D) < P(¬E) sein.

Durch eine Entscheidung für D würde X einerseits ihre Zuversicht steigern, e zu besitzen und vor k geschützt zu sein. Andererseits weiß sie, daß ihre Anfälligkeit gegen k hierdurch erhöht würde, ganz gleich, ob sie e besitzt oder nicht. Somit verschlechterte sich zwar nicht die Stimmung, wohl aber die reale Lage. (Man erinnere sich an das Nehmen nur einer Schachtel beim Newcomb-Problem.) Insgesamt heben die gegenteiligen Effekte sich in dem Sinne auf, daß P(K/D) = P(K) = P(K/¬D) ist. Hieraus folgt sofort: P(¬K/D) = P(¬K) = P(¬K/¬D). Da zudem D unter jedem der Umstände K und ¬K für X bessere Konsequenzen hat als ¬D, ist gemäß Jeffrey D (bzw. die durch diesen Satz beschriebene Handlung) für X dominant und also rational. - Anscheinend wäre X jedoch gut beraten, Jeffreys Theorie in diesem Fall zu mißtrauen und sich für ¬D zu entscheiden. Denn der durch die Droge erzeugte Lustgewinn ist sehr gering, während das Risiko, infolge von k dramatisch an Lebensqualität zu verlieren, deutlich steigt - von 20 auf 30 Prozent bei Trägern von e, von 70 auf 80 Prozent bei allen übrigen.

Der Theorie von Gibbard und Harper zufolge verhält X sich irrational, falls sie die Option D realisiert. Zwar übernehmen diese Autoren dem Wortlaut nach Jeffreys Dominanzprinzip, wonach eine für X dominante Handlung auch für X rational sein muß. Ihr Dominanzbegriff ist jedoch ein anderer. Der Unterschied zu Jeffreys Definition besteht erstens darin, daß die Handlungsumstände von jeder der Handlungsalternativen *kausal* (statt stochastisch) unabhängig sein müssen. Kausal unabhängig von D und ¬D sind nach Gibbard und Harper aber nicht K und ¬K, sondern E und ¬E.[244] Zweitens unterscheidet ihre Definition sich dadurch, daß eine Handlung bereits dann als dominant gilt, wenn sie unter jedem der zu berücksichtigenden Umstände einen höheren *Teil*erwartungswert besitzt als jede ihrer Alternativen. - Daß nach diesem Ansatz ¬D dominant ist, läßt sich so begründen: Der Teilerwartungswert von ¬D unter der Annahme E beträgt für X
$P(K/\neg D\&E) \times 0{,}99 + P(\neg K/\neg D\&E) \times 9{,}99 = 0{,}2 \times 0{,}99 + 0{,}8 \times 9{,}99 = 8{,}19$, der von D unter Annahme von E hingegen nur $P(K/D\&E) \times 1 + P(\neg K/D\&E) \times 10 = 0{,}3 \times 1 + 0{,}7 \times 10 = 7{,}3$.
Im Fall ¬E hat ¬D ebenfalls den größeren Teilerwartungswert, weil gilt:
$P(K/\neg D\&\neg E) \times 0{,}99 + P(\neg K/\neg D\&\neg E) \times 9{,}99 = 0{,}7 \times 0{,}99 + 0{,}3 \times 9{,}99 = 3{,}69 >$
$P(K/D\&\neg E) \times 1 + P(\neg K/D\&\neg E) \times 10 = 0{,}8 \times 1 + 0{,}2 \times 10 = 2{,}8$.

Nachzutragen bleibt noch, daß Gibbard und Harper den *Gesamt*erwartungswert der Option D für X identifizieren würden mit der Summe $P(E) \times [P(K/D\&E) \times 1 + P(\neg K/D\&E) \times 10] +$
$P(\neg E) \times [P(K/D\&\neg E) \times 1 + P(\neg K/D\&\neg E) \times 10]$. (Entsprechendes gilt für ¬D.)

Ihr Gegenentwurf zu Jeffreys Dominanzbegriff erscheint angesichts des soeben geschilderten Beispiels recht plausibel, scheitert jedoch an demselben Einwand, der bereits gegen den Vorschlag erhoben wurde, die Wahrscheinlichkeiten konjunktivischer Ksätze mittels (ZF*) zu berechnen. - In unserem Beispiel ist gemäß (ZF*) $P(D \Box\!\!\rightarrow K) > P(\neg D \Box\!\!\rightarrow K)$, weil erstens E und ¬E von D und ¬D kausal unabhängig sind und zweitens $P(K/D\&E) > P(K/\neg D\&E)$ sowie $P(K/D\&\neg E) > P(K/\neg D\&\neg E)$ ist. Wir wissen jedoch, daß (ZF*) inakzeptabel ist, da die Formel unter Umständen auch für den Nachweis verwendet werden kann, daß zugleich gilt: $P(D \Box\!\!\rightarrow K) < P(\neg D \Box\!\!\rightarrow K)$. Belegen läßt sich dies, indem man einige ergänzende Festlegungen bezüglich P trifft und die Wahrscheinlichkeiten der beiden Konditionale auf der Grundlage

[244] Ihre Definition von kausaler Unabhängigkeit findet sich a.a.O. auf S. 172. Sie vorzustellen und zu erklären, würde uns zu weit abführen. *Meine* Begründung, warum E und ¬E, nicht aber K und ¬K von den beiden Handlungen kausal unabhängig sind, würden Gibbard und Harper vermutlich akzeptieren. Diese Einschätzung stützt sich auf ihre Ausführungen zu dem von *ihnen* konstruierten Beispiel.

einer feineren Partition kausal unabhängiger Handlungsumstände berechnet. Dasselbe (bereits vorexerzierte) Verfahren ist geeignet, aufzuzeigen, daß Gibbards und Harpers Dominanzbegriff zu Widersprüchen führt.

Angenommen, e' ist eine weitere biologische Eigenschaft, die niemand durch den Konsum der Droge d erwerben oder verlieren kann. „E'" stehe für „X besitzt e'". P ordne den von D und ¬D kausal unabhängigen Sätzen E&E', E&¬E', ¬E&E' sowie ¬E&¬E' jeweils positive Werte zu. Ferner gelte für P in Ergänzung zu den bisherigen, durch Abbildung 35 näherungsweise erfaßten Angaben:

P(K/D&E&E') < P(K/¬D&E&E'),

P(K/D&E&¬E') < P(K/¬D&E&¬E'),

P(K/D&¬E&E') < P(K/¬D&¬E&E'),

P(K/D&¬E&¬E') < P(K/¬D&¬E&¬E').

Die folgende Abbildung, eine detailliertere Darstellung der vier Rechtecke, aus denen die vorangehende zusammengesetzt ist, demonstriert, daß diese Ungleichungen gemeinsam erfüllt sein können, ohne zu den früheren Angaben im Widerspruch zu stehen.

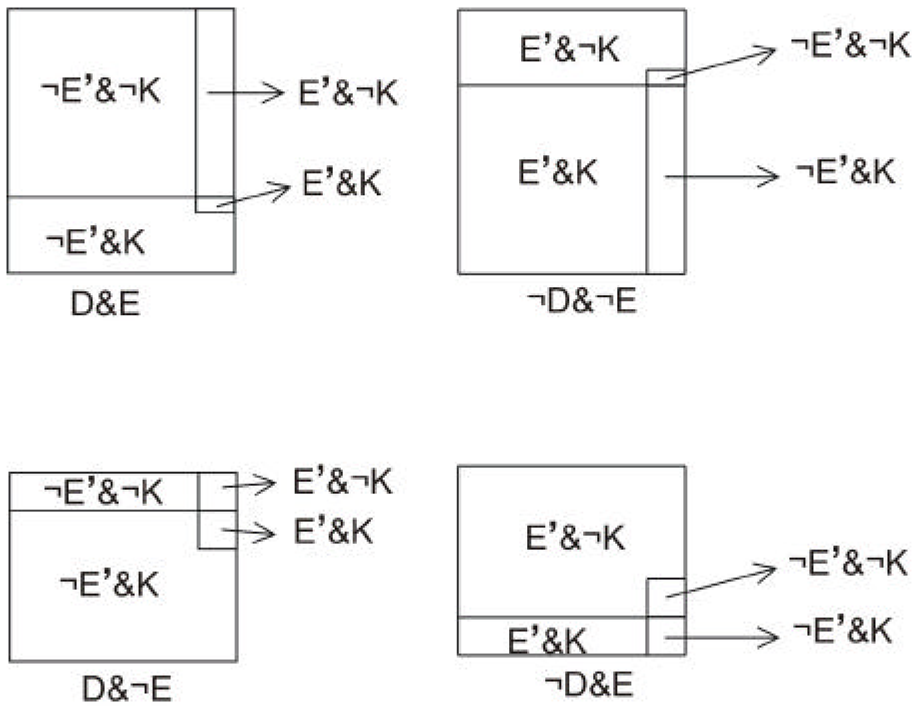


Abbildung 36

Offensichtlich kann nun anhand von (ZF*) begründet werden, daß (im Widerspruch zur früheren Argumentation) $P(D \square\!\!\rightarrow K) < P(\neg D \square\!\!\rightarrow K)$ ist. Zudem stellt sich der Dominanzbegriff von Gibbard und Harper als unbrauchbar heraus, weil hiernach (im Widerspruch zu ihrer Definition) sowohl $\neg D$ als auch D für X dominant ist. Ersteres wurde schon gezeigt; letzteres ist so zu begründen: Im Fall E&E' liegen die Teilerwartungswerte von D und $\neg D$ bei $P(K/D\&E\&E') \times 1 + P(\neg K/D\&E\&E') \times 10$ bzw. $P(K/\neg D\&E\&E') \times 0{,}99 + P(\neg K/\neg D\&E\&E') \times 9{,}99$. Die erste Summe ist größer als die zweite. Denn 1 wird mit einem kleineren Gewichtungsfaktor multipliziert als 0,99, 10 folglich mit einem größeren als 9,99. - Die Begründungen dafür, daß D auch in den Fällen $E\&\neg E'$, $\neg E\&E'$ und $\neg E\&\neg E'$ den höheren Teilerwartungswert besitzt, verlaufen analog.

## 3.27 Wahrscheinlichkeitsrevisionen und Wahrscheinlichkeiten konjunktivischer Ksätze

Adams' Versuch, die Wahrscheinlichkeit eines konjunktivischen Ksatzes zurückzuführen auf zeitlich verschiedene Wahrscheinlichkeiten gewisser faktischer Sätze, muß als gescheitert gelten. Wenn wir Lewis' in „Counterfactuals" vertretene Theorie akzeptieren und durch die Limes-Annahme vereinfachen[245], bietet sich folgende Alternative an: Die Wahrscheinlichkeit von „Wenn A wahr wäre, wäre C wahr" ist bestimmbar als Summe der Wahrscheinlichkeiten der Welten, deren ähnlichste A-Welten ausnahmslos zur Menge der C-Welten gehören. Denn gemäß der vereinfachten Lewis-Theorie ist ein solcher Ksatz in einer möglichen Welt wahr, gdw. alle ihr maximal ähnlichen Antecedens- zugleich Konsequenswelten sind.

Dieser Vorschlag präsupponiert die Falschheit der Singularitätsannahme[246] und steht darum, wie ich sogleich zeigen werde, im Widerspruch zu der durch den Ramsey-Test[247] nahegelegten Idee, den (zur Formalisierung konjunktivischer Ksätze vorgesehenen) Operator „$\square\!\!\rightarrow$" als *Wahrscheinlichkeitsrevisionsoperator*[248] (kurz: *WR-Operator*) aufzufassen. - Der folgende

[245] Lewis' Einwände gegen die Limes-Annahme wurden in Kap. 2.3 entkräftet.
[246] Vgl. S. 51 und Kap. 2.5 der vorliegenden Arbeit.
[247] Vgl. S. 49.
[248] Eine Übersetzung der in Lewis (91a) auf S. 93 eingeführten Bezeichnung.

Exkurs über Wahrscheinlichkeitsrevisionen wird uns begriffliche Instrumente bereitstellen, um den genannten Vorschlag zu ergänzen und gegen einen Einwand zu verteidigen.

„$\Box\!\!\rightarrow$“ sei ein WR-Operator, gdw. für beliebige Wfunktionen P sowie Sätze A und C gilt: $P(A \Box\!\!\rightarrow C) = P_A(C)$. Dabei sei $P_A$ eine Wfunktion, die das Ergebnis einer durch die Annahme A induzierten Revision von P darstellt. Aus Lewis’ erstem Trivialitätstheorem folgt, daß wenn „$\Box\!\!\rightarrow$“ ein WR-Operator ist, nicht für alle A, C und P $P_A(C) = P(C/A)$ sein kann - es sei denn, die zugrunde liegende Sprache ist trivial. Definiert man $P_A$ als Konditionalisierung von P bezüglich A, wird also die Existenz eines WR-Operators von vornherein ausgeschlossen. Dieselbe Konsequenz ergibt sich aus der soeben angegebenen Definition des Wahrheitsprädikats für konjunktivische Ksätze in Verbindung mit der (durch diese Definition präsupponierten) Negation der Singularitätsannahme. Wenn nämlich s(A, i), die Menge der einer Welt i maximal ähnlichen A-Welten, kontra Stalnaker mehr als ein Element enthalten kann, besteht die Möglichkeit, daß zu ihr sowohl C- als auch $\neg$C-Welten gehören und die Sätze $A \Box\!\!\rightarrow C$ und $A \Box\!\!\rightarrow \neg C$ somit beide falsch sind. Für irgendeine Wfunktion P gilt dann: $P(A \Box\!\!\rightarrow C) = P(A \Box\!\!\rightarrow \neg C) = 0$. Wäre nun „$\Box\!\!\rightarrow$“ ein WR-Operator, so müßte einerseits auch $P_A(C) = P_A(\neg C) = 0$ sein, andererseits dürfte $P_A$ die Standardgesetze der Wahrscheinlichkeit nicht verletzen. Weil diese Forderungen nicht gemeinsam erfüllbar sind, ist „$\Box\!\!\rightarrow$“ unter den genannten Voraussetzungen kein WR-Operator.

Nun stellt sich die Frage, ob ein WR-Operator wenigstens dann auffindbar ist, wenn als Methode der Wahrscheinlichkeitsrevision nicht die Konditionalisierung gewählt und die Singularitätsannahme als korrekt anerkannt wird. D. Lewis hat gezeigt, daß dies zu bejahen ist. Die von ihm als „Stalnaker conditional“ bezeichnete Funktion besitzt in der Tat die Eigenschaft eines WR-Operators. Ehe ich hierauf näher eingehe, seien einige terminologische Festlegungen vorausgeschickt, die von Lewis’ Ausführungen geringfügig abweichen, ohne den Gehalt seiner Resultate zu verändern.

Für eine Weltenselektionsfunktion s sei „$\Box\!\!\rightarrow$“ ein *Stalnaker-Operator*, gdw. für beliebige Welten j sowie Sätze A und C gilt: $A \Box\!\!\rightarrow C$ ist wahr in j, gdw. die (!) Welt s(A, j) zur Menge der C-Welten gehört. - Eine Selektionsfunktion s heiße *zulässig*, gdw. für alle A, C und j gilt:

1) $s(A, j) \in |A|$,

2) ist $j \in |A|$, so ist $s(A, j) = j$,

3) ist $s(A, j) \in |C|$ und $s(C, j) \in |A|$, so ist $s(A, j) = s(C, j)$.[249]

Analoge Bedingungen definieren für sämtliche A, B, C und P die Zulässigkeit einer Methode der Wahrscheinlichkeitsrevision:

1) $P_A(A) = 1$,

2) ist $P(A) = 1$, so ist $P_A(C) = P(C)$,

3) ist $P_A(C) = 1$ und $P_C(A) = 1$, so ist $P_A(B) = P_C(B)$.

Diese begrifflichen Festlegungen ermöglichen den Beweis des folgenden Theorems:[250] Ein Operator „$\Box\!\!\rightarrow$“ ist ein Stalnaker-Konditional für eine zulässige Selektionsfunktion, gdw. er auch ein WR-Operator für eine zulässige Methode der Wahrscheinlichkeitsrevision ist.

Wie aber könnte eine zulässige Methode der Wahrscheinlichkeitsrevision, für die „$\Box\!\!\rightarrow$“ ein WR-Operator ist, definiert sein? Lewis beweist, daß nur eine Möglichkeit offensteht.[251] Die einzige Methode dieser Art ist diejenige, die er *Imaging* nennt und die ich, um sie später von einer Variante unterscheiden zu können, als *Stalnaker-Imaging* (kurz: *Imaging*$_S$) bezeichne. Wenn also „$\Box\!\!\rightarrow$“ für eine zulässige Selektionsfunktion ein Stalnaker-Konditional ist, dann muß $P(A \Box\!\!\rightarrow C) = P_A(C)$ sein und $P_A$ per Imaging$_S$ aus P hervorgehen.

Nachfolgend referiere ich zunächst, wie Lewis die Imaging$_S$-Revision auf bildhafte Weise beschreibt, und stelle danach die von ihm angegebene Definition vor. - Jede Wahrscheinlichkeitsrevision dieses Typs überführt eine Wfunktion in eine (nicht notwendigerweise andere) Wfunktion, die dem Satz, bezüglich dessen revidiert werden soll, die Eins zuordnet, sofern er in irgendeiner möglichen Welt wahr ist. Angenommen, P soll per Imaging$_S$ bezüglich A revidiert werden und weist einigen $\neg$A-Welten positive Werte zu. Im Zuge der Revision gibt jede dieser $\neg$A-Welten ihre gesamte Wahrscheinlichkeit an die (!) ihr ähnlichste A-Welt ab. Die A-Welten exportieren dagegen nichts von ihrer Wahrscheinlichkeit, importieren jedoch, sofern es $\neg$A-Welten gibt, deren ähnlichste A-Welten sie sind und denen P nicht die Null zuordnet. Sie exportieren deshalb nicht, weil beim Imaging$_S$ hinsichtlich A nur an die jeweils ähnlichste A-Welt Wahrscheinlichkeit abgegeben wird, die einer A-Welt j ähnlichste

[249] Diese Bedingungen stammen von Stalnaker und wurden bereits in Kap. 2.4 erörtert.
[250] Vgl. Lewis (91a), S. 92 - 97. In seinem Beweis setzt Lewis voraus, daß die Menge der möglichen Welten endlich ist.
[251] A.a.O. S. 96 f.

A-Welt aber j selbst ist. - Der Grenzfall einer Revision, die nichts verändert, liegt vor, wenn P durch Imaging$_S$ bezüglich A revidiert werden soll, obwohl bereits P(A) = 1 ist (und P somit für keine ¬A-Welt einen positiven Wert annimmt). Für beliebige C gilt dann: $P_A(C) = P(C)$. („$P_A$" bezeichne hier das Resultat einer durch die Annahme A ausgelösten Imaging$_S$-Revision von P.)

Kommen wir nun zu Lewis' Definition. Ist ein Satz A in irgendeiner möglichen Welt wahr, so sei für alle Wfunktionen P und Sätze C $P_A(C) =_{Def.} \sum_{j=1}^{n} P_A(i_j) \times P^j(C)$.[252] - Eine durch einen oberen Kleinbuchstaben indizierte Wfunktion heiße *dezidiert*. Jede dezidierte Wfunktion $P^j$ ordne einem Satz C den Wert 1 zu, wenn C in der Welt $i_j$ wahr ist. Andernfalls sei $P^j(C) = 0$. - Eine Imaging$_S$-Funktion $P_A$ verteilt nach Lewis in Übereinstimmung mit folgender Gleichung Wahrscheinlichkeiten auf die Welten $i_j$:

$$P_A(i_j) =_{Def.} \sum_{k=1}^{n} P(i_k) \times \begin{cases} 1, \text{ falls } s(A, i_k) = i_j \\ 0, \text{ sonst.} \end{cases}$$

$P_A(i_j)$ entspricht demnach der Summe der nicht-revidierten Wahrscheinlichkeiten der Welten, deren ähnlichste A-Welt $i_j$ ist. Und $P_A(C)$ ist aufzufassen als Summe der nicht-revidierten Wahrscheinlichkeiten der Welten, deren ähnlichste A- zugleich eine C-Welt ist.

Mögliche Welten fungieren hier ebenso wie Sätze als Argumente von Wfunktionen. (Um für Uniformität zu sorgen, könnten wir vereinbaren, daß „i" eine mögliche Welt bezeichnen, aber auch als Abkürzung des Satzes „i ist die reale Welt" dienen kann.) Zwischen Wahrscheinlichkeiten von Sätzen und Welten besteht dieser Zusammenhang: $P(C) = \sum_{j=1}^{n} P(i_j) \times P^j(C)$. Die oben angegebene Gleichung $P_A(C) = \sum_{j=1}^{n} P_A(i_j) \times P^j(C)$ ist eine Konsequenz hieraus, da gemäß den Festlegungen über dezidierte Wfunktionen $P^j(C)$ für alle j mit $(P_A)^j(C)$ identisch sein muß. - Damit nicht im Widerspruch zu den Standardgesetzen $P(T) = \sum_{j=1}^{n} P(i_j) \times P^j(T) \neq 1$ sein kann, legt Lewis fest, daß die Summe $\sum_{j=1}^{n} P(i_j)$ stets 1 beträgt.

Den Unterschied zwischen Imaging$_S$ und Konditionalisierung veranschaulicht Lewis durch ein kleines Beispiel. Eine Wfunktion P ordne den Welten $i_1$, $i_2$ und $i_3$ jeweils den Wert 1/3 zu. In $i_1$ sei A&¬C wahr, in $i_2$ A&C und in $i_3$ ¬A. Die der Welt $i_3$ ähnlichste A-Welt sei $i_2$. Unter diesen Voraussetzungen ist $P_A(i_1) = 1/3$, $P_A(i_2) = 2/3$ und $P_A(i_3) = 0$, so daß gilt: $P_A(C) = \sum_{j=1}^{3} P_A(i_j) \times P^j(C) = 2/3$. Dagegen liegt P(C/A) nur bei 1/2.

[252] Lewis definiert die Funktion $P_A$ somit nur für den Fall endlich vieler möglicher Welten.

Lewis' Definition des Imaging$_S$ basiert auf der (bekanntlich von ihm selbst abgelehnten) fragwürdigen Singularitätsannahme. P. Gärdenfors führt eine Revisionsmethode ein, die unter anderem deshalb allgemeiner ist, weil bei ihrer Definition diese Annahme vermieden wird.[253] Gärdenfors' Imaging-Variante ist für uns insofern bedeutsam, als sie sogleich benötigt wird, um eine m.E. plausible Vermutung über Wahrscheinlichkeiten konjunktivischer Ksätze aufzustellen.

Ist A in irgendeiner Welt wahr, so gehe $P_A$ durch *vereinfachtes Gärdenfors-Imaging* (kurz: *Imaging$_G$*) aus P hervor, gdw. für beliebige C gilt: $P_A(C) = \sum_{j=1}^{n} P_A(i_j) \times P^j(C)$. - Dies ist noch nichts Neues. Der Unterschied zum Imaging$_S$ kommt dadurch zustande, daß nun weniger restriktiv festgelegt wird, wie $P_A$ Wahrscheinlichkeiten auf die Welten $i_j$ verteilt: $P_A(i_j) = \sum_{k=1}^{n} P(i_k) \times (P^k)_A(i_j)$. - $(P^k)_A$ ist das Resultat einer Imaging$_G$-Revision der dezidierten Wfunktion $P^k$ und muß nicht ebenfalls dezidiert sein.[254] Gefordert wird lediglich, daß $(P^k)_A(i_j) > 0$ ist, gdw. $i_j$ zu $s(A, i_k)$ gehört. Diese Menge darf mehr als ein Element enthalten, da die Singularitätsannahme fallengelassen wurde. (Wäre sie weiterhin in Kraft, so liefen die Definitionen der beiden Imaging-Versionen aufs selbe hinaus.[255])

Kehren wir zurück zu dem plausiblen Vorschlag, die Wahrscheinlichkeit von „Wenn A wahr wäre, wäre C wahr" zu identifizieren mit der Summe der Wahrscheinlichkeiten der Welten, deren ähnlichste A-Welten ausnahmslos C-Welten sind. Für beliebige Sätze A, C und Wfunktionen P soll demnach gelten:

$$\text{(V) } P(A \Box\!\!\rightarrow C) =_{Def.} \sum_{j=1}^{n} P(i_j) \times \begin{cases} 1, \text{ falls } s(A, i_j) \subseteq |C| \\ 0, \text{ sonst.} \end{cases}$$

[253] Vgl. Gärdenfors (82) und (88), S. 114 - 117.

[254] Wenn sich $(P^k)_A$ dagegen per Imaging$_S$ aus $P^k$ ergibt und zudem „$\Box\!\!\rightarrow$" ein Stalnaker-Konditional für eine zulässige Selektionsfunktion ist, so müssen *beide* Wfunktionen dezidiert sein. Lewis beweist dies wie folgt, indem er voraussetzt, daß jede mögliche Welt von jeder anderen sprachlich unterscheidbar ist: Angenommen, „$\Box\!\!\rightarrow$" ist ein Konditional der genannten Art und die Dezidiertheit von $P^k$ überträgt sich nicht auf die Imaging$_S$-Funktion $(P^k)_A$. Es gibt dann (mindestens) zwei Welten, denen $(P^k)_A$ positive Wahrscheinlichkeit zuordnet und - wegen der sprachlichen Unterscheidbarkeit dieser Welten - einen Satz C, der nur in einer von ihnen wahr ist. Für C muß gelten: $0 < (P^k)_A(C) < 1$. Wie schon erwähnt, hat Lewis bewiesen, daß ein Stalnaker-Konditional für eine zulässige Selektionsfunktion zugleich ein WR-Operator für die Imaging$_S$-Methode sein muß. Demnach ist $(P^k)_A(C) = P^k(A \Box\!\!\rightarrow C)$ und folglich $0 < P^k(A \Box\!\!\rightarrow C) < 1$. Dann aber wäre $P^k$ i.W.z.A. nicht dezidiert.

[255] Imaging$_G$ ist eine vereinfachte Version des Verfahrens, das von Gärdenfors a.a.O. definiert wird und nicht nur wegen des Verzichts auf die Singularitätsannahme allgemeiner ist als das von Lewis konstruierte Imaging$_S$. Gärdenfors setzt nämlich nicht die Endlichkeit der Menge möglicher Welten voraus und fordert für den Fall $j \in |A|$ nur, daß $j \in s(A, j)$ (statt $\{j\} = s(A, j)$) ist. Wenn bezüglich A revidiert wird, exportieren dann unter Umständen auch die A-Welten Wahrscheinlichkeit.

Die Singularitätsannahme wird bei dieser Definition offensichtlich nicht vorausgesetzt. - Wir wissen, daß „$\Box\!\!\rightarrow$“ nun kein WR-Operator sein kann. $P(A \Box\!\!\rightarrow C)$ kann nicht in jedem Fall mit $P_A(C)$ übereinstimmen - auch dann nicht, wenn $P_A$ das Resultat einer Imaging$_G$-Revision von P darstellt.

Wurde der Vorschlag (V) zu Recht als plausibel bezeichnet? - Angesichts des folgenden Beispiels mag dies zweifelhaft erscheinen: Ein regulärer Würfel w ist zu einem Zeitpunkt t nicht geworfen worden. Wer dies weiß, wird die Wahrscheinlichkeit des Satzes

(27) Falls w zu t geworfen worden wäre, wäre die Eins gefallen

vermutlich mit 1/6 ansetzen. Gemäß (V) müßte er diesem Satz jedoch die (anscheinend zu niedrige) Wahrscheinlichkeit 0 beimessen. Um dies zu begründen, übertrage ich das Beispiel ins Reich der möglichen Welten, zu dem, wie ich annehmen will, nicht mehr als sieben gehören.

„W“ und „E“ seien Abkürzungen für „Zu t wird w ge***w***orfen“ bzw. „Zu t wird mit w die ***E***ins geworfen“. Die Wfunktion P einer Person X ordnet den sechs W-Welten $i_1$ bis $i_6$ jeweils den Wert 0 und der $\neg$W-Welt $i_7$ den Wert 1 zu. In $i_1$ fällt die Augenzahl 1, in $i_2$ die 2 etc. Der Würfel ist in jeder Welt regulär, und zwischen $i_1$ bis $i_6$ bestehen keinerlei Unterschiede, die zur Folge hätten, daß eine dieser Welten $i_7$ ähnlicher wäre als eine andere. Mit Ausnahme von $i_7$ liegt daher jede Welt in $s(W, i_7)$, der Menge der W-Welten, die $i_7$ am ähnlichsten sind. Somit ist $s(W, i_7) \cap |\neg E| \neq \varnothing$, $W \Box\!\!\rightarrow E$ (die Formalisierung von (27)) in $i_7$, der einzigen Welt mit positiver Wahrscheinlichkeit, falsch und schließlich gemäß (V) $P(W \Box\!\!\rightarrow E) = 0$. - Zu erwarten wäre aber, so der Einwand gegen (V), daß eine sprachkompetente Person in X’s epistemischer Situation die Wahrscheinlichkeit von $W \Box\!\!\rightarrow E$ (bzw. Satz (27)) mit1/6 identifiziert.

Unter folgender plausiblen Voraussetzung ist dies genau der Wert, der E durch die Imaging$_G$-Funktion $P_W$ zugewiesen wird: Die Welt $i_7$ muß bei der Imaging$_G$-Revision bezüglich W ihre Wahrscheinlichkeit *zu gleichen Teilen* an $i_1$ bis $i_6$ abgeben. Diese Voraussetzung erscheint berechtigt, da die W-Welten $i_1$ bis $i_6$ der $\neg$W-Welt $i_7$ gleichermaßen ähnlich sind.

Sollten wir aufgrund dieses Befundes (V) verwerfen und in Erwägung ziehen, daß die Wahrscheinlichkeit eines beliebigen konjunktivischen Ksatzes eben doch mit derjenigen übereinstimmt, die seinem Konsequens nach einer Imaging$_G$-Revision bezüglich des Antecedens zukommt? - Letzteres scheitert daran, daß jeder WR-Operator zugleich ein Stalnaker-Konditional und jedes Stalnaker-Konditional ein WR-Operator für die

Imaging$_S$-Methode ist; ersteres erscheint mir unbegründet, da sich (V) gegen das vorgebrachte Beispiel durchaus verteidigen läßt.

Wenn in der kommunikativen Praxis ein konjunktivischer Ksatz probabilistisch qualifiziert wird, so kann die Wahrscheinlichkeit des gesamten Ksatzes, aber auch die seines Konsequens bei Realisierung des Antecedens gemeint sein. Im ersten Fall nenne ich die Wahrscheinlichkeit *über*-, im zweiten *untergeordnet.* Übergeordnete Wahrscheinlichkeiten konjunktivischer Ksätze sind mittels (V) berechenbar, untergeordnete werden durch eine Imaging$_G$-Revision bezüglich des Antecedens bestimmt. - In unserem Beispiel glaubt X, daß mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/6 die Eins gefallen wäre, wenn jemand w geworfen hätte. Darum beträgt für X die untergeordnete Wahrscheinlichkeit von Satz (27) 1/6. Die übergeordnete liegt hingegen aus den bereits dargelegten Gründen bei 0. Der geschilderte Einwand beruht also auf einer Verwechslung dieser Begriffe. - Wo i.f. schlicht von Wahrscheinlichkeiten konjunktivischer Ksätze die Rede ist, sind wie bisher stets übergeordnete gemeint.

Naheliegend ist die von mir diagnostizierte Verwechslung insofern, als über- und untergeordnete Wahrscheinlichkeiten konjunktivischer Ksätze vielfach zusammenfallen. - Betrachten wir etwa folgende Variation des Würfelbeispiels: In einem Karton befinden sich genau sechs irreguläre Würfel. Einer von ihnen ist so hergestellt, daß nach jedem Wurf die 1 oben liegen muß. Dasselbe gilt für die Augenzahlen 2 bis 6. Nun wird ein Würfel w herausgegriffen und zum Zeitpunkt t nicht geworfen. Für die Person X, der die Situation so weit bekannt ist, deutet nichts darauf hin, um welchen der sechs Würfel es sich bei w handelt. Die Wahrscheinlichkeit, daß w der Einerwürfel ist, beträgt für X daher 1/6. Konsequenterweise ist dies auch die Wahrscheinlichkeit, die er dem Satz

(27) Falls w zu t geworfen worden wäre, wäre die 1 gefallen

beimißt.

Daß über- und untergeordnete Wahrscheinlichkeit nun übereinstimmen, läßt sich zeigen, wenn wir die Situation durch ein Mögliche-Welten-Szenario ergänzen. - Angenommen, die Weltenmenge hat genau 12 Elemente. X's Wfunktion P ordnet den W-Welten $i_1$ bis $i_6$ jeweils die 0 und den $\neg$W-Welten $i_7$ bis $i_{12}$ jeweils den Wert 1/6 zu. In $i_1$ und $i_7$ wird der Einerwürfel aus dem Karton genommen, in $i_2$ und $i_8$ der Zweierwürfel, usw. Da sonstige Unterschiede zwischen den Welten für Ähnlichkeitsvergleiche nicht relevant sind, gilt für jede $\neg$W-Welt $i_j$, daß zur Menge der ihr maximal ähnlichen W-Welten allein $i_{j-6}$ gehört. Somit ist nur in den

Fällen $j = 1$ und $j = 7$ $s(W, i_j) \subseteq |E|$, $W \Box\!\!\rightarrow E$ nur in $i_1$ und $i_7$ wahr und schließlich gemäß (V) $P(W \Box\!\!\rightarrow E) = 1/6$.

| | Einerwürfel | ... | Sechserwürfel |
|---|---|---|---|
| $W$ | $i_1$ | ... | $i_6$ |
| $\neg W$ | $i_7$ | ... | $i_{12}$ |

Abbildung 37

Wird P einer Imaging$_G$-Revision bezüglich W unterzogen, so exportiert jede $\neg W$-Welt $i_j$ ihre gesamte Wahrscheinlichkeit an $i_{j-6}$. Nach der Revision besitzt die W-Welt $i_1$ die von $i_7$ importierte Wahrscheinlichkeit 1/6 und ist die einzige E-Welt mit positiver Wahrscheinlichkeit. Für die revidierte Wfunktion $P_W$ gilt also: $P_W(E) = 1/6$. - Über- und untergeordnete Wahrscheinlichkeit fallen zusammen.

Aufgrund der physikalischen Eigenschaften des Einerwürfels würde mit ihm bei einer beliebig hohen Anzahl von Versuchen stets die Eins geworfen. Die *Chance*, mit ihm die Eins zu würfeln, liegt deshalb bei 1. Für jeden der übrigen Würfel ist die Chance auf das Ergebnis Eins hingegen mit 0 anzusetzen. X sind diese Fakten bekannt, und die Wahrscheinlichkeit, daß w der Einerwürfel ist, beträgt nach seiner Einschätzung 1/6. Er nimmt daher mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/6 an, daß die Chance auf das Resultat 1 bei 1 liegt, und mit der von 5/6, daß diese Chance mit 0 zu identifizieren ist.

Im Vergleich dazu hat X in der ersten Version des Beispiels keinerlei Zweifel hinsichtlich der vorliegenden Chancen. Er ist sicher, daß die Chance, Eins zu werfen, 1/6 beträgt. Beidemal summieren sich jedoch alle in Betracht kommenden, probabilistisch gewichteten Chancen für die Augenzahl Eins zu 1/6, dem Wert, der beidemal als untergeordnete Wahrscheinlichkeit von Satz (27) anzusehen ist. Die übergeordnete entspricht dagegen jeweils der Wahrscheinlichkeit, daß die Chance, die genannte Zahl zu werfen, bei 1 liegt und mithin eine Welt realisiert ist, deren maximal ähnliche W-Welten *sämtlich* E-Welten sind. Differenzen zwischen über- und untergeordneter Wahrscheinlichkeit entstehen offenbar genau dann, wenn X einer zwischen 0 und 1 liegenden Chance auf das genannte Ergebnis bzw. einer Welt, deren maximal ähnliche W-Welten *nur teilweise* auch E-Welten sind, positive Wahrscheinlichkeit beimißt.

# 4 Eine neue Klassifikation

## 4.1 Alethische und nicht-alethische Ksätze

Nach Lewis und Jackson ist die Mögliche-Welten-Theorie nur für konjunktivische, Adams' probabilistische Theorie hingegen nur für indikativische Ksätze zuständig. Das Scheitern der Versuche Adams', seinen Ansatz auf Ksätze im Konjunktiv zu übertragen, läßt den zweiten Teil ihrer These plausibel erscheinen. Der erste Teil ist m.E. jedoch inakzeptabel, weil durch die Äußerung eines indikativischen Ksatzes in den meisten Kontexten kaum anderes mitgeteilt wird, als durch Äußerung des konjunktivischen Pendants mitgeteilt worden wäre. Ein Unterschied besteht zumeist nur hinsichtlich der epistemischen Einstellung des Sprechers zum Antecedens. Konjunktivischer Modus signalisiert, daß der Sprecher das Antecedens für ausgeschlossen oder unwahrscheinlich hält, indikativischer, daß seine Wahrheit ihm möglich erscheint. Sicherlich rechtfertigt dieser Unterschied nicht die Auffassung von Lewis und Jackson, daß für „Wenn A zuträfe, träfe C zu" andere Wahrheitsbedingungen gelten als für „Wenn A zutrifft, trifft C zu". Zur Begründung ihrer Position rekurrieren beide auf das Oswald/Kennedy-Beispiel, wo in der Tat ein semantischer Unterschied zwischen einem indikativischen Ksatz und seinem konjunktivischen Pendant zu bestehen scheint. Ihre Annahme, daß dieser (von ihnen in gleicher Weise explizierte) semantische Unterschied generell mit einem Modusunterschied einhergeht, stellt jedoch, wie dieses Kapitel zeigen soll, eine voreilige Verallgemeinerung dar. Für die Logik der Ksätze ist m.E. die Indikativ/Konjunktiv-Dichotomie weniger bedeutsam als eine andere, die durch eine pragmalingistische statt grammatische Unterscheidung generiert wird. Konjunktivische Ksätze kommen nur auf einer, indikativische auf beiden Seiten dieser nun zu erläuternden Zweiteilung vor, deren Vorzüge sich keineswegs darauf beschränken, daß auf ihrer Grundlage der Anwendungsbereich der Mögliche-Welten-Semantik auf einleuchtende Art bestimmt werden kann.

Ksätze im *Konjunktiv* bezeichne ich als *alethisch*. - Ein *indikativischer* Ksatz sei genau dann *relativ zu einem bestimmten Kontext alethisch*, wenn er hierin von einem Sprecher geäußert wird, auf den folgendes zutrifft: Falls das Antecedens sich für ihn als falsch herausstellt, muß er das konjunktivische Pendant des Ksatzes als wahr anerkennen oder die Konjunktion der Gründe, die er zuvor für dessen Wahrheit geltend gemacht hat oder hätte, in Zweifel ziehen.

Zur Erläuterung dieser Definition eignen sich insbesondere die von Gibbard und Newcomb konstruierten Beispiele, die hier bereits vorgestellt wurden, um die probabilistische Struktur von Fällen aufzudecken, in denen die Wahrscheinlichkeit eines Ksatzes von der zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeit deutlich abweicht. Ich beschränke mich i. f. auf Gibbards Kartenbeispiel.

Der erste Zuschauer, nennen wir ihn C, weiß, daß Spieler B schlechtere Karten hat als Spieler A, nicht aber, daß B das Blatt des anderen vollständig kennt und deshalb nicht aufdecken wird. C trifft eine bedingte Voraussage, die er aufgrund seines Wissens zwingend begründen kann:

(28) Wenn B aufdeckt, verliert er.

In scheinbar konträrem Gegensatz hierzu äußert der zweite Zuschauer, nachfolgend D genannt:

(29) Wenn B aufdeckt, gewinnt er.

Wie bereits ausgeführt wurde, kann auch D seine bedingte Voraussage zwingend begründen. Welcher Spieler über das bessere Blatt verfügt, ist ihm nicht bekannt, er weiß aber, daß B sich in Kenntnis sowohl der eigenen *als auch der Karten seines Gegenspielers* entscheidet, ob er aufdeckt oder nicht.

Noch bevor B seine Entscheidung trifft, verlassen C und D den Spieltisch und teilen einander mit, aufgrund welcher Fakten sie die von ihnen behaupteten Sätze (28) bzw. (29) für zutreffend halten. Nachdem C D’s Begründung für (29) erfahren hat, kommt er (mit Recht) zu dem Schluß, daß B die Unterlegenheit seines Blattes feststellen und daher nicht aufdecken wird. Eine erneute Äußerung des indikativischen Satzes (28) wäre für C nun insofern unangemessen, als er hierdurch signalisieren würde, das Antecedens dieses Ksatzes weiterhin für möglich zu halten. Statt dessen behauptet er das von diesem Einwand nicht betroffene konjunktivische Pendant, also den Satz

(28’) Wenn B aufdecken würde, verlöre er.

Dieser läßt sich ebenso wie (28) zwingend damit begründen, daß B das schlechtere Blatt besitzt. Da C’s Beurteilung der Kartenverteilung durch D’s Information nicht ins Wanken gerät, muß C somit (28’) als wahr anerkennen. Hieraus ergibt sich, daß (28) im beschriebenen Kontext (genau wie (28’)) als alethischer Ksatz zu klassifizieren ist.

Auch D erkennt, nachdem er C’s Begründung für (28) erfahren hat, daß B nicht aufdecken wird. C’s Information steht zu D’s Begründung für (29) - B weiß, wessen Blatt besser ist und will die für sich bestmögliche Auszahung erreichen - nicht im Widerspruch. D ist daher von der Wahrheit seiner früheren Erkenntnisgründe nach wie vor überzeugt. (Andernfalls wäre er nach Erhalt von C's Information nicht berechtigt, den Schluß zu ziehen, daß B nicht aufdecken wird.) Dennoch wäre es für ihn unangemessen, auf seiner Behauptung des Satzes (29) zu beharren, weil er dann signalisieren würde, dessen Antecedens noch immer für möglich zu halten. Hier endet jedoch die Analogie zur Situation von C. D's Erkenntnisgründe für (29) gestatten ihm nämlich nicht, auf das konjunktivische Pendant

(29') Wenn B aufdecken würde, gewänne er

auszuweichen. (29') ist ein wegen seines Modus' alethischer Ksatz, der m.E. nur dann wahr wäre, wenn B bessere Karten hätte. Während D's Begründung für (29) offenläßt, ob diese Bedingung erfüllt ist, schließt C's von D akzeptierte Begründung für (28) und (28') dies sogar aus. D sollte also wissen, daß (29') falsch ist. Sofern er nicht gegen kommunikative Normen verstoßen will, kann er somit in Kenntnis von C's Information weder (29) noch (29') behaupten. Da er zudem seine früheren Erkenntnisgründe für (29) nicht in Zweifel ziehen muß, ist dieser indikativische Ksatz im vorliegenden Kontext *nicht-alethisch* (vgl. die obige Definition).

Vorausgesetzt, jeder Zuschauer betrachtet die Mitteilung des jeweils anderen als wahr, werden nach ihrem Informationsaustausch beide darin übereinstimmen, daß B verlöre, falls er aufdeckte (oder - wenn sie das Spiel inzwischen für beendet halten - verloren hätte, falls er aufgedeckt hätte). M. Pendlebury teilt diese Einschätzung und führt sie zur Begründung seiner These an, daß der von D geäußerte Satz (29) falsch sei.[1] Wer vollständig über die beschriebene Situation informiert sei, müsse (28) (bzw. (28')) für wahr und das hiermit unvereinbare (29) für falsch halten. Pendlebury gibt zwar zu, daß es für D angesichts seines damaligen Wissens gerechtfertigt war, (29) zu behaupten:

It must be stressed that I am not denying here that [D's] message is epistemically justified when he records it. Given what he knows, it is - quite as much as [C's].

Das für den Wahrheitswert seiner konditionalen Behauptung entscheidende Faktum sei D aber noch nicht bekannt gewesen: D habe nicht gewußt, daß B über das schlechtere Blatt verfügt. Nur in Unkenntnis dieses Faktums konnte ihm seine Begründung für (29) zwingend erscheinen.

[1] Vgl. Pendlebury (89), S. 182.

Pendleburys Auffassung, daß D's Behauptung (29) aufgrund der gegebenen Kartenverteilung falsch sei, führt jedoch in ein Dilemma. Denn nun läßt sich nicht mehr erklären, inwiefern (29) von D plausibel begründet wird. Schließlich geht aus seinen Ausführungen nicht hervor, welcher Spieler das bessere Blatt in Händen hält. Pendlebury wäre konsequent, wenn er die von D angeführte Tatsache, daß B die Karten des anderen kennt und gewinnen will, als zur Begründung von (29) irrelevant bezeichnete. Er erkennt aber, daß ein solches Urteil unseren Intuitionen nicht gerecht würde und sieht sich daher zu dem oben zitierten Zugeständnis genötigt. Hierdurch nimmt er (freilich ohne darauf hinzuweisen) in Kauf, daß seine Position widersprüchlich wird. Denn warum soll nach Pendlebury D's konditionaler Behauptung das Prädikat „epistemically justified when he records it" zukommen, obwohl D keinen Grund hat anzunehmen, B's Blatt sei im Vorteil?

Das aufgezeigte Dilemma verschwindet, sobald wir Pendleburys These aufgeben, (29) sei im beschriebenen Äußerungskontext aufgrund der Kartenverteilung falsch. Die Tatsache, daß D sich nach dem Informationsaustausch C's Auffassung anschließen würde, sollte nicht, wie Pendlebury meint, als Eingeständnis eines Irrtums gedeutet werden. Denn D erfährt nichts, was ihn an seinen Erkenntnisgründen für (29) zweifeln läßt oder zuvor von ihm für falsch gehalten wurde.

Am Beispiel der Sätze (28) und (29) wird klar, daß zwei indikativische Ksätze mit gemeinsamem Antecedens und logisch oder analytisch unvereinbaren Konsequentien nicht im Widerspruch zueinander stehen, falls im jeweiligen Kontext nur einer von ihnen alethisch ist. Sind hingegen beide alethisch, liegt gewöhnlich ein Widerspruch vor. Die Sätze (28) und (29) sind beide alethisch, wenn sie von ihren Sprechern damit begründet werden, daß B's Blatt schlechter bzw. besser sei. In einem solchen Kontext stehen sie anscheinend im Widerspruch zueinander. Nach Aussage des einen Sprechers sind die Karten so verteilt, daß B verliert, wenn er aufdeckt, nach Aussage des anderen so, daß er dann gewinnt. Nun ist (28) wahr, gdw. (29) falsch ist.

Überlegen wir schließlich anhand des folgenden Beispiels, ob zwei *nicht*-alethische Ksätze mit gemeinsamem Antecedens und unvereinbaren Konsequentien einander widersprechen müssen. Aus einer Haftanstalt ist ein Gefangener entflohen. Es gibt nur zwei Ausgänge, durch welche die Anstalt per Fahrzeug verlassen werden kann: das Osttor und das Westtor. Der Pförtner des Osttores weiß, daß während der Zeit, in der die Flucht stattgefunden haben muß, kein Fahrzeug sein Tor passiert hat. Er teilt dem Gefängnisdirektor daher mit:

(30) Wenn er per Fahrzeug entkommen ist, ist er durchs Westtor entwischt.

Kurz darauf erfährt der Direktor die Einschätzung des anderen Pförtners. Dieser weiß, daß in der fraglichen Zeit kein Fahrzeug die Anstalt durch das Westtor verlassen hat, und stellt fest:

(31) Wenn er per Fahrzeug entkommen ist, ist er durchs Osttor entwischt.

Zwischen (30) und (31) besteht in der beschriebenen Situation offenbar kein Widerspruch. Jeder Sprecher kann seine Behauptung mithilfe wahrer Prämissen zwingend begründen.

Wenn die Sprecher ihre Begründungen austauschen und einander für glaubwürdig halten, werden beide erkennen, daß der Häftling nicht per Fahrzeug geflüchtet ist.

Jeder von ihnen muß zu diesem Schluß kommen, weil er neben den Prämissen seiner eigenen Begründung nun auch die der Begründung des anderen für zutreffend hält. Trotzdem würde keiner eine der konditionalen Äußerungen in den Konjunktiv übertragen, also behaupten, daß der Häftling durch das West- bzw. Osttor entkommen *wäre*, falls er ein Fahrzeug zur Flucht benutzt *hätte*. Die Ksätze (30) und (31) sind darum in unserem Beispiel nicht-alethisch (vgl. die einschlägigen Definitionen). - Sie wären alethisch, wenn sie von ihren Sprechern etwa so begründet würden: Der Flüchtige weiß, daß das Osttor meist schärfer bewacht wird (daher (30)); er will die mexikanische Grenze erreichen und weiß, daß dies vom Osttor aus eher möglich ist (daher (31)), etc.

Nicht-alethische (und somit indikativische) Ksätze werden durch den Kontrast zu ihren konjunktivischen Pendants als solche erkennbar. Ein indikativischer Ksatz ist nicht-alethisch, wenn er von seinem Sprecher auf nachvollziehbare Weise begründet werden kann, dieselbe Begründung jedoch in Bezug auf das konjunktivische Pendant inadäquat wäre. Anhand dieser Beschreibung konnten die Ksätze (29) bis (31) in gewissen Kontexten als nicht-alethisch bestimmt werden. Weiteres Anschauungsmaterial liefert uns das Oswald/Kennedy-Beispiel. Hier kann der Satz

(32) Wenn Oswald Kennedy nicht getötet hat, hat es ein anderer getan

scheinbar nur auf eine Weise korrekt begründet werden: durch Hinweis auf die Tatsache, daß Kennedy ermordet wurde. Zur Begründung des Satzes

(33) Wenn Oswald Kennedy nicht getötet hätte, hätte es ein anderer getan

leistet dieser Hinweis dagegen nichts. Wer das alethische (33) rechtfertigen will, muß darlegen, daß sich zur Zeit des Dallas-Besuchs mindestens ein von Oswald verschiedener potentieller Attentäter in Lauerstellung befand. In naheliegend erscheinenden Kontexten ist (32) somit als nicht-alethischer Ksatz zu klassifizieren.

Vielfach wurde angenommen, Adams' berühmtes Beispiel demonstriere einen wichtigen semantischen Unterschied zwischen indikativischen und konjunktivischen Ksätzen. Diese Fehleinschätzung wurde wohl dadurch begünstigt, daß der *tatsächlich* veranschaulichte alethisch/nicht-alethisch-Gegensatz hier mit dem Modusunterschied einhergeht und wir aufgrund unseres historischen Wissens auch ohne Kenntnis des genauen Äußerungskontextes dazu neigen, (32) als nicht-alethischen Ksatz zu verstehen. Die unterschiedliche Akzeptabilität der beiden Ksätze ist scheinbar allein auf die Verschiedenheit der Modi zurückzuführen, nicht aber auf irgendwelche kontextuellen Faktoren. - Hätte man erkannt, daß Kontexte möglich sind, in denen auch (32) als alethischer Ksatz vorkommt, wäre die genannte Fehleinschätzung vielleicht vermieden worden. Nehmen wir an, der Auftraggeber des Attentats äußert (32), als er die Nachricht vom Tod des Präsidenten noch nicht erhalten hat. Er begründet seine Behauptung damit, daß sich während der Zeit, in der das Attentat inzwischen stattgefunden haben müsse, auf seine Anweisung hin neben Oswald eine Reihe weiterer Schützen in Lauerstellung befunden hätten. Offenbar besteht nun kein wichtiger semantischer Unterschied mehr zum konjunktivischen Pendant (33). Beide Ksätze sind alethisch.

Werfen wir schließlich einen Blick zurück auf Goodmans Zündholz Z, das folgender Beschreibung entspricht:

1. Z wurde normgerecht hergestellt.
2. Z war zu einem Zeitpunkt t trocken.
3. Z hat niemals gebrannt.
4. Zu t herrschte in der Umgebung von Z Windstille, und der Sauerstoffgehalt war für Verbrennungsvorgänge ausreichend.

Wer weiß, daß die Aussagen 1, 3 und 4 zutreffen, bezüglich 2 jedoch unsicher ist, kann (was bislang unbemerkt blieb) mit Recht behaupten:

(34) Wenn das Zündholz zu t sachgemäß angestrichen wurde, war es nicht trocken.

Dieser indikativische Ksatz ist nämlich zwingend begründbar mithilfe von 1, 3 und 4 sowie der (wohl zutreffenden) Generalisierung: Normgerecht hergestellte Zündhölzer, die bei Windstille und genügend Sauerstoff sachgerecht angestrichen werden und nicht kurz darauf brennen, sind nicht trocken. Auf diese Weise begründet, ist (34) als nicht-alethischer Ksatz zu klassifizieren. Daß dieselbe Rechtfertigung in Bezug auf das konjunktivische Pendant

(35) Wenn das Zündholz zu t sachgemäß angestrichen worden wäre, wäre es nicht trocken gewesen

verfehlt ist, hat bereits Goodman festgestellt.

Die bisher erörterten Beispiele lassen vermuten, daß für die Adäquatheit möglicher Begründungen bei alethischen Ksätzen andere Kriterien gelten als bei nicht-alethischen. Ferner ist zu erwarten, daß dieser Unterschied der Kriterien korreliert ist mit einem typischen Unterschied der Informationen, die durch Äußerungen von Ksätzen dieser zwei Arten vermittelt werden.

Soweit ich sehe, wird durch alethische Ksätze meist mitgeteilt, daß **während eines bestimmten Zeitraums Umstände vorliegen, unter denen ein Sachverhalt, auf den das Antecedens zutrifft, einen das Konsequens erfüllenden Sachverhalt herbeiführen würde oder herbeigeführt hätte**. Welcher Zeitraum jeweils gemeint ist, ergibt sich - oft nur mithilfe des Kontextes - aus dem Antecedens. - Um einen diesem Standardfall entsprechenden alethischen Ksatz angemessen zu begründen, hat der Sprecher deutlich zu machen, daß das Antecedens durch wahre Prämissen zum Prämissenteil eines deduktiven Schlusses auf das Konsequens ergänzt werden kann. Dabei muß jede der Prämissen zusätzlich eine dieser Bedingungen erfüllen:

1. Sie beschreibt ein Faktum, das während des relevanten Zeitraums bereits realisiert ist und ist vereinbar mit jeder Konjunktion, bestehend aus dem Antecedens und Sätzen, die noch früher realisierte Tatsachen beschreiben.
2. Sie formuliert eine analytische Wahrheit, ein Kausalgesetz oder eine sonstige gesetzähnliche Generalisierung (z.B. eine Spielregel).

Alle bisher vorgestellten Beispiele alethischer Ksätze entsprechen dem Standardfall. Indem etwa der Zuschauer C Satz (28) damit begründet, daß B das schlechtere Blatt hat, legt er dar, warum die Welt innerhalb des Zeitraums, in dem B sich entscheiden muß, so ist, daß B's Aufdecken bewirken würde, daß dieser verliert. Seine begründende Aussage erfüllt die erste Bedingung und bildet in Konjunktion mit dem Antecedens und der Spielregel „Wer aufdeckt und das schlechtere Blatt hat, verliert“ den Prämissenteil eines deduktiven Schlusses auf das Konsequens.

Die Begründung des Sprechers D verdeutlicht, daß auch Satz (29) mittels wahrer Prämissen zu einem deduktiven Schluß komplettiert werden kann. Die Prämisse „B weiß, wessen Blatt besser ist“ erfüllt jedoch keine der drei obigen Bedingungen. Sie beschreibt zwar eine Tatsache, die realisiert ist, als B seine Entscheidung trifft, ist aber (wenn wir von Fällen versehentlichen Aufdeckens absehen) unvereinbar mit der Konjunktion aus dem Antecedens und dem noch früher realisierte Tatsachen beschreibenden Satz „B verfügt über das schlechtere Blatt, beherrscht die Spielregeln und will die für sich bestmögliche Auszahlung erzielen“. Bedingung 2 wird durch die genannte Prämisse offenbar ebenfalls verletzt. - Ähnlich läßt sich dafür argumentieren, daß der Satz „Kennedy wurde ermordet“ ungeeignet ist, (32) als einen standardgemäßen alethischen Ksatz zu rechtfertigen. Hier erfüllt die begründende Prämisse die erste Bedingung bereits deshalb nicht, weil die Ermordung des Präsidenten ein zur Zeit des Attentats noch nicht realisiertes Faktum darstellt.

Dennoch können die in typischen Kontexten nicht-alethischen Ksätze (29) und (32) durch die Sätze „B weiß, wessen Blatt besser ist“ bzw. „Kennedy wurde ermordet“ angemessen gerechtfertigt werden. Dies zeigt, daß für Begründungen nicht-alethischer Ksätze andere Adäquatheitsbedingungen gelten müssen als 1 und 2. Dementsprechend werden Ksätze dieser Art nicht geäußert, um mitzuteilen, daß zu einer gewissen Zeit Umstände vorliegen, unter denen ein „Antecedenssachverhalt“ einen „Konsequenssachverhalt“ herbeiführen würde (bzw. herbeigeführt hätte). In Anlehnung an Stalnaker schlage ich vor, sie folgendem Schema zu subsumieren: **Der Sprecher gibt zu verstehen, er käme zu der Überzeugung, daß das Konsequens zutrifft, falls das Antecedens sich für ihn als wahr herausstellen sollte.**

Nach Stalnaker werden durch von ihm „open conditionals“ genannte Ksätze Glaubensdispositionen zum Ausdruck gebracht; genauer: „dispositions to change one's belief in response to new information“.[2] Auf eine Definition des Terminus „open conditional“ verzichtet er. Vermutlich meint Stalnaker Ksätze, bei denen für den Sprecher offen ist, ob das

[2] Vgl. Stalnaker (84), S. 106.

Antecedens stimmt, so daß alle nicht-alethischen Ksätze „offen" sind, während die Umkehrung nicht gilt. Seine Klassifizierung ignoriert also den im von Gibbard konstruierten Kontext bestehenden Unterschied zwischen dem alethischen (28) und dem nicht-alethischen (29). Beide Ksätze sind „offen".

Um nicht-alethisch zu sein, genügt es für einen Ksatz nicht, durch das zuletzt angegebene Schema angemessen charakterisiert zu werden. Alethische Ksätze erfüllen diese Bedingung vielfach auch. Hinzukommen muß, daß der Sprecher *nichts weiter* als eine Glaubensdisposition zum Ausdruck bringen will. (Insbesondere darf also, wie bereits festgestellt, der von ihm geäußerte Ksatz nicht dem Schema für alethische Ksätze des Standardfalls subsumierbar sein.)

Welche Adäquatheitskriterien für Begründungen nicht-alethischer Ksätze gelten, läßt sich herausfinden, indem man zunächst Ksätze betrachtet, durch die eindeutig *keine* Glaubensdispositionen mitgeteilt werden sollen. Zwei geeignete Beispiele finden sich in Stalnaker (84). Eine Variation des ersten[3] ist der uns am Ende von Kap. 3.25 schon begegnete, in jedem Kontext alethische Ksatz

(36) Wenn F.J. Strauß für die Stasi gearbeitet hat, werden wir es nie erfahren.

Wer (36) aufrichtig behauptet, hält für möglich, daß das Antecedens wahr ist, nicht aber, daß er dies je erfahren wird. Offenkundig will er nicht zu verstehen geben, daß er zu der Überzeugung käme, nie erfahren zu werden, daß das Antecedens wahr ist, falls dieses sich wider Erwarten doch als wahr herausstellen sollte. - Sätze der Art „Wenn ..., dann werden wir (werde ich) es nie erfahren (wissen, glauben)" sind aus semantischen Gründen ungeeignet, Glaubensdispositionen mitzuteilen. Erweist sich für den Sprecher eines solchen Ksatzes das Antecedens als wahr, so muß er diesen samt der Konjunktion der Erkenntnisgründe, aufgrund welcher er ihn für zutreffend hielt, als widerlegt ansehen.

Einem zweiten Beispieltyp, auf den Stalnaker aufmerksam macht, gehören manche kontrafaktische Ksätze an. Auch hier ist eine Person von der Wahrheit eines Ksatzes überzeugt, obwohl sie weiß, daß sie, sollte das Antecedens sich entgegen ihrer Erwartung als wahr herausstellen, die Negation des Ksatzes, nicht aber dessen Konsequens akzeptieren würde. Allerdings ist dieser Sachverhalt nun nicht auf eine semantische Besonderheit des jeweiligen Ksatzes zurückzuführen. Stalnakers Beispiel lautet:[4]

[3] A.a.O. S. 105.
[4] A.a.O. S. 105 f.

Suppose I accept that if Hitler had decided to invade England in 1940, Germany would have won the war. Then suppose I discover, to my surprise, that Hitler did in fact decide to invade England in 1940 (although he never carried out his plan). Am I now disposed to accept that Germany won the war? No, instead I will give up my belief in the conditional. In this case, my rejection of the antecedent was an essential presupposition of my acceptance of the counterfactual, and so gives me reason to give up the counterfactual rather than to accept its consequent, when I learn that the antecedent is true.

In Fällen dieser Art ist die Negation des Konsequens stärker „epistemisch verankert“ als der Ksatz. Die Zurücknahme des letzteren wäre eine geringfügige Selbstkorrektur, verglichen mit der drastischen Revision grundlegender Überzeugungen, die durch Akzeptanz des Konsequens ausgelöst würde. - Man beachte, daß unterschiedliche „Grade“ der epistemischen Verankerung (wie immer diese meßbar sein mag) nicht notwendigerweise mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten einhergehen. In Stalnakers Beispiel muß der kontrafaktische Ksatz nicht weniger sicher sein als die Negation des Konsequens.[5]

Wir sehen nun deutlicher, welchen Anforderungen die Begründung eines nicht-alethischen Ksatzes zu genügen hat, damit die mitgeteilte Glaubensdisposition angemessen gerechtfertigt wird. Zunächst müssen auch hier die begründenden Sätze wahr sein und aufzeigen, daß durch sie (eventuell in Verbindung mit wahren Hintergrundannahmen, die im jeweiligen Kontext unstrittig sind) das Antecedens zum Prämissenteil eines deduktiven Schlusses auf das Konsequens erweitert werden kann. Des weiteren muß der Sprecher (anders als in den soeben vorgestellten Beispielen) glauben, er werde die Konjunktion K der begründenden Sätze auch dann für wahr halten, wenn das Antecedens A sich als zutreffend erweisen sollte. - Logisch schwächer ist die Forderung, daß für seine Wfunktion P der Wert P(K/A), sofern definiert, hoch sei. Diese Bedingung ist in beiden Beispielen erfüllt; im ersten, weil P(K/A) hoch ist, im zweiten, weil der Quotient wegen P(A) = 0 undefiniert ist.

Um Mißverständnissen vorzubeugen, sei nochmals festgestellt: Wer einen der Beispielsätze (36) und „If Hitler had decided to invade England in 1940, Germany would have won the war“ als wahr beurteilt, würde die Konjunktion seiner Erkenntnisgründe nicht länger akzeptieren, falls er zu der Überzeugung käme, daß das Antecedens zutrifft. Hieraus folgt, daß den Sätzen korrespondierende Glaubensdispositionen nicht angemessen gerechtfertigt werden können, nicht aber, daß die Sätze selbst nicht angemessen begründbar wären. In naheliegenden

[5] Dem Thema „epistemische Verankerung“ (epistemic entrenchment) widmet sich Gärdenfors (88), Kap. 4.

Kontexten entsprechen sie dem Schema für alethische Ksätze des Standardfalls, so daß die Adäquatheit möglicher Begründungen nach anderen Kriterien[6] zu beurteilen wäre.

Vermutlich fragt sich der Leser schon seit längerem, welche alethischen Ksätze *nicht* standardgemäß sind. Im folgenden möchte ich auf zwei seltener anzutreffende Typen aufmerksam machen, ohne zu beanspruchen, damit alle alethischen Ksätze erfaßt zu haben. Zum ersten gehören zeitlos falsche oder wahre Ksätze wie etwa

(37) Wenn die Sechs eine Primzahl wäre, wäre sie nicht durch eine von ihr selbst und Eins verschiedene Zahl ohne Rest teilbar.

Es erforderte zu viel Gewalt, sie in das Schema „Während eines bestimmten Zeitraums liegen Umstände vor, unter denen ein Antecedens- einen Konsequenssachverhalt herbeiführen würde“ zu pressen. - Der zweite Typ, über den mehr gesagt werden soll, trägt das Etikett „Asequentielle alethische Ksätze“. Hierzu zwei Beispiele:

(38) Wenn zwölf Körbe voller Brocken übriggeblieben wären, wäre mehr an die Fünftausend verteilt worden als nur fünf Brote und zwei Fische.

(39) Wenn der Boß jetzt in Chicago vor Gericht steht, hat es ihn bei der Schießerei letztes Jahr doch nicht erwischt.

Asequentielle alethische Ksätze informieren darüber, welche Geschehnisse der Realisierung eines Antecedenssachverhalts hätten vorangehen müssen (bzw. vorangehen mußten), um diesen kausal zu ermöglichen. Zu ihrer Begründung ist darzulegen, warum durch das Nicht-Eintreten eines Konsequenssachverhalts die spätere Realisierung eines Antecedenssachverhalts verhindert worden wäre (bzw. verhindert wurde).

Daß diese Aussagen auf asequentielle *nicht*-alethische Ksätze nicht übertragbar sind, zeigen folgende Beispiele:

(40) Wenn es gerade 12 Uhr geschlagen hat, hat Frau X das Büro bereits vor einer Stunde verlassen.

(41) Wenn das athenische Schiff mit weißen Segeln von Kreta zurückkehrt, ist Theseus nicht vom Minotaurus getötet worden.

[6] Vgl. die beiden auf S. 269 angegebenen Bedingungen.

Stellen wir uns eine Situation vor, in der (40) oder (41) aufrichtigerweise von einer Person geäußert wird, die kurz darauf erfährt, daß das Antecedens falsch ist. Die betreffende Person muß danach weder das konjunktivische Pendant als wahr anerkennen noch die Konjunktion ihrer Erkenntnisgründe für (40) bzw. (41) in Zweifel ziehen. Die Sprecherin von (40) wird vielmehr glauben, daß es nicht soeben Zwölf war und deshalb die Uhr defekt wäre, wenn es gerade Zwölf geschlagen hätte. - Angenommen, der Sprecher von (41) erfährt, daß schwarze Segel aufgezogen sind. Er kommt zu dem Schluß, daß Theseus vom Minotaurus getötet wurde und muß daher glauben: Wenn das Schiff mit weißen Segeln zurückkehren würde, hätten Theseus' Begleiter die verabredete Signalkonvention verletzt. - In naheliegenden Kontexten sind (40) und (41) also nicht-alethisch. (Vgl. die einschlägige Definition auf S. 263.)

Kaum vorstellbar ist, daß durch Äußerungen dieser Sätze mitgeteilt werden könnte, ein Antecedenssachverhalt sei aus kausalen Gründen nicht ohne vorangehende Realisierung eines Konsequenssachverhalts möglich. Wer (40) behauptet, will zweifellos nicht zu verstehen geben, ein zwölfmaliges Schlagen der Uhr sei kausal nicht möglich, ohne daß eine Stunde zuvor Frau X das Büro verlassen hat. Er will sich lediglich darauf festlegen, daß zwölfmaliges Schlagen ein *sicheres Zeichen* für die Wahrheit des Konsequens von (40) wäre. (Entsprechendes gilt für (41).)

## 4.2 Die Bedeutung der neuen Klassifikation für die Theorien von Stalnaker, Lewis und Adams

Nach Jackson und Lewis besteht zwischen der Mögliche-Welten-Theorie von Stalnaker oder Lewis und Adams' probabilistischer Theorie eine friedliche Koexistenz bei disjunkten Anwendungsbereichen: denen der konjunktivischen und der indikativischen Ksätze. Wir haben gesehen, daß diese vielfach akzeptierte Weichenstellung fragwürdig ist; denn in logischer Hinsicht ist unwesentlich, ob ein alethischer Ksatz im Indikativ oder im Konjunktiv steht, aber bedeutsam, ob ein indikativischer Ksatz alethisch oder nicht-alethisch ist. Nun soll auf der Grundlage der im vorangehenden Kapitel vorgestellten Klassifizierung der Anwendungsbereich *einer* der Theorien auf alternative (und hoffentlich plausiblere) Weise festgelegt werden. Dabei wird in Kauf genommen, zwei offenbar weithin anerkannte Richtlinien für die Formalisierung von Ksätzen zu verletzen:

1. Ksätze, die im Modus übereinstimmen, sollten mithilfe desselben (formalsprachiges Antecedens und Konsequens verknüpfenden) Hauptoperators formalisiert werden.
2. Ksätze, die sich im Modus unterscheiden, sollten mithilfe unterschiedlicher Hauptoperatoren formalisiert werden.

Um die Wahrheitsbedingungen alethischer Ksätze anzugeben und ihre Logik zu untersuchen, schlage ich vor, auf Lewis' Mögliche-Welten-Theorie (genauer: die von ihm vorgestellte, aber wegen der durch sie implizierten Limes-Annahme abgelehnte Selektionsfunktionensemantik) zurückzugreifen. Im Widerspruch zur zweiten Richtlinie sei erlaubt, sie ungeachtet des jeweiligen Modus stets mithilfe des Hauptoperators „$\Box\!\!\rightarrow$“ zu formalisieren. Konditionale der Form $A \Box\!\!\rightarrow C$ seien in derselben Weise zur Bildung komplexer Sätze verwendbar wie nicht-konditionale Sätze.

Adams' Theorie indikativischer Ksätze bedarf m.E. einer Ergänzung, nicht aber der Korrektur. Zur Formalisierung dieser Sätze seien Konditionale der Form $A \rightarrow C$ bereitgestellt, die den für Adams' formale Sprache geltenden syntaktischen Beschränkungen unterliegen. Indikativische *alethische* Ksätze können demnach - und hierin besteht die Ergänzung - wahlweise durch $A \rightarrow C$ und $A \Box\!\!\rightarrow C$ formalisiert werden, sofern ihre syntaktische Komplexität Adams' formale Sprache nicht überfordert. Wir haben somit die Indikativ/Konjunktiv-Dichotomie durch eine pragmalinguistische Unterscheidung im Bereich der indikativischen Ksätze in eine Trichotomie überführt. Konjunktivische sowie nicht-alethische indikativische Ksätze liegen jeweils im Anwendungsbereich nur einer der genannten Theorien und sind mithilfe nur eines der genannten Hauptoperatoren formalisierbar. Für alethische indikativische, die ich auch *janusköpfig* nenne, stehen beide Operatoren zur Verfügung und sind beide Theorien zuständig. Meinem Vorschlag zufolge besteht zwischen diesen also eine friedliche Koexistenz bei *partiell gemeinsamem* Anwendungsgebiet.[7]

Ein wichtiges Argument für die Tragfähigkeit dieses Ansatzes ergibt sich aus einem bereits angegebenen Theorem von Adams[8], das ich kurz rekapitulieren will. Nehmen wir an, Lewis

[7] Die in Kap. 3.27 eingeführte, unter Bezugnahme auf die Mögliche-Welten-Semantik erläuterte Differenzierung zwischen über- und untergeordneten Wahrscheinlichkeiten ist wohl nur für alethische Ksätze sinnvoll.
[8] Vgl. S. 134 f. der vorliegenden Arbeit.

hätte zur Formalisierung konjunktivischer Ksätze denselben Operator „→“ eingeführt, den Adams für Ksätze im Indikativ verwendet. Das von letzterem bewiesene Theorem läßt sich dann so wiedergeben: Jeder (formalsprachige) Schluß, dessen Prämissen und Konklusion nach Adams' Syntax zulässig sind, ist genau dann (im von Adams definierten Sinne) probabilistisch gültig, wenn er logisch gültig im Sinne von Lewis ist.[9] - Wenn ein natürlichsprachiger Schluß Ksätze enthält, die alle janusköpfig sind und Adams' Syntax nicht überfordern, kann er also entweder durch beide Theorien oder durch keine von ihnen formal gerechtfertigt werden. Insofern besteht zwischen den Theorien auch bei sich überschneidenden Anwendungsbereichen kein Konflikt.

Konditionale der Form „A□→C“ nenne ich faktisch, solche der Form „A→C“ nicht-faktisch. Adams' (schon mehrfach zitierte) These (AT) handelt von nicht-faktischen Konditionalen sowie „Wfunktionen“, die sich von gewöhnlichen dadurch unterscheiden, daß ihr Definitionsbereich nicht abgeschlossen ist bezüglich Negations- und Konjunktionsbildung. (Ausdrücke wie „¬(A→C)“ oder „B&(A→C)“ gelten nicht als Sätze der formalen Sprache.) (AT) wird von mir, abgesehen davon, daß zum Definitionsbereich der „Wfunktionen“ nun auch faktische Konditionale gehören, uneingeschränkt übernommen. Lewis' Reductio-Argument stellt dann zwar keine Bedrohung dar, aber vielleicht können gegen meinen Ansatz dieselben Einwände vorgebracht werden wie gegen Adams' Theorie: Komplexe Sätze, in die indikativische Ksätze eingebettet sind, lassen sich nicht formalisieren; Schlüsse, in denen solche komplexen Sätze vorkommen, nicht formal rechtfertigen. Und was wir über die funktionale Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeiten komplexer Sätze von denen der Teilsätze bereits zu wissen glauben, können wir nicht anwenden, sofern syntaktisch untergeordnete indikativische Ksätze involviert sind. - Das Problem, auf das diese Einwände hinweisen, ist jedoch allenfalls eine Petitesse. Eingebettete indikativische Ksätze sind meist (vielleicht sogar immer) janusköpfig, so daß zu ihrer Formalisierung der Operator „□→“ zur Verfügung steht. Daher reduziert sich das Problem zunächst auf nicht-alethische Ksätze. Es reduziert sich weiter, weil das von Adams und Jackson empfohlene Eliminierungsverfahren, wie gesehen, in manchen Fällen gute Dienste leistet.[10]

[9] Das Theorem bleibt gültig, auch wenn die von mir befürwortete Limes-Annahme akzeptiert wird. Diese hat nämlich, wie bereits gezeigt (vgl. S. 48 f.), keinen Einfluß darauf, welche Sätze in Lewis' Theorie logisch wahr sind und welche nicht.

[10] Zur Erinnerung: Das Verfahren zielt darauf ab, Ksätze einbettende Sätze stets so zu formalisieren, daß keine Konditionale in syntaktisch untergeordneter Position vorkommen. - Vgl. S. 203 und 228.

Um den skizzierten Ansatz zu verteidigen, müssen schließlich folgende von mir bisher ignorierte Fragen beantwortet werden: Wie läßt sich anhand der Mögliche-Welten-Theorie begründen, daß in Gibbards Beispiel der alethische Ksatz

(28) Wenn B aufdeckt, verliert er

wahr ist? Warum sollen hier die der realen Welt ähnlichsten Antecedenswelten solche sein, in denen B verliert? Warum sollen sie bezüglich der (B benachteiligenden) Kartenverteilung mit der realen Welt übereinstimmen und nicht bezüglich der Tatsache, daß B aufgrund seiner Kenntnis der Karten des anderen nur dann aufdecken würde, wenn er sich im Vorteil weiß?

Zur Beantwortung dieser Fragen ist m.E. für alethische Ksätze des Standardfalls generell zu klären, welche Eigenschaften eine Antecedenswelt besitzen muß, um zu den der realen Welt ähnlichsten Antecedenswelten zu gehören. - Bei wahrem Antecedens ist die reale Welt selbst die ihr ähnlichste Antecedenswelt. Interessant sind also nur standardgemäße alethische Ksätze mit falschem Antecedens. Wie wir wissen, sollen durch derartige Ksätze unter Rekurs auf die Folgen eines hypothetischen Antecedenssachverhalts Weltzustände charakterisiert werden, die während eines durch das Antecedens und den Kontext bestimmten Zeitraums tatsächlich vorliegen. Maximal ähnliche Antecedenswelten j müssen daher möglichst bis zum Zeitpunkt t, der den Beginn dieses Zeitraums markiert, mit der realen Welt i übereinstimmen und sich danach im Einklang mit kausalen und anderen Gesetzmäßigkeiten fortentwickeln.

Warum *möglichst* bis t? - Daß j bis t mit i übereinstimmt, dann aber durch das abrupte Eintreten eines Antecedenssachverhalts von i abweicht, wäre vielfach mit den Naturgesetzen unvereinbar. Im Allgemeinen existiert in solchen Fällen jedoch ein vor t liegender Zeitpunkt t', zu dem die Realisierung eines Antecedenssachverhalts in i noch kausal möglich war. Zweigt j schon zu t' von i ab, könnte das Antecedens in j wahr werden, ohne daß dies einem Wunder gleichkäme. Allerdings sollte eine kontrafaktische Vorgeschichte von t' bis t nicht länger sein und nur insoweit von den tatsächlichen Geschehnissen differieren als erforderlich ist, um das Eintreten eines Antecedenssachverhalts in j kausal zu ermöglichen. Andernfalls bestünde die Gefahr, daß j sich gerade bezüglich derjenigen Weltzustände von i unterscheidet, die durch den jeweiligen alethischen Ksatz charakterisiert werden sollen.

Welche von zwei Antecedenswelten j und k der realen Welt i ähnlicher ist, hängt also primär davon ab, welcher der Weltverläufe j und k dem realen Verlauf i *bis t* mehr ähnelt. Die Geschehnisse *nach t* sind für Ähnlichkeitsvergleiche irrelevant, sofern die in i geltenden

Gesetzmäßigkeiten in j und k nicht verletzt werden.[11] - Bei *gleicher* Berücksichtigung der Geschehnisse vor und nach t ist schwer zu erklären, wie Sätze, die inhaltlich dem Schema „Hätte zu t das Ereignis e stattgefunden, wäre die Geschichte danach wesentlich anders verlaufen“ auch dann wahr sein können, wenn ein Ereignis e’ denkbar ist, so daß gilt:

1. Unter den zu t realisierten Umständen wäre e’ ausgeblieben, wenn e stattgefunden hätte.
2. Irgendwann vor t war jedoch kausal möglich, daß zu t e und kurz darauf e’ eintreten würde.
3. Falls zu t e und kurz darauf e’ stattgefunden hätte, wäre die Geschichte *nicht* wesentlich anders verlaufen.

Ohne die beschriebene zeitliche Diskriminierung wären die der realen Welt i ähnlichsten Welten mit der Eigenschaft, daß die Geschichte ungefähr wie in i verläuft, nachdem e und e’ eingetreten sind, i gewiß ähnlicher als solche, wo allein e stattfindet und die nachfolgende Entwicklung stark abweicht. Da wohl zu jedem Satz, der inhaltlich dem Schema „Hätte zu t e stattgefunden, wäre die Geschichte wesentlich anders verlaufen“ entspricht, ein die drei Bedingungen erfüllendes Ereignis denkbar ist, könnte somit kein derartiger Satz wahr sein. Eine absurde Konsequenz. Beispielsweise müßte die These, daß Kennedy 1964 noch Präsident gewesen wäre, wenn Oswald nicht auf ihn geschossen hätte, bereits aufgrund folgender Überlegung falsch sein: j und k seien mögliche Welten, die bis zum Beginn von Kennedys Dallas-Besuch mit der realen Welt i übereinstimmen und in denen Oswald nicht auf Kennedy schießt. In j löst sich infolge eines Versehens aus dem Gewehr eines Bodyguards eine Kugel, die Kennedy tödlich verletzt. Die nachfolgende Entwicklung unterscheidet sich nicht in weltpolitisch bedeutsamer Weise von i. Dagegen ist k eine Welt, in der Kennedy 1964 noch im Amt ist, so daß einige folgenreiche präsidiale Entscheidungen anders ausfallen als in i. Bei gleicher Berücksichtigung der Zeitabschnitte vor und nach dem Dallas-Besuch ähneln i und j einanders zweifellos mehr als i und k.

Ebenso abwegig wäre der bei einem Verzicht auf zeitliche Diskriminierung sich anbietende Versuch, die Behauptung „Wenn Nixon den roten Knopf gedrückt hätte, wäre es zu einem Nuklearkrieg gekommen“ so zu widerlegen: Zu jeder Welt j, in der Antecedens und Konsequens dieses Satzes wahr sind, existiert eine Antecedenswelt k, in der die Katastrophe

[11] F. Jackson vertritt in (77) eine sehr ähnliche Position. Zwei dürftige Einwände gegen sie findet der Leser in Lewis (91c) auf S. 55 f.

aufgrund einer technischen Panne ausbleibt und die deshalb *insgesamt betrachtet* mehr Ähnlichkeit mit der realen Welt hat als j.[12]

Zwei abschließende Bemerkungen zum Thema „kontrafaktische Vorgeschichten“:

1. Wenn in jeder kontrafaktischen Vorgeschichte, die einen A-Sachverhalt auf geeignete Weise kausal ermöglicht, ein Satz C wahr ist, läßt sich dies mitteilen durch einen asequentiellen alethischen Ksatz „Wenn A wahr wäre, wäre C wahr“ (vgl. S. 273).

2. Je kürzer die den genannten Kriterien entsprechenden Vorgeschichten eines irrealen A-Sachverhalts sind und je weniger sie hinsichtlich ihrer Kausalfolgen voneinander differieren, umso sinnvoller und informativer können alethische Ksätze mit A als Antecedens sein. Auf diesen Zusammenhang ist zurückzuführen, daß kontrafaktische (und mithin alethische) Ksätze mit Antecedentien wie „wenn Känguruhs keine Schwänze hätten“ oder „wenn Verdi und Bizet Landsleute gewesen wären“ kaum sinnvoll und vornehmlich als Beispiele in Untersuchungen zur Semantik von Ksätzen anzutreffen sind.[13]

Die Frage, warum die der realen Welt ähnlichsten Welten, in denen B aufdeckt, solche sind, in denen er verliert, ist nun leicht zu beantworten. Nach Verteilung der Karten auf die Spieler A und B war noch kausal möglich, daß B wenig später aufdeckt. Maximal ähnliche Welten, in denen er aufdeckt, müssen daher bezüglich der tatsächlichen, für ihn ungünstigen Kartenverteilung mit der realen Welt übereinstimmen.

---

[12] Das Beispiel stammt von K. Fine; vgl. Fine (75) sowie die Hinweise auf weitere Beispiele dieser Art in Lewis (91c).

[13] Vgl. Lewis (73a), S. 1 und Quine (74), S. 41. - Zu beachten ist jedoch, daß „Wenn Verdi und Bizet Landsleute waren, war Bizet Italiener“ als *nicht*-alethischer Ksatz sinnvoll behauptet und angemessen begründet werden kann von einer Person, die die Nationalität Bizets nicht kennt, aber weiß, daß Verdi Italiener war.

## 4.3 Sind nicht-alethische Ksätze wahrheitswertig?

Einige Autoren betrachten die Mögliche-Welten-Semantik als geeignet zur logischen Analyse *aller* Ksätze; nur müsse der Begriff der Ähnlichkeit für indikativische anders expliziert werden als für konjunktivische. Beispielsweise sind nach W. Davis und M. Pendlebury[14] bei letzteren die der realen Welt ähnlichsten Antecedenswelten solche, die dem realen Geschichtsverlauf bis zu einem durch das Antecedens indizierten Zeitpunkt am meisten ähneln, bei ersteren hingegen solche, die zu ihr die größtmögliche *Gesamt*ähnlichkeit aufweisen. - Es mag vorteilhaft erscheinen, daß sich im Rahmen dieser dualistischen Ähnlichkeitskonzeption die Position vertreten läßt, „Wenn Oswald Kennedy nicht erschossen hat, hat es ein anderer getan" sei wahr, das konjunktivische Pendant dieses Satzes hingegen falsch. Unüberwindbare Probleme treten aber durch das Kartenbeispiel auf. Die von den Sprechern C und D behaupteten Sätze „Wenn B aufdeckt, verliert er" bzw. „Wenn B aufdeckt, gewinnt er" sind beide indikativisch, so daß nach Davis oder Pendlebury derselbe Ähnlichkeitsbegriff für sie einschlägig wäre. Einer dieser Ksätze müßte also falsch sein. Dies ist jedoch unplausibel, da beide Sprecher ihre bedingten Voraussagen mittels wahrer Prämissen zwingend begründen können. Pendleburys Auffassung, die Voraussage des zweiten sei falsch, wenn auch „epistemically justified", wurde bereits widerlegt.[15] Vermutlich wurde sein Fehlurteil durch den Wunsch motiviert, an seiner (verfehlten) Ähnlichkeitskonzeption irgendwie festzuhalten. Falsche Theorien trüben den Blick.

Wäre Davis' und Pendleburys Vorschlag annehmbar, wenn er von alethischen und nicht-alethischen statt von konjunktivischen und indikativischen Ksätzen handelte? - Ich meine: nein. Die These, daß nicht-alethische Ksätze im selben Sinne wahrheitswertig wie andere Behauptungssätze, d.h. entweder wahr oder falsch sind, führt unter folgenden akzeptablen Voraussetzungen zum Widerspruch:[16]

---

[14] Vgl. Davis (79) und Pendlebury (89).

[15] Vgl. S. 266.

[16] Ein weiterer Grund, warum die Frage zu verneinen ist, ergibt sich aus einem Argument Frank Jacksons gegen den Vorschlag der genannten Autoren. (Vgl. Jackson (87), S. 73. Pendlebury läßt Jacksons Argument in seinem 89er Aufsatz unerwähnt.) Jemand, der sich erinnert, gelernt zu haben, daß die Schlacht von Hastings im Jahre 1066 stattfand, stellt fest:
(42) Wenn ich das Datum falsch in Erinnerung habe, war Hastings nicht 1066.
Falls dieser nicht-alethische Ksatz überhaupt als wahrheitswertig gelten soll, muß er wahr sein. Denn sein Sprecher kann ihn - trivial, aber zwingend - damit begründen, daß er 1066 als das Jahr der Hastings-Schlacht in Erinnerung hat. Nach dem verbesserten Davis/Pendlebury-Vorschlag sind bei nicht-alethischen (statt indikativischen) Ksätzen diejenigen Antecedenswelten der realen Welt maximal ähnlich, die ihr insgesamt betrachtet, d.h. bei gleicher Berücksichtigung aller Zeitabschnitte, am meisten ähneln. Satz (42) müßte dann jedoch falsch sein. Mögliche Welten, in denen die Schlacht (wie tatsächlich) 1066 stattfand, der Sprecher aber 1065 oder 1067 in Erinnerung hat, sind der realen Welt sicher insgesamt ähnlicher als solche, in denen das historisch bedeutsame Ereignis nicht 1066 geschah, der Sprecher sich aber (wie tatsächlich) 1066 gemerkt hat.

1. „$A \rightarrow C$“ ist die Formalisierung eines syntaktisch einfachen (d.h. keine Ksätze einbettenden) nicht-alethischen Ksatzes.

2. Die Wahrscheinlichkeiten syntaktisch einfacher nicht-alethischer Ksätze stimmen mit entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten überein, wann immer diese definiert sind Dies gilt unabhängig davon, ob Wahrscheinlichkeiten als gewöhnliche oder als Adamssche Wfunktionen zu deuten sind.

3. Wenn $A \rightarrow C$ entweder wahr oder falsch ist, „P“ eine Wfunktion im üblichen Sinne bezeichnet und jede Person, für die $P(B) = 1$ sowie $P(A) > 0$ ist, eben deshalb den wegen (2) mit $P(A \rightarrow C)$ identischen Quotienten $P(C/A)$ mit 1 ansetzen sollte, dann muß B ein hinreichender Grund für die Wahrheit von $A \rightarrow C$ sein.

4. Wenn B ein hinreichender Grund für die Wahrheit von $A \rightarrow C$ und P die (gewöhnliche) Wfunktion einer Person ist, die dies weiß, dann muß $P(A \rightarrow C) \geq P(B)$ sein.

Um zu zeigen, daß aus der Annahme, $A \rightarrow C$ sei entweder wahr oder falsch, unter Voraussetzung von (1) bis (3) die Negation von (4) folgt, werde ich erneut das Kartenbeispiel bemühen.[17] Angenommen, nicht-alethische Ksätze sind im selben Sinne wahrheitswertig wie andere Behauptungssätze. Dann müssen in Gibbards Beispiel die für die Wahrheit von „Wenn B ***a***ufdeckt, ***v***erliert er“ (symbolisch: $A \rightarrow V$), verstanden als nicht-alethischer Ksatz, notwendigen und hinreichenden Bedingungen entweder erfüllt oder nicht erfüllt sein. Wenn nun eine Person weiß, daß Spieler B das ***s***chlechtere Blatt besitzt (symbolisch: S), und Satz A für möglich hält, sollte für ihre Wfunktion P gelten: $P(V/A) = 1$. Andernfalls wäre sie nicht über die Spielregeln informiert. Gemäß (3) ist S daher als hinreichender Grund für die Wahrheit von $A \rightarrow V$ anzusehen. Hieraus ergibt sich mittels (4), daß für eine Wfunktion einer Person, die dies weiß, $P(A \rightarrow V) \geq P(S)$ sein muß. Unter Voraussetzung (2) kann jedoch für die Wfunktion einer über die argumentative Rolle von S informierten Person durchaus gelten: $P(A \rightarrow V) < P(S)$.

[17] Auch wenn sie dem Leser möglicherweise evident erscheint, will ich die vierte Voraussetzung kurz begründen: Falls D einen hinreichenden Grund für die Wahrheit von E darstellt, muß für die Wfunktion P einer Person, die dies weiß, gelten: $P(D \& \neg E) = 0$. Ist diese Gleichung erfüllt, so ist $P(\neg D \vee E) = P(\neg D) + P(E) - P(\neg D \& E) = 1$, $P(E) - P(\neg D \& E) = P(D)$ und folglich $P(E) \geq P(D)$.

Betrachten wir, um dies einzusehen, erneut die Wfunktion P einer Person, die sowohl die Konjunktion der Erkenntnisgründe des ersten Zuschauers für das alethische

(28) Wenn B aufdeckt, verliert er

als auch die der Gründe des zweiten für das nicht-alethische

(29) Wenn B aufdeckt, gewinnt er

als wahrscheinlich, aber nicht sicher einschätzt. P(S), P(A/¬S) und P(¬A/S) seien also jeweils hoch; ferner sei P(A&S) wesentlich geringer als P(A&¬S) (vgl. Abbildung 38).

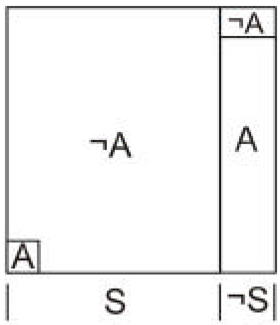


Abbildung 38

P(V/A) ist dann gering. Denn gemäß den unserer hypothetischen Person bekannten Spielregeln trifft V genau dann zu, wenn A&S zutrifft. Unter Voraussetzung (2) muß somit (ungeachtet der hohen Wahrscheinlichkeit von S) auch P(A→V) gering sein.[18]. - Das entscheidende Merkmal derartiger Konstruktionen besteht darin, daß eine Person einen vermeintlichen Grund für die Wahrheit eines nicht-alethischen Ksatzes als wahrscheinlich beurteilt, aber nicht länger für wahrscheinlich hielte, falls dessen Antecedens sich für sie als wahr herausstellte.

Selbstverständlich schließt mein Argument nicht aus, daß nicht-alethische Ksätze in einem anderen Sinne wahrheitswertig sind als etwa alethische. Wir könnten speziell für erstere einen dritten Wahrheitswert einführen oder annehmen, daß nicht-alethische Ksätze nur unter gewissen Bedingungen einen Wahrheitswert besitzen. Zur Erforschung ihrer Logik wären derlei Bemühungen jedoch überflüssig. Hierzu genügen Adams' These (AT) und sein Kriterium für probabilistische Gültigkeit. Das Gebot der theoretischen Einfachheit verlangt daher, bei

[18] Die Wahrscheinlichkeit des konjunktivischen (alethischen) Ksatzes „Wenn B aufdecken würde, verlöre er" stimmt hingegen mit der von S überein.

nicht-alethischen Ksätzen auf die Zuschreibung von Wahrheitswerten zu verzichten.[19] Wir können ihren Tatsachenbezug nur bewerten, indem wir beurteilen, ob sie in einem gegebenen Kontext korrekt begründet werden oder zumindest korrekt begründbar sind. (Nicht korrekt begründbar ist jeder Ksatz mit wahrem Antecedens und falschem Konsequens, weil nicht die Möglichkeit besteht, sein Antecedens durch wahre Prämissen zum Prämissenteil eines deduktiven Schlusses auf das Konsequens zu ergänzen.) - Mit dem Prädikat „wahrheitswertig" ist nachfolgend stets „entweder wahr oder falsch" gemeint.

Zur besseren Absicherung meiner These, nicht-alethische Ksätze seien als nicht wahrheitswertig zu behandeln, stelle ich ein weiteres Argument vor. Es basiert auf zwei Voraussetzungen, die unabhängig davon gelten sollen, ob Adams' oder der gewöhnliche Wahrscheinlichkeitsbegriff angemessen ist.

1. Wer eine Information erhält und als sicher annimmt, sollte seine Wfunktion per Konditionalisierung revidieren.
2. Die Wahrscheinlichkeiten syntaktisch einfacher nicht-alethischer Ksätze stimmen mit den entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten überein, sofern diese definiert sind.

Angenommen, für eine Person X liegt P(C/A) nahezu bei 1. Wenn nicht-alethische Ksätze wahrheitswertig und mittels „→" formalisierbar sind, muß X dann wegen Annahme (2) die Erfüllung der für die Wahrheit des Konditionals A→C notwendigen und hinreichenden Bedingungen als nicht sicher, aber sehr wahrscheinlich ansehen. X erfährt nun, daß C falsch ist, woraufhin sie gemäß (1) ihre Wfunktion per Konditionalisierung revidiert. Für ihre neue Wfunktion gilt daher, wiederum wegen (2):
$P_{\neg C}(A \rightarrow C) = P_{\neg C}(C/A) = P(A\&C\&\neg C)/P(\neg C) \div P(A\&\neg C)/P(\neg C) = 0 \div P(A\&\neg C) = 0.$
(P(A&¬C) ist positiv, da P(C/A) nur *nahezu* 1 beträgt.)

Die Annahme, A→C sei wahrheitswertig, zwingt uns, diese Situation so zu beschreiben, daß X durch die Information ¬C zu der Überzeugung gelangt, A→C sei falsch. Als vernünftige Person muß X demnach C vor Erhalt dieser Information für sehr wahrscheinlich gehalten haben. Andernfalls wäre sie nicht berechtigt gewesen, dem aus ihrer Sicht durch ¬C

[19] Als *Konkurrenz* zu den Theorien von Stalnaker, Lewis und Adams hat das Projekt einer mehrwertigen Logik der Ksätze (vgl. insbesondere McDermott (96)) sicher seine Berechtigung; zu deren *Ergänzung* wird es hingegen nicht benötigt.

widerlegbaren Satz A→C hohe Wahrscheinlichkeit beizumessen. - Tatsächlich kann ein hoher Wert P(C/A) jedoch ohne weiteres mit einem geringen Wert P(C) einhergehen (vgl. Abb. 39).

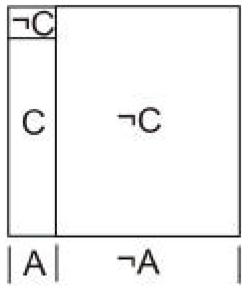


Abbildung 39

Die Annahme der Wahrheitswertigkeit von A→C ist inakzeptabel, weil sie - (1) und (2) vorausgesetzt - zur Konsequenz hat, daß diese Möglichkeit auszuschließen ist. X sollte ¬C somit nicht als Widerlegung des Konditionals betrachten, selbst wenn sie dessen Wahrscheinlichkeit infolge der Information ¬C zu Recht auf Null herabsetzt. Hierin liegt nichts Widersprüchliches, sofern wir die Wahrscheinlichkeiten nicht-alethischer Ksätze nur als bedingte, nicht aber zugleich als Wahrscheinlichkeiten wahrheitswertiger Sätze behandeln.

Die These, X müsse ¬C als Widerlegung des Konditionals A→C anerkennen, scheitert auch aus folgendem Grund: Wir wissen, daß der zweistufige Modus-tollens-Schluß von A→C und ¬C auf ¬A unter gewissen Bedingungen zulässig ist (vgl. 3.11). Gelangt eine Person, für die zu $t_0$ $P_0(C/A) = 1$ ist, zu $t_1$ zu der Überzeugung ¬C, so muß $P_1(\neg A) = 1$ sein. Wenn hingegen $P_0(C/A)$ nur beinahe 1 beträgt und ¬C von $t_1$ an sicher ist, muß $P_1(\neg A)$ hoch sein, falls $P_0(C)$ *nicht* hoch ist. - Vertreter der obigen These stehen nun vor einem m.E. nicht lösbaren Problem: Wie kann jemand zu Recht auf ¬A schließen, indem er sich auf eine von ihm selbst als widerlegt betrachtete Prämisse stützt? - Verwerfen wir die These, und das Problem stellt sich nicht.

Ob ein indikativischer Ksatz wahrheitswertig ist oder nicht, hängt also vielfach vom jeweiligen Kontext ab, zu dessen Bestandteilen ich auch die Erkenntnisgründe des Sprechers zähle, ganz gleich, ob sie von ihm formuliert werden oder nur in seinem Bewußtsein gegeben sind. Beispielsweise ist jeder der Ksätze (29) bis (32) in einigen Kontexten alethisch und wahrheitswertig, in anderen dagegen nicht-alethisch und ohne Wahrheitswert. Diese

Ambiguität indikativischer Ksätze ist offenbar nicht lexikalischer oder syntaktischer Art. Sie läßt sich nicht beseitigen, indem ein Wort durch ein anderes mit ähnlicher Bedeutung ersetzt bzw. die intendierte syntaktische Struktur durch eine Umformung kenntlich gemacht wird. Ferner können sich bei den allgemein bekannten Typen von Mehrdeutigkeit verschiedene Lesarten eines Satzes zwar im Wahrheits*wert*, nicht aber hinsichtlich der Wahrheits*wertigkeit* unterscheiden.

Die richtige Klassifizierung eines indikativischen Ksatzes (mithin die Beantwortung der Frage nach seiner Wahrheitswertigkeit) setzt voraus, einiges darüber zu wissen, wie sein Sprecher ihn begründet bzw. begründen würde. Dabei genügt es, intuitiv zu wissen, ob dessen Erkenntnisgründe (wie immer sie zu spezifizieren sein mögen) darauf abzielen, den Ksatz als alethischen oder als nicht-alethischen zu rechtfertigen. Falls ein in der von mir thematisierten Weise mehrdeutiger Ksatz von seinem Sprecher begründet wird, geht der Adressat bei der Klassifikation vermutlich nach folgender Strategie vor: Dem Postulat einer wohlwollenden Interpretation entsprechend versucht er, den Ksatz so zu deuten, daß ihm nachvollziehbar ist, inwiefern die angeführten Gründe aus der Sicht des Sprechers zwingend sind. Gelingt ihm dies unter der Annahme, der Ksatz sei alethisch, wird er ihn als alethisch klassifizieren. Führt dagegen nur die Annahme, der Ksatz sei nicht-alethisch, zu einer sinnvollen Interpretation, wird er *dieser* Lesart den Vorzug geben. - Aber auch wenn der Sprecher *keine* Begründung angibt, bereitet die Klassifizierung meist keine Schwierigkeiten. Im Allgemeinen haben Adressaten von Ksätzen dann nämlich allein aufgrund ihres kontextuellen und sonstigen Hintergrundwissens bestimmte Erwartungen hinsichtlich der Erkenntnisgründe des jeweiligen Sprechers. Um indikativische Ksätze angemessen verwenden und auf ihre Verwendung sprachlich angemessen reagieren zu können, müssen die Mitglieder einer Sprachgemeinschaft intuitiv wissen, welchen derartigen Erwartungen sie jeweils ausgesetzt bzw. zu welchen sie berechtigt sind. - Die Klassifizierung bereitet *uns* keine größeren Schwierigkeiten. Eine in der Strukturerkennung hoch befähigte, aber nicht in die Sprachgemeinschaft eingebundene Maschine wäre außerstande, zu entscheiden, ob ein von X geäußerter indikativischer Ksatz „Wenn A, dann C“ wahrheitswertig ist, als „A□→C“ formalisiert werden darf und zu Y’s Behauptung „Wenn A, dann non-C“ im Widerspruch steht.

## Literatur


Adams, E. (1970): „Subjunctive and Indicative Conditionals“, *Foundations of Language* 6, 89 - 94.

Adams, E. (1975): *The Logic of Conditionals*, Dordrecht: Reidel.

Adams, E. (1976): „Prior Probabilities and Counterfactual Conditionals“, in W. L Harper, C. A. Hooker (Hg.): *Foundations of Probability Theory, ... 1.* Dordrecht: Reidel, 1 - 21.

Adams, E. (1977): „A Note on Comparing Probabilistic and Modal Logics of Conditionals“, *Theoria* 43, 186 - 194.

Adams, E. (1987): „On the Meaning of the Conditionals“, *Philosophical Topics*, 5 - 22.

Adams, E. (1988): „*Modus Tollens* Revisited“, *Analysis* 38, 122 - 128.

Adams, E. (1990): Rezension über Jackson (87), *The Philosophical Review* 99, 433 - 435.

Adams, E. (1992): „Grice on Indicative Conditionals“, *Pacific Philosophical Quarterly* 73, 1 - 15.

Appiah, A. (1984): „Generalizing the Probabilistic Semantics of Conditionals“, *Journal of Philosophical Logic* 13, 351 - 372.

Appiah, A. (1985): *Assertion and Conditionals*, Cambridge: CUP.

Appiah, A. (1986): „The Importance of Triviality“, *The Philosophical Review* 95, 209 - 231.

Bayes, Th. (1940): „An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances“, in W. E. Deming (Hg.): *Facsimiles of Two Papers by Bayes*, Washington D. C.: US-Department of Agriculture, 370 - 418.

Bennett, J. (1974): „Counterfactuals and Possible Worlds“, *Canadian Journal of Philosophy* 4, 381 - 402.

Bennett, J. (1982): *Even If*, Linguistics and Philosophy 5, 403 - 418.

Bennett, J. (1984): „Counterfactuals and Temporal Direction“, *Philosophical Review* 93, 57 - 91.

Bennett, J. (1988): „Farewell to Phlogiston Theory of Conditionals“, *Mind* 97, 509 - 527.

Bennett, J. (1995): „Classifying Conditionals: The Traditional Way is Right“, *Mind* 104, 331 - 354.

Blau, U. (1978): *Die dreiwertige Logik der Sprache*, Berlin: de Gruyter.

Carlstrom, I. & Hill, C. (1978): Rezension von Adams (75), *Philosophy of Science* 45, 155 - 158.

Chisholm, R. (1946): „The Contrary-to-fact Conditional“, *Mind* 55, 289 - 307.

Davis, W. (1979): „Indicative and Subjunctive Conditionals“, *The Philosophical Review* 88, 544 - 564.

De Finetti, B. (1937): „La Prévision: Ses Lois Logiques, Ses Sources Subjectives“, *Anales de l' Institut Henri Poincaré 7,* 1 - 68.

Dudman, V. H. (1991): „Interpretations of *if*-Sentences“, in F. Jackson (1991), 202 - 232.

Dudman, V. H. (1994): „On Conditionals“, *The Journal of Philosophy*, 113 - 128.

Edgington, D. (1991): „The Mystery of the missing Matter of Fact“, *Proceedings of the Aristotelian Society Supplementary Volume* 65, 185 - 209.

Edgington, D. (1995): „On Conditionals“, *Mind* 104, 235 - 239.

Edgington, D. (1996): „ Lowe on Conditional Probability“, *Mind* 105, 617 - 630.

Edgington, D. (1997): „Truth, Objectivity, Counterfactuals and Gibbard“, *Mind* 106, 107 - 115.

Eells, E. & Skyrms, B. (Hg.) (1994): *Probability and Conditionals*, Cambridge Mass.: CUP.

Ellis, B. (1984): „Two Theories of Indicative Conditionals“, *Australasian Journal of Philosophy* 62, 50 - 66.

Fine, K. (1975): Rezension über Lewis (73a), *Mind* 84, 451 - 458.

Frege, G. (1879): *Begriffsschrift*, Halle: L. Nebert.

Frege, G. (1974): *Begriffsschrift und andere Aufsätze*. Mit E. Husserls und H. Scholz’ Anmerkungen herausgegeben von I. Angelelli, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Frege, G. (1976): *Logische Untersuchungen*. Herausgegeben und eingeleitet von G. Patzig. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Frege, G. (1978): *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie*. Mit Einleitung, Anmerkungen etc. herausgegeben von G. Gabriel. Hamburg: Felix Meiner.

Gärdenfors, P. (1982): „Imaging and Conditionalization“, *Journal of Philosophy* 79, 747 - 760.

Gärdenfors, P. (1988): *Knowledge in Flux*, Cambridge Mass.: MIT-Press.

Gibbard, A. (1981): „Two Recent Theories of Conditionals“, in W. L. Harper, R. Stalnaker, G. Pierce (1981), 211 - 247.

Gibbard, A. & Harper, W. L. (1981): „Two Kinds of Expected Utility“, in W. L. Harper, R. Stalnaker, G. Pierce (1981), 153 - 190.

Goodman, N. (1991): „The Problem of Counterfactuals“, in F. Jackson (1991), 9 - 27.

Grewendorf, G., Hamm, F., Sternefeld, W. (1989): *Sprachliches Wissen*, Frankfurt a. M.: Suhrkamp.

Grice, H. P. (1989): „Indicative Conditionals“, in *Studies in the Way of Words*, Cambridge: Harvard University Press.

Grice, H. P. (1991): „Logic and Conversation“, in F. Jackson (1991), 155 - 175.

Hajek, A. (1989): „Probabilities of Conditionals - Revisited“, *Journal of Philosophical Logic* 18, 423 - 428.

Hajek, A. (1994): „ Triviality on the Cheap?“, in E. Eells, B. Skyrms (1994), 113 - 140.

Hajek, A. & Hall, N. (1994): „The Hypothesis of the Conditional Construal of Conditional Probability“, in E. Eells, B. Skyrms (1994), 75 - 112.

Halpin, J. F. (1989): „Counterfactual Analysis: Can the Metalinguistic Theory be revitalized?“, *Synthese* 81, 47 - 62.

Harper, W. L. (1981): „A Sketch of some recent Developments in the Theory of Conditionals“, in W. L. Harper, R. Stalnaker, G. Pierce (1981), 3 - 38.

Harper, W. L., Stalnaker, R., Pierce, G. (Hg.) (1981): *IFS. Conditionals, Belief, Decision, Chance and Time*, Dordrecht: Reidel.

Helbig, G. & Buscha, J. (1989): Deutsche Grammatik, Verlag Enzyklopädie: Leipzig.

Humberstone, L. (1991): Rezension über Jackson (87), *Philosophy and Phenomenological Research* 51 , 227 - 234.

Jackson, F. (1977): „A Causal Theory of Counterfactuals“, *Australasian Journal of Philosophy* 55, 3 - 21.

Jackson, F. (1979): „On Assertion and Indicative Conditionals“, *Philosophical Review* 88, 565 - 589.

Jackson, F. (1984): „On Indicative Conditionals with Contrary Consequents“, *Philosophical Studies* 46, 141 - 143.

Jackson, F. (1987): *Conditionals*, Oxford: Basil Blackwell.

Jackson, F. (1990): „Classifying Conditionals“, *Analysis* 50, 134 - 147.

Jackson, F. (Hg.) (1991): *Conditionals*, Oxford: OUP.

Jeffrey, R. (1983): *The Logic of Decision*, Chicago: University of Chicago Press.

Jeffrey, R. (1991): „Matter of Fact Conditionals“, *Proceedings of the Aristotelian Society Supplementary Volume* 65, 161 - 183.

Johnston, D. K. (1996): „The Paradox of Indicative Conditionals“, *Philosophical Studies* 83, 93 - 112.

Katz, B. (1999): „On a Supposed Counterexample to Modus Ponens“, *The Journal of Philosophy*, 404 - 415.

Kripke, S. (1963): „Semantic Considerations on Modal Logic“, *Acta Philosophica Fennica* 16, 83 - 94.

Kutschera, F. v. (1976): *Einführung in die intensionale Semantik*, Berlin: de Gruyter.

Kutschera, F. v. (1979): *Einführung in die moderne Logik*, Freiburg: Karl Alber.

Kutschera, F. v. (1993): *Die falsche Objektivität*, Berlin: de Gruyter.

Kvart, I. (1986): *A Theory of Counterfactuals*, Indianapolis: Hackett.

Kvart, I. (1991): „Counterfactuals and Causal Relevance“, *Pacific Philosophical Quarterly* 72, 314 - 337.

Kvart, I. (1992): „Counterfactuals“, *Erkenntnis* 36, 139 - 179.

Kvart, I. (1994): „Causal Independence“, *Philosophy of Science* 61, 96 - 114.

Kvart, I. (1994): „Counterfactuals: Ambiguities, True Premises, and Knowledge“, *Synthese* 100, 133 - 164.

Lance, M. (1991): „Probabilistic Dependence among Conditionals“, *Philosophical Review* 100, 269 - 276.

Laplace, P. (1951): *A Philosophical Essay on Probabilities*, New York: Dover Publications.

Lewis, C. I. (1918): *A Survey of Symbolic Logic*, Berkely: Univ. of California Press.

Lewis, C. I. & Langford, C. H. (1932): *Symbolic Logic*, New York.

Lewis, D. (1973a): *Counterfactuals*, Oxford: Basil Blackwell.

Lewis, D. (1973b): „Causation“, *Journal of Philosophy* 70, 556 - 567.

Lewis, D. (1991a): „Probabilities of Conditionals and Conditional Probabilities“, in F. Jackson (1991), 76 - 101.

Lewis, D. (1991b): „Probabilities of Conditionals and Conditional Probabilities II“, in F. Jackson (1991), 102 - 110.

Lewis, D. (1991c): „Counterfactual Dependence and Time’s Arrow“, in F. Jackson (1991), 46 - 75.

Lewis, D. (1997): „Finkish Dispositions“, *The Philosophical Quarterly* 47, 143 - 158.

Loewer, B. (1976): „Counterfactuals with Disjunctive Antecedents“, *The Journal of Philosophy* 73, 531 - 537.

Loewer, B. (1979): „Cotenability and Counterfactual Logics“, *Journal of Philosophical Logic* 8, 99 - 115.

Lowe, E. J. (1984): „Wright versus Lewis on the Transitivity of Counterfactuals“, *Analysis* 44, 180 - 183.

Lowe, E. J. (1990): „Conditionals, Context and Transitivity“, *Analysis* 50, 80 - 87.

Lowe, E. J. (1995): „The Truth about Counterfactuals“, *The Philosophical Quarterly* 45, 41 - 59.

Lowe, E. J. (1996): „Conditional Probability and Conditional Beliefs“, *Mind* 105, 603 - 615.

Mackie, J. L. (1962): „Counterfactuals and Causal Laws“, in R. J. Butler (Hg.): *Analytical Philosophy*, 66 - 80.

Mackie, J. L. (1973): *Truth, Probability and Paradox*, Oxford: Clarendon Press.

Martin, C. B. (1994): „Dispositions and Conditionals“, *The Philosophical Quarterly* 44, 1 - 8.

McDermott, M. (1996): „On the Truth Conditions of Certain *if*-Sentences“, *The Philosophical Review* 105, 1 - 37.

McGee, V. (1985): „A Counterexample to Modus Ponens“, *Journal of Philosophy* 82, 462 - 471.

McGee, V. (1989): „Conditional Probabilities and Compounds of Conditionals“, *Philosophical Review*, 98, 485 - 542.

McGee, V. (1994): „Learning the Impossible“, in E. Eells, B. Skyrms (1994), 179 - 199.

McKay, T. & v. Inwagen, P. (1977): „Counterfactuals with Disjunctive Antecedents“, *Philosophical Studies* 31, 353 - 356.

Mellor, D. H. (1993): „How to believe a Conditional“, *Journal of Philosophy* 90, 233 - 248.

Nozick, R. (1994): „Bedingungen für Wissen", in P. Bieri (Hg.): *Analytische Philosophie der Erkenntnis*, Frankfurt a. M.: Beltz athenäum.

Nute, D. (1975a): „Counterfactuals", *Notre Dame Journal of Formal Logic* 16, 476 - 482.

Nute, D. (1975b): „Counterfactuals and the Similarity of words [sic]", *Journal of Philosophy* 72, 773 - 778.

Nute, D. (1977): „Simplification and Substitution of Counterfactual Antecedents", *Philosophia* 7, 317 - 325.

Nute, D. (1980): *Topics in Conditional Logic*, Dordrecht: Reidel.

Pendlebury, M. (1989): „The Projection Strategy and the Truth Conditions of Conditional Statements", *Mind* 390, 179 - 205.

Pollock, J. L. (1975): „Four Kinds of Conditionals", *American Philosophical Quarterly* 12, 51 - 59.

Pollock, J. L. (1976): *Subjunctive Reasoning*, Dordrecht: Reidel.

Pollock, J. L. (1981): „A Refined Theory of Counterfactuals", *Journal of Philosophical Logic* 10, 239 - 266.

Quine, W. V. O. (1950): *Methods of Logic*, New York: Holt, Rinehart and Winston.

Quine, W. V. O. (1974): *Grundzüge der Logik*, Frankurt a. M.: Suhrkamp.

Ramsey, F. (1931): *The Foundations of Mathematics*, London: Routledge and Kegan Paul.

Read, S. (1995): „Conditionals and the Ramsey Test", *Proceedings of the Aristotelian Society Supplementary Volume* 69, 47 - 65.

Rescher, N. (1961): „Belief-contravening Suppositions", *Philosophical Review* 70, 176 - 196.

Sanford, D. (1989): *If P, then Q*, London: Routledge.

Sinnott-Armstrong, W., Moor, J., Fogelin, R. (1986): „A Defense of Modus Ponens", *Journal of Philosophy* 83, 296 - 300.

Skyrms, B. (1989): *Einführung in die induktive Logik*, Frankfurt a. M.: Peter Lang.

Skyrms, B. (1994): „Adams Conditionals", in E. Eells, B. Skyrms (1994), 13 - 26.

Slote, M. A. (1978): „Time in Counterfactuals", *Philosophical Review* 87, 3 - 27.

Sosa, E. (Hg.) (1975): *Causation and Conditionals*, Oxford: OUP.

Stalnaker R. (1968): „A Theory of Conditionals", in *Studies in Logical Theory, American Philosophical Quarterly Monograph Series* 2. Oxford: Blackwell, 98 - 112.

Stalnaker, R. & Thomason, R. (1970): „A Semantic Analysis of Conditional Logic", *Theoria* 36, 23 - 42.

Stalnaker. R. (1970): „Probability and Conditionals", *Philosophy of Science* 37, 64 - 80.

Stalnaker, R. (1975): „Indicative Conditionals", *Philosophia* 5, 269 - 286; auch in Jackson (91).

Stalnaker, R. (1981a): „A Defense of Conditional Excluded Middle" in W. L. Harper, R. Stalnaker, G. Pierce (1981), 87 - 104.

Stalnaker, R. (1981b): „Probability and Conditionals“, in W. L. Harper, R. Stalnaker, G. Pierce (1981), 107 - 128.

Stalnaker, R. (1984): *Inquiry*, Cambridge Mass.: MIT Press.

Stalnaker, R. (1991): „A Theory of Conditionals“ in F. Jackson (1991), 28 - 45.

Stalnaker, R. & Jeffrey, R. (1994): „Conditionals as Random Variables“, in E. Eells, B. Skyrms (1994), 31 - 46.

Strawson, P. F. (1986): „*If* and ⊃“, in R. E. Grandy and R. Warner (Hg.): *Philosophical Grounds of Rationality*, Oxford: Clarendon Press, 229 - 242.

Suster, D. (1998): „Embedded Conditionals and Modus Ponens“ in G. Schurz & M. Ursic (Hg.): *Beyond Classical Reasoning*. Sankt Augustin: Conceptus-Studien 13, 97 - 115.

Teller, P. (1973): „Conditionalization and Observation“, *Synthese* 26, 218 - 258.

Tichy, P. (1978): „A New Theory of Subjunctive Conditionals“, *Synthese* 37, 443 - 457.

Tichy, P. (1984): „Subjunctive Conditionals:Two Parameters vs. Three“, *Philosophical Studies* 45, 147 - 179.

Van Fraassen , B. C. (1966): „Singular Terms, Truth-value Gaps, and Free Logic“, *Journal of Philosophy* 63, 481 - 495.

Van Fraassen, B. C. (1976): „Probabilities of Conditionals“, in W. L Harper, C. A. Hooker (Hg.): *Foundations of Probability Theory, ... 1.* Dordrecht: Reidel, 261 - 300.

Warmbrod, K. (1981): „Counterfactuals and Substitution of Equivalent Antecedents“, *Journal of Philosophical Logic* 10, 267 - 289.

## Lebenslauf

| | |
|---|---|
| 30.06.1963 | Geburt in Dissen am Teutoburger Wald |
| 1970 - 1974 | Grundschule |
| 1974 - 1983 | Kreisgymnasium Halle/Westf., Abitur |
| 1983 - 1984 | Studium der Philosophie, Germanistik und Evangelischen Theologie an der Universität Münster, Erwerb des Graecums |
| 1984 - 1985 | 15-monatiger Grundwehrdienst |
| 1985 - 1989 | Studium in den Fächern Philosophie, Deutsche und Allgemeine Sprachwissenschaft sowie für zwei Semester in Griechischer Philologie an der Universität Münster |
| 1989 - 1994 | Studium der Philosophie und Linguistik an der Universität Osnabrück |
| 1990 - 1993 | Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Philosophie |
| 1994 | Abgabe der Magisterarbeit |
| 1996 | Mündliche Magisterprüfungen in Philosophie und Linguistik, Erlangung des Grades „Magister Artium“ |
| 1996 - 2003 | Promotionsstudium im Fach Philosophie an der Uni Osnabrück (Betreuer: Prof. Dr. Rainer Trapp) |
| 13.08.2003 | Abschluß mit der mündlichen Prüfung (Gesamtnote: summa cum laude) |
| seit 01.04.2004 | Lehrbeauftragter an der Uni Osnabrück |